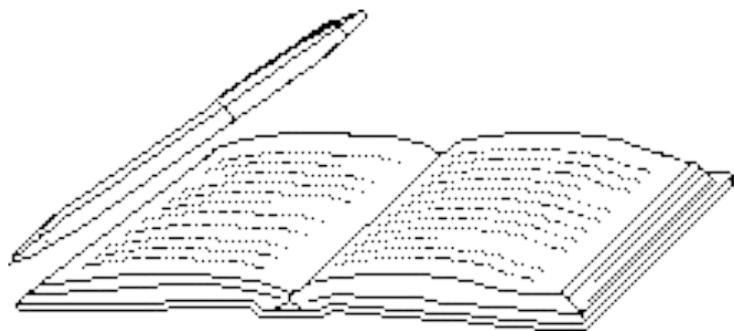


*Методическая система
обучения математике
в 1-6 классах
(2000 - 2014 г.г.)*



**Наталья Борисовна
ИСТОМИНА доктор
педагогических наук,
профессор**

1993 год -1 класс (1-3)

0 год – образовательная система

«Гармония» 1-4 классы

2000 год – учебники 5-6 классов

2002-2013 – самые активные годы

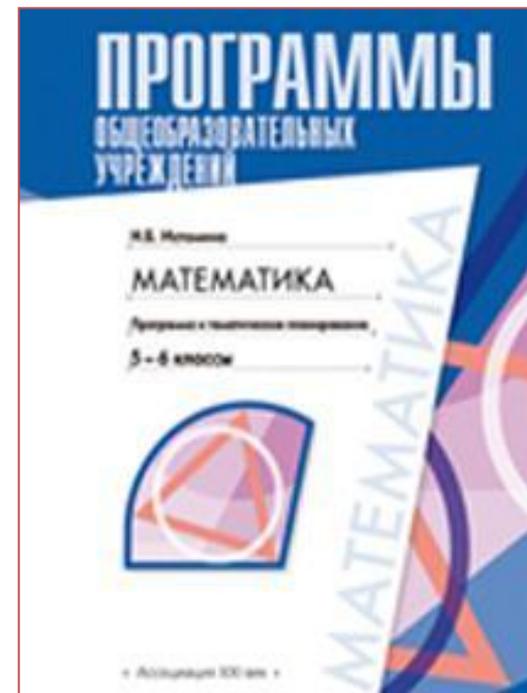
работы по учебникам 5-6 классов

Концепция 1- 6 классов

*Целенаправленное,
систематическое развитие
мышления **всех** учащихся в
процессе усвоения
программного материала.*

**Критериями развития мышления в
русле данной концепции является
сформированность приемов
умственной деятельности:**

- **Анализ и синтез**
- **Сравнение**
- **Аналогия**
- **Классификация**
- **Обобщение**



Особенности учебников 1-4 классов

- Тематическое построение курса. Продуктивное повторение.
- Вариативность учебных заданий, их проблемность.
- Использование калькулятора как средства обучения.
- Использование различных моделей при изучении программного содержания (предметных, графических, схематических, символических, вербальных, и переход от одной модели к другой).
- Новый подход к обучению младших школьников решению задач.
- Включение в учебник персонажей Миша и Маша.

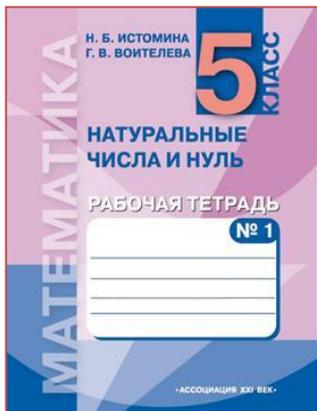
Особенности учебников 5-6 классов

- **Изменена логика построения содержания курсов математики.**
- **Продуктивное повторение.**
- **Вариативность учебных заданий, их проблемность.**
- **Использование различных моделей при изучении программного содержания.**
- **Задачный подход, при котором нет объяснительного авторского текста с образцами выполнения заданий. Его заменяют персонажи Миша и Маша.**

Логика построения содержания курса математики

5 класс

Глава 1. Натуральные числа и нуль



§ 1. Проверь себя! Чему ты научился в начальной школе? ...	3
§ 2. Запись чисел в десятичной системе счисления.....	28
§ 3. Числовые и буквенные выражения. Уравнения.....	34
§ 4. Изображение натуральных чисел и нуля на координатном луче.....	46
§ 5. Делители и кратные	52
§ 6. Простые и составные числа	58
§ 7. Делимость произведения.....	61
§ 8. Делимость суммы и разности.....	63
§ 9. Признаки делимости	67
§ 10. Разложение натурального числа на простые множители.....	80
§ 11. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа ...	83
§ 12. Наименьшее общее кратное	87
§ 13. Степень числа.....	91
§ 14. Параллельные и перпендикулярные прямые.....	94
§ 15. Углы. Измерение углов и их построение	98
§ 16. Прямоугольный параллелепипед	106

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И НУЛЬ

Проверь себя!

§1

Чему ты научился в начальной школе?

1. Дано число 8034.
 - а) Назови цифры, которыми записано данное число. Что обозначает каждая цифра?
 - б) Запиши этими же цифрами наибольшее четырёхзначное число.
 - в) Запиши этими же цифрами наименьшее четырёхзначное число.
2. $>$ или $<$?
 - а) 52078 ... 50178;
 - б) 607008 ... 600708;
 - в) 37569 ... 37659;
 - г) 40507 ... 405007.
3. Сравни величины:
 - а) 6 км 38 м ... 638 м;
 - б) 8 т 4 ц ... 804 кг;
 - в) 4 ч 15 мин ... 415 мин;
 - г) 27 м² ... 2070 дм².
4. Петя выше Бори на 6 см, а Боря выше Маши на 9 см. На сколько сантиметров Маша ниже Пети?

Нарисуй схему, она поможет решить задачу.

§2

Запись чисел в десятичной системе счисления



В начальной школе каждый из вас познакомился с **десятичной системой счисления**, в которой для записи чисел и выполнения действий с ними используют 10 знаков (цифр): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. В записи числа цифра занимает определённое место (позицию), поэтому десятичную систему счисления называют **позиционной**. Цифра обозначает количество единиц того разряда, в котором она записана.



Числа, которые используют при счёте предметов, называют **натуральными**. 1 (единица) — наименьшее натуральное число. За каждым натуральным числом следует число, которое на 1 больше.

271. Выполни устно деление и ответь на вопрос: «Чем отличаются выражения первого столбца от выражений второго столбца?»

$2424 : 24;$

$28 : 13;$

$1313 : 13;$

$57 : 17;$

$1500 : 15;$

$46 : 15;$

$4488 : 22;$

$63 : 20?$

Сравни свой ответ с рассуждениями Миши и Маши.



В первом столбце записаны выражения, в которых делимое — четырёхзначное число, а во втором столбце делимое — двузначное число.



А я увидела другой признак: в первом столбце деление выполняется без остатка, а во втором столбце — с остатком.

- Прочитай определение и конкретизируй его на данных выражениях.

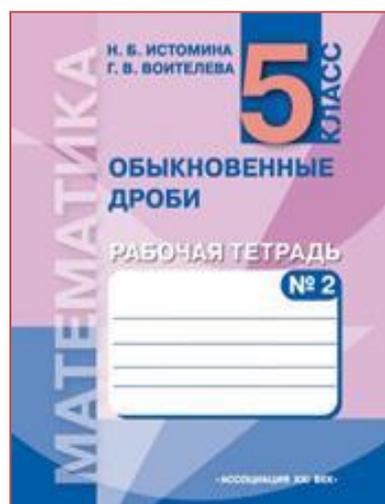


Если число a делится без остатка на натуральное число b , то число a называют **кратным** числу b , а число b называют **делителем** числа a . В этом случае говорят, что a делится на b .



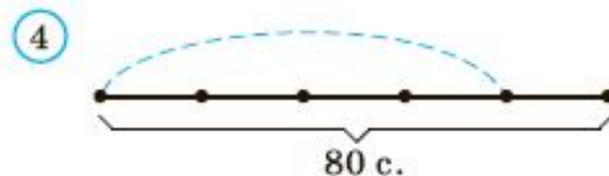
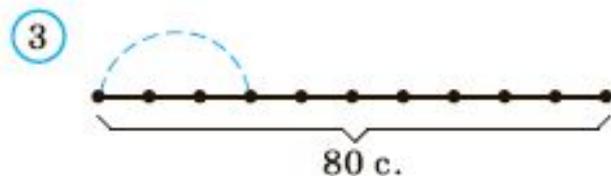
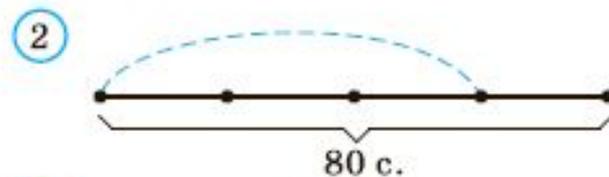
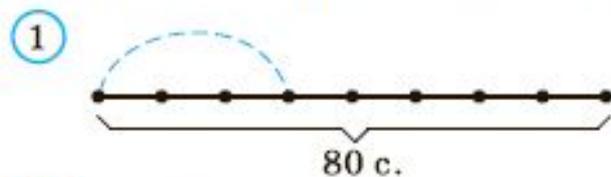
Глава 2. Обыкновенные дроби

- § 1. Дробь как часть целого 113
- § 2. Дробь как результат деления натуральных чисел..... 123
- § 3. Правильные и неправильные дроби.
Смешанные числа 127
- § 4. Изображение дробей на координатном луче 135
- § 5. Основное свойство дроби. Сокращение дробей 140
- § 6. Сравнение дробей..... 146
- § 7. Сложение и вычитание дробей..... 154
- § 8. Сложение и вычитание смешанных чисел..... 164
- § 9. Умножение и деление дробей 172



610. В книге 80 страниц. Маша прочитала $\frac{3}{4}$ книги.

Выбери схему, которая соответствует условию:



• Пользуясь этой схемой, ответь на вопросы:

- 1) Сколько страниц прочитала Маша?
- 2) Сколько страниц осталось прочитать девочке?
- 3) Какую часть книги осталось прочитать Маше?
- 4) Во сколько раз больше количество прочитанных Машей страниц, чем непрочитанных?
- 5) Какую часть непрочитанные страницы составляют от прочитанных?

• Измени данное условие так, чтобы оно соответствовало другим схемам, и ответь на вопросы:

- 1) Сколько страниц прочитала Маша?
- 2) Сколько страниц ей осталось прочитать?



Глава 3. Десятичные дроби

§ 1. Запись и чтение десятичных дробей.....	186
§ 2. Сравнение десятичных дробей.....	191
§ 3. Сложение и вычитание десятичных дробей.....	194
§ 4. Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000,	198
§ 5. Умножение десятичных дробей.....	203
§ 6. Деление десятичных дробей.....	208
§ 7. Проценты.....	215



Глава 4. Таблицы и диаграммы

§ 1. Чтение и заполнение таблиц.....	219
§ 2. Столбчатые и круговые диаграммы.....	226
§ 3. Таблицы при решении арифметических, логических и комбинаторных задач.....	231

Логика построения содержания курса математики 6 класс

Глава I. Обыкновенные и десятичные дроби

§1. Проверь себя! Чему ты научился в пятом классе?	3
§2. Приближённые значения чисел.....	27
§3. Среднее арифметическое чисел	35
§4. Дробные выражения	37
§5. Отношения	41
§6. Пропорции	56
§7. Формулы. Прямая и обратная пропорциональные зависимости	62
§8. Длина окружности. Площадь круга. Шар.....	74



1. Докажи, что все записанные равенства являются верными:

а) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$;

б) $\frac{15}{3} = \frac{60}{12}$;

в) $0,28 = 28\%$;

г) $\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$;

д) $75,03 = 75,0300$;

е) $\frac{3}{25} = 0,12$.

• Выбери правила, которыми нужно воспользоваться при выполнении задания.

- ▶ Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.
- ▶ Если к десятичной дроби приписать справа несколько нулей, то получится равная ей дробь.
- ▶ Если в десятичной дроби последние цифры после запятой — нули, то после их вычёркивания получится равная ей дробь.
- ▶ Чтобы записать десятичную дробь в виде процентов, надо её умножить на 100.
- ▶ Два числа называются взаимно обратными, если их произведение равно единице.
- ▶ Если $\text{НОД}(a, b) = 1$, то числа a и b называются взаимно простыми.

Глава II. Рациональные числа



§1. Положительные и отрицательные числа	84
§2. Координатная прямая	88
§3. Противоположные числа. Модуль числа	91
§4. Сравнение рациональных чисел	102
§5. Сложение и вычитание рациональных чисел	111
§6. Умножение и деление рациональных чисел	128
§7. Преобразование числовых и буквенных выражений	142
§8. Решение уравнений.....	152
§9. Координатная плоскость. Графики	162

Глава III. Элементы теории множеств и теории вероятностей



§1. Множества. Отношения между множествами	172
§2. Операции над множествами.....	180
§3. Решение комбинаторных задач	185
§4. Вероятность событий.....	195

384. Верно ли утверждение, что значения выражений в каждой паре одинаковы:

а) $3,7 + 1,3 - 1,3;$

б) $9 + 20 - 20;$

$3,7 - 1,3 + 1,3;$

$9 - 20 + 20?$

Сравни свой ответ с рассуждениями Миши и Маши.



Конечно, верно! Если я сначала увеличу, а потом на столько же уменьшу данное число или сначала уменьшу его, а затем на столько же увеличу, то оно не изменится.

Я согласна с тобой. Но, может быть, все-таки проверим рассуждения вычислениями?



Это нетрудно сделать:

а) $3,7 + 1,3 - 1,3;$

б) $9 + 20 - 20;$

$5 - 1,3 - 3,7;$

$29 - 20 - 9;$

$3,7 - 1,3 + 1,3;$

$9 - 20 + 20;$

$2,4 + 1,3 - 3,7;$

?

В последнем случае что-то не получается, так как мы не умеем из меньшего числа вычитать большее... Вот проблема!



Я думаю, математики решили эту проблему. Вспомни! В начальных классах мы знали только натуральные числа и нуль. Поэтому могли разделить меньшее число на большее только с остатком, например: $4 : 5 = 0$ (ост. 4). А в 5-м классе познакомились с дробными числами и узнали, что при делении меньшего числа на большее получается обыкновенная или десятичная дробь: $4 : 5 = \frac{4}{5} = 0,8$.



Может быть, калькулятор поможет нам решить эту проблему? Давай выполним вычитание $2 - 9$ на калькуляторе и посмотрим, какой результат получится на экране.

У меня на экране знак «-» и число 7.



Значит, если из меньшего числа вычесть большее, то получим число со знаком «-»?

► Проверь предположение Миши с помощью калькулятора:

- | | | |
|------------------|-------------------|--------------------|
| а) $3,8 - 5,7$; | б) $6,3 - 9,5$; | в) $3485 - 5281$; |
| г) $2,3 - 8,5$; | д) $871 - 1394$; | е) $1,7 - 9,2$. |



Наверное, знак «-» используется в математике не только для обозначения действия вычитания, но и для обозначения чисел?



Число, которое записано со знаком «-», договорились называть **отрицательным**: -7 ; $-6,2$; $-\frac{3}{4}$; $-7\frac{1}{2}$. Если число записано без знака «-», то его называют **положительным**: 7 ; $6,2$; $\frac{3}{4}$; $7\frac{1}{2}$. Хотя для записи положительных чисел можно использовать знак «+»: $+7$; $+6,2$; $+\frac{3}{4}$; $+7\frac{1}{2}$, но для краткости записи этот знак обычно не пишут.



Значит, до этого урока мы имели дело только с положительными числами?



Да, это так. Но среди положительных есть натуральные числа и дроби. При этом любое натуральное число можно записать в виде дроби.



В математике **натуральные** числа называют ещё **целыми положительными** числами.



Если перед любым натуральным числом поставить знак «-», получим число, которое называют **целым отрицательным**.

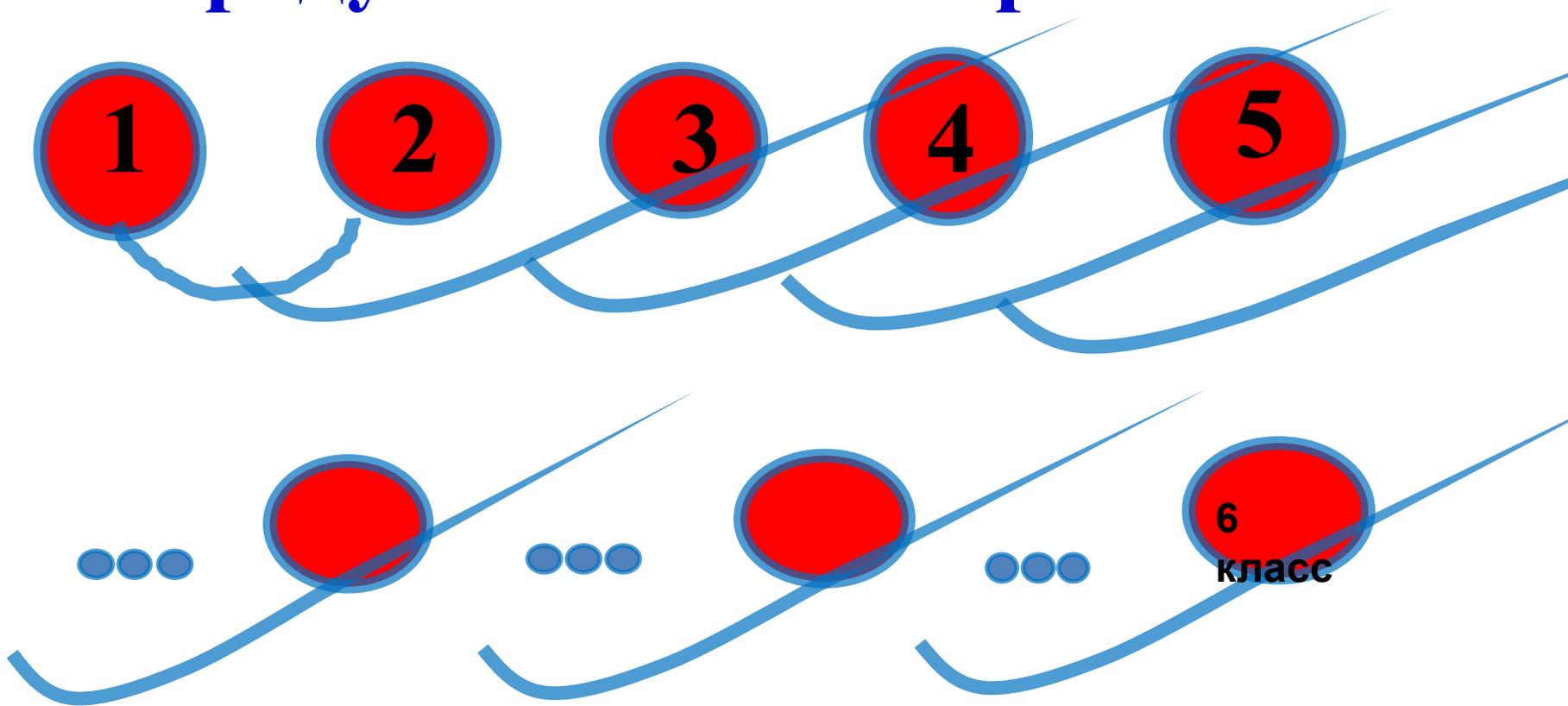
Продуктивное повторение,

то есть повторение ранее изученного в контексте нового содержания.

Оно способствует:

- формированию у учащихся представлений о взаимосвязи изучаемых тем;
- оказывает положительное влияние на познавательную мотивацию школьников;
- помогает учащимся понять какими видами деятельности они овладели, а какими пока нет;
- повышает самостоятельность учащихся;

Продуктивное повторение



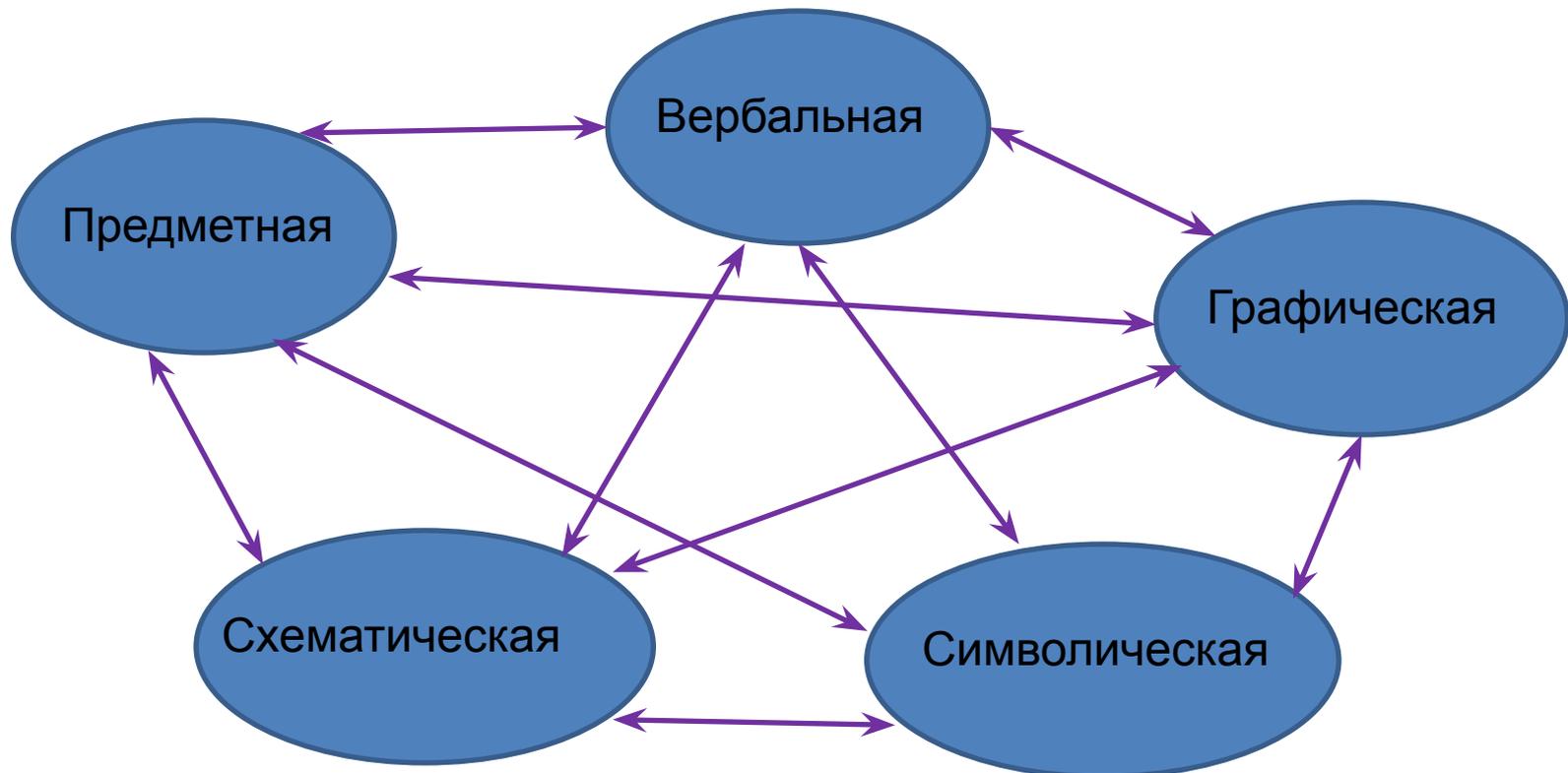
В учебниках математики 5- 6 классов, так же, как и в учебниках 1- 4 классов, повторение не выделяется в отдельный этап, а органически включается в каждый компонент учебной деятельности: постановку учебной задачи, решение учебной задачи (понимание, принятие, усвоение), самоконтроль.

Вариативность учебных заданий

Различные формулировки (Объясни..., Проверь..., Выбери..., Сравни..., Найди закономерность..., Верно ли утверждение..., Догадайся..., Рассуждай..., Наблюдай..., Сделай вывод... и т.д.) и использование различных учебных моделей создают дидактические условия для выполнения разнообразных интеллектуальных и практических действий и формирования универсальных учебных действий: познавательных, регулятивных и коммуникативных

Использование различных моделей при изучении программного содержания

(перевод из одной модели в другую)



Задачный подход, при котором основным средством включения учащихся в активную познавательную деятельность являются учебные задачи.

Они могут:

- подготавливать школьников к восприятию нового знания;**
- создавать проблемные ситуации;**
- обеспечивать комфортные дидактические условия для понимания и усвоения учебного материала;**
- способствовать организации продуктивного повторения;**
- предназначаться для самостоятельной работы и т.д.**

Задания с персонажами Миши и Маши

Они выполняют различные функции:



- ✓ самоконтроль и коррекция ответов;
- ✓ получение новой информации;
- ✓ овладение умением вести диалог;
- ✓ разъяснение способа решения задачи;
- ✓ оценка рассуждений или способов выполнения задания и т. д.

47. При вычислении значения суммы $697 + 199$



Миша рассуждал так: «Увеличим первое слагаемое на 3. Получим: $700 + 199 = 899$. Но эта сумма на 3 больше данной. Поэтому $697 + 199 = 896$ ».



Маша — так: «Увеличим первое слагаемое на 3, а второе — на 1. Получим: $700 + 200 = 900$. Но эта сумма на 4 больше данной. Значит, $697 + 199 = 896$ ».

Действуя, как *Миша* или как *Маша*, вычисли устно значения выражений:

а) $398 + 447$,
 $574 + 899$;

б) $798 + 596$,
 $697 + 299$;

в) $298 + 399$,
 $196 + 799$.

➡ Проверь полученные результаты, выполнив сложение «в столбик».

400. Запиши 3 числа, делителями каждого из которых являются 9, 5 и 4.



Миша придумал такие числа:

37800, 505008, 380052.

Маша — такие:

81360, 47340, 38240.

Кто из них допустил ошибку?



504. Чем похожи выражения в каждом столбце? Какие выражения ты можешь записать короче:

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6;$$

$$7 + 7 + 7 + 7;$$

$$9 + 9 + 9 + 9 + 9;$$

$$5 + 5 + 5 + 5;$$

$$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6;$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7;$$

$$9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9;$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5?$$

Сравни свой ответ с ответами Миши и Маши.



С выражениями левого столбца проблем нет, т. к. мы научились заменять сумму одинаковых слагаемых произведением ещё во втором классе. А вот как записать короче произведение одинаковых чисел, я не знаю.

Может быть, мы сможем ответить на этот вопрос, выполнив следующее задание?



505. Рассмотрим равенство и догадайся, что обозначает запись в его правой части:

а) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5$;

б) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$;

в) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^6$;

г) $9 \cdot 9 = 9^2$.



Теперь ясно. Первое число обозначает, какие одинаковые множители мы перемножаем, а второе число, которое записано повыше, обозначает количество множителей.



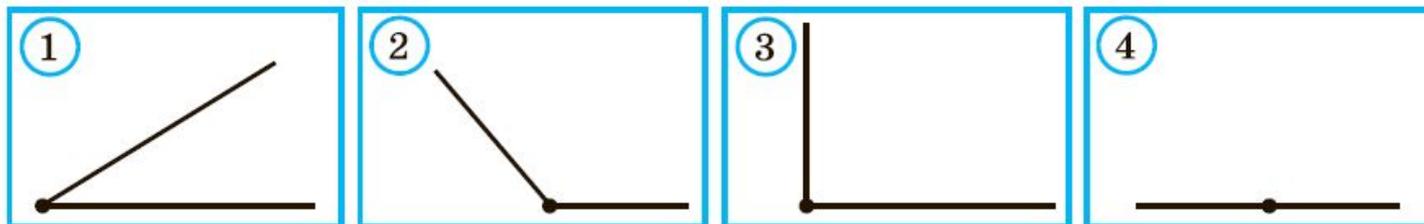
Произведение $a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, в котором n множителей, можно записать в виде выражения a^n . Это выражение называют **степенью числа**, где a — **основание степени**, n — **показатель степени**.

Выражение a^n читают так: « a в степени n » или « a в n -ой степени».

Выражение a^2 читают: « a в квадрате» или «квадрат числа a ».

Выражение a^3 читают: « a в кубе» или «куб числа a ».

528. Назови знакомые тебе геометрические фигуры:



Сравни свои ответы с рассуждениями Миши и Маши.



На первых трёх рисунках — углы. Чтобы построить угол, надо из одной точки провести два луча. Об этом мы узнали ещё во втором классе.

Но разве на четвёртом рисунке не два луча с общим началом?



Но какой же это угол? Острый? Тупой? Прямой? Стороны этого угла как бы «развернули» и поместили на прямой.

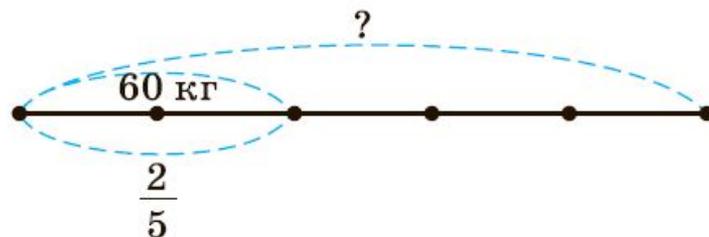


Угол AOB называют **развёрнутым**.

903. Сколько килограммов овощей было в палатке, если $\frac{2}{5}$ всех проданных овощей составляют 60 кг?



Миша записал решение задачи так: $60 : 2 \cdot 5$.



• Как записать решение задачи, используя действия с дробями? Сравни свой ответ с рассуждениями *Маши*.



Решение задачи, предложенное *Мишей*, можно записать так:

$$\frac{60}{2} \cdot 5 = \frac{60 \cdot 5}{2}.$$

Получается, что число 60 мы делим на числитель дроби и умножаем на её знаменатель. Такие действия мы выполняем, когда делим число на дробь. Поэтому, используя действия с дробями, решение данной задачи можно записать так:

$$60 : \frac{2}{5} = \frac{60 \cdot 5}{\cancel{2}}^{\cancel{2}} = 150 \text{ (кг)}.$$

179. Найди значение дробного выражения

$$\frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)}{\frac{15}{28}}$$

Объясни, как рассуждали Миша и Маша, если они выполнили в тетради такие записи:



$$\frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)}{\frac{15}{28}} = \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{15}{28}} = \frac{\frac{3}{28} \cdot 28}{\frac{15}{28} \cdot 28} = \frac{\frac{3 \cdot \cancel{28}}{\cancel{28}}}{\frac{15 \cdot \cancel{28}}{\cancel{28}}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$



$$\frac{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)}{\frac{15}{28}} = \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{15}{28}} = \frac{\frac{3}{28}}{\frac{15}{28}} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{28}}{\cancel{28} \cdot \cancel{15}} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

• Найди значения дробных выражений, действуя, как Маша или как Миша:

а) $\frac{\frac{7}{8}}{\frac{5}{12}}$;

б) $\frac{1\frac{4}{4}}{2\frac{4}{9}}$;

в) $\frac{\frac{9}{10} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{7}{8} + \frac{3}{4}}$;

г) $\frac{\frac{7}{9} + \frac{5}{8}}{\frac{5}{8} + \frac{7}{9}}$.

204. От доски длиной 224 см отпилили 8 дм. Запиши отношение длины отпиленной части к длине всей доски.



Миша выполнил задание так:

$$8 : 224 = \frac{\cancel{8}}{\underset{28}{\cancel{224}}} = \frac{1}{28}.$$



Маша — так:

$$80 : 224 = \frac{\overset{10}{\cancel{80}}}{\underset{28}{\cancel{224}}} = \frac{\underset{14}{\cancel{10^5}}}{\cancel{28}} = \frac{5}{14}.$$

Кто выполнил задание неверно? В чём причина ошибки?

205. Какую часть 50 р. составляют от 200 р.? Вырази полученное отношение в процентах.



Миша выполнил задание так:

$$\frac{50}{200} = \frac{1}{4} = 0,25;$$

$$0,25 = 25\%.$$



Маша — так:

$$50 : 200 = 0,25;$$

$$0,25 = 25\%.$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 200 \\ \hline 500 & 0,25 \\ \hline 400 & \\ \hline 1000 & \end{array}$$

Как рассуждали Миша и Маша?

• Как ты будешь действовать, если нужно выразить в процентах отношение:

а) 50р. к 150р.;

б) 20р. к 30р.;

в) 15р. к 45р.?

Если получится бесконечная дробь, округли её до сотых.

653. Запиши число -7 в виде дроби, в числителе которой целое число, а в знаменателе натуральное число.

Сравни свою запись с ответами Миши и Маши.



Миша выполнил задание так: $\frac{-7}{1}$.



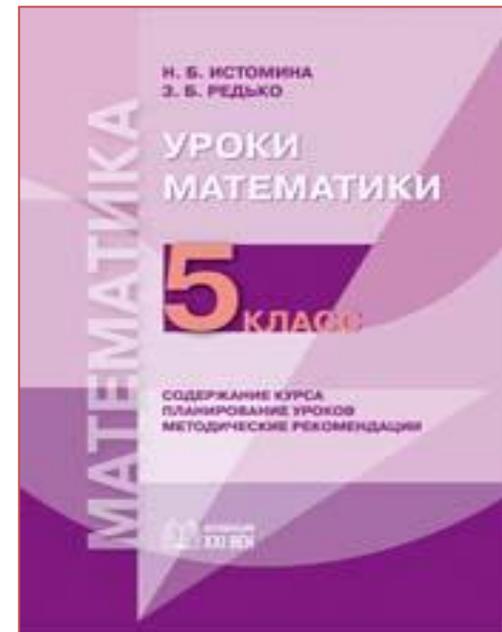
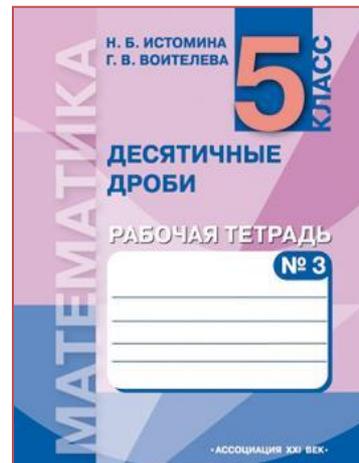
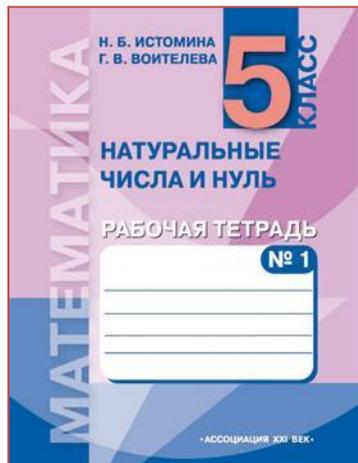
Маша так: $\frac{-14}{2}$.

Можно ли выполнить задание по-другому?

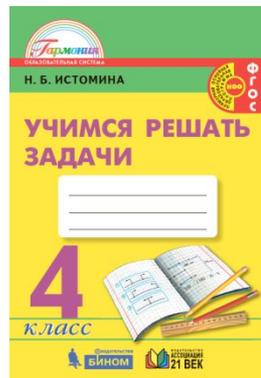
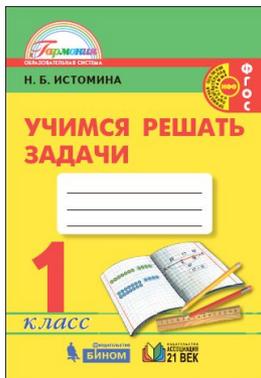
УМК 5 класс «Математика»



1. Натуральные числа и нуль
2. Обыкновенные дроби
3. Десятичные дроби
4. Таблицы и диаграммы



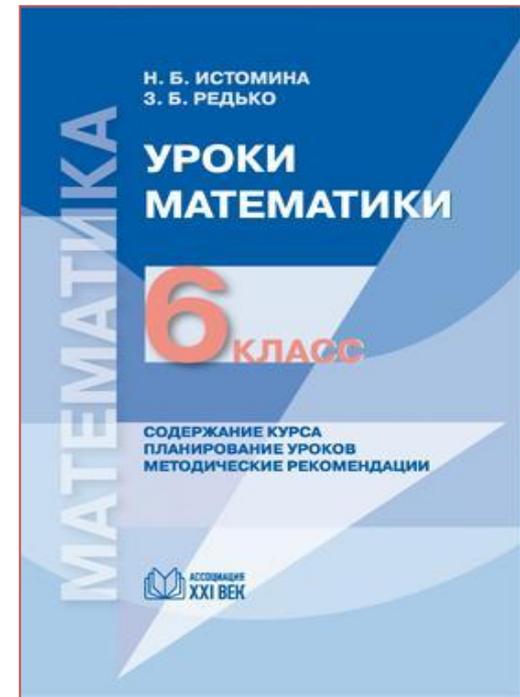
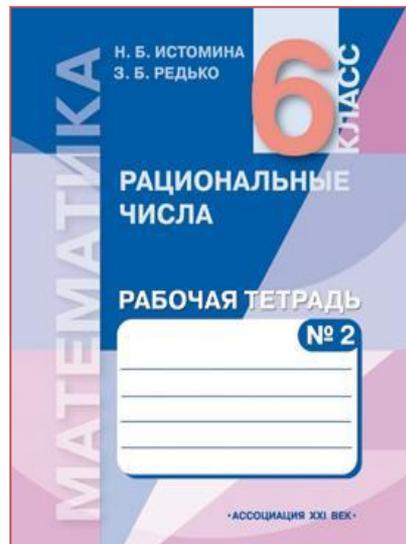
УМК 5 класс «Математика»



УМК 6 класс «Математика»



1. Обыкновенные и десятичные дроби
2. Рациональные числа
3. Элементы теории множеств и теории вероятностей

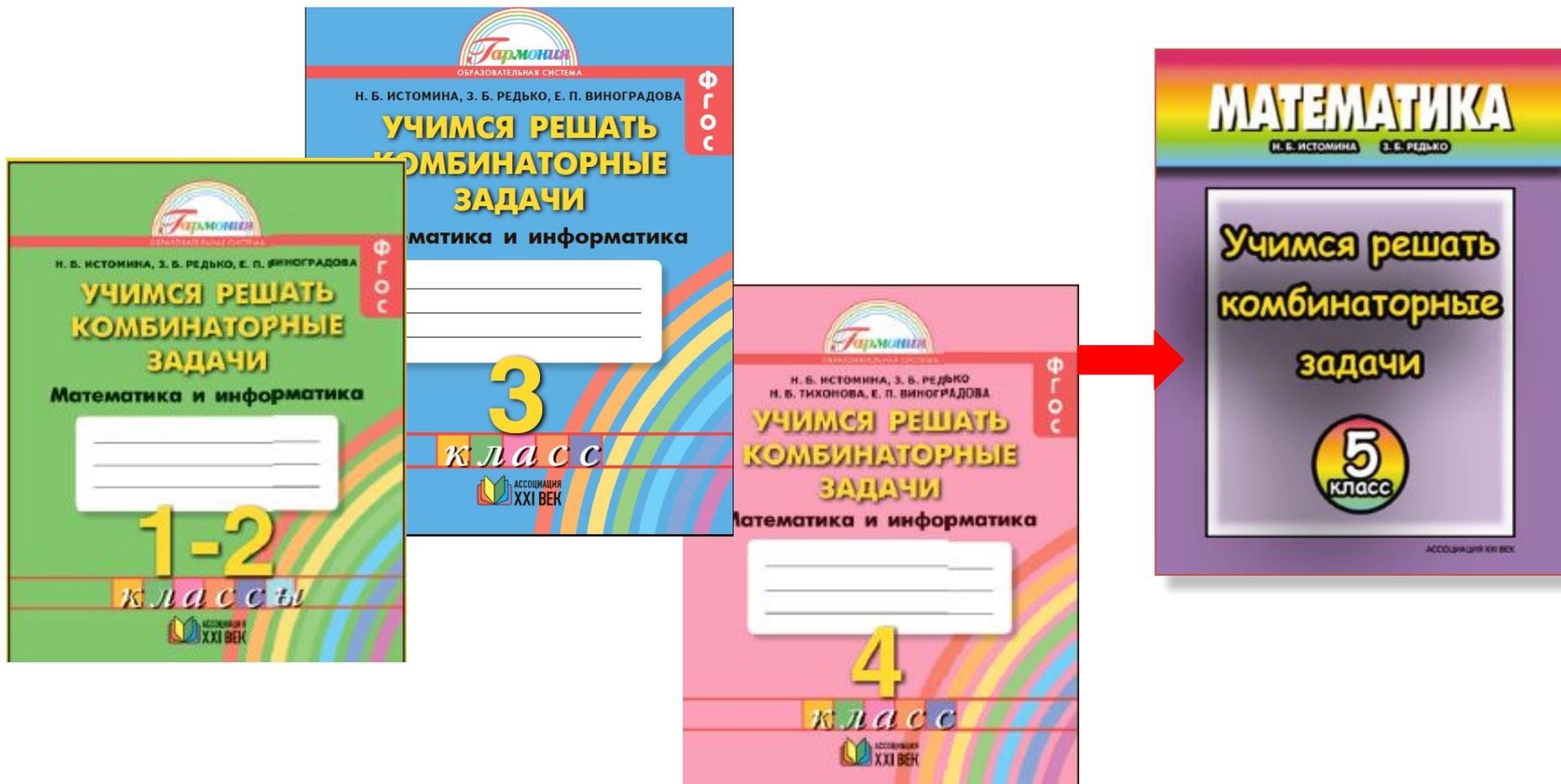


УМК 6 класс «Математика»



Внеурочная деятельность

1-5 класс



Внеурочная деятельность 1-6 классы

