
Лекция 2.

Тема: Определители и их свойства.

Цель: Рассмотреть понятие определителя и усвоить основные правила его нахождения.

Определителем произвольной матрицы второго порядка

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$$

называется число, которое обозначается Δ

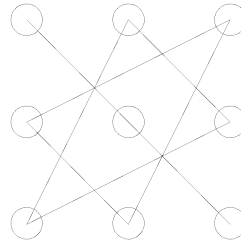
$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{vmatrix} = \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}$$

Определителем произвольной квадратной матрицы третьего порядка

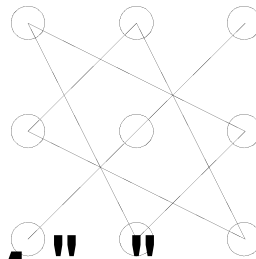
$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

называется сумма шести слагаемых,
каждое из которых представляет собой
произведение трех элементов матрицы,
выбираемых **по следующему правилу:**

три произведения элементов, стоящих на главной диагонали и в вершинах двух треугольников:



берутся со знаком "+", а три произведения элементов, стоящих на побочной диагонали и в вершинах двух других треугольников:



берутся со знаком "-".

Определитель третьего порядка обозначается так:

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}$$

Свойства определителей

1. Если поменять местами две строки определителя (два столбца), то получим новый определитель, равный исходному, умноженному на (-1) .
2. Определитель, имеющий две равных строки (два равных столбца), равен нулю.
3. Если одну из строк определителя умножить на какое-либо число, то получится определитель, равный исходному, умноженному на это число.
4. Определитель транспонированной матрицы равен определителю исходной матрицы.
5. Если в определителе вместо любой строки записать сумму этой строки и любой другой строки, умноженной на некоторое число, то полученный новый определитель будет равен исходному.

Матрицы и их свойства. Действия над матрицами.

Цель: Рассмотреть понятие матрицы и изучить ее основные свойства.

Таблицу, состоящую из n строк и m столбцов называют матрицей.

$n \times m$ – называется размерностью матрицы.

Если $m=n$ матрица называется квадратной.

Число n – называется порядком матрицы.

Если $m \neq n$ матрицу называют прямоугольной.

Матрица, у которой все элементы нули, называется нулевой матрицей и обозначается O .

Матрица с элементами

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i=j; \\ 0, & \text{если } i \neq j, \end{cases}$$

при $n=m$, называется единичной матрицей и обозначается E .

- Элементы с одинаковым индексом квадратной матрицы образуют главную диагональ матрицы.
- Две матрицы одинаковой размерности называют равными, если равны элементы на одинаковых местах.

Действия над матрицами.

Суммой двух матриц одинаковой размерности
А и В

называется матрица С той же размерности,
элементы которой находятся по формуле:

$$A+B=C; c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Чтобы матрицу умножить на число, надо все
элементы матрицы умножить на это число,
т.е. $\alpha \times A$

Свойства операций над матрицами.

$$1) A+B=B+A;$$

$$2) (A+B) \cdot \lambda = \lambda(A+B), \lambda - \text{число};$$

$$3) A \times B = B \times A;$$

$$4) (A+B) \times C = A \times C + B \times C;$$

$$5) A+O=A;$$

$$6) A \times O=O;$$

$$7) A \times E=A, E \times A=A;$$

$$8) A^T - \text{транспонированная}; \quad (A^T)^T = A;$$

$$(A \times B)^T = B^T \times A^T$$

$$9) \text{Аквадрант } (n \times n) - \det A - \text{детерминант } A - \text{определитель кв. матрицы}; \quad \det(A \times B) = \det A \times \det B$$

Вопросы:

- 1) В каком случае значение определителя меняет свой знак на противоположный?
- 2) Если в определителе есть хотя бы одна нулевая строка (столбец), то чему он равен?
- 3) Назовите условия умножения матриц.