Уважаемые студенты групп 11, 12, 14, 18!

Внимательно прочитайте требования к выполнению!

1. Решения присылать строго с 15.00 до 21.00, до 21.05 включительно, в любой день, не позже. Не ждать конца срока, постараться выслать как можно раньше.
2. Новое задание будет размещено в проколледже 23.05.20., в 15.00.
3. Каждое, не только в начале переписки, а каждое своё сообщение начинаете со своей фамилии и номера группы.
4. Фото делать не боком.
5. Оценки передам старостам, каждому индивидуально сообщать не буду.

Задание на период 19.05.20-21.05.20

1. Ознакомиться с презентацией: «Корни, степени», необходимую информацию переписать в тетрадь.
2. Ознакомиться с документом: «Решение задания 6».
3. Выкладываю также файл: «Формулы,» где собраны все основные формулы для решения математических заданий.
4. Примеры из Задания 7 (№7-№15) выполнить в тетради.
5. Отправить фото решений примеров из Задания 7 (№7-№15) мне, Серебренниковой С.В. в ВК.

Государственная итоговая аттестация будет проходить следующим образом:

Вместо экзамена будет проведена Итоговая контрольная работа. Дистанционно. Запланирована она на 11 июня во всех группах 1 курса. Начало 9.00. условия и правила проведения будут сообщены позже.

Итоговая оценка будет складываться из трёх: 1 семестр, 2 семестр, Итоговая контрольная работа. Все три оценки имеют равный вес.

Итоги за второй семестр по текущим оценкам:

Среднее арифметическое 2,75-3,74 оценка «3»;

Среднее арифметическое 3,75-4,74 оценка «4»;

Среднее арифметическое 4,75-5,00 оценка «5».

Все н с начала карантина изменю на «3». Это общее требование.

В этом задании мы продолжим подготовку к Итоговой контрольной работе, а ,именно, рассмотрим темы : «Корни, степени»

Обобщение понятия степени

Корень n-ой степени и его свойства

Определение

- Арифметическим корнем **n-ой** степени из числа **a** называют неотрицательное число, **n-я** степень которого равна **a**

Свойства арифметического корня n-ой степени

Для любого натурального n, целого k и любых неотрицательных чисел a и b выполняются равенства:

$$1. \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$$

$$3. \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}, (k > 0)$$

$$4. \sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}, (k > 0)$$

$$5. \sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k, (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0)$$

Иррациональные уравнения

Определение:

Уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня, называются **иррациональными**.

$$x + \sqrt{x} = 2 \qquad 3\sqrt{x+5} = x + 2$$

Выбрать иррациональное уравнение:

$\sqrt{x-1} = 3$	$\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$	$\sqrt{3}y - 4 = 5$
$y^2 + 3y\sqrt{2} = 4$	$\sqrt{6y} = 0$	$\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$
$x + \sqrt{x^2+9} = 2$	$\sqrt[3]{x-9} = -3$	$\sqrt{x} = x - 2$

Степень нечетная

Решим уравнение:

$$x-1=\sqrt[3]{x^2-x-1},$$

$$(x-1)^3=x^2-x-1,$$

$$\downarrow$$

$$x=0, x=2$$

Проверка не нужна!

Решение иррациональных уравнений с радикалами чётной степени

Решим совместными усилиями иррациональное $\sqrt{x+12}-x=0.$
уравнение:

Решение:

Уединим радикал : $\sqrt{x+12}=x.$

Возведем обе части уравнения в квадрат: $\left(\sqrt{x+12}\right)^2=x^2.$

Решим полученное уравнение:

$x^2-x-12=0.$ *Тогда* $D=49,\ x=-3,\ x=4.$

Проверка: $-3:\ \sqrt{-3+12}-(-3)=0,$

$\sqrt{9}+3=0$

6=0 – не верно, т.е. -3 посторонний корень

$4:\ \sqrt{4+12}-4=0,$

$\sqrt{16}-4=0,$

$4-4=0;$

$0=0$ - верно,

Ответ: 4

Степень с рациональным показателем

Определение

Степенью числа $a > 0$ *с рациональным показателем* $r = \frac{m}{n}$,

где m – *целое число, а* n – *натуральное* $(n > 1)$,

называется число $\sqrt[n]{a^m}$.

Итак, по определению

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Свойства степеней

Для любых положительных ***a*** и ***b***
и любых рациональных чисел ***r*** и ***s***
справедливы равенства:

1⁰. $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$;

2⁰. $a^r : a^s = a^{r-s}$;

3⁰. $(a^r)^s = a^{rs}$;

4⁰. $(ab)^r = a^r \cdot b^r$;

5⁰. $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

Показательная функция

Определение показательной функции

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Функция вида $y = a^x$, $a > 0, a \neq 1$

называется **показательной** ***с основанием*** a.

Замечание.

Вместе с функцией $y=a^x$ ***показательной считают и функцию вида*** $y=Ca^x$, ***где C- некоторая постоянная.***

Показательная функция

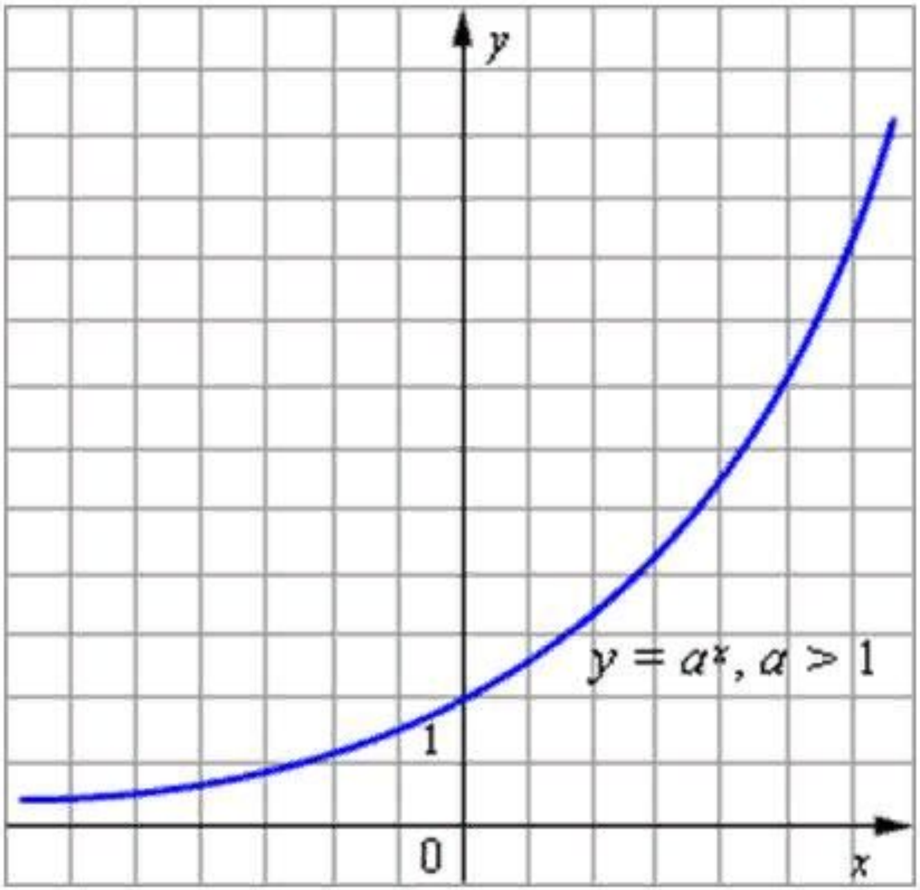

График показательных функций с основанием **$a > 1$** изображены на рисунке.

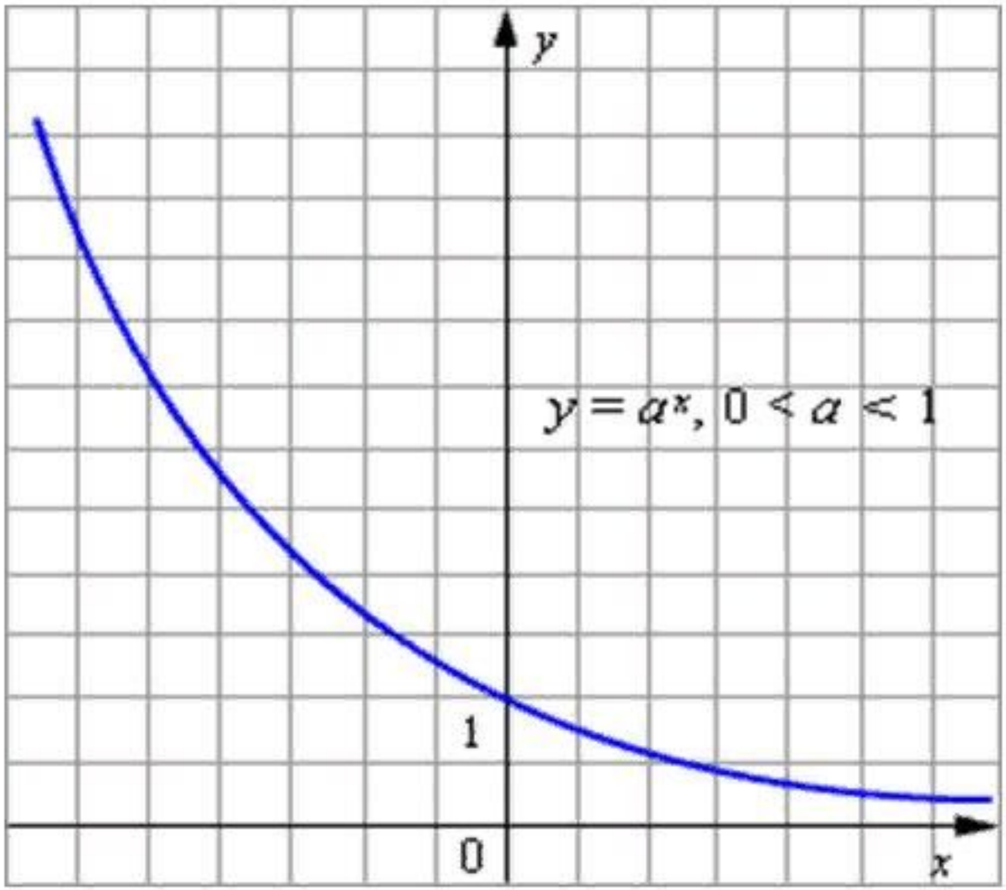

График показательных функций с основанием **$0 < a < 1$** изображены на рисунке.

Решение показательных уравнений и неравенств

Приведение к виду $a^{f(x)} = a^c$

$2^x \cdot 8^x - 3 = 1$

$2^x \cdot 2^{3x} = 4$

$\boxed{2^{4x}} = \boxed{2^2}$

$4x = 2, \quad x = 0{,}5$

Вынесение за скобку общего множителя

$3^x + 3^{x+2} = 90$

$3^x + 3^x \cdot 3^2 = 90$

$\boxed{3^x} \cdot (1 + 9) = 90$

$3^x = 9, \quad x = 2$

Замена переменной

$25^x - 2 \cdot 5^x - 15 = 0$

$\boxed{5^x = y}$

$y^2 - 2y - 15 = 0$

$y_1 = 5, \quad y_2 = -3$

$5^x = 5, \quad x = 1$

$5^x = -3$ решений нет

Логарифмирование обеих частей уравнения

$3^x = 2^{x^2}$

$\boxed{\log_2(3^x) = \log_2(2^{x^2})}$

$x \log_2 3 = x^2$

$x(\log_2 3 - x) = 0$

$x_1 = 0, \quad x_2 = \log_2 3$

3. Введение новой переменной

$$4^{2x} - 5 \cdot 4^{x} + 4 = 0$$

Пусть $4^{x} = t$

Тогда уравнение примет вид: $t^{2} - 5t + 4 = 0$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$t_1 = \dfrac{5+3}{2} = 4$ $\qquad$ $t_2 = \dfrac{5-3}{2} = 1$

$4^{x} = 4$ $\qquad$ $4^{x} = 1; \quad 4^{x} = 4^{0}$

$x = 1$ $\qquad$ $x = 0$

Ответ: $x = 1; \; x = 0.$

Решите показательные уравнения и неравенства

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$

б) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$

в) $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

г) $2^{x^2+2x-0,5} = 4\sqrt{2}$

д) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \rangle 1$

е) $\left(\sqrt{6}\right)^x \le \frac{1}{36}$

з)решить графически

1) $4^x + 1 = 6 - x$

2) $2^x \le 3 - x$

Решение простейших показательных неравенств

$$a > 0, \;\; a \neq 1$$

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}$$

$$a > 1 \qquad\qquad 0 < a < 1$$

$$f(x) > g(x) \qquad\qquad f(x) < g(x)$$

Знак неравенства

Сохраняется

Меняется

Решение показательных неравенств

__Метод:__ Замена переменной

$$3\cdot 9^x + 11\cdot 3^x < 4$$

$$3\cdot 3^{2x} + 11\cdot 3^x - 4 < 0$$

$$3^x = t \quad (t > 0)$$

$$3t^2 + 11t - 4 < 0$$

$$D = 11^2 - 4\cdot 3\cdot(-4) = 121 + 48 = 169 = 13^2$$

$$t_1 = \frac{-11+13}{2\cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = \frac{-11-13}{6} = \frac{-24}{6} = -4$$

$$3(t+4)\left(t - \frac{1}{3}\right) < 0$$

$$0 < t < \frac{1}{3}; 0 < 3^x < \frac{1}{3}$$

$$3^x < 3^{-1};$$

3>1, то $x < -1.$

Ответ: $x < -1.$

Решение №1-№6 из задания 7

1) $\frac{\left(8^2\cdot\sqrt[3]{8^4}\right)^9}{2}\cdot 8^6 =$

$= \frac{\left(8^2\cdot 8^{\frac{4}{3}}\right)^9}{2}\cdot 8^6 = \frac{8^{\left(2+\frac{4}{3}\right)\cdot 9}}{2}\cdot 8^6 =$

$= \frac{8^{\frac{10}{3}\cdot 9}}{2}\cdot 8^6 = \frac{8^{30}}{2}\cdot 8^6 = \frac{8^{30+6}}{2} = \frac{8^{36}}{2}.$

2) $\sqrt[3]{\frac{343}{8}\cdot\frac{27}{125}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{2^3}\cdot\frac{3^3}{5^3}} = \frac{7\cdot 3}{2\cdot 5} = \frac{21}{10}$

3) $\sqrt{2x+3} = 6-x$

возводим обе части уравнение в квадрат!

$$\left(\sqrt{2x+3}\right)^2 = (6-x)^2$$

$$2x+3 = 6^2 - 12x + x^2$$

$$36 - 12x + x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0$$

$$D = 14^2 - 4 \cdot 33 = 196 - 132 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm 8}{2} = 11,\ 3.$$

но это не ответ, т.к. подкоренное выражение и то, чему равен корень должны быть > 0.

ОДЗ: $\begin{cases} 2x+3 > 0 \\ 6-x > 0 \end{cases}$

11: $2 \cdot 11 + 3 > 0$ в

$6 - 11 > 0$ н.

3: $2 \cdot 3 + 3 > 0$ в.

$6 - 3 > 0$ в

ответ: $\underline{x = 3}$.

4) $3^{6-x}=27$.

$3^{6-x}=3^{3}$

$6-x=3$

$-x=-3$

$x=3$. Ответ: $x=3$.

5) $4^{x}-2^{x+1}=3$

$2^{2x}-2^{x}\cdot 2^{1}-3=0$

$(2^{x})^{2}-2\cdot 2^{x}-3=0$.

делаем замену: $2^{x}=y$

$y^{2}-2y-3=0$

$y_{1,2}=-1;\ 3$.

значит: $2^{x}=-1$ или $2^{x}=3$.

нет решений $2^{x}>0$.

$x=\log_{2}3$.

логарифмы ещё повторим.

6) $3^{3x+1}\le 81$

$3^{3x+1}\le 3^{3}$

Вспомним, что если $a>1$, то знак не меняется,

если $0<a<1$, то меняется

$a=3>1 \Rightarrow$ зн. не мен.

$3x+1\le 3$

$3x\le 2$

$x\le \frac{2}{3}$

Ответ: $x\in\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$