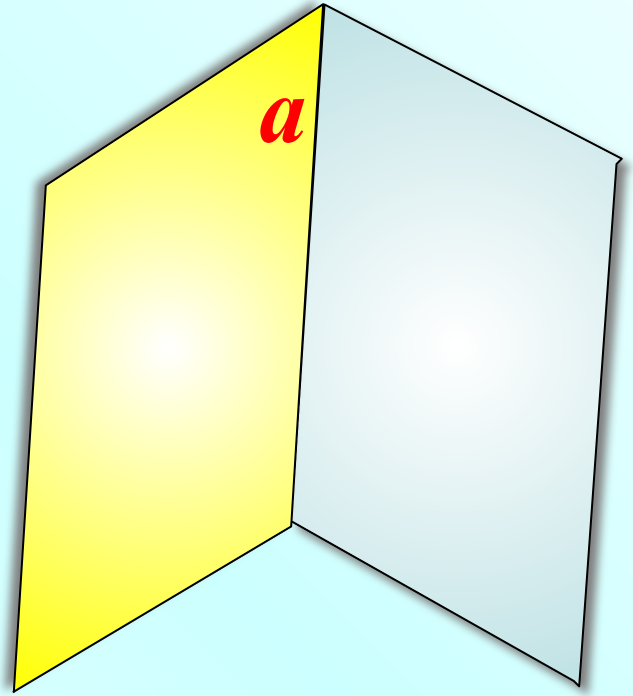
Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *a* и двумя полуплоскостями с общей границей *a*, не принадлежащими одной плоскости.

Прямая *a* – ребро двугранного угла

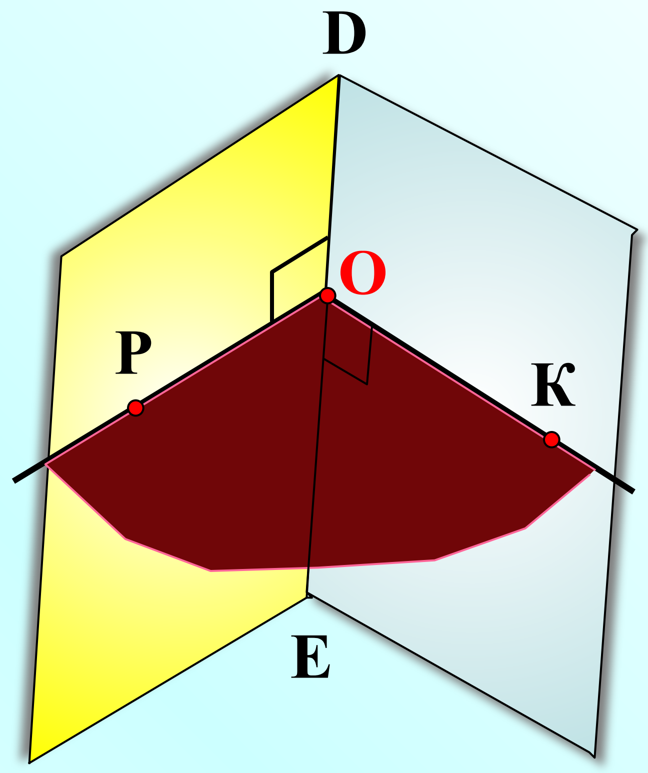


Две полуплоскости – грани двугранного угла

Алгоритм построения линейного угла.

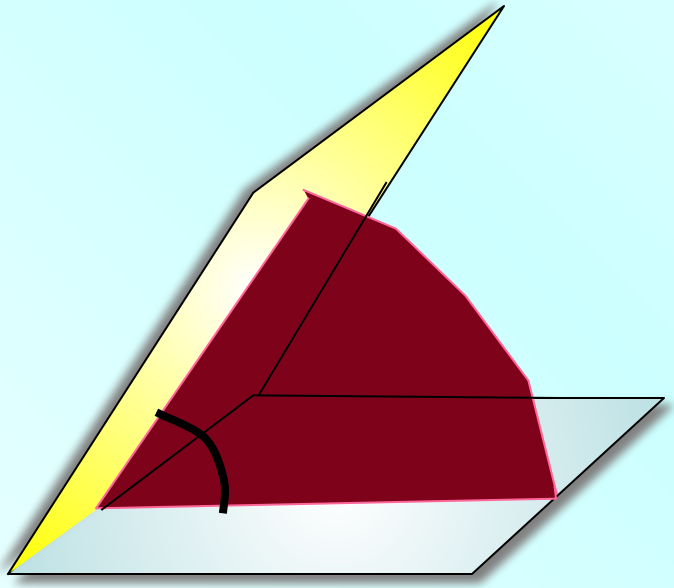
Угол РОК – линейный угол двугранного угла РDЕК.

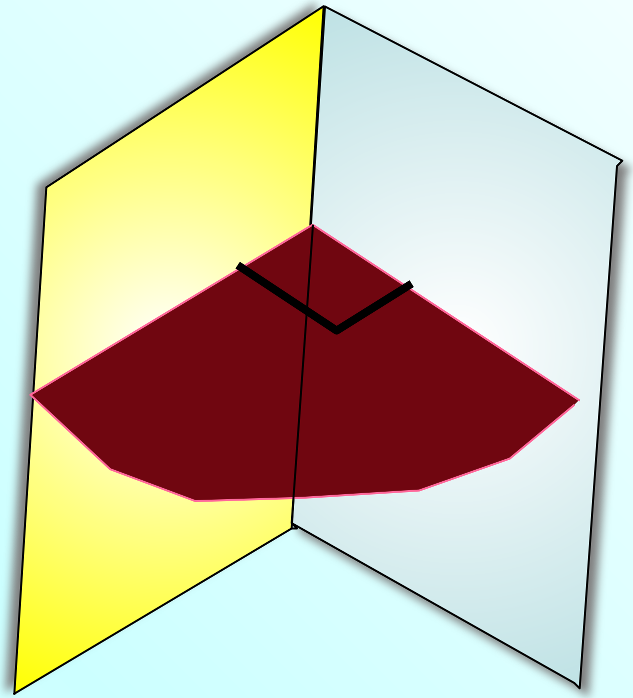
Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.

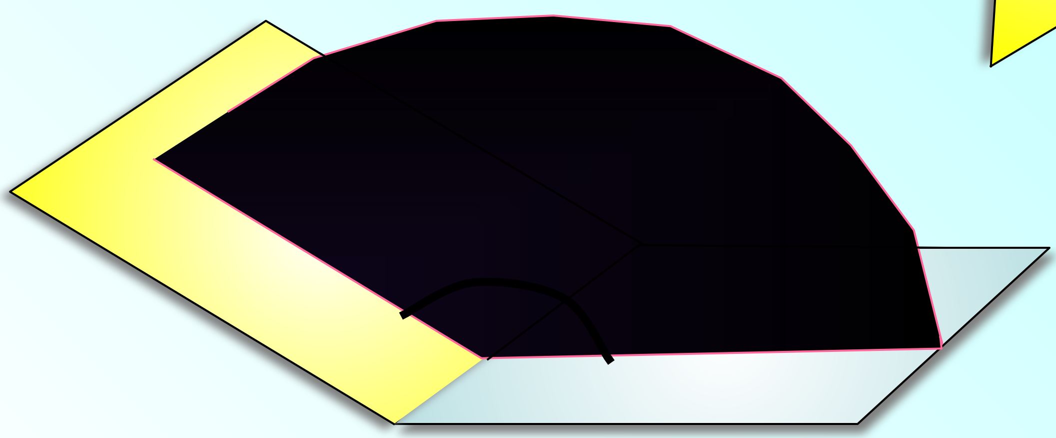


Плоскость линейного угла $(POK) \perp DE$

Двугранный угол может быть прямым, острым, тупым







Трехгранные и многогранные углы

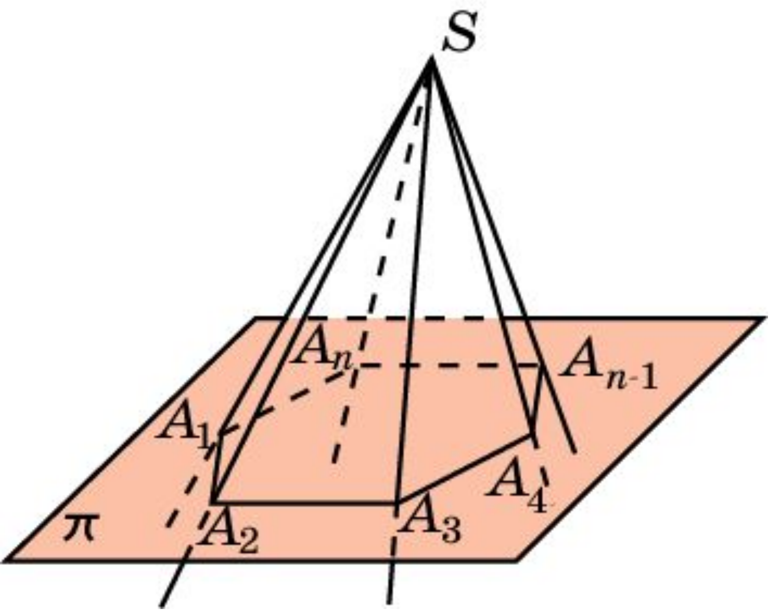
Цели:

- ввести определение трехгранного и многогранного углов;

-познакомиться с различными видами многогранных углов;

-изучить свойства многогранных углов и научиться их применять при решении задач.

МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ

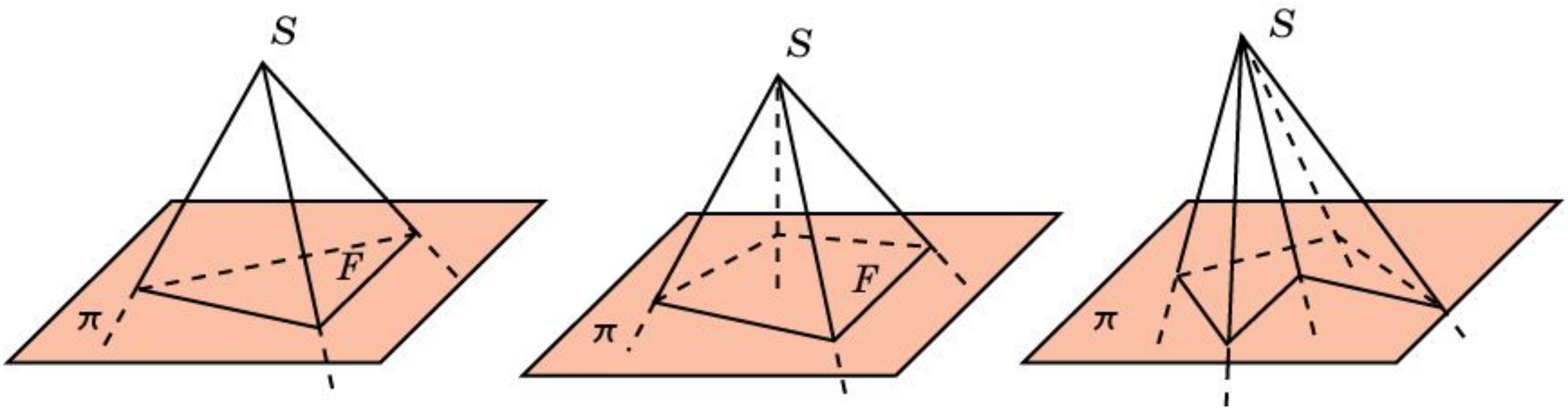


Поверхность, образованную конечным набором плоских углов A_1SA_2, A_2SA_3, …, $A_{n-1}SA_n$, A_nSA_1 с общей вершиной S, в которых соседние углы не имеют общий точек, кроме точек общего луча, а не соседние углы не имеют общих точек, кроме общей вершины, будем называть многогранной поверхностью.

Фигура, образованная указанной поверхностью и одной из двух частей пространства, ею ограниченных, называется многогранным углом. Общая вершина S называется вершиной многогранного угла. Лучи SA_1, …, SA_n называются ребрами многогранного угла, а сами плоские углы A_1SA_2, A_2SA_3, …, $A_{n-1}SA_n$, A_nSA_1 – гранями многогранного угла. Многогранный угол обозначается буквами $SA_1…A_n$, указывающими вершину и точки на его ребрах.

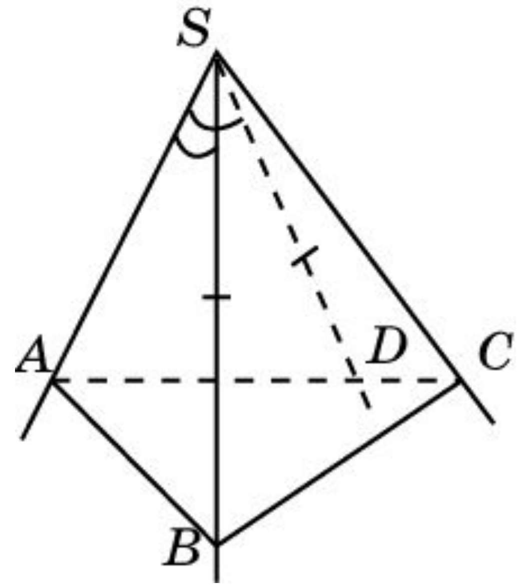
МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ

В зависимости от числа граней многогранные углы бывают трехгранными, четырехгранными, пятигранными и т. д.



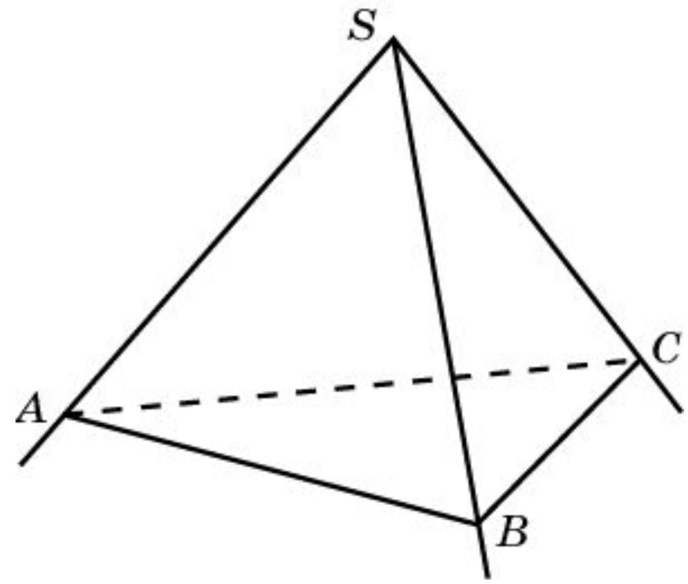
ТРЕХГРАННЫЕ УГЛЫ

Теорема. Всякий плоский угол трехгранного угла меньше суммы двух других его плоских углов.



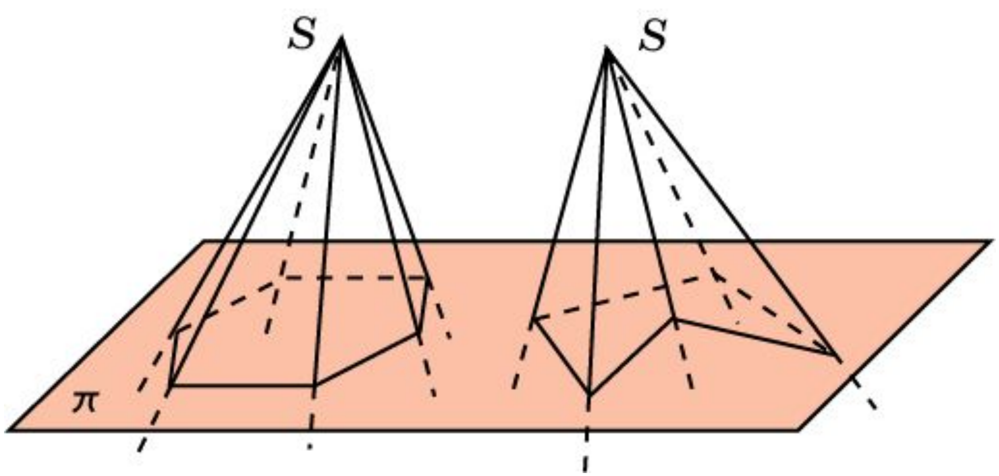
ТРЕХГРАННЫЕ УГЛЫ

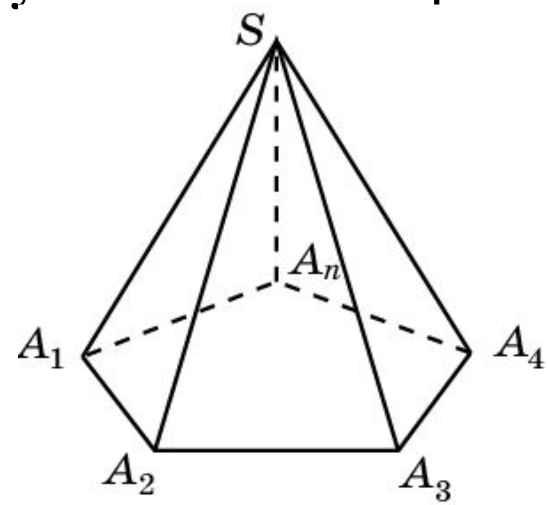
Свойство. Сумма плоских углов трехгранного угла меньше 360°.



ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ

Многогранный угол называется выпуклым, если он является выпуклой фигурой, т. е. вместе с любыми двумя своими точками целиком содержит и соединяющий их отрезок. На рисунке приведены примеры выпуклого и невыпуклого многогранных углов.

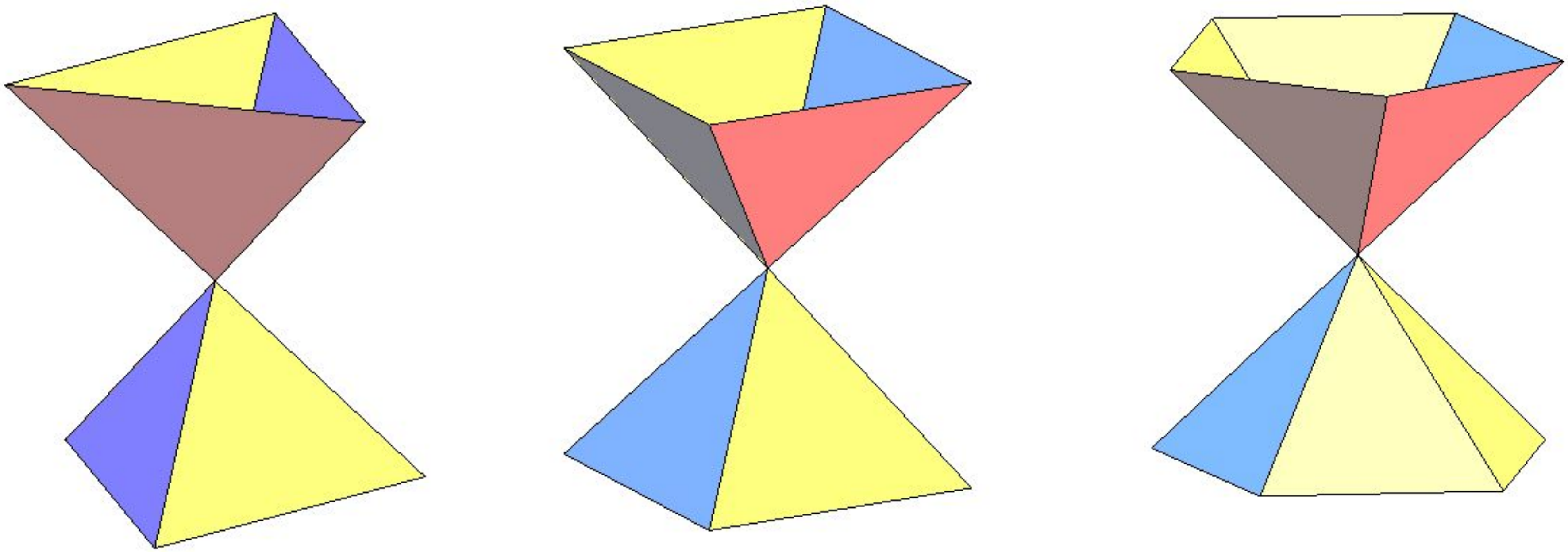




Свойство. Сумма всех плоских углов выпуклого многогранного угла меньше 360°.

Вертикальные многогранные углы

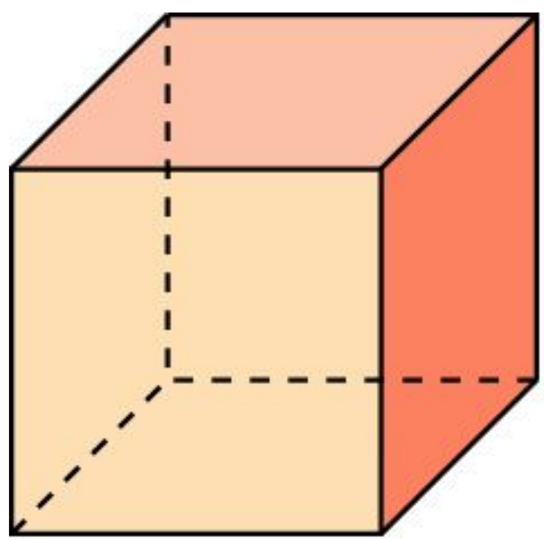
На рисунках приведены примеры трехгранных, четырехгранных и пятигранных вертикальных углов

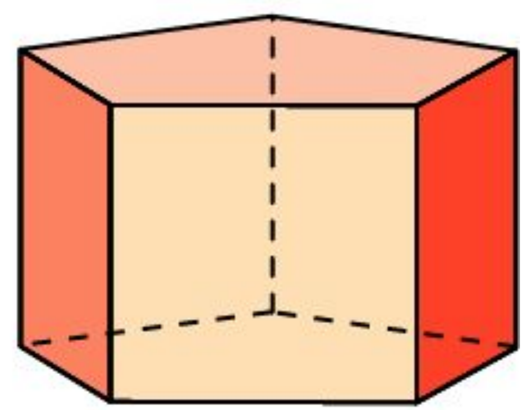


Теорема. Вертикальные углы равны.

Измерение многогранных углов

Поскольку градусная величина развернутого двугранного угла измеряется градусной величиной соответствующего линейного угла и равна 180°, то будем считать, что градусная величина всего пространства, которое состоит из двух развернутых двугранных углов, равна 360°. Величина многогранного угла, выраженная в градусах, показывает какую часть пространства занимает данный многогранный угол. Например, трехгранный угол куба занимает одну восьмую часть пространства и, значит, его градусная величина равна 360°:8 = 45°. Трехгранный угол в правильной *n*-угольной призме равен половине двугранного угла при боковом ребре. Учитывая, что этот двугранный угол равен $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$, получаем, что трехгранный угол призмы равен $\frac{90^\circ(n-2)}{n}$.





Домашнее задание

Упражнение 1

Может ли быть трехгранный угол с плоскими углами: а) 30°, 60°, 20°; б) 45°, 45°, 90°; в) 30°, 45°, 60°?

Упражнение 3

Два плоских угла трехгранного угла равны 70° и 80°. В каких границах находится третий плоский угол?

4. Найдите угол ABD многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.