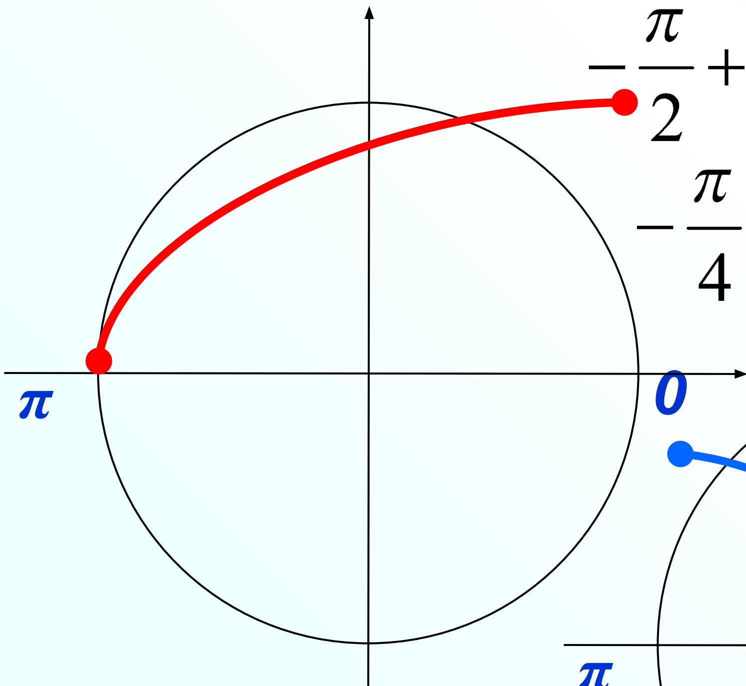
а). Решите уравнение $\sqrt{\sin x} = \sqrt{\cos 2x}$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$

Найдем ОДЗ для уравнения (область допустимых значений уравнения)

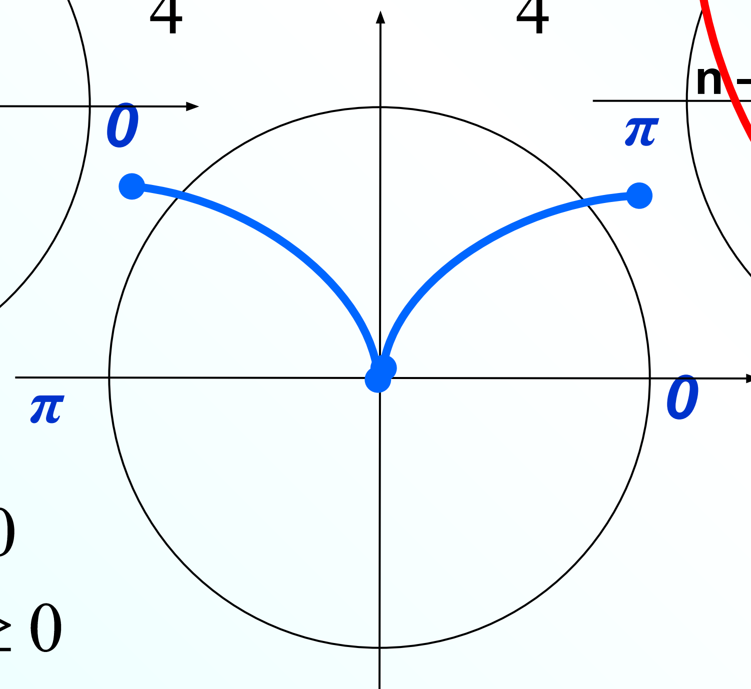
$$\sin x \ge 0$$

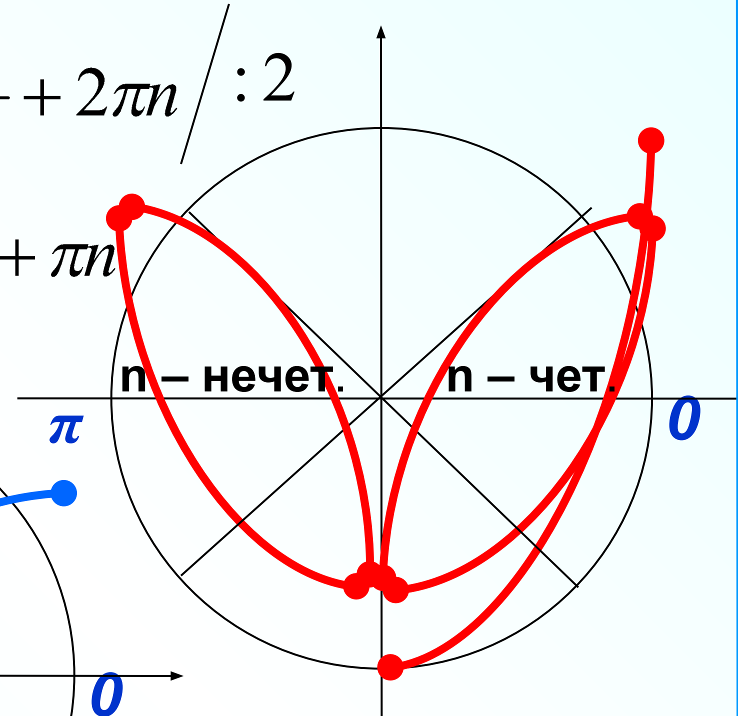


$$\cos 2x \ge 0$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n \le 2x \le \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad \Big/ :2$$

$$-\frac{\pi}{4} + \pi n \le x \le \frac{\pi}{4} + \pi n$$





Для аргумента 2x

$$\begin{cases} \sin x \ge 0 \\ \cos 2x \ge 0 \end{cases}$$

а). Ре... $= \sqrt{\cos 2x}$

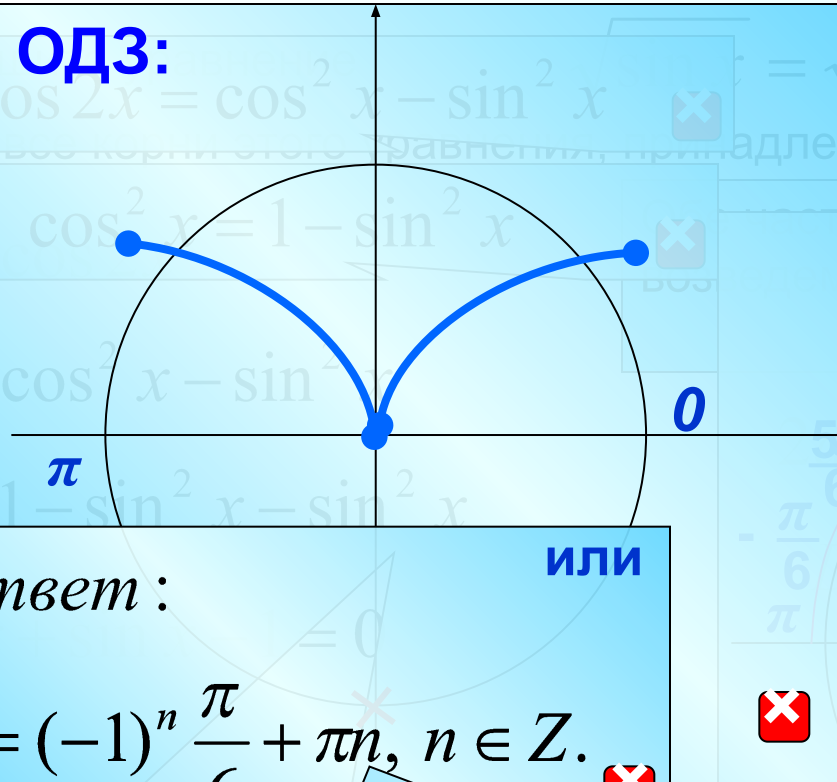
б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$

ОДЗ:

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

...части неотрицательны, возведем в квадрат



$\sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$

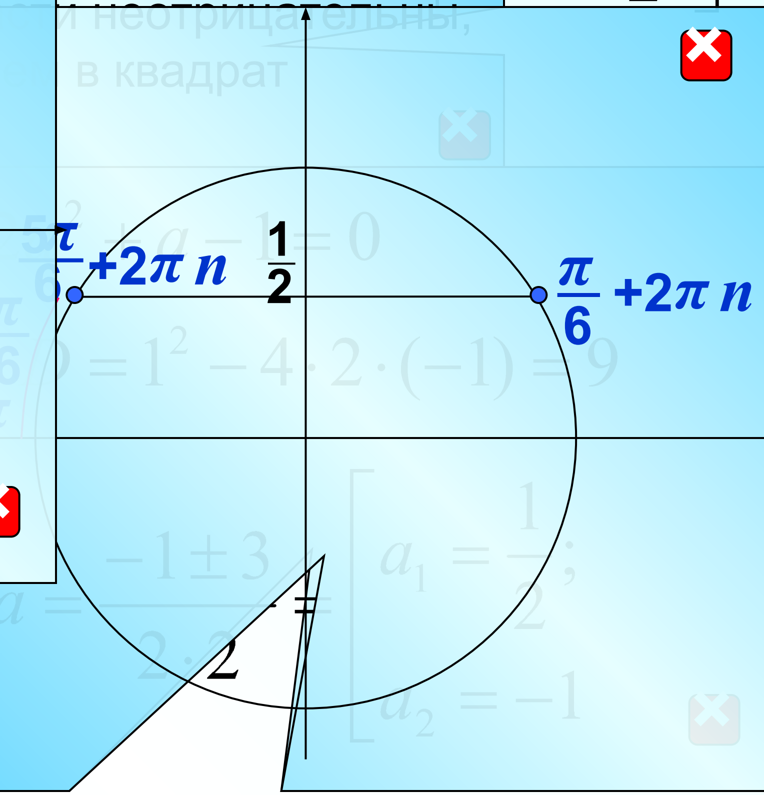
$\sin x = 1 - \sin^2 x - \sin^2 x$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$D = 1^2 - 4\cdot 2\cdot(-1) = 9$

$a = \frac{-1 \pm 3}{2\cdot 2}$

$a_1 = \frac{1}{2}; \quad a_2 = -1$



Ответ:

$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z.$

или

$\sin x = -1$ *не удовл. ОДЗ*

$\sin x = \frac{1}{2}$

Нам будет удобно записать решение в виде **двух множеств**,

а). $\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \quad \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in Z.$

Отбор корней с помощью решения неравенств

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$

n=1

$$\boxed{x=\frac{\pi}{6}+2\pi n}$$

$$\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right] \quad \le \quad \le \quad \Big/ :\pi$$

$$2\le\frac{1}{6}+2n\le\frac{7}{2}\ \Big/ -\frac{1}{6}$$

$$\frac{11}{6}\le 2n\le\frac{20}{6}\ \Big/ :2$$

$$\frac{11}{12}\le n\le\frac{20}{12}$$

$$n=1,\quad x=\frac{13\pi}{6}$$

n=1

$$\boxed{x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n}$$

$$\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right] \quad \le \quad \le \quad \Big/ :\pi$$

$$2\le\frac{5}{6}+2n\le\frac{7}{2}\ \Big/ -\frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{6}\le 2n\le\frac{16}{6}\ \Big/ :2$$

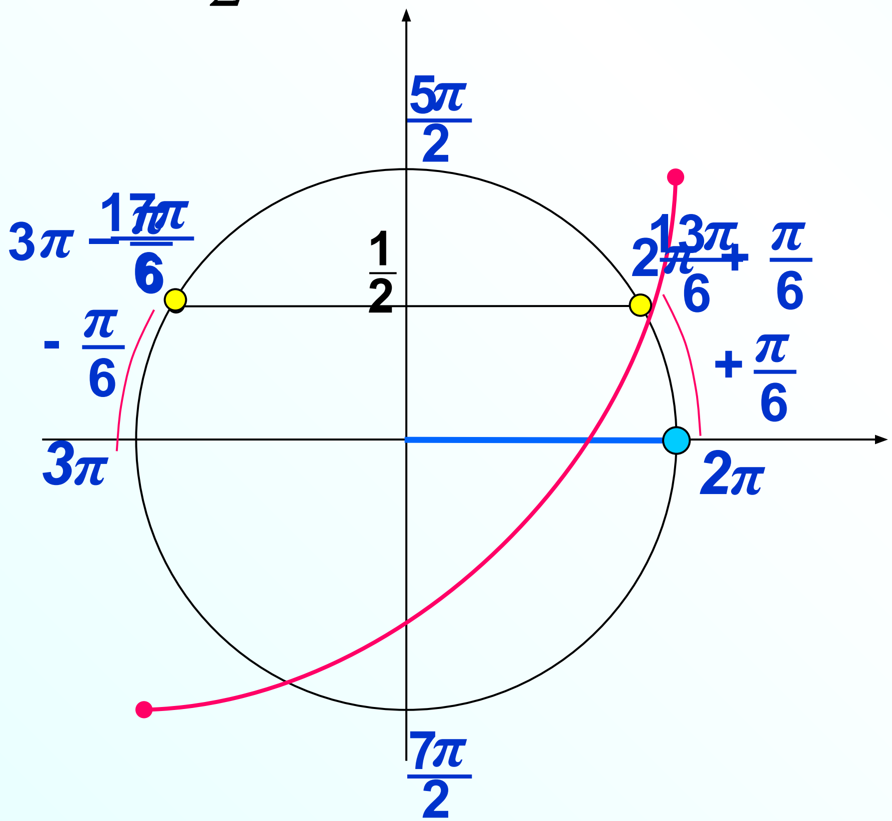
$$\frac{7}{12}\le n\le\frac{16}{12}$$

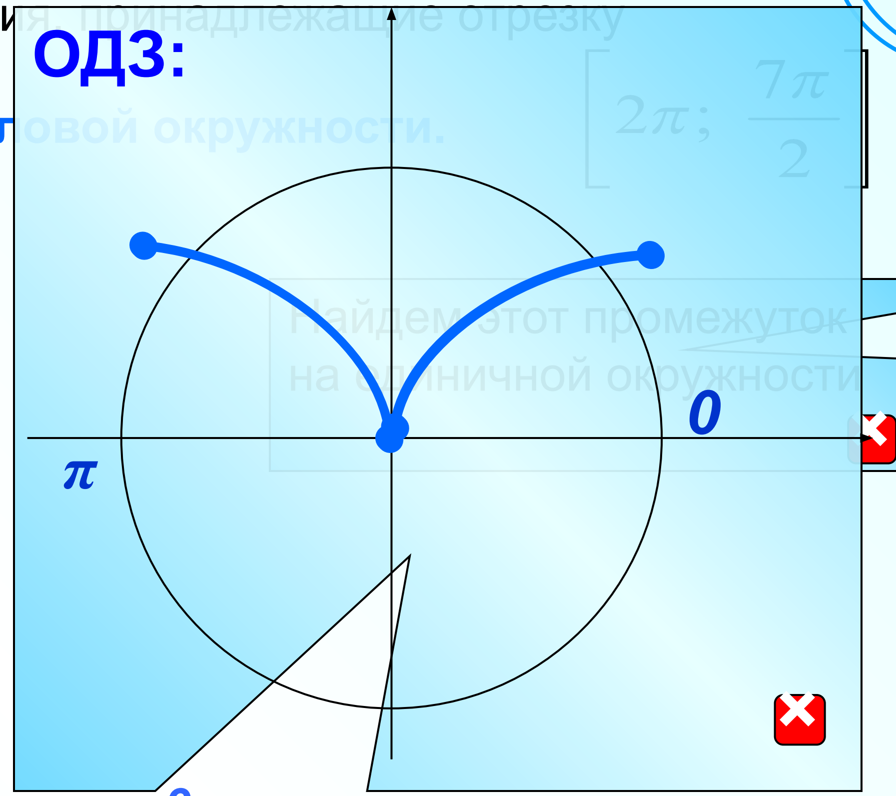
$$n=1,\quad x=\frac{17\pi}{6}$$

б). Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$

Отбор корней с помощью числовой окружности.

$$\sin x = \frac{1}{2}$$





$$2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}.$$

$$3\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{18\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{17\pi}{6}.$$

б). $\frac{13\pi}{6};\ \frac{17\pi}{6}$