ТЕМА УРОКА:

«Уравнение касательной к графику функции»

1.Задания со слайда 3 и 4 решить, используя формулы со слайда 2

2.Написать конспект :слайды 5-9,12

3.Написать примеры с решениями: слайды 10,11,13,14

Таблица производных

$f(x)$	C	x^n	$\sqrt{x}$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$
$f'(x)$	0	nx^{n-1}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$(u(v(x)))' = u' \cdot v'$$

1. Используя формулы и правила дифференцирования, найдите производные следующих функций:

1. $y = 2x^{10}$

2. $y = 4\sqrt{x}$

3. $y = 7x + 4$

4. $y = tgx + \dfrac{5}{x}$

5. $y = x^3 \cdot \sin x$

6. $y = \dfrac{x^2}{3 - 4x}$

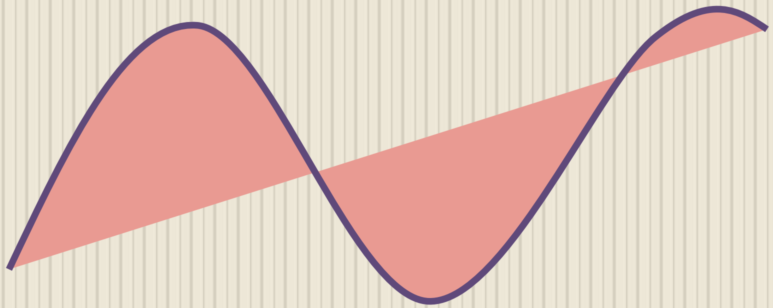
Отгадайте фамилию учёного

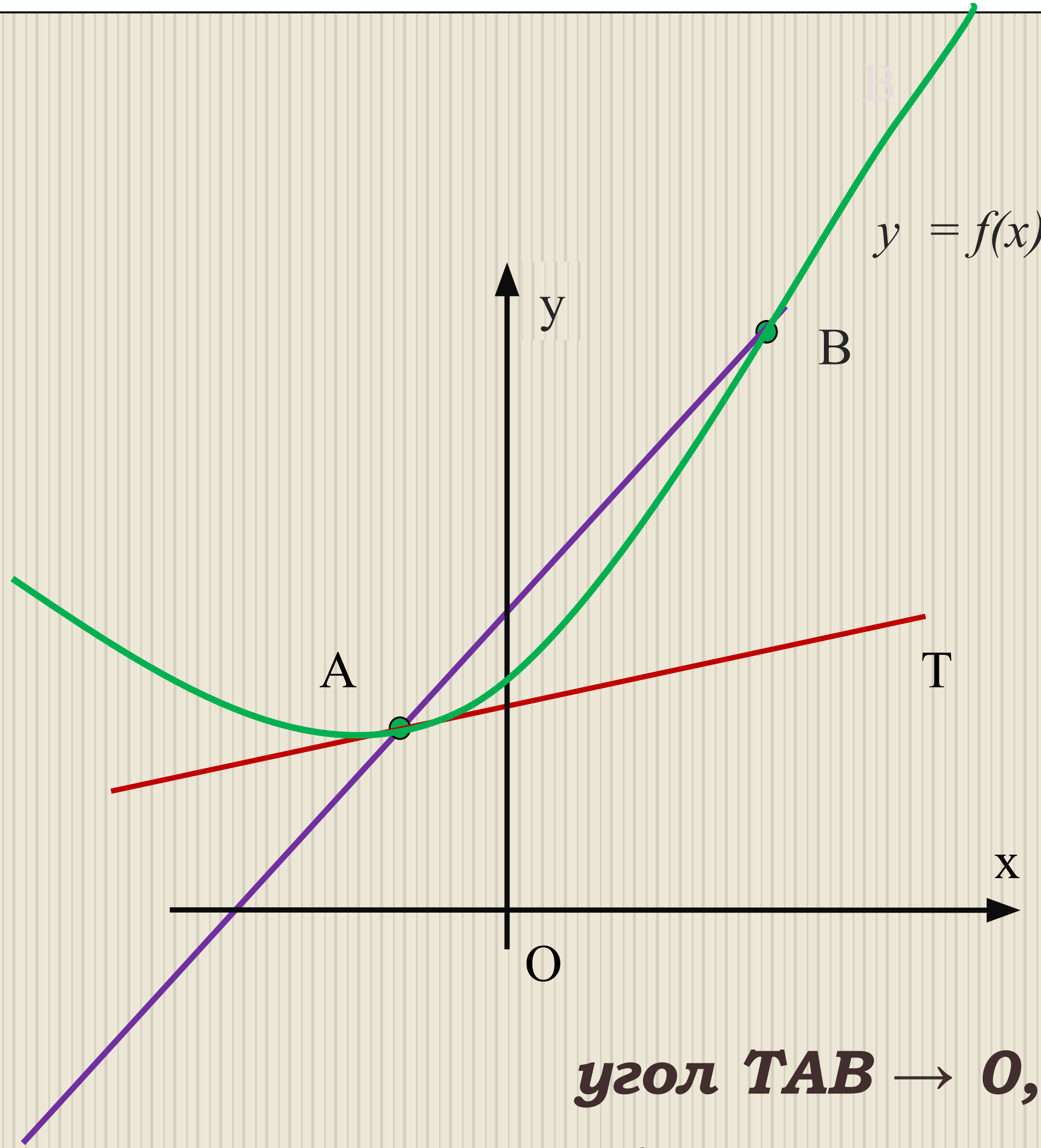
$f(x)$	$x^2\sin\frac{\pi}{2} - x\cos\frac{\pi}{2}$	$x^2 - 3x + 4$	$\frac{1}{x^2} + 1$	$\frac{1}{3}\cos x$	$5tg\,x$	$2x - 3$
	А	Г	Ж	Л	Н	Р

$f'(x)$	$-\frac{1}{3}\sin x$	$2x$	$2x - 3$	2	$2x$	$\frac{5}{\cos^2 x}$	$-\frac{2}{x^3}$
слово							

Касательной к графику функции $f(x)$ в точке $A(x;f(x))$ называется прямая, представляющая предельное положение секущей AB, (если оно существует) когда B стремится к A.

Касательная к графику дифференцируемой в точке x_0 функции f — это прямая, проходящая через точку $(x_0, f(x_0))$ и имеющая угловой коэффициент $f'(x_0)$.





угол TAB $\rightarrow$ ***0, если AB*** $\rightarrow$ ***AT,***

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \rightarrow f'(x_0)\,, \quad \text{если } \Delta x \rightarrow 0$$

Геометрический смысл производной

Значение производной функции $y=f(x)$ в точке касания x_0 равно угловому коэффициенту касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0.

$$k = f'(x_0)$$

$$k = \mathrm{tg}\beta$$

$$\mathrm{tg}\beta = f'(x_0)$$

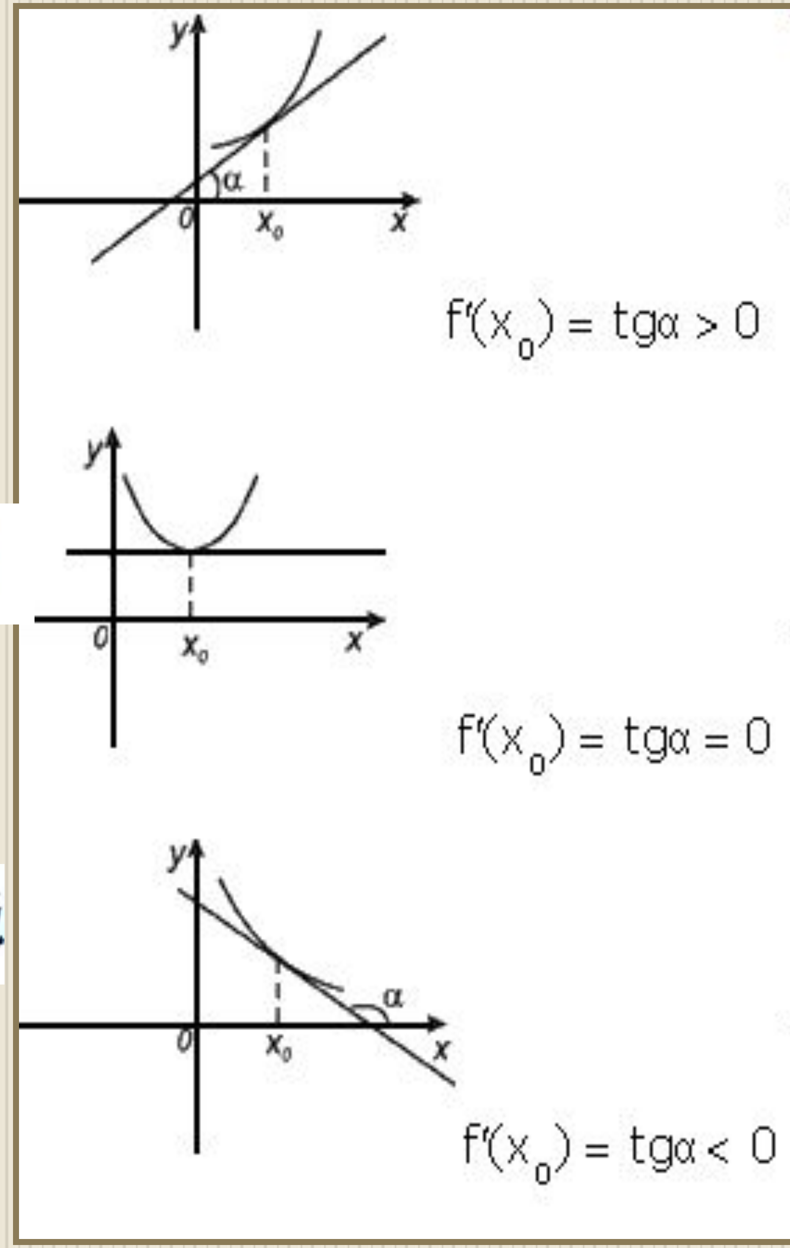
Геометрический смысл производной

Причем, если :

1) $f'(x_0) = tg\,\alpha > 0$, *то* α – *острый*

2) $f'(x_0) = tg\,\alpha = 0$, *то* α – *развернутый*

3) $f'(x) = tg\alpha < 0$, *то* α – *тупой*



Пусть в точке А$(x_0; y_0)$ проведена касательная. Уравнение любой прямой проходящей через данную точку имеет вид

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y_0 = f(x_0)$$

$$k = f^{/}(x_0)$$

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y_к = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

1. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2$ в точке $M(1;1)$

$$f(1) = 1^2 = 1$$

$$f'(x) = 2x$$

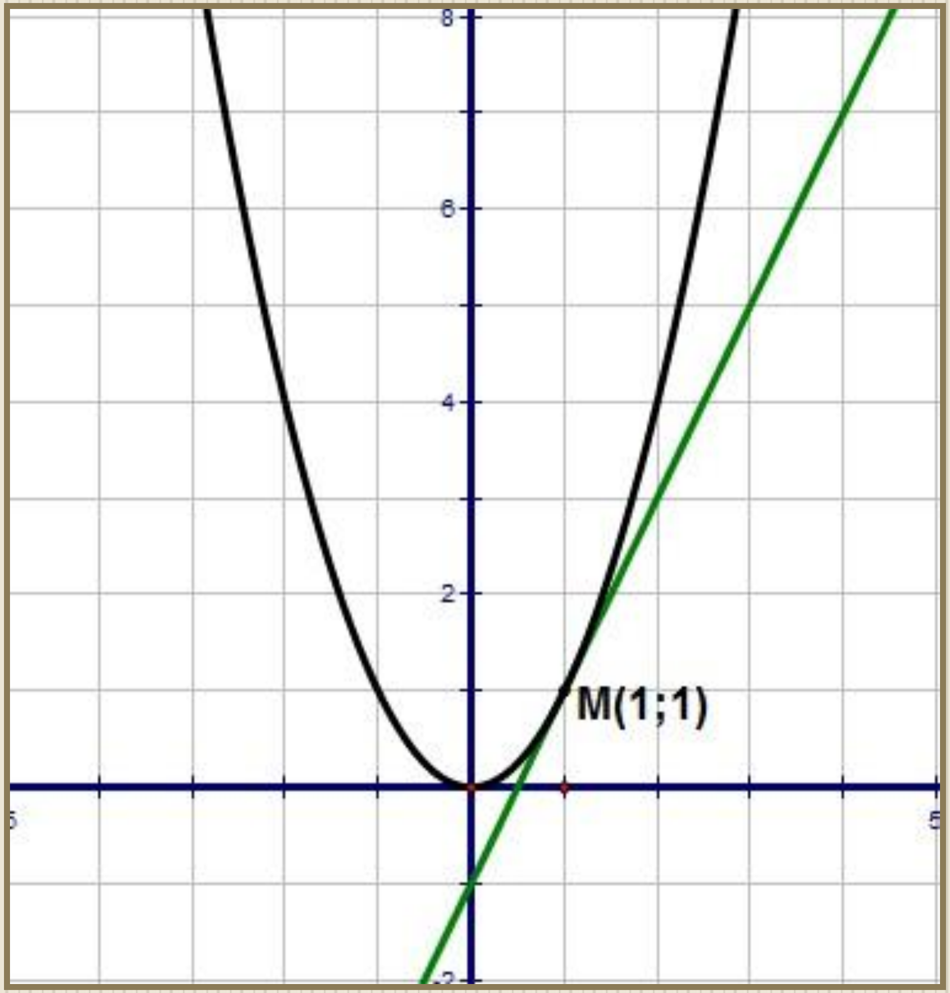
$$f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$$

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

$$y = 1 + 2 \cdot (x - 1)$$

$$y = 1 + 2x - 2$$

$$y = 2x - 1$$



2. Составить уравнение касательной к графику функции $y = tgx$ **в точке** $M(0;0)$

$$f(0) = tg0 = 0$$

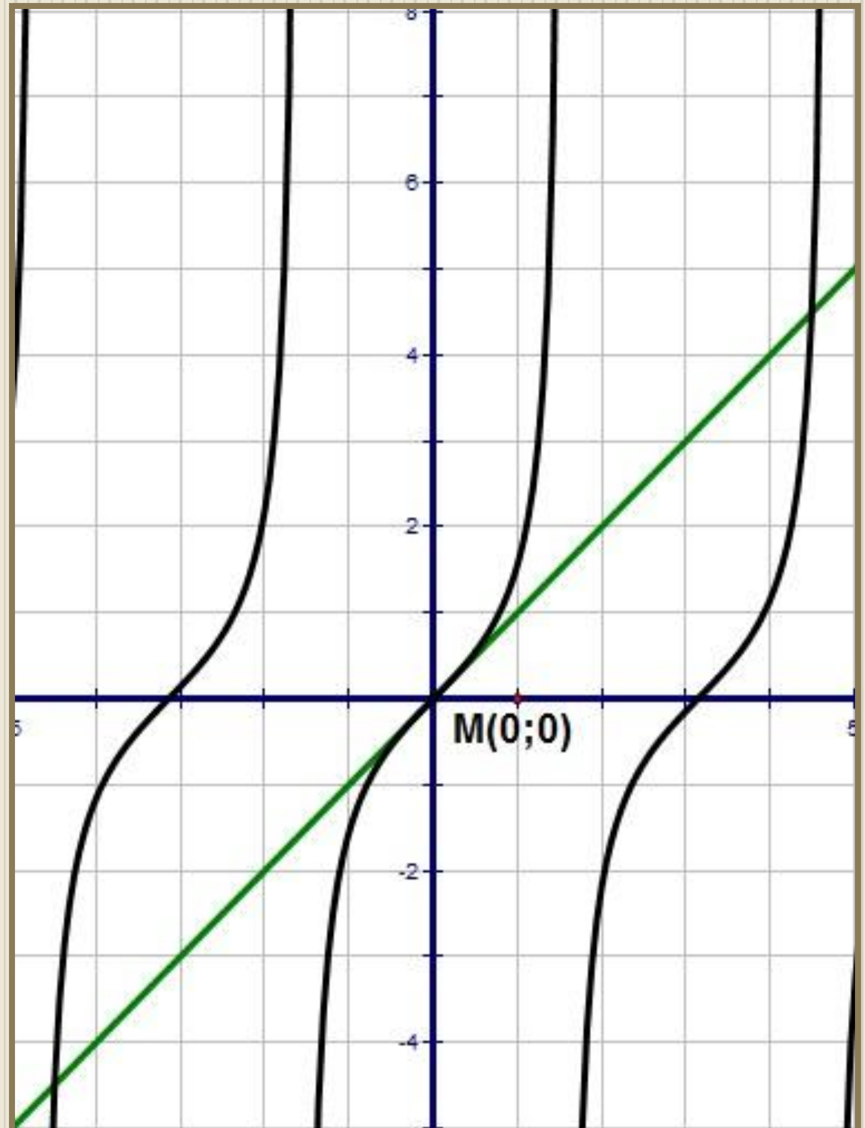
$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$f'(0) = \frac{1}{\cos^2 0} = 1$$

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

$$y = 0 + 1 \cdot (x - 0)$$

$$y = x$$



Алгоритм нахождения уравнения касательной к графику функции y=f(x).

1. Обозначим абсциссу точки касания буквой x_0.
2. Вычислим $f(x_0)$.
3. Найдем $f'(x)$ и $f'(x_0)$.
4. Подставим найденные числа x_0, $f(x_0)$ и $f'(x_0)$ в формулу $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

3. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x)=\frac{1}{x}$ в точке $x=1$

1) $a=1$

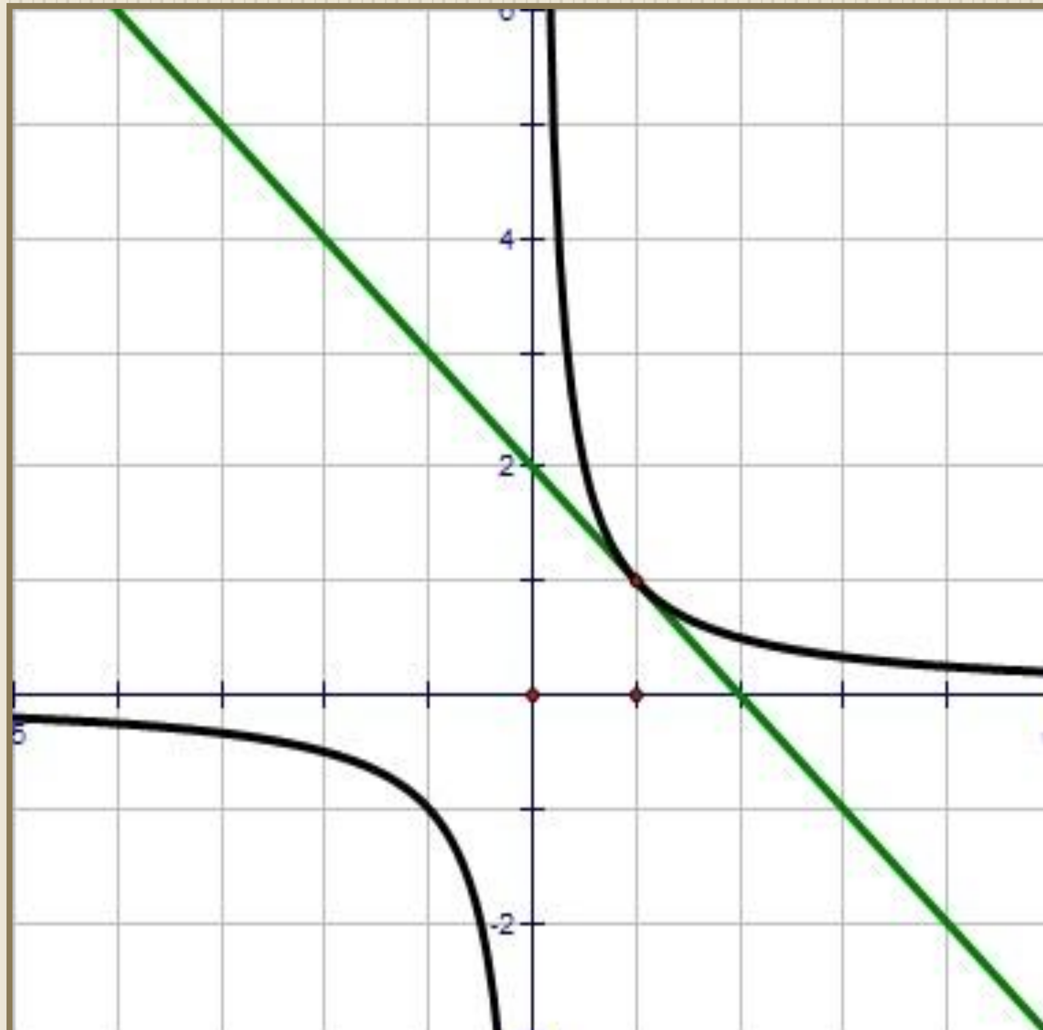
2) $f(a)=f(1)=1$

3) $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$

$f'(a)=f'(1)=-\frac{1}{1^2}=-1$

4) $y=1-(x-1)$

$y=2-x$



Ответ: $y=2-x$

4. К графику функции $y=\dfrac{x^3}{3}$ провести касательную так, чтобы она была параллельна прямой $y=4x-5$

$k_{\text{кас}}=4,\ k_{\text{кас}}=f'(x)\quad f'(x)=4$

$$f'(x)=\left(\frac{x^3}{3}\right)'=\frac{1}{3}\cdot 3\cdot x^2=x^2$$

$$f'(a)=a^2\Rightarrow a^2=4,$$

1) $a_1=2,\ a_2=-2$

2) $f(a_1)=\dfrac{2^3}{3}=\dfrac{8}{3}\quad ,f(a_2)=\dfrac{(-2)^3}{3}=-\dfrac{8}{3}$

3) $f'(a_1)=f'(a_2)=4$

4) $y=4x+\dfrac{16}{3}\quad ,y=4x-\dfrac{16}{3}$