



Определенный интеграл

Формула интегрирования по частям

Пример 2

Попова Елена Александровна
К. пед. н., доцент
доцент кафедры ММиИТ ТЭИ,
СФУ
popova_elena15@mail.ru

□ *Формула интегрирования по частям*

$$\int_a^b u \cdot dv = u \cdot v \Big|_a^b - \int_a^b v \cdot du$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx = \left| \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{x}{3} dx, \quad v = 3 \sin \frac{x}{3} \end{array} \right| =$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx = \left| \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{x}{3} dx, \quad v = 3 \sin \frac{x}{3} \end{array} \right| =$$

$$= 3x \cdot \sin \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} - 3 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx =$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx = \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{x}{3} dx, \quad v = 3 \sin \frac{x}{3} \end{array} \right| =$$
$$= 3x \cdot \sin \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} - 3 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx = 3 \cdot \left(\pi \sin \frac{\pi}{3} - 0 \cdot \sin 0 \right) + 9 \cos \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} =$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx = \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{x}{3} dx, \quad v = 3 \sin \frac{x}{3} \end{array} \right| =$$

$$= 3x \cdot \sin \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} - 3 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx = 3 \cdot \left(\pi \sin \frac{\pi}{3} - 0 \cdot \sin 0 \right) + 9 \cos \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} =$$

$$= 3\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 9 \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos 0 \right) =$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx = \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{x}{3} dx, \quad v = 3 \sin \frac{x}{3} \end{array} \right| =$$

$$= 3x \cdot \sin \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} - 3 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx = 3 \cdot \left(\pi \sin \frac{\pi}{3} - 0 \cdot \sin 0 \right) + 9 \cos \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} =$$

$$= 3\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 9 \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos 0 \right) = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2} + 9 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) =$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx = \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{x}{3} dx, \quad v = 3 \sin \frac{x}{3} \end{array} \right| =$$

$$= 3x \cdot \sin \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} - 3 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx = 3 \cdot \left(\pi \sin \frac{\pi}{3} - 0 \cdot \sin 0 \right) + 9 \cos \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} =$$

$$= 3\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 9 \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos 0 \right) = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2} + 9 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{9}{2} =$$

Интегрирование по частям

□ Пример 2. Вычислить:

$$\int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{3} dx = \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{x}{3} dx, \quad v = 3 \sin \frac{x}{3} \end{array} \right| =$$

$$= 3x \cdot \sin \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} - 3 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx = 3 \cdot \left(\pi \sin \frac{\pi}{3} - 0 \cdot \sin 0 \right) + 9 \cos \frac{x}{3} \Big|_0^{\pi} =$$

$$= 3\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 9 \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos 0 \right) = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2} + 9 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{9}{2} = \frac{3\sqrt{3}\pi - 9}{2}.$$