Расчет стержневых систем

Расчет стержней

Стержни и балки применяются в качестве подкрепляющих и соединительных элементов.
Стержнем принято считать всякую деталь удлиненной формы, которая имеет *<u>малую жесткость на изгиб и кручение</u>* и вследствие этого работает главным образом на растяжение или сжатие.

Для обеспечения выгодных условий нагружения стержней (нагрузку продольными силами), их концы снабжают шарнирами (цилиндрические или сферические шарниры), исключающими передачу изгибающего и крутящего моментов.

Основные расчетные напряжения – напряжения σ от растяжения (сжатия):

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

Расчет стержней

Расчет на устойчивость

а) $\sigma_{\text{кр}} < \sigma_{\text{у}}$ $\qquad \sigma_{кр} = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

l **– приведенная длина стержня, определяемая из условий закрепления концов;**

$\lambda = \dfrac{l}{r_{\min}}$ **– гибкость стержня;**

$r_{\min} = \sqrt{\dfrac{I_{\min}}{S}}$ **– минимальный радиус инерции сечения стержня;**

$I_{\min}$ **– минимальный момент инерции сечения стержня;**

Расчет стержней

Расчет на устойчивость

б) действующие напряжения больше предела упругости

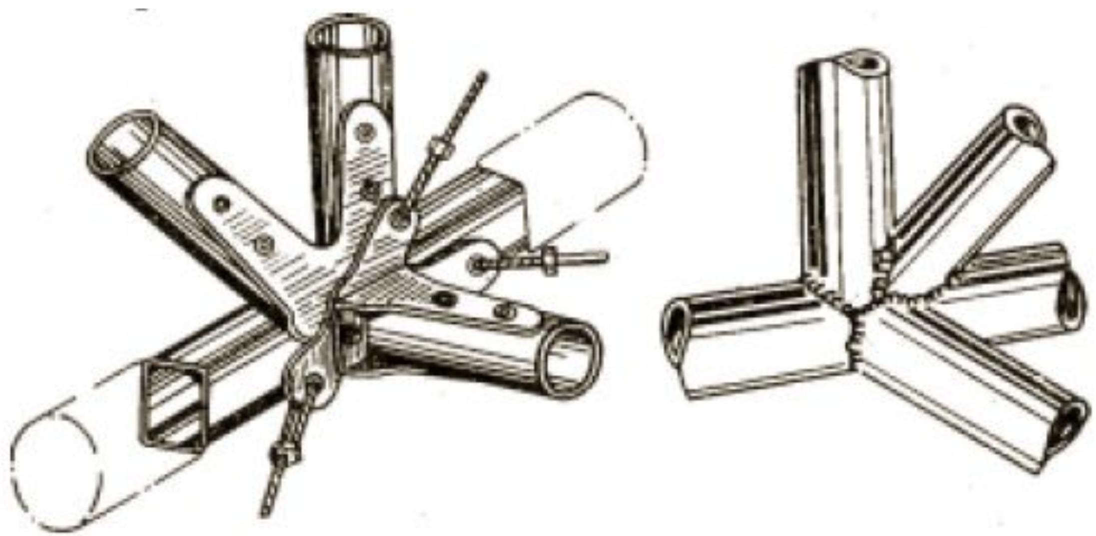
$$\sigma_{кр} = \sigma_B \frac{1+v}{1+v+v^2} \qquad v = \frac{\sigma_B}{\sigma_Э}$$

$\sigma_Э$ **– критические напряжения, вычисляемые по формуле Эйлера.**

Расчет стержней

Рекомендации

При соединении нескольких стержней в один узел, на который действует внешняя сила, следует располагать стержни таким образом, чтобы их оси пересекались в точке, лежащей на линии действия внешней силы (избежать внецентренного нагружения стержней и сводить к минимуму возможные дополнительные напряжения изгиба).



При правильном расположении стержней узел считают шарнирным, несмотря на наличие жесткой косынки или сварных швов, соединяющих стержни.

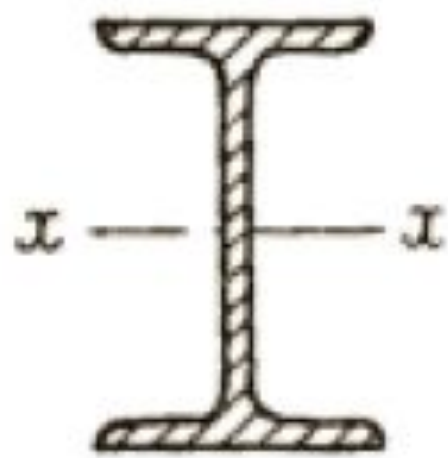
Расчет балок

Балка (в отличие от стержня), представляет собой конструктивный элемент, способный воспринимать изгибающие моменты.

Сечение балки выбирается так, чтобы обеспечить наибольшую жесткость изгиба в плоскости действия наибольших эксплуатационных нагрузок.

Наиболее рациональной формой сечения балки является двутавр.

При малом весе имеет большой момент инерции *I* и большой момент сопротивления W_x относительно оси *x–x*, перпендикуляр-ной плоскости действия внешних сил, изгибающих балку.



Расчет балок

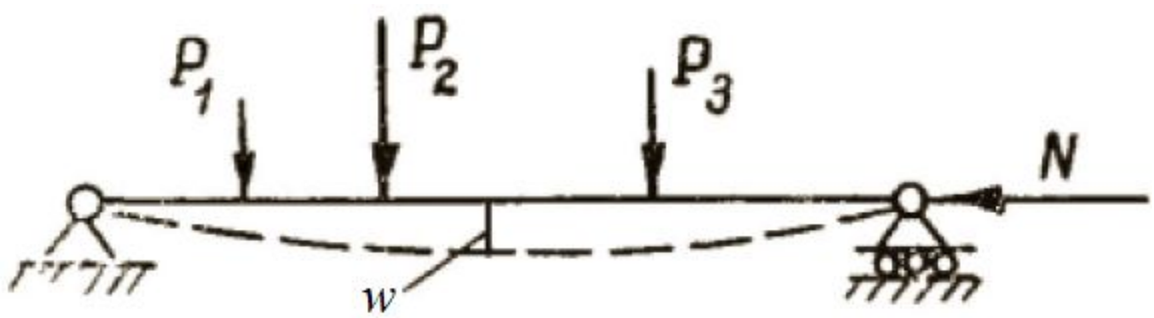
Расчетные напряжения (чистый изгиб):

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x}$$

Расчетные напряжения (продольно-поперечный изгиб):

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{S} + \frac{M_{\max} + Nw}{W_x}$$

w **– наибольший прогиб балки (плечо силы N, создающей дополнительный изгибающий момент).**



Расчет балок

Определение прогиба балки

Дифференциальное уравнение упругой линии балки :

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$$

Для двухопорных балок, изгибаемых поперечной нагрузкой, направленной в одну сторону, величину прогиба *w* можно вычислить по приближенной формуле

$$w = \frac{w_p}{1 - \frac{N}{N_э}}$$

w_p **– наибольший прогиб балки, вызванный действием только поперечной нагрузки;**

$N_э = \sigma_э S$ **– критическая сила при выпучивании балки в плоскости действия поперечной нагрузки.**

Расчет балок

Если балка подвергается действию продольной сжимающей силы, то, кроме расчета на прочность, обязательна проверка устойчивости.

Балки плохо работают на кручение (сечения, рациональные с точки зрения их работы на изгиб, имеют малый момент сопротивления кручению (за исключением трубчатого сечения).

При расчете балок пренебрегают их жесткостью на кручение (считают, что они работают только на продольно-поперечный изгиб).

Стержневые системы

Стержневая система, которая может менять свою форму без удлинения стержней, называется *геометрически изменяемой*. Это механизм.

Стержневая система, которая может менять свою форму только за счет деформации стержней, называется *геометрически неизменяемой*.

В зависимости от типа связей в месте соединения отдельных стержней стержневые системы делятся на *фермы* и *рамы*.

***Фермой* называется геометрически неизменяемая система, в которой стержни в узлах между собой соединяются шарнирно. Внешние силы приложены только в узлах, вследствие чего стержни в ферме работают на растяжение и сжатие.**

***Рамой* называется геометрически неизменяемая стержневая система, в которой элементы в узлах соединены жестко, вследствие чего стержни работают на изгиб или на кручение (сдвиг), называется рамой.**
Силы в раме могут прикладываться в любом сечении.

Стержневые системы

Фермы состоят из стержней и узлов, соединяющих между собой стержни.

На практике идеальных ферм почти нет, т.к. стержни в ферменных конструкциях соединены между собой не шарнирно (сварка или клейка). Для простоты считаем шарнирно.

Фермы нагружаются внешними усилиями в узлах.

Ферма может быть *плоской* и *пространственной*.

Задача расчета стержневых систем:
При заданных геометрической схеме и внешних нагрузках:

1. **Определить внутренние силовые факторы.**
2. **Определить перемещения элементов системы.**

Кинематический анализ стержневых систем

Всякая стержневая система должна проектироваться так, чтобы она была геометрически неизменяема и неподвижно прикреплена к земле. Чтобы убедиться в неизменяемости стержневой системы , проводят кинематический анализ.

Плоские стержневые системы

Плоская стержневая система является простейшей.

Точка, лежащая на плоскости, имеет две степени свободы.

Если ее шарнирно соединить с жестким основанием с помощью стержня, она лишается одной степени свободы и будет способна только поворачиваться вокруг точки закрепления.

Система из n свободных точек на плоскости будет иметь $2n$ степеней свободы.

Каждый стержень, соединяющий точки друг с другом (S) или крепящий систему к основанию (S_0), уменьшает число степеней свободы на 1.

Общее число степеней свободы плоской стержневой системы будет равно

$$W = 2n - S - S_0$$

(в число n не включаются узлы на концах опор)

Плоские стержневые системы

$W \geq 1$ – для геометрически изменяемой системы;

$W \leq 0$ – для геометрически неизменяемой системы;

$W = 0$ – для статически определимой системы.

Статически определимая система – система, в которой для определения внутренних сил в каждом стержне достаточно уравнений равновесия.

Для статически определимых геометрически неизменяемых плоских систем

$$2n = S + S_0$$

Плоские стержневые системы

Плоская стержневая система при креплении к основанию будет геометрически неизменяемой, если она соединена с ним тремя стержнями, не пересекающимися в одной точке.

$$S_0 = 3$$

Минимальное число стержней геометрически неизменяемой системы

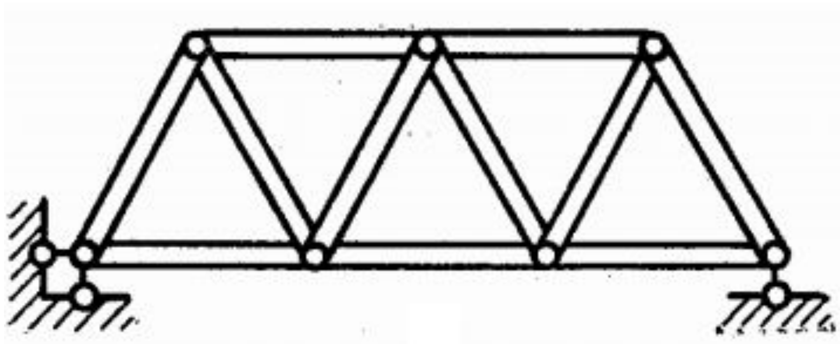
$$S = 2n - 3$$

$S < 2n - 3$ **– для геометрически изменяемой системы;**

$S > 2n - 3$ **– для геометрически неизменяемой, статически неопределимой системы.**

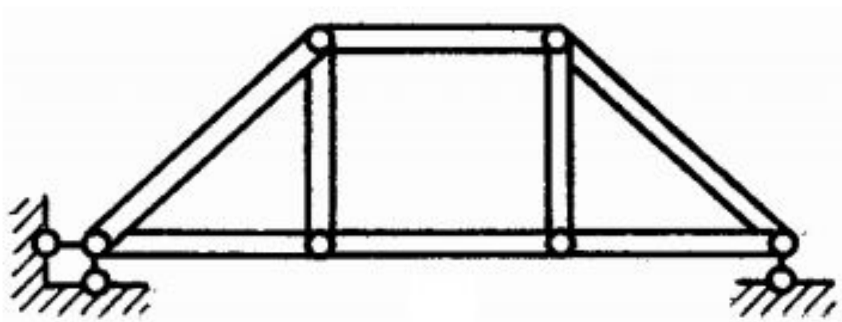
Условия относятся к произвольной плоской, не прикрепленной к основанию стержневой системе.

Плоские стержневые системы



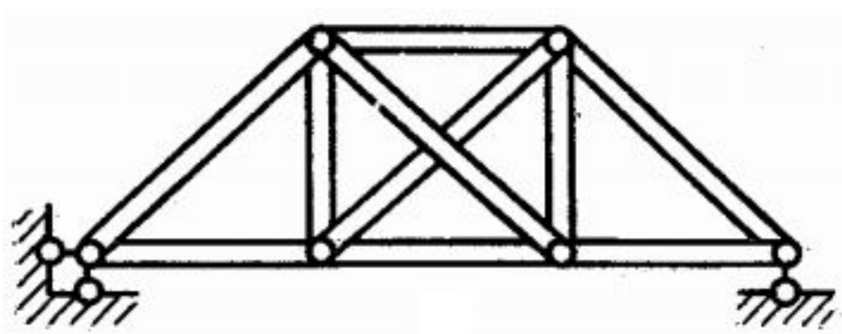
$$S = 11 \quad n = 7$$

$$11 = 2 \times 7 - 3$$



$$S = 8 \quad n = 6$$

$$8 < 2 \times 6 - 3$$



$$S = 10 \quad n = 6$$

$$10 > 2 \times 6 - 3$$

Плоские стержневые системы

Статически неопределимые системы широко используют в конструкциях.

Статически неопределимые системы более надежны, т.к. разрушение отдельных стержней не влечет за собой разрушение фермы.

Расчет статически неопределимых систем более сложен.

Пространственные стержневые системы

Число степеней свободы $$W = 3n - S - S_0$$

Минимальное число стержней, требуемое для закрепления системы

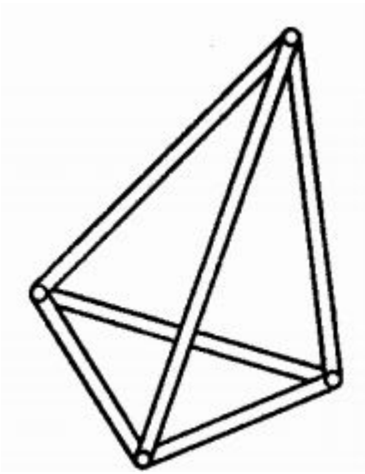
$$S_0 = 6$$

Для статически определимой системы $$S = 3n - 6$$

Для статически неопределимой системы $$S > 3n - 6$$

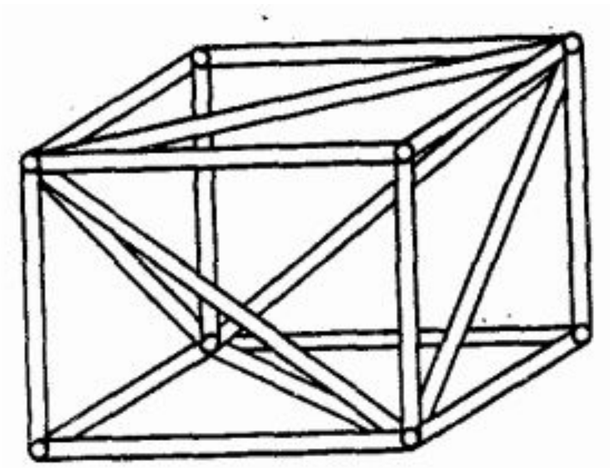
Для геометрически изменяемой системы $$S < 3n - 6$$

Пространственные стержневые системы



$S = 6 \qquad n = 4$

$6 = 3 \times 4 - 6$



$S = 18 \qquad n = 8$

$18 = 3 \times 8 - 6$

Расчет статически определимых ферм

Методы

- **метод вырезания узлов;**
- **метод сечений;**
- **метод конечных элементов;**
- **использование конечно-элементных программ.**

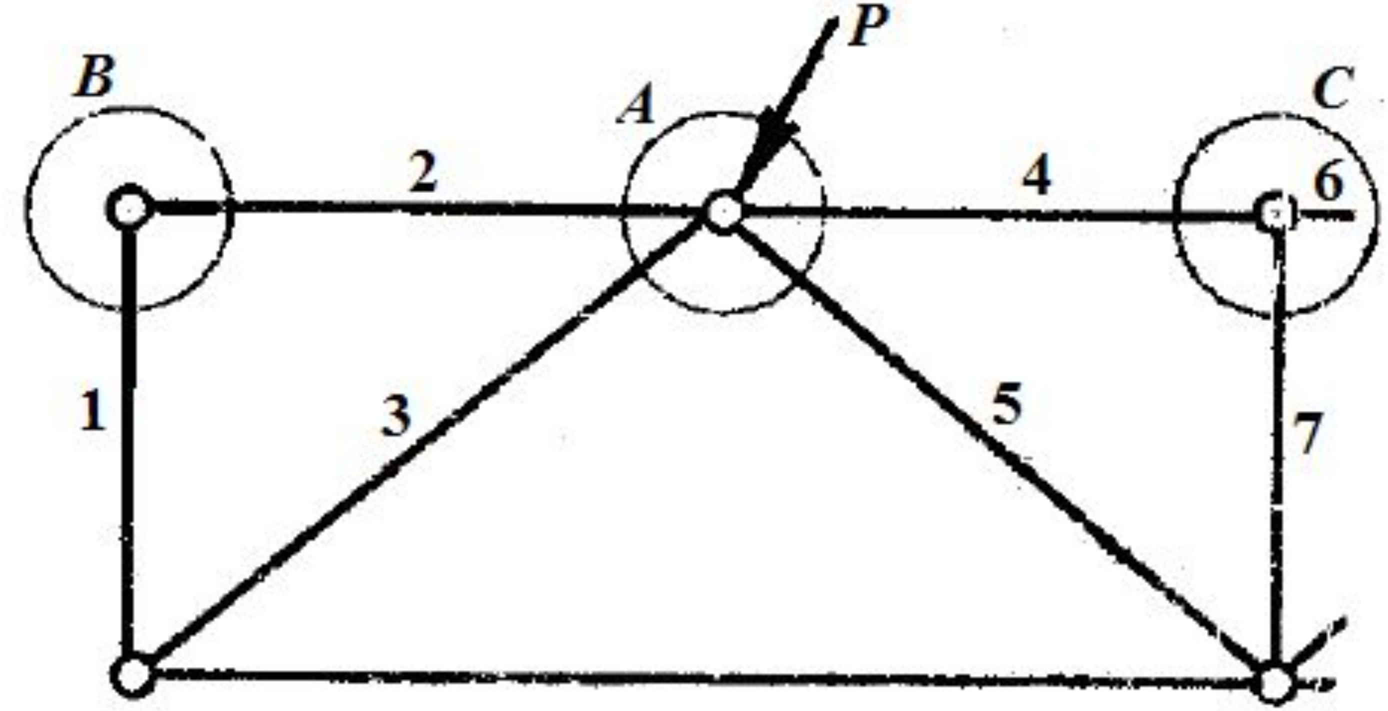
Метод вырезания узлов

Составляется система уравнений равновесия узлов фермы.

Порядок расчета:

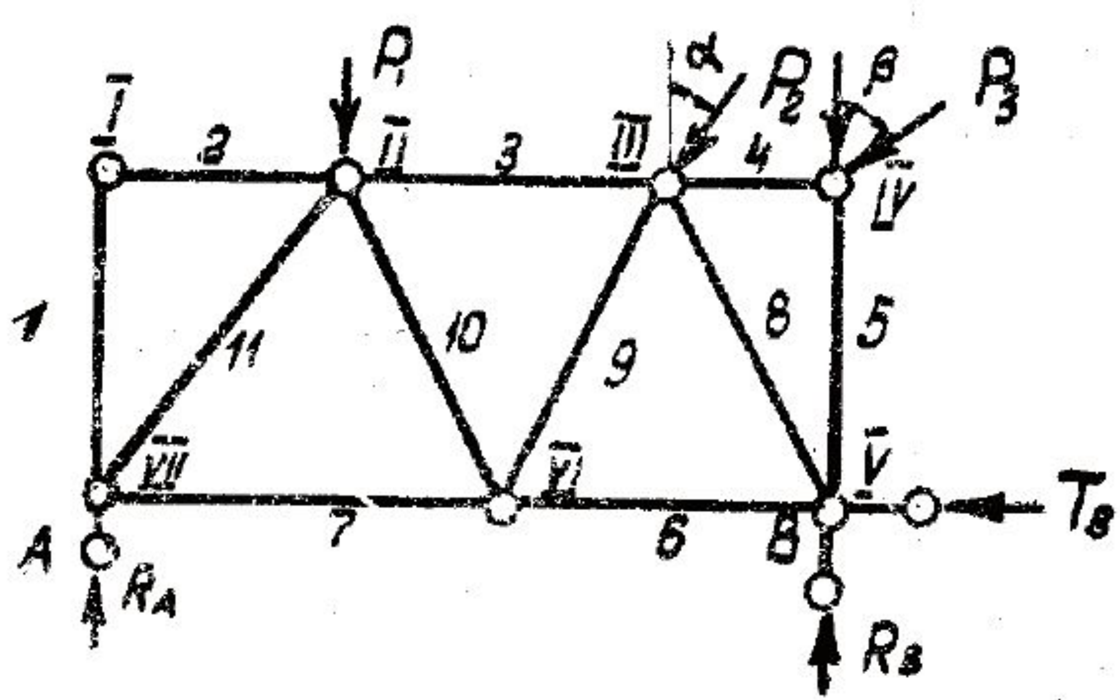
1. **Определяют опорные реакции.**
2. **Вырезают узел, в котором сходятся не более двух стержней.**
3. **В местах сечений прикладывают внутренние продольные силы, направляя их от сечений (т.е. к узлу). Внутренние силы в перерезанных сечением стержнях рассматривают как внешние силы по отношению к отсеченным узлам.**
4. **Для вырезанного узла составляют уравнения равновесия и определяют неизвестные усилия.**
5. **Отсекают следующий узел с двумя неизвестными усилиями, определяют их и т. д.**
6. **Уравнения равновесия для последнего вырезанного узла служат для проверки расчетов, т. к. усилия в рассеченных стержнях уже найдены.**

Метод вырезания узлов



Метод вырезания узлов

Пример. Имеется ферма, размеры и внешняя нагрузка известны.



Метод вырезания узлов

1. Из условия равновесия фермы (сумма всех сил и моментов, действующих на ферму, равна нулю) определить значения реакций.

2. Расчет, начиная с узла, в котором сходятся два стержня (выбираем узел 1).

3. Переходим к узлу, где сходятся не более двух стержней с неизвестной нагрузкой (узел VII).

4. Переходим к следующему узлу (узел II).

5. Узел VI.

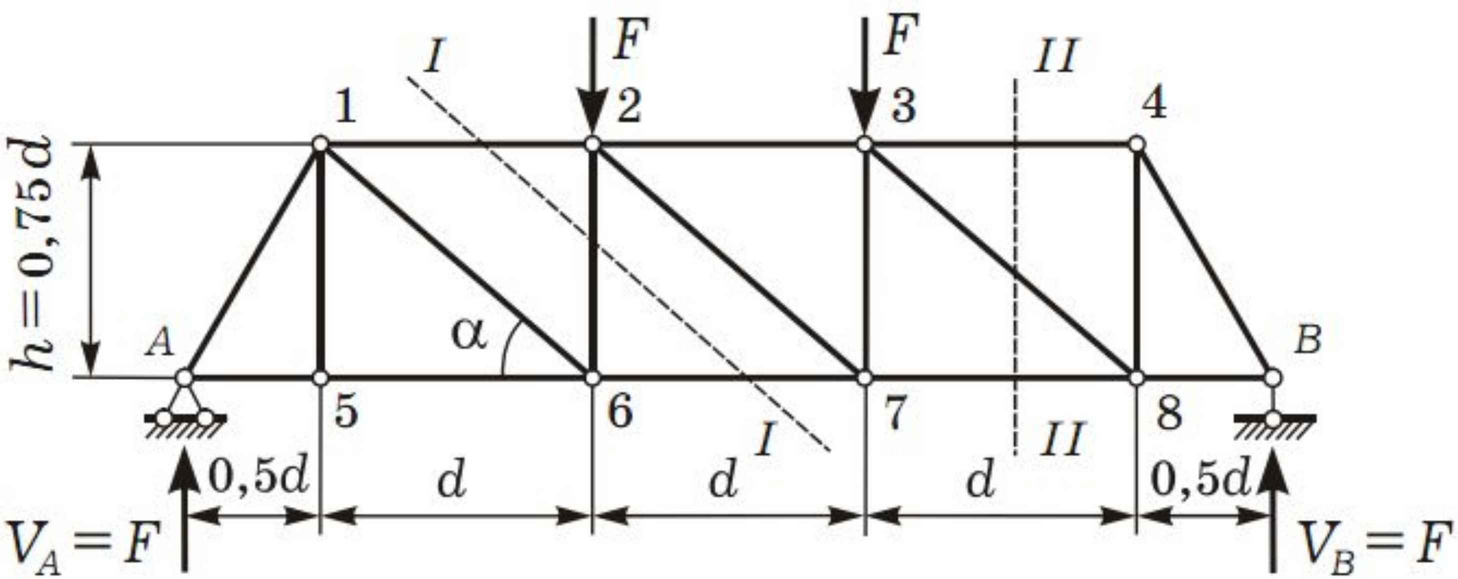
6. Узел III.

7. Узел IV.

8. Узел V. Проверка

Метод сечений

Способ сечений применяется тогда, когда одним сечением можно разделить ферму на две части, причем неизвестных сил в этом сечении не более трех.
Он является одним из наиболее целесообразных способов опреде-ления усилий в отдельных стержнях ферм, т. к. позволяет опреде-лить их независимо от того, известны ли усилия в других стержнях.



Метод сечений

Порядок расчета:

1. Определяют опорные реакции.
2. Рассекают ферму на две части таким образом, чтобы в сечение входило не более трех стержней с неизвестными усилиями.
3. Отбрасывают одну из частей, а ее действие на другую заменяют продольными силами в перерезанных стержнях.
4. Для оставшейся части фермы составляют уравнения равновесия так, чтобы каждое из них содержало одно неизвестное усилие. Для этого необходимо составлять уравнения равновесия в виде суммы моментов относительно точки пересечения двух неизвестных сил или в виде суммы проекций сил на ось, перпендикулярную двум стержням, если они параллельны.
5. Из уравнений равновесия определяют неизвестные усилия.

Благодарю за внимание!