



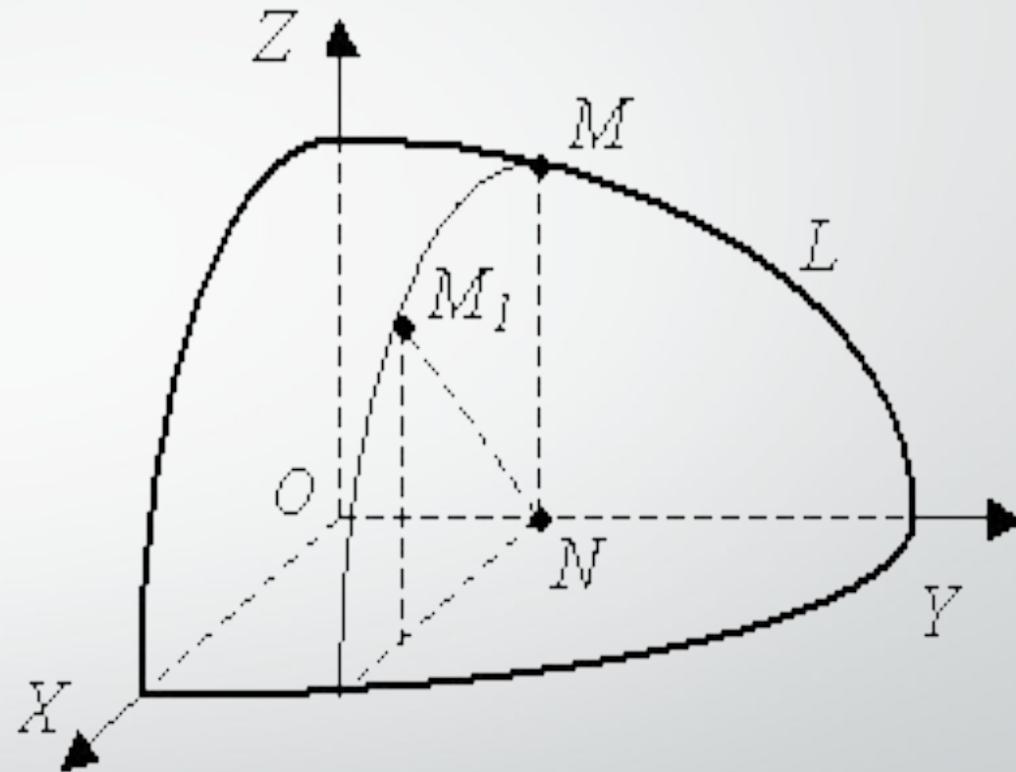
Поверхности вращения. Конические поверхности.

Выполнили: Пономарева Екатерина, Рябыкина Анжелика,
Пирогов Алексей, Ширшов Александр.

Группа: КИ16-07Б

Поверхности вращения

Поверхностью вращения называется поверхность, образованная вращением какой-либо плоской линии вокруг прямой, лежащей в плоскости этой линии.

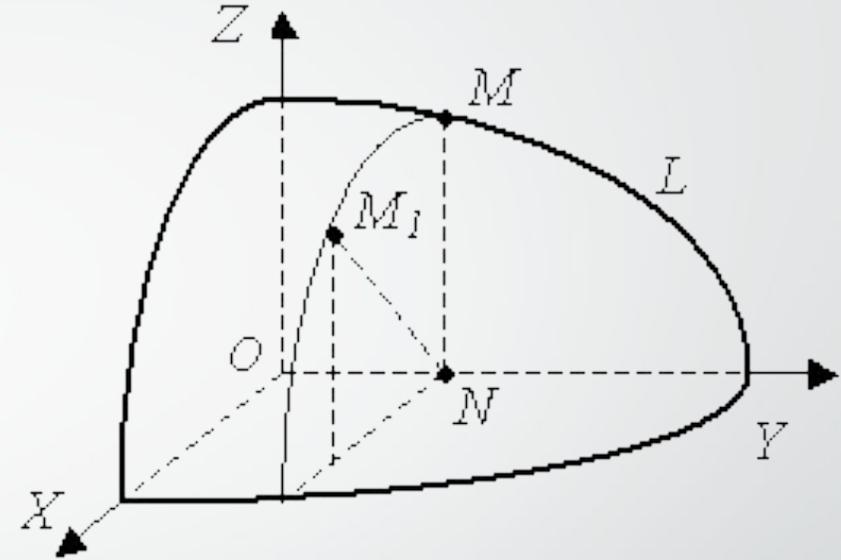


Поверхности вращения

Для вывода уравнения поверхности вращения необходимо выбрать систему координат. Чтобы уравнение поверхности вращения выглядело проще, ось вращения принимают за одну из координатных осей.

Пусть в координатной плоскости Oyz задана кривая L уравнением $F(Y, Z)=0$

Вращаем кривую L вокруг оси Oy . Получим некоторую поверхность. Пусть $M(x, y, z)$ - произвольная точка получившейся поверхности.



Тогда $|MN| = \sqrt{x^2 + z^2}$, $|MN| = |M_1N|$

, но $|M_1N| = \pm Z$ т.к. если взять точку M_1 с отрицательной аппликатой, то $|M_1N| = -Z$

Следовательно, имеем $Y = y$, $Z = \pm\sqrt{x^2 + z^2}$ и координаты точки $M(x, y, z)$ удовлетворяют уравнению

$$F(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0.$$

Поверхности вращения

Уравнение $F(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0$ и есть искомое уравнение поверхности вращения.

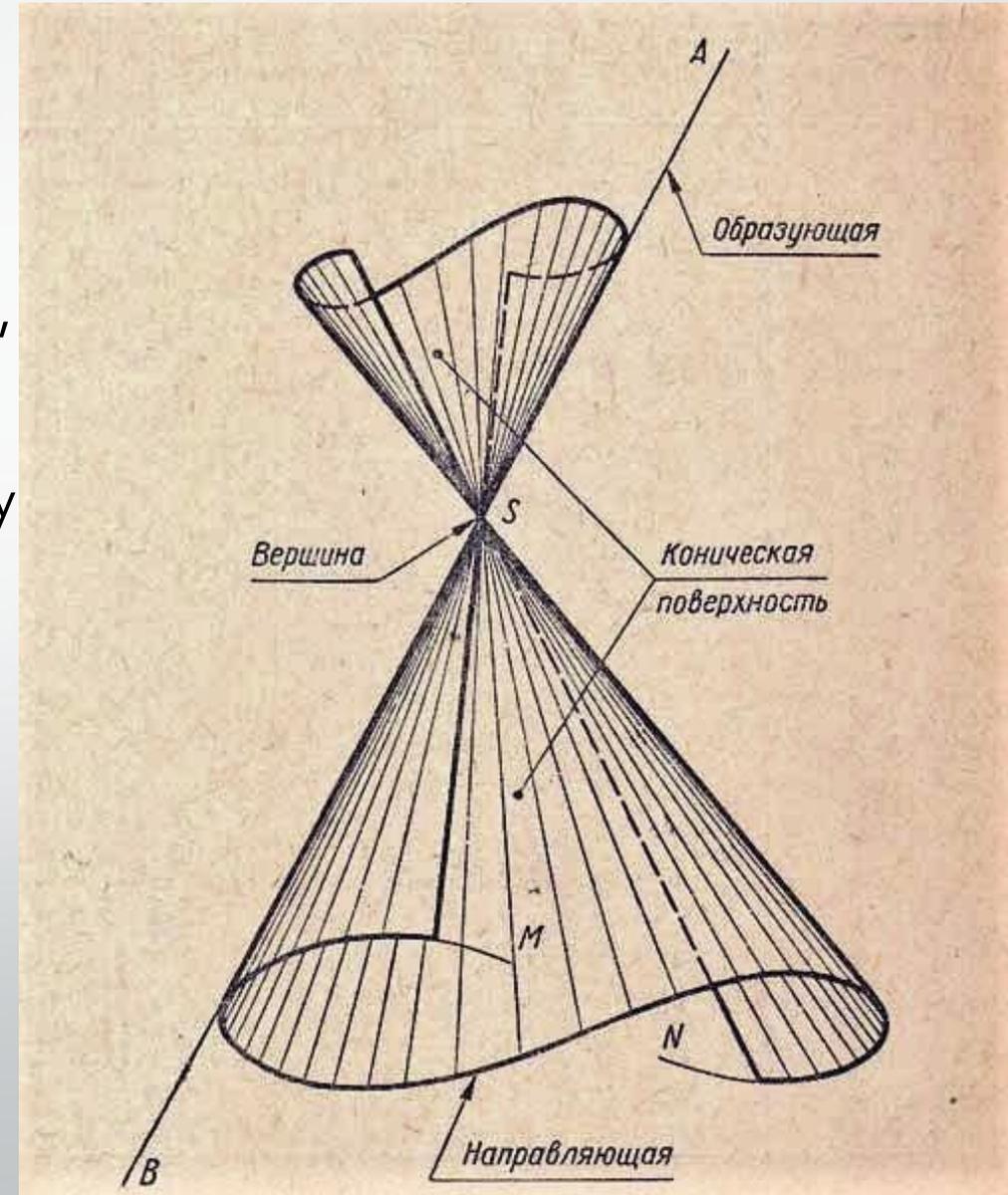
Таким образом, чтобы получить уравнение поверхности, образованной вращением линии L , лежащей в плоскости Oyz , вокруг оси Oy , нужно в уравнении этой линии заменить z на $\pm\sqrt{x^2 + z^2}$.

Аналогичные правила будут иметь место и по отношению к уравнениям поверхностей, полученных вращением плоских линий вокруг других координатных осей.

Конические поверхности.

Конической поверхностью называется поверхность, образуемая движением прямой (AB), перемещающейся в пространстве так, что она при этом постоянно проходит через неподвижную точку S и пересекает данную линию MN.

Прямая AB называется **образующей**;
Линия MN - **направляющей**;
Точка S - **вершиной конической поверхности**.



Конические поверхности.

Пусть направляющая конуса задана уравнениями:

$$(1) \begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ \Phi(x, y, z) = 0 \end{cases},$$

а вершина S конуса имеет координаты x_0, y_0, z_0 .

Уравнения образующей запишем как уравнения прямой, проходящей через две точки $S(x_0, y_0, z_0)$ и $M(x, y, z)$, принадлежащие направляющей (60):

$$(2) \frac{X - x_0}{x - x_0} = \frac{Y - y_0}{y - y_0} = \frac{Z - z_0}{z - z_0},$$

где X, Y, Z - текущие координаты точек образующих.

Исключая из уравнений (1) и (2) x, y, z , получим уравнение относительно переменных X, Y, Z , т.е. уравнение конической поверхности.

