

# Непрерывность функции

Для управления текстом  
мышью

## Определение непрерывности функции

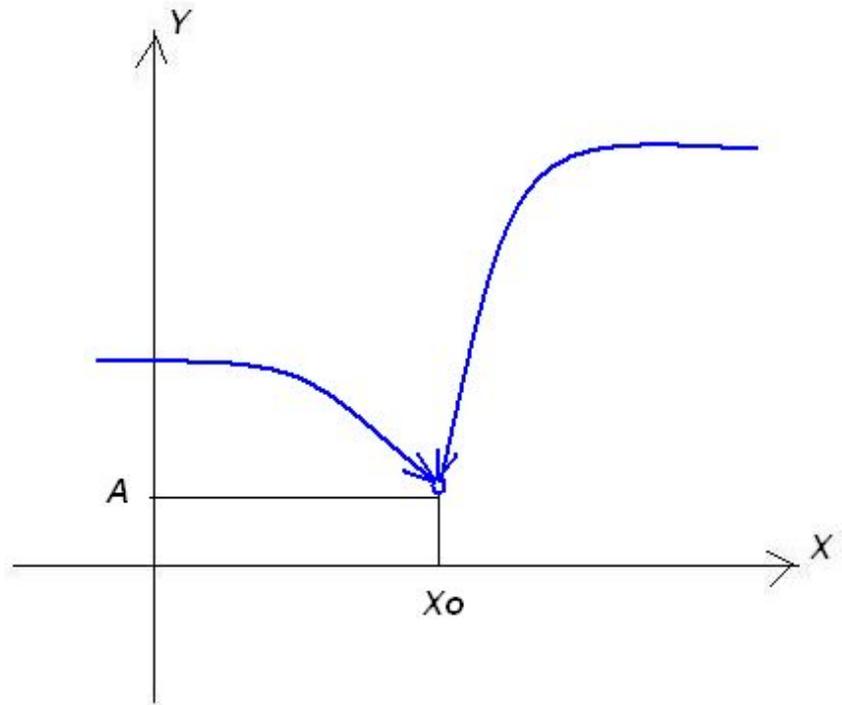
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta f(x) = 0$$

# Классификация точек разрыва

## 1. Устранимый разрыв

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = A$$



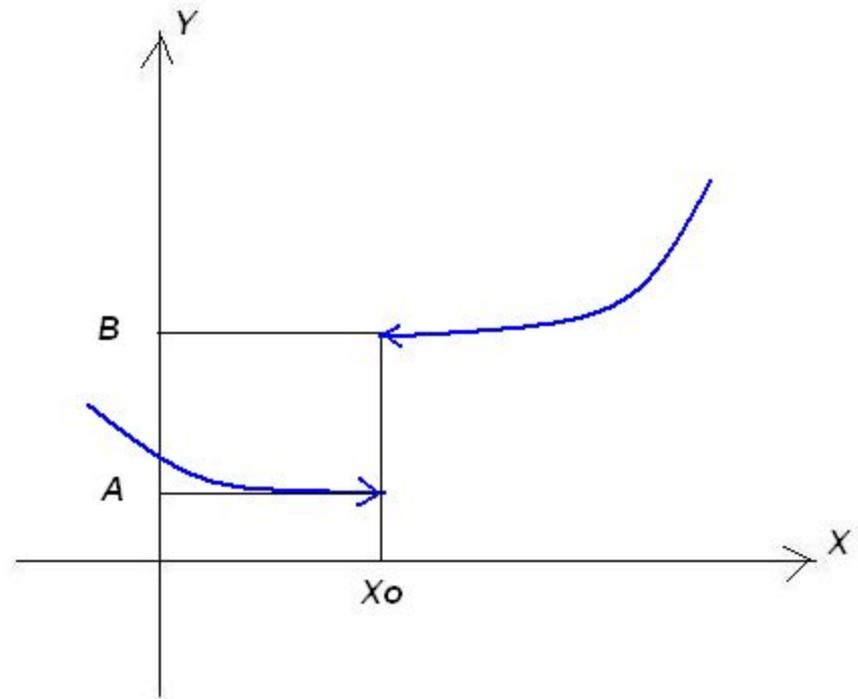
# Классификация точек разрыва

## 2. Неустранимый разрыв 1 рода

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = A$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = B$$

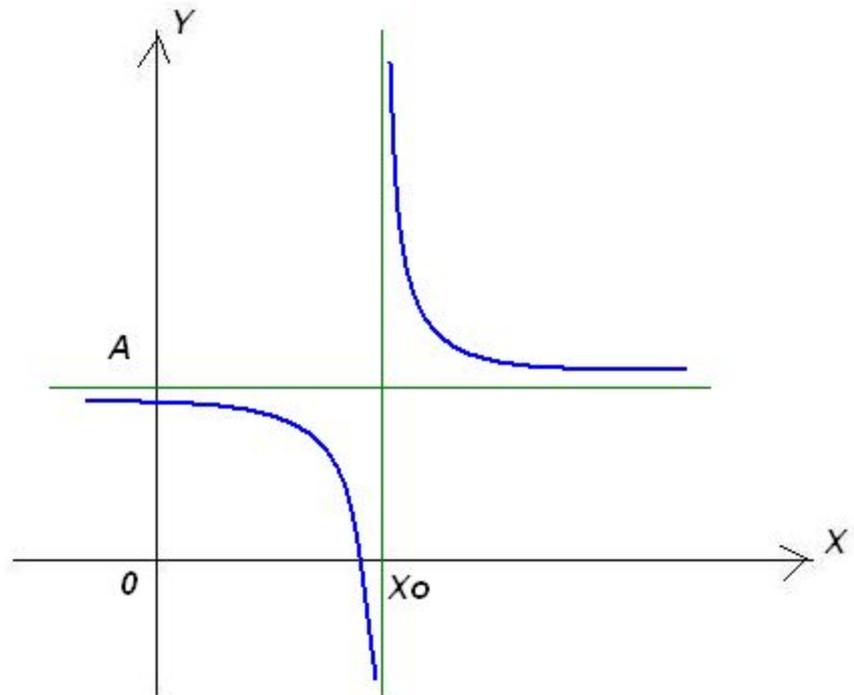


# Классификация точек разрыва

3. Неустранимый разрыв 2 рода

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = -\infty$$

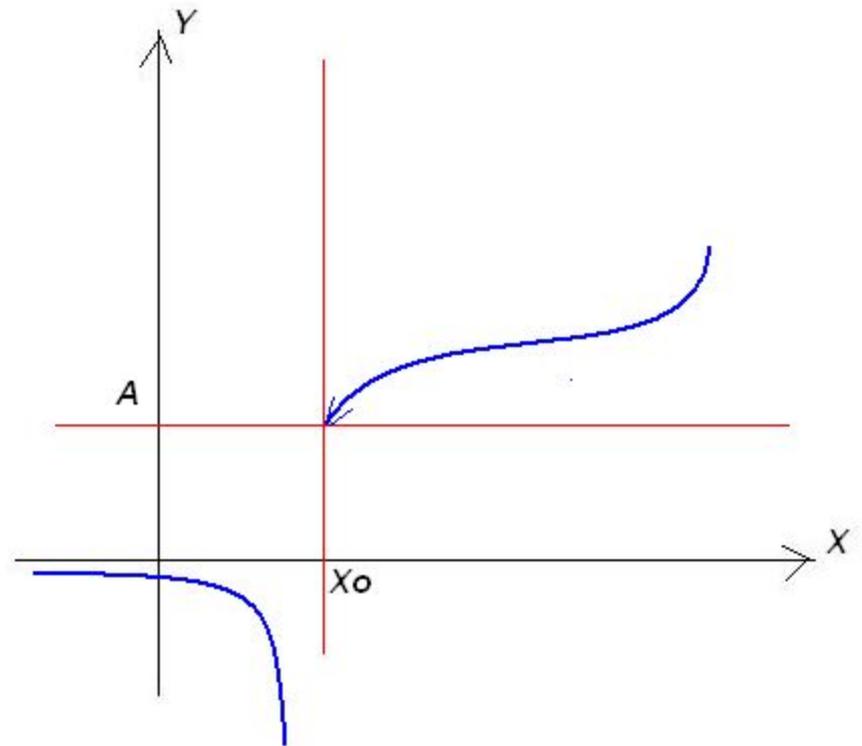


# Классификация точек разрыва

3. Неустранимый разрыв 2 рода

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = A$$



# Свойства непрерывных функций

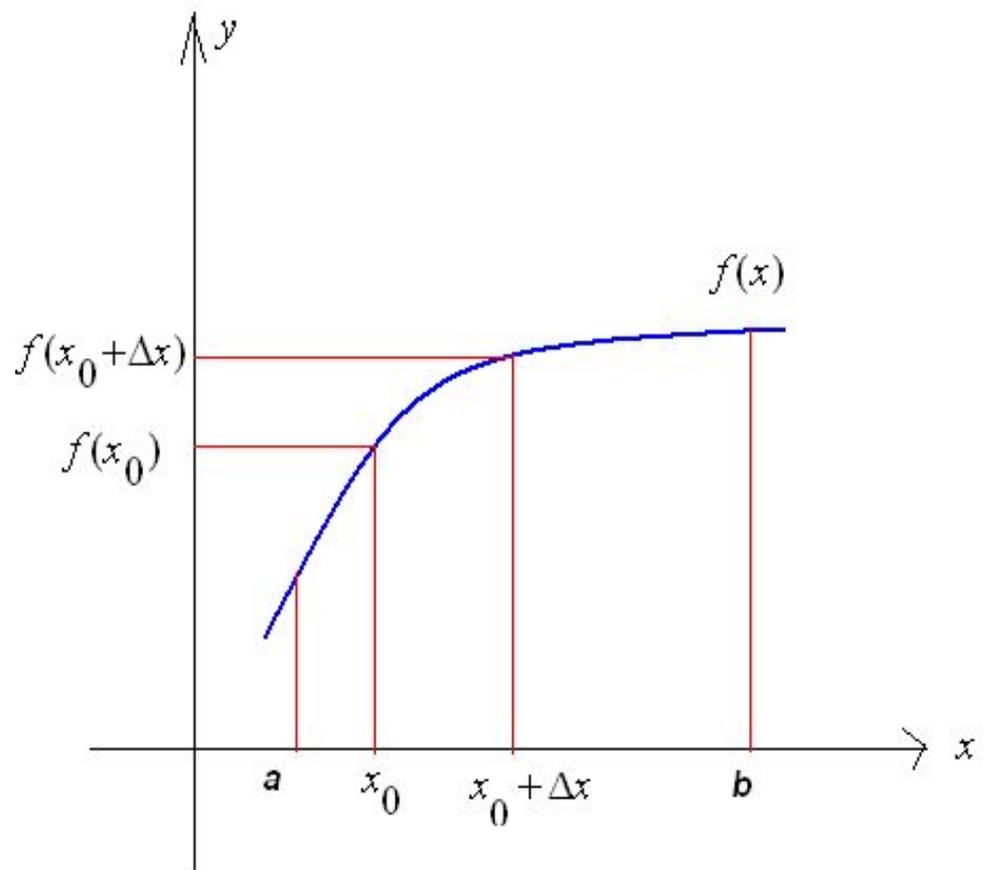
1. *Все основные функции непрерывны в области их определения.*
2. *Функция является непрерывной на интервале  $(a; b)$ , если она непрерывна в каждой точке этого интервала.*

## Свойства непрерывных функций

3. Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в  $x_0$ , то  $f(x)+g(x)$ ,  $f(x)-g(x)$ ,  $f(x)g(x)$ ,  $f(x)/g(x)$  непрерывны в  $x_0$
4. Функция  $f(g(x))$  – непрерывная.

# Понятие производной

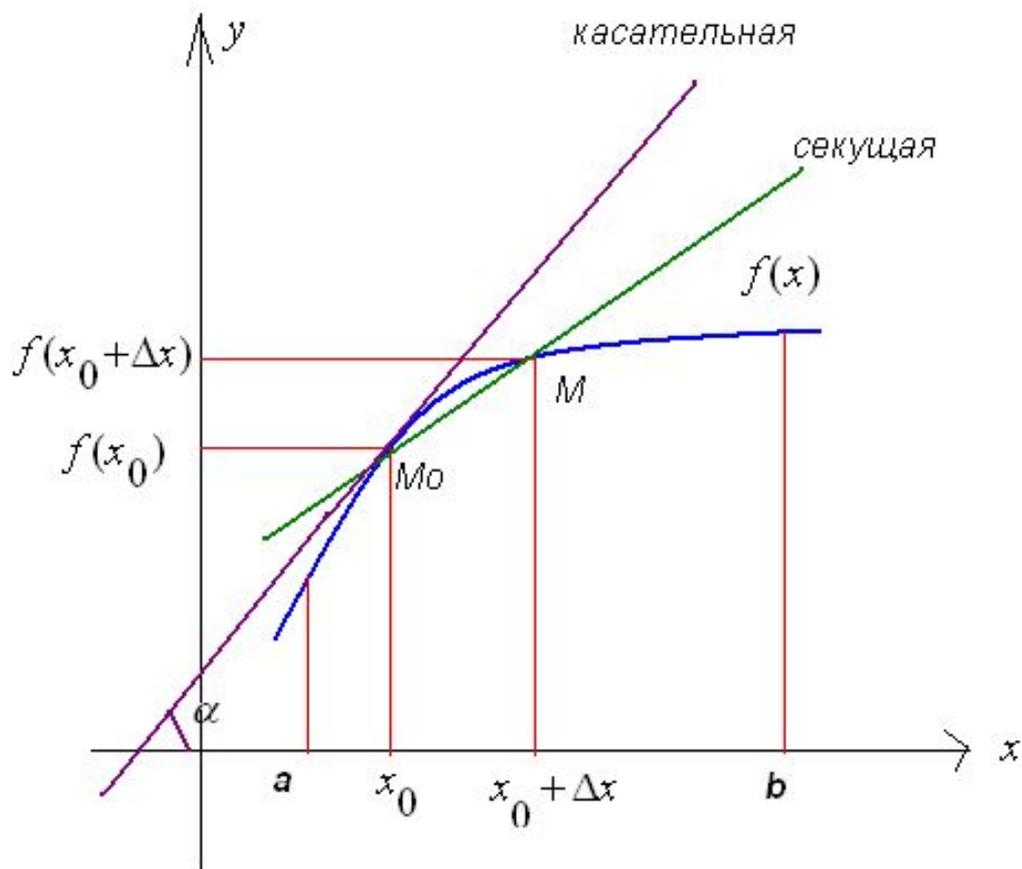
$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



# Геометрический смысл производной

$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

$$M \rightarrow M_0$$



Если функции  $u=u(x)$  и  $v=v(x)$  дифференцируемы в точке  $x$ , тогда справедливы следующие правила дифференцирования:  
Здесь  $c$  – постоянная

1.  $(cu)' = c \cdot u'$

2.  $(u \pm v)' = u' \pm v'$

3.  $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$

4.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$

5. Пусть функция  $y=f(u)$ , где  $u=u(x)$ . Тогда  $y$  есть сложная функция от  $x$ :  $y=f(u(x))$ , а  $u$  — промежуточный аргумент. Производная от сложной функции находят по правилу

$$y'(x) = \frac{dy}{dx} = y'(u) \cdot u'(x)$$

или

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

## Таблица основных формул дифференцирования

1.  $y = c, y' = 0, c$  - постоянная

2.  $y = x^\alpha, y' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$ .

3.  $y = a^x, y' = a^x \ln a; y = e^x, y' = e^x$ .

4.  $y = \log_a x, y' = \frac{1}{x \ln a}$ .

5.  $y = \sin x, y' = \cos x.$      $y = \cos x, y' = -\sin x.$

6.  $y = \operatorname{tg} x, y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

7.  $y = \operatorname{ctg} x, y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .

Таблица производных основных элементарных функций

1.  $C' = 0$ ;

2.  $x' = 1$ ;

3.  $(x^2)' = 2x$ ;

4.  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ ;

5.  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ ;

5\*  $(e^x)' = e^x$ ;

6.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ ;

6\*  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ;

7.  $(\sin x)' = \cos x$ ;

8.  $(\cos x)' = -\sin x$ ;

9.  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ;

10.  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ ;

11.  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ;

12.  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ; (2.1)

13.  $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ ;

14.  $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ .