

# Розв'язування тригонометричних рівнянь

---

Краса і багатство тригонометрії – це її формули.

Всі вони використовуються при розв'язуванні рівнянь.

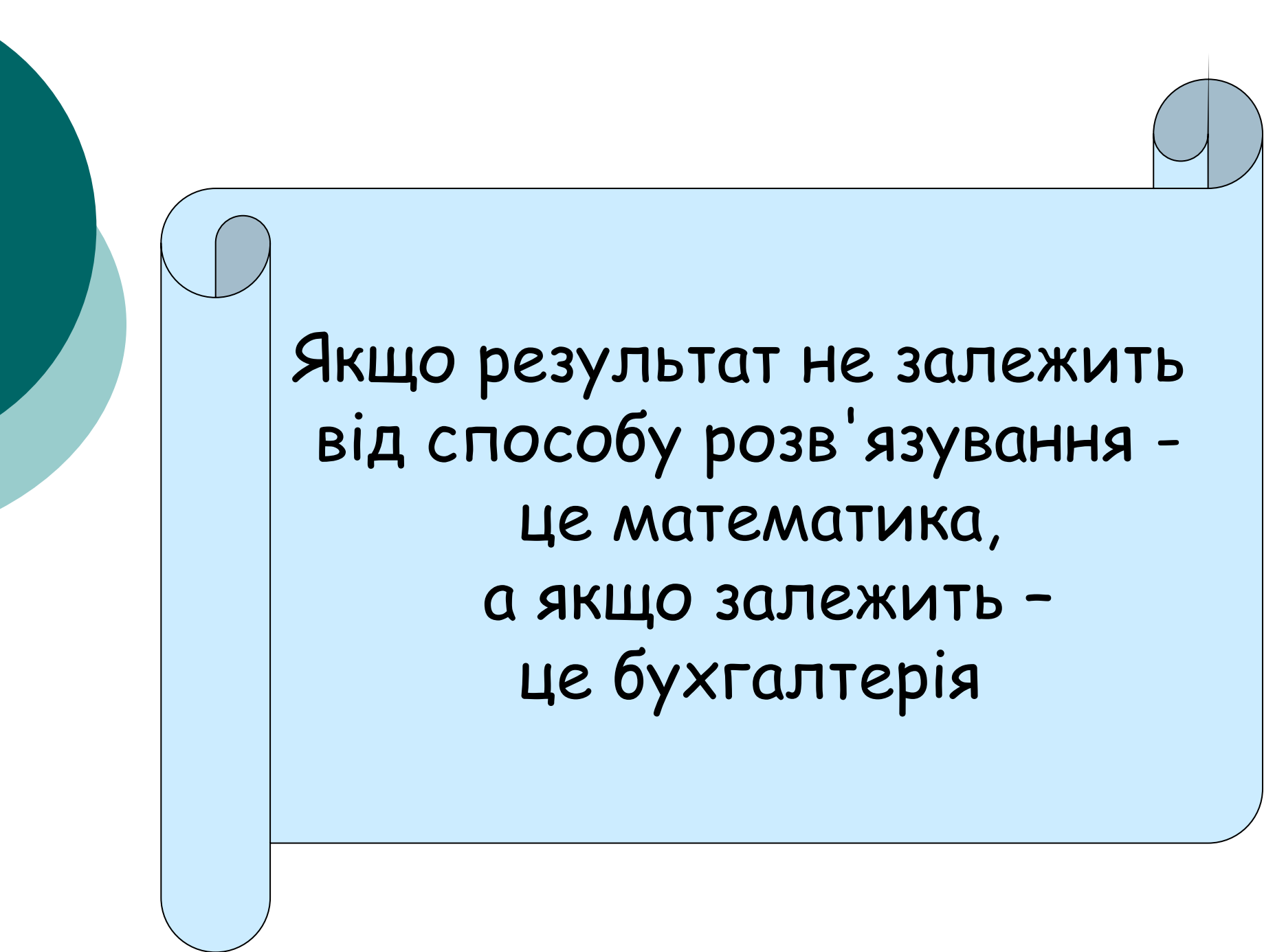
# Знайти відповідність



1 варіант		2 варіант	
1. $\cos x = 1, x =$	a) $\frac{\pi}{4} + \pi n$	1. $\sin x = -1, x =$	a) $\pi + 2\pi n$
2. $\sin^2 x - \cos^2 x =$	б) $\cos^2 x$	2. $\sin x \cos x =$	б) $\cos 2x$
3. $1 - \sin^2 x =$	в) $-\cos x$	3. $\cos^2 2x + \sin^2 2x =$	в) $-1$
4. $\operatorname{tg} x = 1, x =$	г) $2\pi n$	4. $\cos^2 x - \sin^2 x =$	г) $1$
5. $\cos(\pi + x) =$	д) $-\cos 2x$	5. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	д) $-\cos x$
6. $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) =$	е) $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	6. $\cos(x + \pi) =$	е) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
7. $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} =$	ж) $-\cos x$	7. $\cos x = -1, x =$	ж) $\frac{1}{2} \sin 2x$
8. $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$	з) $\frac{1}{2}$	8. $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) =$	з) $-\operatorname{tg} x$
9. $\sin(-\pi) =$	к) $0$	9. $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$	к) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

# Відповідь:

<b>1 варіант</b>	<b>2 варіант</b>
<b>1 - Г</b>	<b>1 - е</b>
<b>2 - Д</b>	<b>2 - Ж</b>
<b>3 - б</b>	<b>3 - Г</b>
<b>4 - а</b>	<b>4 - б</b>
<b>5 - в</b>	<b>5 - з</b>
<b>6 - ж</b>	<b>6 - Д</b>
<b>7 - е</b>	<b>7 - а</b>
<b>8 - з</b>	<b>8 - в</b>
<b>9 - К</b>	<b>9 - К</b>



Якщо результат не залежить  
від способу розв'язування -  
це математика,  
а якщо залежить -  
це бухгалтерія

# Розв'язати рівняння



1)  $\sin \frac{x}{5} = -1;$

2)  $\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 2x - 1 = 0;$

3)  $2 \cos x + 3 = 0;$

4)  $2 \cos \left( \frac{\pi}{3} - \frac{x}{4} \right) = \sqrt{3};$

5)  $\sin^2 x = \frac{1}{4};$

6)  $\sin 4x - \sin 2x = 0;$

7)  $\cos 9x + \cos 5x = \sqrt{3} \cdot \cos 2x;$

8)  $\sin 7x + \sin 3x = 3 \cos 2x;$

9)  $\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin 5x \cdot \sin 3x = 1.$



# Розв'язання рівнянь

---

$$1) \sin \frac{x}{5} = -1.$$

$$\frac{x}{5} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z;$$

$$x = -\frac{5\pi}{2} + 10\pi n, n \in Z.$$

$$\text{Відповідь : } -\frac{5\pi}{2} + 10\pi n, n \in Z.$$

$$3) 2 \cos x + 3 = 0$$

*Відповідь: розв'язків  
немає*

$$2) \sqrt{3} \operatorname{tg} 2x - 1 = 0.$$

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} 2x = 1;$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$2x = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n, n \in Z;$$

$$2x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} \cdot n, n \in Z.$$

$$\text{Відповідь : } \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z.$$

# Алгоритм розв'язування рівняння

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

## 1-й спосіб:

- З'ясувати чи є дане рівняння найпростішим тригонометричним.
- Застосувати формулу пониження степеня

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

- За допомогою тотожних перетворень звести до найпростішого тригонометричного рівняння.
- Записати відповідь.



## 2-й спосіб:

- Ввести нову змінну  $\sin x = t$  і звести дане рівняння до алгебраїчного.
- Пригадати властивості квадратного кореня.
- Розв'язати найпростіше тригонометричне рівняння.
- Записати відповідь.

# Розв'язання (1-й спосіб)

$$\sin^2 x = \frac{1}{4};$$

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{4}; | \cdot 2$$

$$1 - \cos 2x = \frac{1}{2};$$

$$\cos 2x = 1 - \frac{1}{2};$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2};$$

$$2x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z;$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; | : 2$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$$

*Відповідь:*  $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$



# Розв'язання (2-й спосіб)

$$\sin^2 x = \frac{1}{4};$$

Нехай  $\sin x = t$ , тоді  $t^2 = \frac{1}{4}$ .

Звідси  $t = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$ ;  $t = \pm\frac{1}{2}$ , тобто  $t_1 = \frac{1}{2}$  і  $t_2 = -\frac{1}{2}$ .

Маємо:

$$1) \sin x = \frac{1}{2};$$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in Z;$$

$$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

$$2) \sin x = -\frac{1}{2};$$

$$x = (-1)^n \cdot \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n, n \in Z;$$

$$x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

Відповідь:  $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ .



# Скласти алгоритм розв'язування рівняння $\sin 4x - \sin 2x = 0$

- Застосувати формулу синуса подвійного кута.
- Винести спільний множник за дужки.
- За допомогою тотожних перетворень звести до найпростішого тригонометричного рівняння.
- Записати відповідь.
- Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.
- Застосувати формулу перетворення суми (різниці) тригонометричних функцій у добуток.
- Розв'язати найпростіше тригонометричне рівняння.



# Алгоритм розв'язування рівняння $\sin 4x - \sin 2x = 0$

## 1-й спосіб:

- Застосувати формулу синуса подвійного кута.
- Винести спільний множник за дужки.
- Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.
- За допомогою тотожних перетворень звести до найпростішого тригонометричного рівняння.
- Записати відповідь.

## 2 – спосіб:

- Застосувати формулу перетворення суми(різниці) тригонометричних функцій у добуток.
- Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.
- Розв'язати найпростіше тригонометричне рівняння.
- Записати відповідь.

# Розв'язання рівняння $\sin 4x - \sin 2x = 0$

1 спосіб:

$$\sin 4x - \sin 2x = 0;$$

$$2 \sin 2x \cdot \cos 2x - \sin 2x = 0;$$

$$\sin 2x \cdot (2 \cos 2x - 1) = 0;$$

$$\sin 2x = 0 \quad \text{або} \quad 2 \cos 2x - 1 = 0$$

$$2x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \cos 2x = \frac{1}{2};$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad 2x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; | : 2$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2 спосіб:

$$\sin 4x - \sin 2x = 0;$$

$$2 \sin \frac{4x-2x}{2} \cdot \cos \frac{4x+2x}{2} = 0;$$

$$2 \sin x \cdot \cos 3x = 0;$$

$$\sin x = 0 \quad \text{або} \quad \cos 3x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 3x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

# Підсумок уроку

---



- **Про що ви дізналися на уроці?**
- **Які способи розв'язування тригонометричних рівнянь ви запам'ятали?**
- **Під час виконання яких завдань ви відчули труднощі?**



Якщо ви не той, хто на вершині, це  
не значить, що ви той, хто внизу

---



Дякую за співпрацю та старання!

