

Лекция 8

УСТОЙЧИВОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

1. Введение в устойчивость сооружений

Кроме прочности и жесткости, сооружение обязательно должно быть устойчивым. Потому что при потере устойчивости сооружение или разрушается, или становится непригодным для дальнейшей эксплуатации.

Устойчивость – это способность сооружения сохранять свое первоначальное положение или форму.

Переход устойчивого сооружения в неустойчивое состояние называется **потерей устойчивости**.

Граница перехода в неустойчивое состояние называется **критическим состоянием**.

Критической силой называется сила, приводящая сооружение в критическое состояние. Критическую силу обозначается $P_{кр}$.

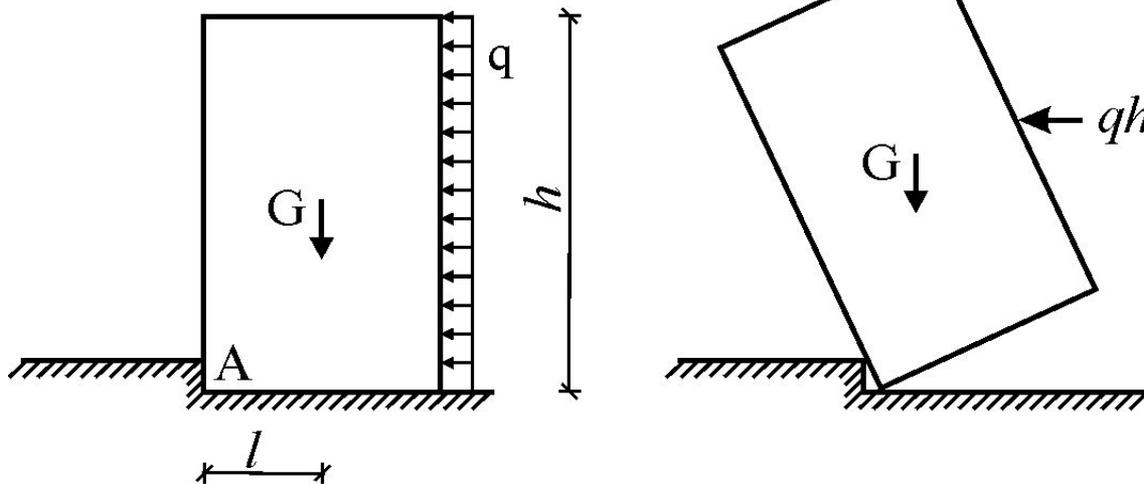
Ответ на вопрос “устойчиво или неустойчиво сооружение?” является очень важной задачей, т.к. для потери устойчивости сооружения, достигшего критического состояния, достаточно и незначительной причины. Если же процесс потери устойчивости начался, он идет очень быстро.

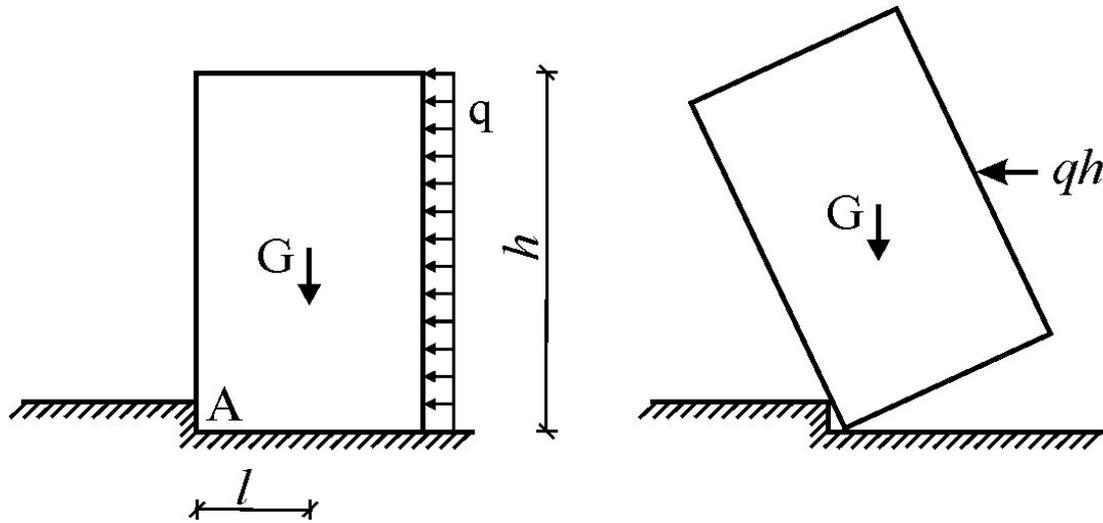
2. Виды и типы потери устойчивости

Различают два вида потери устойчивости – устойчивость положения и устойчивость формы.

Устойчивость положения – это способность сооружения сохранять свое положение.

Например, при действии на подпорную стенку нагрузки q , относительно точки A создается опрокидывающий момент $M_{уд} = Gl$. Этому противостоит собственный вес подпорной стенки G , создающий удерживающий момент $M_{опр} = qh^2 / 2$

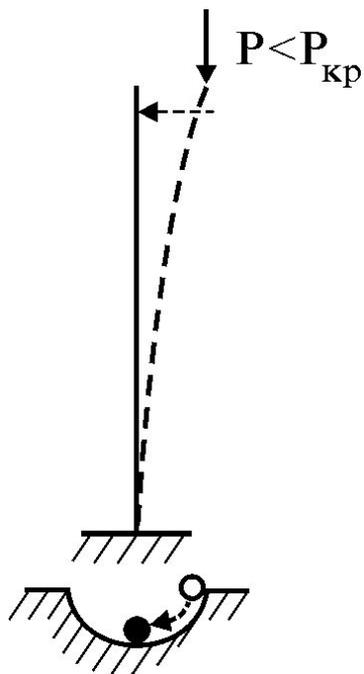




Устойчивость системы зависит от соотношения этих моментов, так как она при:

- 1) $M_{опр} < M_{уд}$ устойчива;
- 2) $M_{опр} > M_{уд}$ неустойчива;
- 3) $M_{опр} = M_{уд}$ в безразличном состоянии.

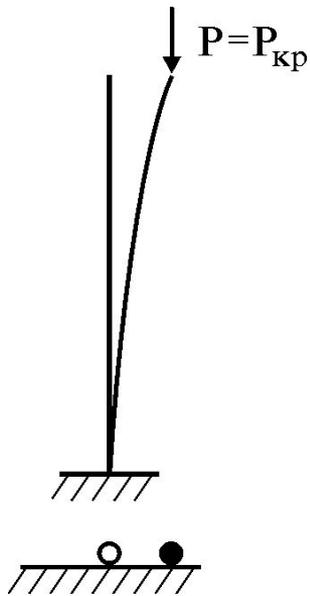
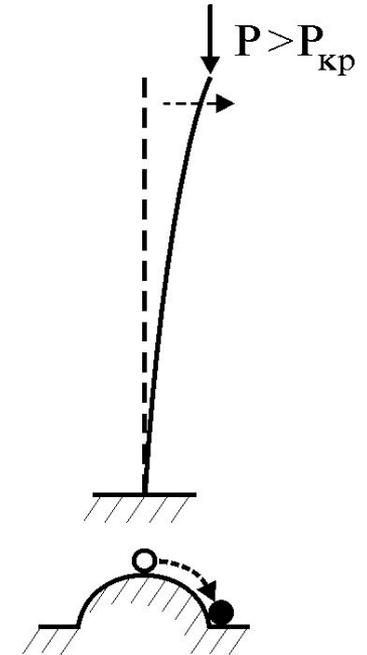
Устойчивость формы – это способность сооружения сохранять свою первоначальную форму.



Например, если верхний конец стержня с действующей продольной силой P немного отклонить в сторону, он при $P < P_{кр}$ вернется в исходное положение. Это – **устойчивая система**.

Ее моделью является шарик в углублении.

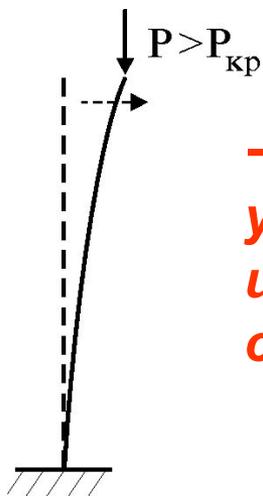
Если $P > P_{кр}$, перемещения стержня начинают возрастать. Такая система в исходное состояние вернуться не может. Это – **неустойчивая система**. Ее моделью является шарик на горке.



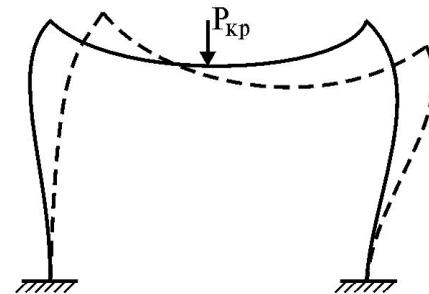
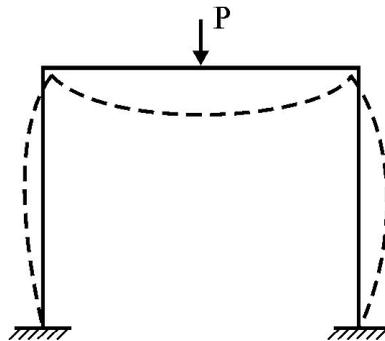
Если $P = P_{кр}$, система остается без движения. Это – **безразличная система**. Ее моделью является шарик на горизонтальной плоскости.

Потеря устойчивости делится на 2 рода.

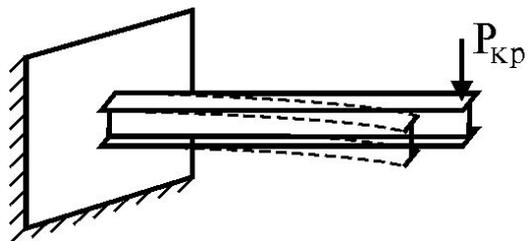
Потеря устойчивости первого рода наблюдается при возникновении нового вида деформации. Характеризуется нарушением равновесия между нагрузкой и внутренними усилиями. Может быть 3-х типов:



– потеря устойчивости центрального сжатия



– потеря устойчивости симметричной формы деформации

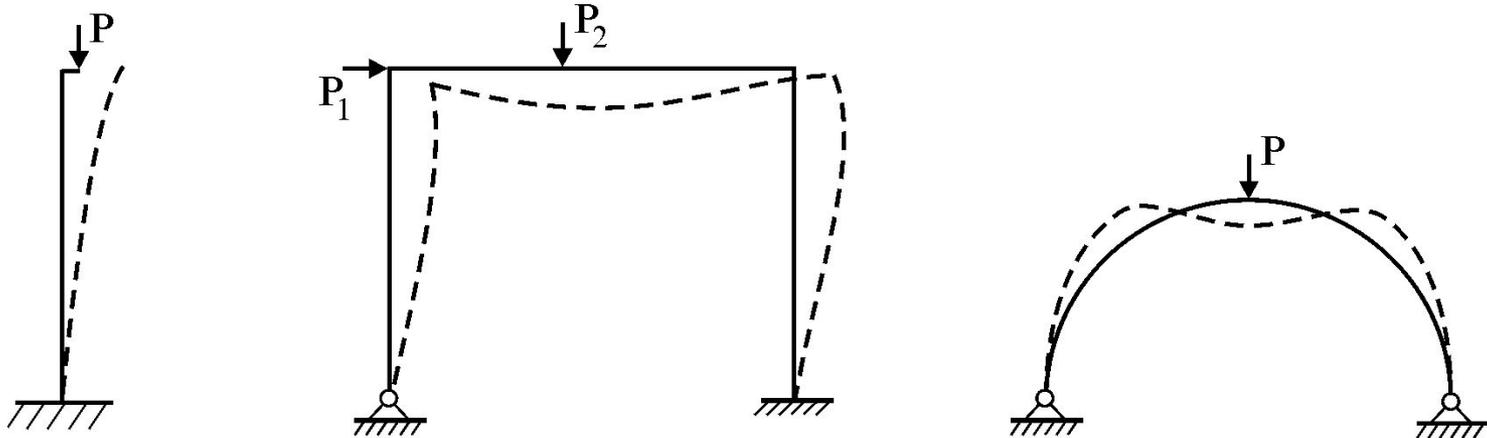


– потеря устойчивости плоской деформации

Потеря устойчивости второго рода наблюдается при потере несущей способности всего сооружения.

Характеризуется резким возрастанием предыдущих деформаций.

В этом случае равновесие между нагрузкой и внутренними усилиями нарушается даже без появления новых видов деформаций:

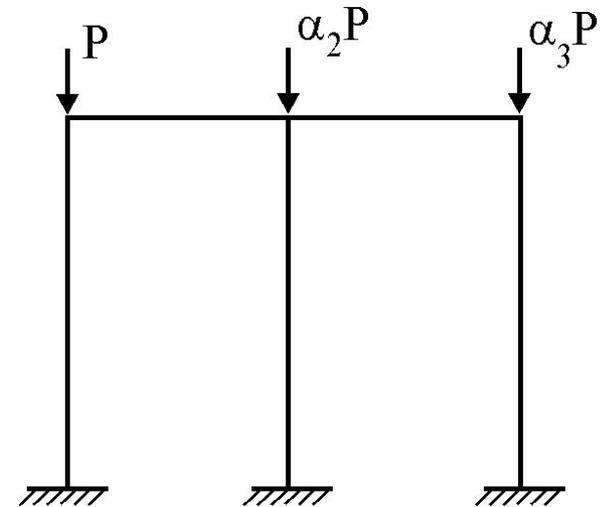
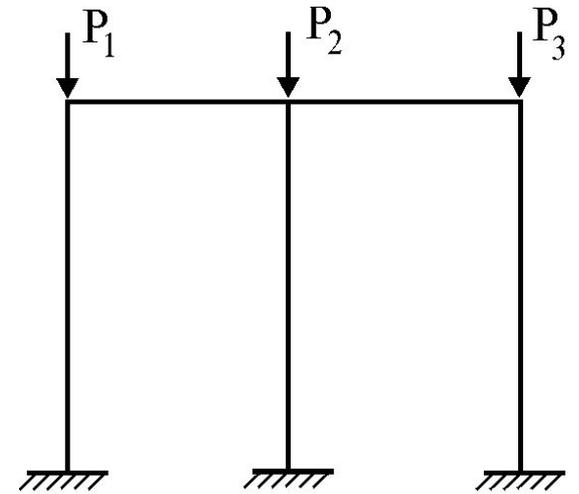


3. Задачи и методы расчета на устойчивость

Основной задачей теории устойчивости является определение критической силы $P_{кр}$. Т.к. потерявшее устойчивость сооружение обычно непригодно для дальнейшей эксплуатации, определять форму потери устойчивости сооружения во многих случаях не требуется.

Если на систему действуют несколько сил, определять их критические значения одновременно бывает сложным.

Поэтому одну из сил (обычно наибольшую) принимают за основную и обозначают P , а остальные выражают через него. Тогда вместо определения нескольких критических сил можно определять значение только одной силы $P_{кр}$.



Расчет на устойчивость можно вести тремя методами: статическим, энергетическим и динамическим.

Статический метод основан на составлении уравнений статики (равновесия).

Его основу составляет **критерий Эйлера**: **критической силой является наименьшая сила, способная вызвать потерю устойчивости сооружения.**

Энергетический метод основан на исследовании полной потенциальной энергии системы.

Его основу составляет **энергетический критерий**: критической является сила, при которой приращение работы внешних сил равно приращению работы внутренних сил, т.е. когда $\Delta W = \Delta V$.

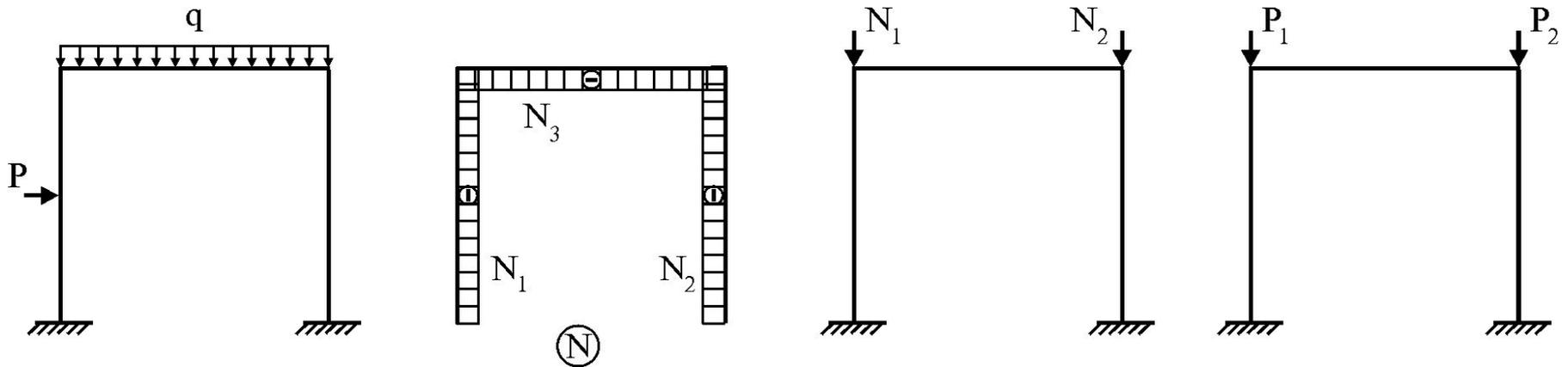
Динамический метод основан на изучении колебаний системы.

Его основу составляет **динамический критерий**: критической является сила, при которой частота собственных колебаний системы равна нулю.

4. Расчет на устойчивость методом перемещений

Если продольные усилия в элементах рамы будут сжимающими и большими, существует опасность потери устойчивости не только элементов, но и всей рамы.

Поэтому раму следует рассчитывать и на устойчивость от действия сжимающих усилий. В некоторых случаях может ставиться задача проверки устойчивости рамы при узловом воздействии нагрузки:



Эти задачи можно решать методом сил или перемещений.

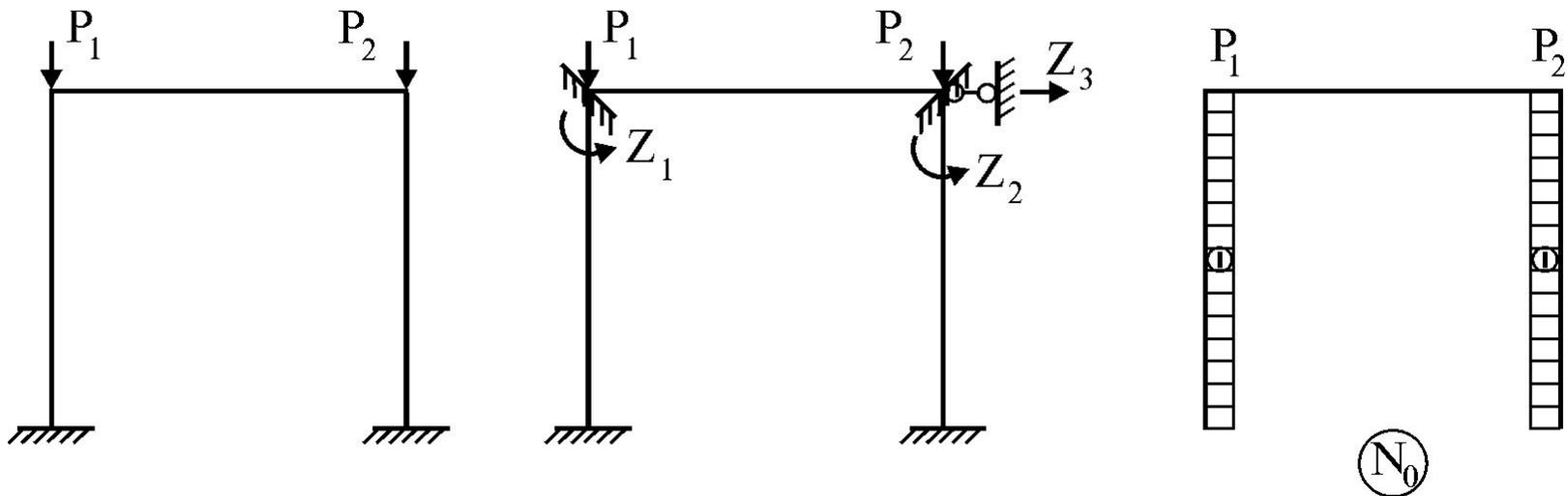
Для использования метода перемещений принимаются **гипотезы**:

- нагрузка прикладывается только в узлах;
- продольные силы вызывают только центральное сжатие;
- при потере устойчивости напряжения остаются в упругой зоне;
- деформации малы, а расстояния между узлами сохраняются.

5. Алгоритм расчета на устойчивость

Алгоритм расчета на устойчивость методом перемещений существенно отличается от обычного метода перемещений.

Изучим его на примере рассмотренной ранее рамы:



1. Определение числа неизвестных:

$$n = n_{y2} + n_{лин} = 2 + 1 = 3$$

2. Выбор основной системы ОС (средний рис.).

3. Построение эпюры продольных сил в ОС (рис. справа).

4. Определение параметров устойчивости стержней:

$$v_i = l_i \sqrt{\frac{N_i}{EI_i}}.$$

При этом надоо выразить все параметры устойчивости через максимальный из них и принять $v = \max v_i$.

5. Запись канонических уравнений (в момент потери устойчивости все грузовые коэффициенты этих уравнений равняются нулю):

$$r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + r_{13}Z_3 = 0;$$

$$r_{21}Z_1 + r_{22}Z_2 + r_{23}Z_3 = 0;$$

$$r_{31}Z_1 + r_{32}Z_2 + r_{33}Z_3 = 0.$$

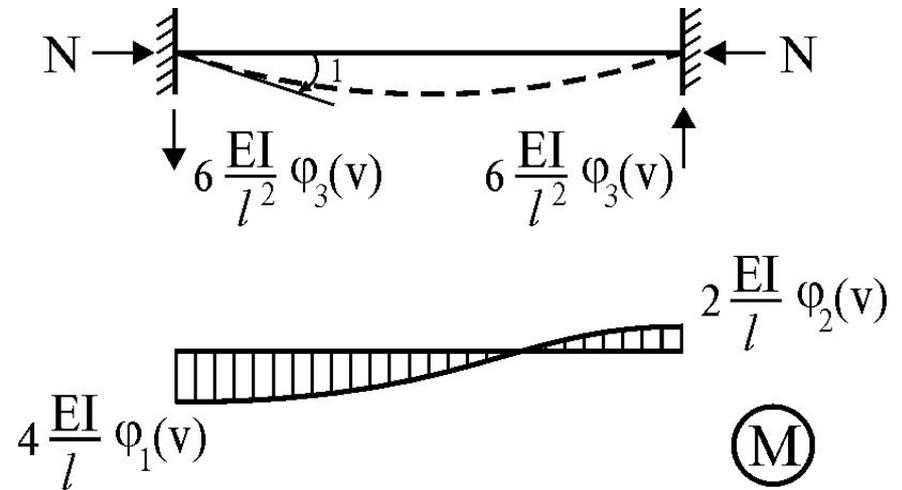
6. Запись уравнения устойчивости:

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} = D(v) = 0$$

7. Рассмотрение единичных состояний.

8. Построение единичных эпюр. Для этого используются специальная таблица метода перемещений, учитывающая влияние продольной силы на внутренние усилия стержня.

Например, эпюра изгибающих моментов стержня с защемленными концами является криволинейной, а величины моментов определяются сложными функциями.



Поэтому их значения определяются по специальной таблице.

9. Определение коэффициентов.

10. Решение уравнения устойчивости (вычисление ее критического корня).

11. Определение критической силы:

$$P_{кр} = v_{кр}^2 \cdot \frac{EI}{l^2} .$$