Решение уравнений $\sin x = a$.

Понятие арксинуса числа.

Вопросы по домашнему заданию

Решить уравнения:

1) $\cos 3t = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\cos \frac{x}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\cos t = -\frac{7}{9}$

Решить уравнения:

- №286 (б,г)

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Самостоятельная работа

АРКСИНУС ЧИСЛА

Определение. **Арксинусом числа** $a \in [-1;1]$ **называется такое число** $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, **синус которого равен** a

$$\sin(\arcsin a) = a,$$

$$-\frac{\pi}{2} \le \arcsin a \le \frac{\pi}{2},$$

$$-1 \le a \le 1$$

АРКСИНУС ЧИСЛА

- **Например**

$$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4};$$

т. к. $-\frac{\pi}{2} \le \frac{\pi}{4} \le \frac{\pi}{2}; \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

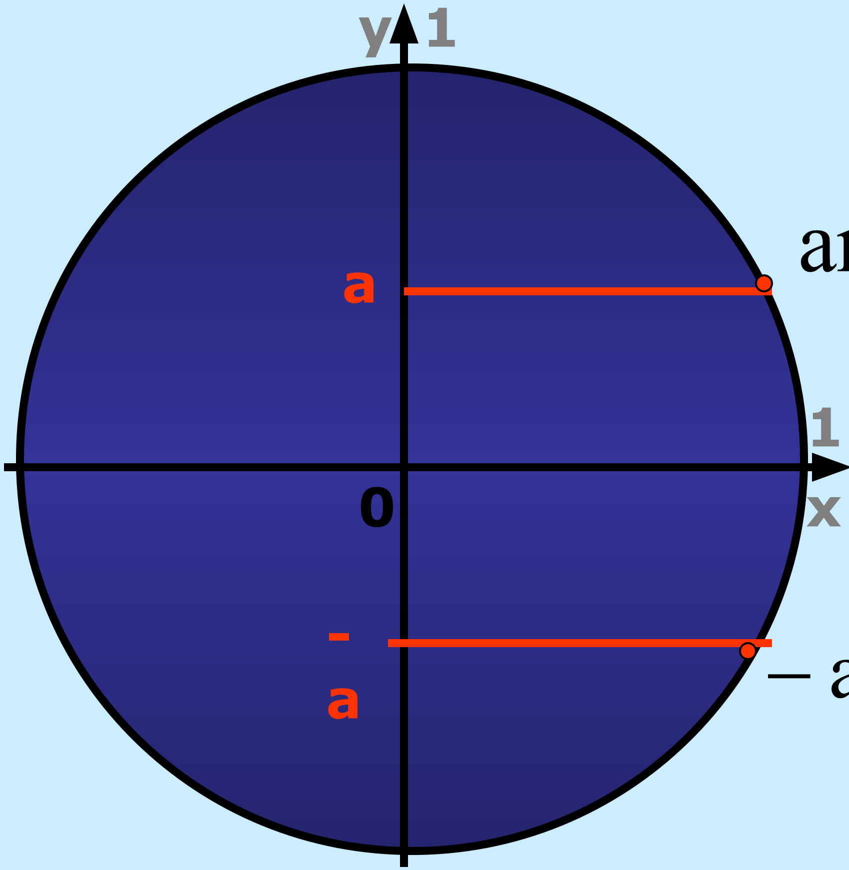
$$\arcsin 0 = 0;$$

т. к. $-\frac{\pi}{2} \le 0 \le \frac{\pi}{2}; \sin 0 = 0.$

$$\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3};$$

т. к. $-\frac{\pi}{2} \le \frac{\pi}{3} \le \frac{\pi}{2}; \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

АРКСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ



$\arcsin a$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$-\arcsin a$

АРКСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

- **Например**

1. $$3\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}-2\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)= 3\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+2\arcsin\frac{1}{2}=$$

$$=3\cdot\frac{\pi}{4}+2\cdot\frac{\pi}{6}= \frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{3}= \frac{13}{12}\pi$$

2. $$\frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-2\arcsin 1+\sqrt{5}\arcsin 0=$$

$$=-\frac{1}{2}\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}-2\cdot\frac{\pi}{2}+\sqrt{5}\cdot 0= -\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{3}-\pi=-\frac{\pi}{6}-\pi=-\frac{7}{6}\pi$$

АРКСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\sin(\arcsin a) = a, \arcsin a \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], a \in [-1;1]$$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$\arcsin(\sin \alpha) = \alpha, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

АРКСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

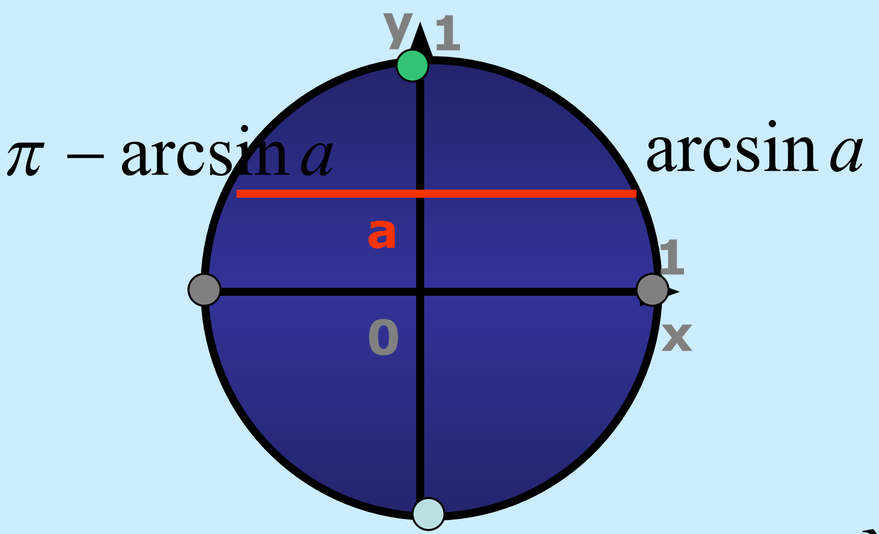
- **Например**

7. $$tg\left(5\cdot\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)= \quad tg\frac{5}{4}\pi = \quad tg\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)= tg\frac{\pi}{4}=1$$

8. $$ctg\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)= \quad \frac{\cos\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)}{\sin\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)}= \quad \frac{\sqrt{1-\frac{1}{9}}}{\frac{1}{3}}=$$

$$\sqrt{\frac{8}{9}}\cdot 3= \quad 2\sqrt{2}$$

Уравнение sinx=a



$$\sin x = a, |a| \le 1$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k \end{array}\right., k \in Z$$

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, k \in Z$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

Уравнение sinx=a

$$x=(-1)^n \arcsin a+\pi n, n\in Z$$

Пусть n-чётное число, n=2k, тогда

$$x=(-1)^{2k}\cdot \arcsin a+2\pi k=\arcsin a+2\pi k, k\in Z$$

Пусть n-нечётное число, n=2k+1, тогда

$$x=(-1)^{2k+1}\cdot \arcsin a+\pi\cdot(2k+1)=\pi-\arcsin a+2\pi k, k\in Z$$

Ита
к

$$\left[\begin{array}{l} x=\arcsin a+2\pi k \\ x=\pi-\arcsin a+2\pi k \end{array}\right., k\in Z$$

Уравнение sinx=a

- **Пример 1.** $\sin 2x = \frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} 2x = \arcsin\frac{1}{2} + 2\pi k \\ 2x = \pi - \arcsin\frac{1}{2} + 2\pi k \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right.$;

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \pi k \\ x = \frac{5\pi}{12} + \pi k \end{array}\right., k \in Z.$$

или

$$2x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n;$$

$$2x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n \;;$$

$$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z.$$

Уравнение sinx=a

Пример 2.

$$\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{4}=\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi k \\ x-\frac{\pi}{4}=\pi-\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi k \end{array}\right.; \qquad \left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{4}=-\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+2\pi k \\ x-\frac{\pi}{4}=\pi+\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+2\pi k \end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ x-\frac{\pi}{4}=\pi+\frac{\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right.; \qquad \left[\begin{array}{l} x=2\pi k \\ x=\frac{3}{2}\pi+2\pi k, k\in Z. \end{array}\right.$$

Уравнение sinx=a

- **Пример 3.**

$$\left(3\sin x-1\right)\cdot\left(2\sin x+1\right)=0$$

$$3\sin x-1=0;$$

$$\sin x=\frac{1}{3};$$

$$x=\left(-1\right)^{n}\arcsin\frac{1}{3}+\pi n, n\in Z.$$

$$2\sin x+1=0;$$

$$\sin x=-\frac{1}{2};$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-\arcsin\frac{1}{2}+2\pi k \\ x=\pi+\arcsin\frac{1}{2}+2\pi k \end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k \\ x=\frac{7}{6}\pi+2\pi k \end{array}\right., k\in Z.$$