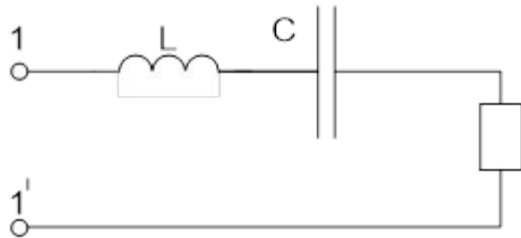


Двухполюсники

Цепи с сосредоточенными параметрами и рассредоточенными параметрами



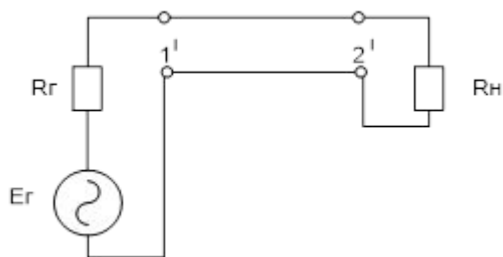
Если индуктивность сосредоточена в L элементах, а емкость в C , потери в R и $L_c \ll \lambda_p$, то это будет цепь сосредоточенными параметрами.

L_c - длина соединительных проводов.

λ_p – длина волны.

Главным свойством таких цепей: Если привести сечения в разных областях проводов, то ток в любом сечении один и тот же.

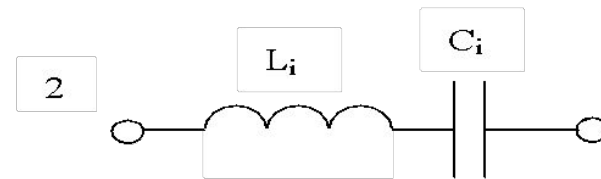
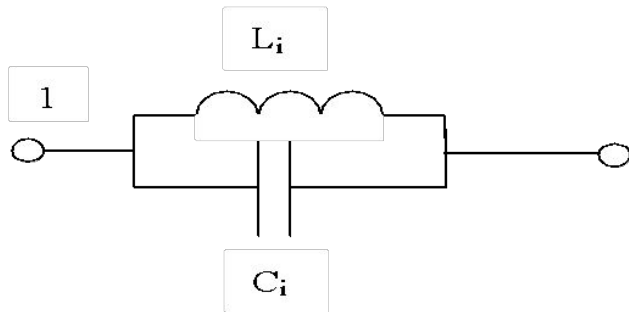
К цепям с распределенными параметрами относятся: электрическая линия, протяженностью $L \approx \lambda$. Параметры R, L, C, G – распределении по всей длине



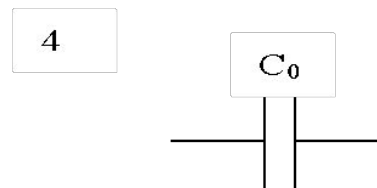
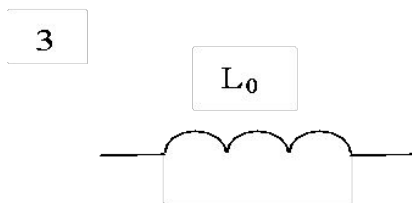
В цепи с **сосредоточенными** параметрами в любом сечении в один и тот же момент времени будет один и тот же ток,
а в цепи с **распределенными** параметрами в разных сечениях в один и тот же момент времени будет разный ток.

Реактивные двухполюсники

Различают следующие Канонические схемы Д: две схемы Фостера, две схемы Кауэра. Отличием канонических схем является то что они не содержат сокращаемых элементов. Схемы двухполюсников строятся на основании звеньев второго порядка:

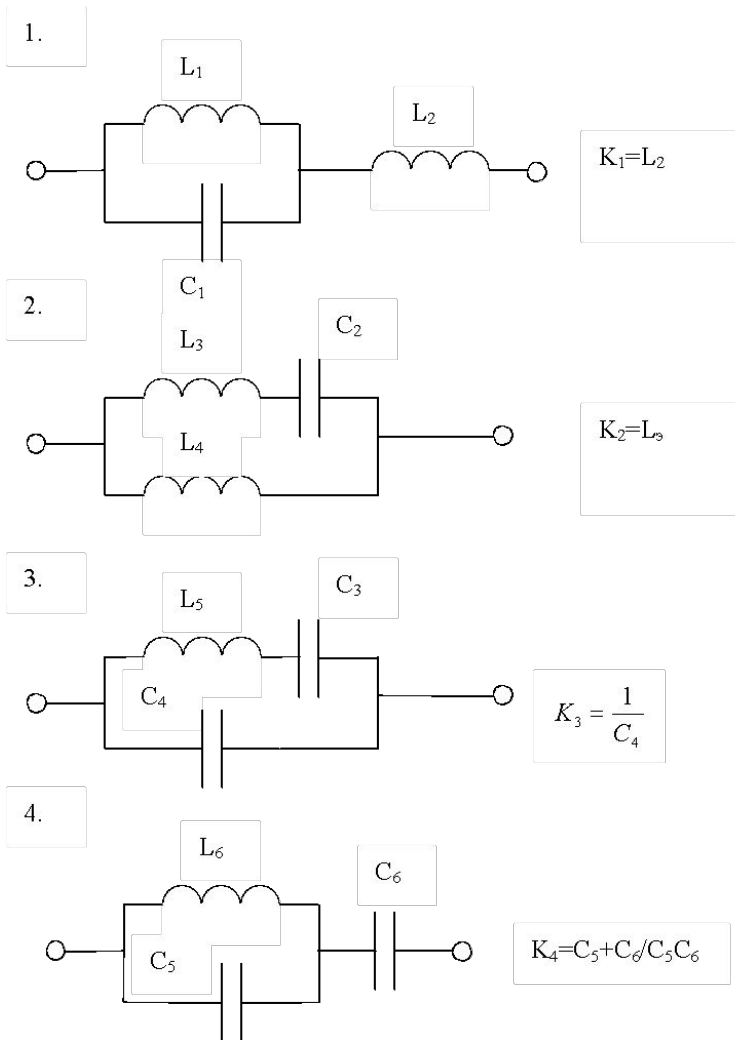


Существуют также и неполные (выраженные) контура:



Формула Фостора

$$Z = (j\omega)^{\pm 1} (-1)^{n-1} k \frac{\prod (\omega^2 - \omega_1^2) \dots (\omega^2 - \omega_i^2)}{\prod (\omega^2 - \omega_1^2) \dots (\omega^2 - \omega_\xi^2)} \quad (3.3)$$



Обратные Двухполюсники

Обратные двухполюсники – такие Д у которых произведение сопротивлений $Z_1 * Z_2$ на всех частотах величина постоянна $Z_1 * Z_2 = R^2 = \text{const}$ (3.4)

$$Z_1 * Z_3 = j\omega L_2 \frac{\omega^2 - \omega_{3(1)}^2}{\omega^2 - \omega_{2(1)}^2} * \frac{1}{j\omega C_4} * \frac{\omega^2 - \omega_{1(3)}^2}{\omega^2 - \omega_{2(3)}^2}$$

$$\begin{cases} \omega_{3(1)} = \omega_{2(3)} \\ \omega_{2(1)} = \omega_{1(3)} \\ k_1 * k_3 = R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{L_1 + L_2}{L_1 * C_1 * L_2} = \frac{C_3 + C_4}{L_3 * C_3 * C_4} \\ \frac{1}{L_1 * C_1} = \frac{1}{L_3 * C_3} \\ L_2 * \frac{1}{C_4} = R^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{3(1)} = \omega_{2(3)} \\ \omega_{2(1)} = \omega_{1(3)} \\ k_1 * k_3 = R^2 \end{cases}$$

Эквивалентный двухполюсники

$$Z_1 = j\omega L_2 \frac{\omega^2 - \omega_{3(1)}^2}{\omega^2 - \omega_{2(1)}^2} \quad L_{\text{Э}} = \frac{L_3 * L_4}{L_3 + L_4}$$

$$Z_2 = j\omega L_3 \frac{\omega^2 - \omega_{3(2)}^2}{\omega^2 - \omega_{2(2)}^2}$$

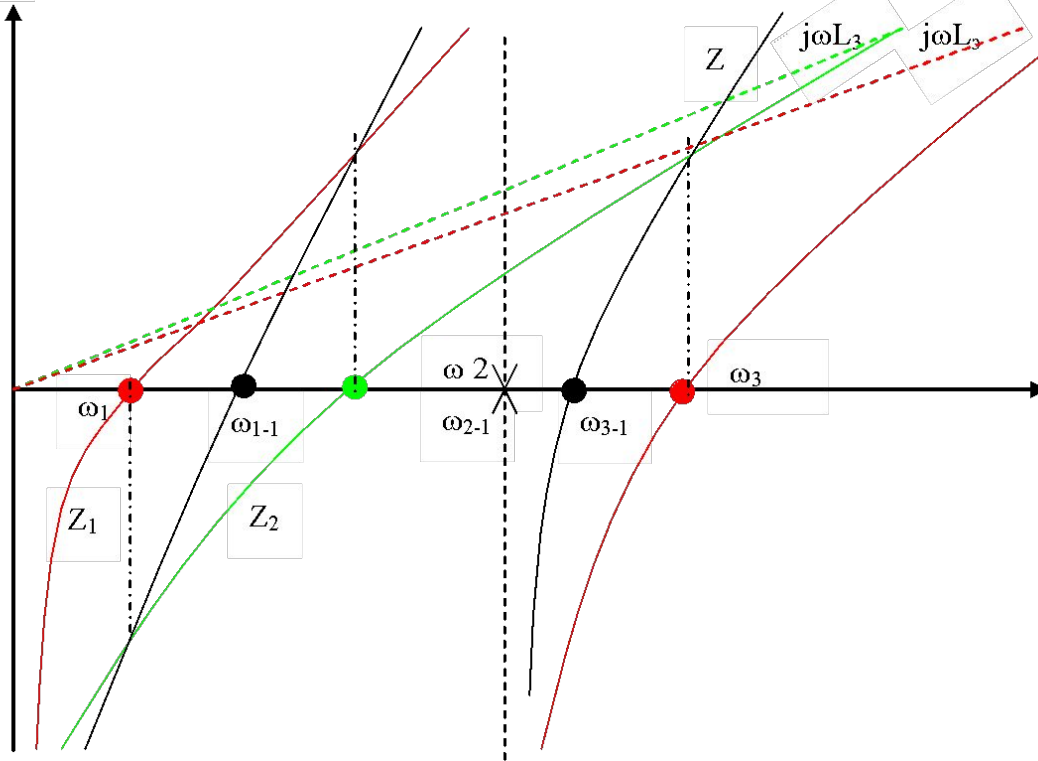
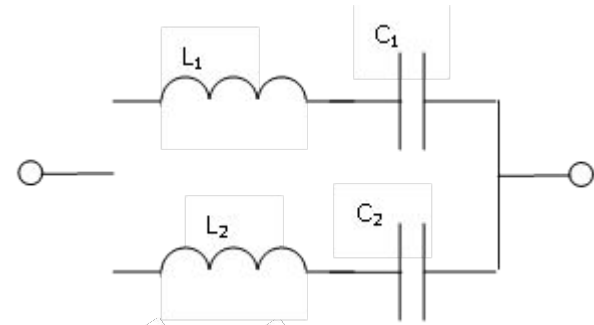
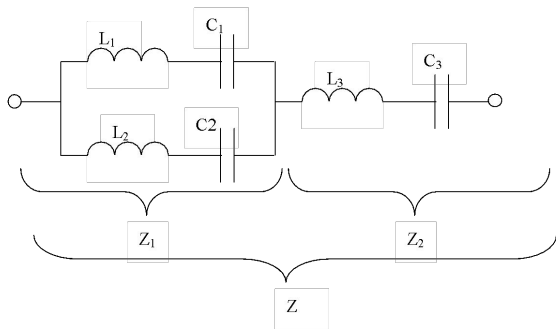
$$Z_1 = Z_2 = j\omega L_2 \frac{\omega^2 - \omega_{3(1)}^2}{\omega^2 - \omega_{2(1)}^2} = j\omega \frac{L_3 * L_4}{L_3 + L_4} \frac{\omega^2 - \omega_{3(2)}^2}{\omega^2 - \omega_{2(2)}^2}$$

$$\begin{cases} \omega_{3(1)} = \omega_{3(2)} \\ \omega_{2(1)} = \omega_{2(2)} \end{cases} \text{(3.6) раскроем эту систему:}$$

$$k_1 = k_2$$

$$\begin{cases} \frac{L_1 + L_2}{L_1 * L_2 * C_1} = \frac{1}{L_3 C_2} \\ \frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{(L_3 + L_4) * C_2} \\ L_2 = \frac{L_3 L_4}{L_3 + L_4} \end{cases}$$

Сокращаемые элементы двухполюсников



Синтез двухполюсников

Свойства входных функций

Критерии физической реализуемости

Предположим, что a_n ф-ии входного типа тогда:

$$a_n \frac{\partial^n i}{\partial t^n} + a_{n-1} \frac{\partial^{n-1} i}{\partial t^{n-1}} + \dots + a \frac{\partial i}{\partial t} + a_0 i = b_n \frac{\partial^n U}{\partial t^n} + \dots + b_1 \frac{\partial U}{\partial t} + b_0 U$$

Или в операторной форме:

$$\underbrace{(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0)}_{A(P)} I(P) = \underbrace{(b_n p^m + \dots + b_1 p + b_0)}_{B(P)} U(P) \quad (3.7)$$

A(P), B(P)- полиномы

Z(P) можно представить в виде:

$$Z(P) = \frac{U(P)}{I(P)} = \frac{A(P)}{B(P)} = \frac{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0} \quad (3.8)$$

Каким условиям должна удовлетворять функциям 4.10, чтобы быть реализованной в виде схемы.

При $\omega \rightarrow \infty$ чисто реактивное сопротивление ведет себя:
$$\begin{cases} Z(P) = pL_{\varnothing} \\ Z(P) = \frac{1}{pC_{\varnothing}} \end{cases}$$

Следовательно $\lim_{p \rightarrow \infty} Z(P) = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{a_n p^{n-m}}{b_m}$

1). Высшая степень переменной числителя и высшая степень переменной знаменателя отличаются на 1

$$m > n \rightarrow \frac{a_n}{b_m} \frac{1}{P} \rightarrow \frac{1}{C_{\varnothing}} \quad m < n \rightarrow \frac{a_n}{b_m} P \rightarrow L_{\varnothing}$$

- 2). Критерии :все коэффициенты полиномов положительны и вещественны
- 3). Нули и полюса Z(P) находятся в левой полуплоскости комплексной частоты.
- 4). Нули и полюса Z(P) должны быть некратными, простыми.
- 5). Нули и полюса строго чередуются.

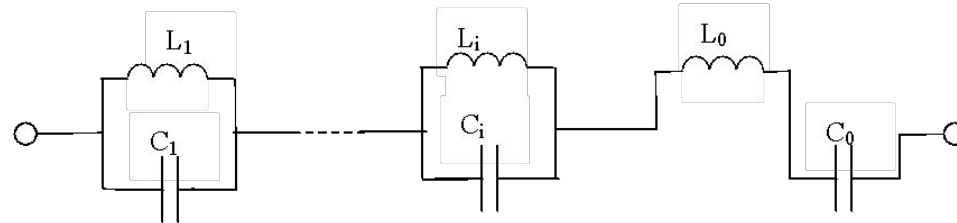
Синтез по Фостеру. Первая формула

Дано аналитическое выражение $Z(j\omega) - Z(P)$

Требуется определить схему и величины элементов.

Первое : проверяем выражение по критериям физической реализуемости .

Второе: Задаемся следующей схемой:



Третье: Решаем заданное выражение

$$Z(P) = \frac{A(P)}{B(P)}, \text{ решая уравнение } A(P)=0, \text{ находим нули решая } B(P)=0.$$

Находим полюса $Z(P)$.

Для определения величин элементов моно и не находить нули $Z(P)$, достаточно найти полюса, т.к. такая функция полностью определяется вычитаниями полюсов.

$$Z(P) = \frac{U(P)}{I(P)} = \frac{A(P)}{B(P)} = \frac{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0} \quad (3.9) \quad \text{Величина } Z(P) \text{ при } P \rightarrow \infty \text{ стремится к } pL_0.$$

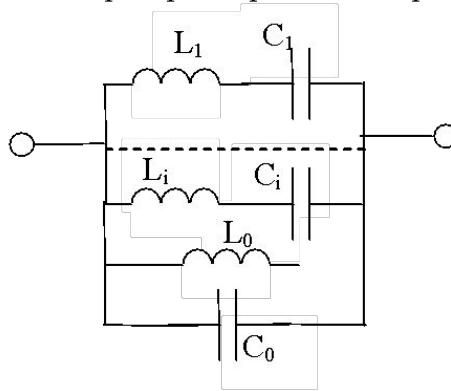
Если от заданного аналитического выражения определить $\lim_{P \rightarrow \infty} \frac{Z(P)}{P}$ то этот дает L_0 в полюсе бесконечности.

Со определяет поведение $Z(P)$ при $P \rightarrow 0$. Необходимость нахождения L_0 и C_0 объявлялась в пункте (3.1.1).

$$\text{При } \lim_{p \rightarrow j\omega} \left[Z(P) \frac{P^2 + \omega_i^2}{P} \right] = \frac{1}{C_i} \quad (3.10) \quad \omega_i^2 = \frac{1}{L_i C_i} \Rightarrow L_i = \frac{1}{\omega_i^2 C_i} \quad (3.11)$$

Синтез по второй формуле Фостера

1). Проверяем выражение по критериям физической реализуемости.



2). Задаемся схемой:

3). В данном случае удобнее работать с проводимостью:

$$Y(P) = \frac{1}{Z(P)} = PC_0 + \frac{1}{PL_0} \sum \frac{1}{L_i} \frac{P}{P^2 + \omega_i^2} \quad (3.12) \quad Y(P) = \frac{B(P)}{A(P)}$$

При $A(P)=0$ – находим все полюса $Z(P)$

$$\text{Если в точке } \omega=0 \text{ есть полюс то есть } C_0 \lim_{P \rightarrow \infty} \left[\frac{Y(P)}{P} \right] = C_0 \quad (3.13)$$

$$\text{При } \omega \rightarrow 0 \lim_{P \rightarrow 0} [Y(P) * P] = \frac{1}{L_0} \quad (3.14)$$

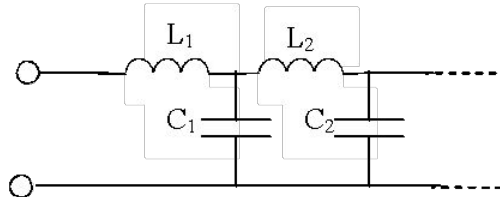
$$\lim_{P \rightarrow j\omega i} \left[Y(P) * \frac{P^2 + \omega_i^2}{P} \right] = \frac{1}{L_i} \quad (3.15)$$

Реализация по Кауэру

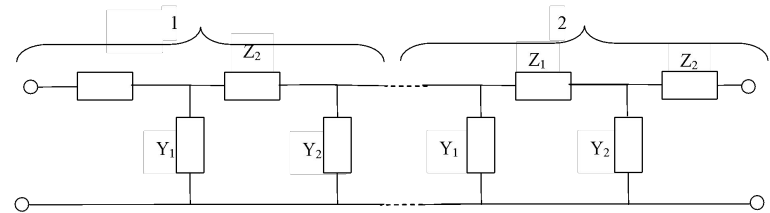
Запишем $Z(P)$ и $Y(P)$ соответственно для первой и второй схем.

$$1. Z(P) = Z_1 + \frac{1}{y_1 + \frac{1}{Z_2 + \frac{1}{y_2 + \frac{1}{\dots}}}} \quad (4.22) \quad 2. Y(P) = y_1 + \frac{1}{Z_1 + \frac{1}{y_2 + \frac{1}{Z_2 + \frac{1}{\dots}}}} \quad (3.14)$$

На элементной базе они будут выглядеть следующим образом.



1.



Найдем Z , $K=L_1$ тогда, $Z = j\omega L_1 \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2)}{(\omega^2 - \omega_2^2)}$

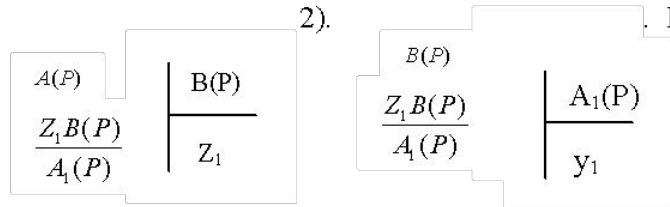
Пусть задано $Z(P)$ выясним, что удовлетворяет ли оно преобразуемого по формуле Кауэра

$$Z(P) = \frac{A(P)}{B(P)}$$

Запишем полиномы $A(P)$ и $B(P)$ по убывающим степеням. Последовательно

делим числитель и знаменатель с понижением степени переменной так чтобы в конце получился 0. Получаем что степень числителя больше степени знаменателя.

1). 2). И так далее.



Для второго случая.

Если в аналитическом выражении $Z(P)$ старшая степень полинома B выше старшей

Степени полинома A то первое деление будет $\frac{B}{A}$ и результат первого деления будет Y_1 и

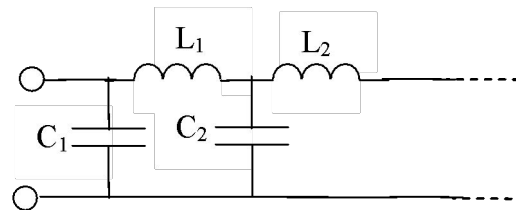
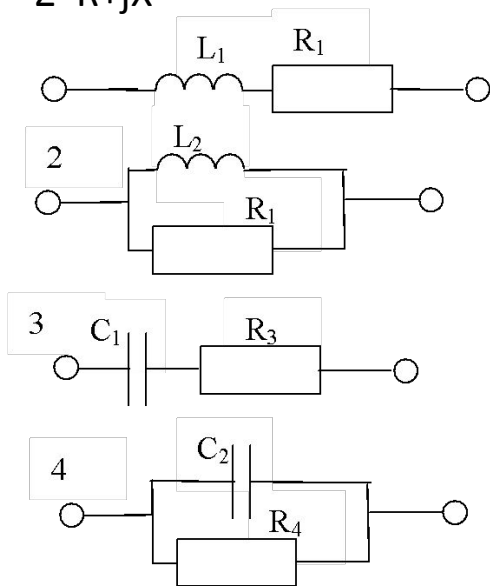


схема будет выглядеть следующим образом:

Двухполюсник с потерями

- $Z=R+jX$



$$Z_1 = r_1 + j\omega L_1 = |Z|e^{j\psi_1}$$

$$|Z_1| = \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2}$$

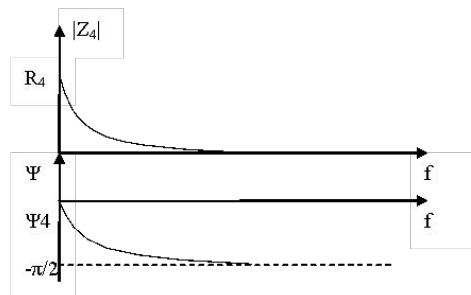
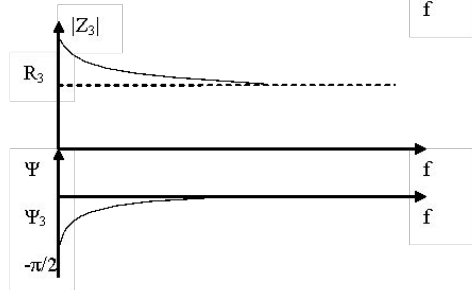
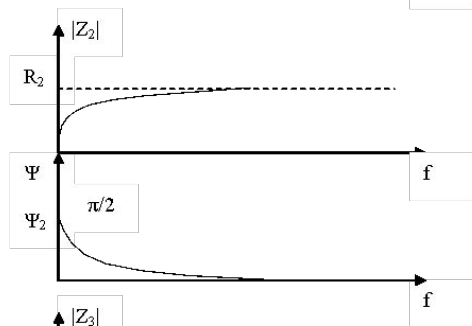
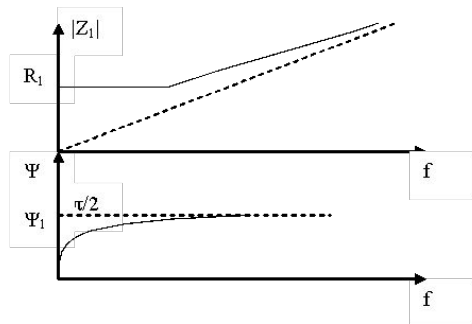
$$\psi = \arctg \frac{x}{r} = \arctg \frac{\omega L}{r_1}$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 R_2}{R_2 + j\omega L_2}$$

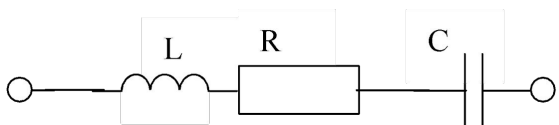
$$Z_3 = r_3 + \frac{1}{j\omega C_1}$$

$$|Z_3| = \sqrt{r_3^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \varphi = \arctg \frac{1}{\omega cr}$$

$$Z_4 = \frac{1}{y_4} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_2}$$



Двухэлементный двухполюсник.



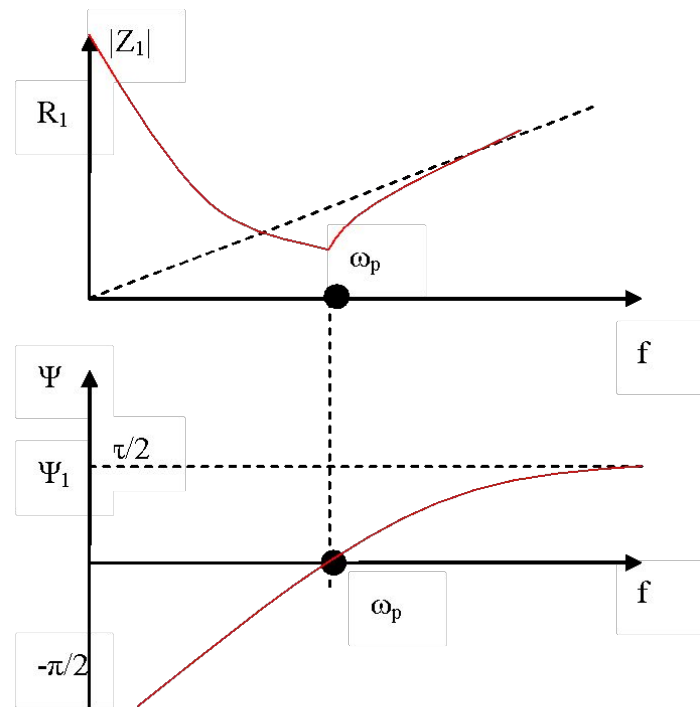
$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

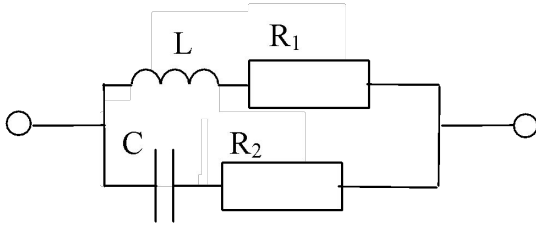
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \left(\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

$$\omega = 0 \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad |Z| \rightarrow \infty$$

$$\omega - \text{резонансное} \quad \varphi = 0$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad \omega L \rightarrow \infty$$





$$y = \frac{1}{R_1 + j\omega L} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \underbrace{\frac{R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}_{\text{Re}(y)} - \underbrace{\frac{j\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} + \frac{j\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}_{\text{Im}(y)}$$

При резонансе $\text{Im}(y)=0$ т.е.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{L - R_1^2 C}{L^2 C - LC^2 R_2^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} \frac{L/C - R_1^2}{L/C - R_2^2}} \quad (3.15)$$

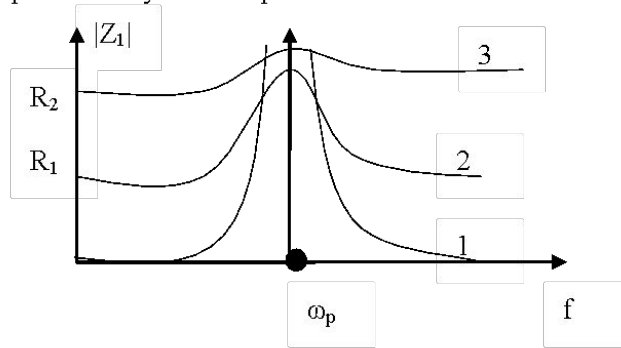
По формуле 3.15 делаем вывод:

1. Значение резонансной частоты зависит не только от величины реактивных элементов но и от активных сопротивлений.
2. При определении соотношениях параметров схемы резонансов нет мнимых резонансов.

Условия Резонансов:

$$(3.16) \begin{cases} L/C > R_1^2 \\ L/C > R_2^2 \end{cases} \quad (3.17) \begin{cases} L/C < R_1^2 \\ L/C < R_2^2 \end{cases}$$

Примем в случае 3.17 резонансные св-ва выявлены слабо.



1- идеальная.

2- $R_1 < R_2$

Для характеристики колебательной системы вводится понятие добротности.

$$Q = \frac{\omega_p L_1}{R} = \frac{1}{\omega_p C R_3} = \frac{\sqrt{L/C}}{R} \quad (3.18)$$

При резонансе $\omega_p L = 1 / \omega_p C$ $\sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C} = p \quad (3.19)$

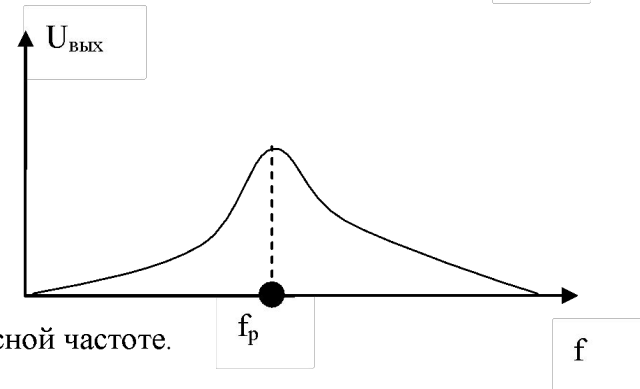
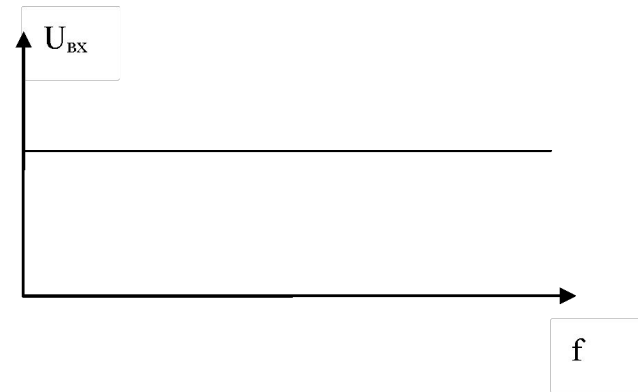
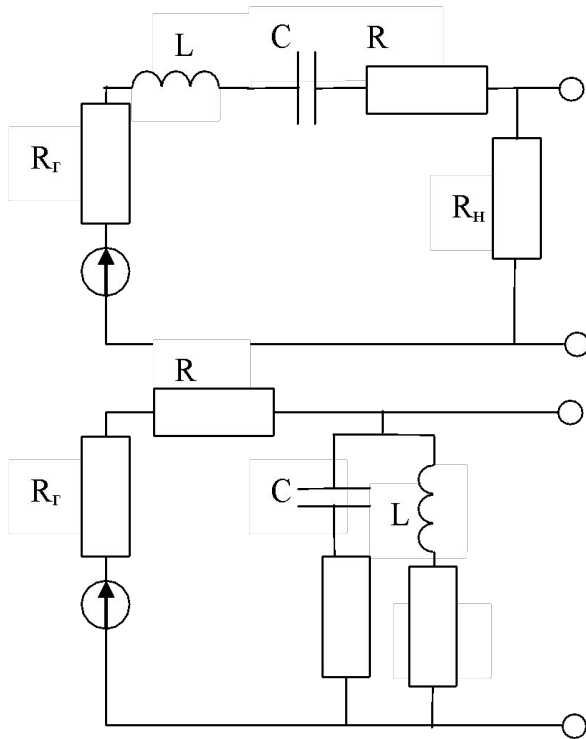
p - характеристическое сопротивление контура. $Q = \frac{p}{R_3} \quad (3.20)$

$$R_3 = \frac{p^2}{r_s} = pQ, \text{ например } Q_2 > Q_3$$

Кроме этого вводится понятие полосы пропускания

Полоса пропускания – это полоса частот в которых мощность снижается не более чем в два раза.

Использование колебательных систем в качестве фильтрующих цепей



Такой контур будет давать сигналы близкие к резонансной частоте.

$$\text{Степень подавления помехи : } \frac{U_{fp \max}}{U_{fH}} = S$$

Чем выше добротность контура тем лучше его избирательные свойства.

Здесь получаемые противоречия между требуемой полосой пропускания и избирательностью. Увеличение Q приводит к увеличению S , а с другой стороны уменьшает полосу пропускания. Полоса пропускания может оказаться уже, чем требуется, что приведет к амплитудно-частотным искажениям. Следовательно, необходимо улучшить прямоугольность АЧХ.