Решение комбинаторных задач.

Предмет: математика.

Тип урока: урок комплексного применения знаний.

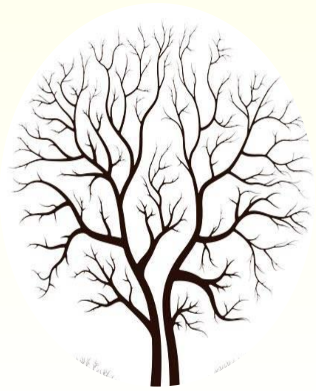
Продолжительность: 1 урок - 45 минут.

Класс: 9.

Учитель: Степушкина Н.Ю.

Цели урока:

- Подвести итог проделанной работе, решить задачи с применением всех правил и формул. Проверить осознанность усвоения материала.
- Развитие навыков комбинаторного мышления.
- Воспитание творческого подхода к решению задач.



Проверка домашнего задания

Условие задачи	Решение задачи
Сколькими способами 9 учащихся могут встать в очередь в школьном буфете?	$P_9=9!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9=362880$. *Ответ:* 362880 способов
Сколько существует способов выбрать троих ребят из 11 желающих дежурить по школе?	Количество сочетаний из 11 по 3 (порядок выбора не имеет значения). $C_{11}^{3}=\frac{11!}{3!\cdot 8!}=\frac{11\cdot 10\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3}=165$ *Ответ:* 165 способов.
Сколькими способами могут занять первое, второе и третье места 8 участниц финального забега на дистанции100м?	Выбор из 8 по 3 с учётом порядка. $A_8^3=\frac{8!}{5!}=8\cdot 7\cdot 6=336$ *Ответ:* 336 способов.

Вид комбинации	Формула	Характерный пример
Перестановка	$P_n = n!$	Вся совокупность трёхзначных номеров
Сочетание	[illegible]	Вся совокупность всех десятичных номеров, в каждом из которых нет повторений цифр
Размещение	[illegible]	Всевозможные варианты состава группы в количестве 3-х человек из коллектива, в которых 10 человек

Решение задач

1. Если на одной полке книжного шкафа стоит 30 различных книг, а на другой40 различных книг (и нет таких, как на первой полке), то выбрать одну книгу из стоящих на этих полках можно:…	30+40= 70 способов Ответ: 70 способов
2.В конференции участвовало 30 человек. Каждый участник с каждым обменялся визитной карточкой. Сколько всего понадобится карточек?	Каждый из 30 участников конференции раздал 29 карточек. Всего было роздано $30 \cdot 29 = 870$ карточек. Ответ:870

Решение задач

Сочетания	Размещения
3. Сколько рукопожатий получится, если здороваются 5 человек? {Вася, Петя} = {Петя, Вася} -	4. Сколькими способами пять человек могут обменяться фотографиями?
– одно и то же. Порядок неважен. **Сочетание** из пяти по два. $C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!\,2!} = \frac{4\cdot 5}{2} = 10$	{Вася, Петя} ≠ {Петя, Вася} - – разные обмены. Порядок важен. **Размещение** из пяти по два. $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 4\cdot 5 = 20$

Решение задач

Сочетания	Размещения
5. Сколько аккордов можно сыграть с помощью трех клавиш из семи? {до, ми, соль} = {до, соль, ми} – одно и то же. Порядок неважен, значит это	**6. Сколько мелодий (трезвучий, проигрышей) можно сыграть с помощью трех клавиш из семи?** {до, ми, соль} ≠ {до, соль, ми} –
подмножество по три элемента из семи, значит это **сочетание** из семи по три. $C_5^3 = \dfrac{5!}{(5-3)!\,3!} = \dfrac{4 \cdot 5}{2} = 10$	разные мелодии. Порядок важен, значит это последовательность по три элемента из семи **-размещение** из семи по три. $A_5^3 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$

Решение задач

- Сколькими способами 5 ламп можно расположить в круговой гирлянде?
- Сколькими способами пять часовых можно расположить у основания пятиугольной пирамиды по ее углам?
- Сколькими способами n человек могут сесть на одной скамейке?
- Сколько различных упорядоченных наборов мы можем составить, имея некоторое число элементов?

Каждый из таких упорядоченных наборов, есть перестановка.

$$P_n = n!$$

Решение задач

8.Команда из 6 человек готовится к выполнению на брусьях. Сколькими способами можно установить их очерёдность, если

А) Ира должна выступить первой.

Б) Ира должна выступить первой, а Зоя последней.

В) Ира и Зоя должны выступать одна за другой.

Г) Ира должна выступить первой или второй.

Решение задачи:

А) Ира выступает первой, «фиксируем» первое место. Перестановка из 5 элементов $P_5 = 5!$.

Б) «Фиксируем» первое место и последнее. Перестановка из 4 элементов $P_4 = 4!$.

В) «Склеиваем» 2 элемента, 1 место –Ира, 2 место –Зоя, перестановка из 5 элементов $P_5 = 5!$, 1 место –Зоя, 2 место - Ира, $P_5 = 5!$.

По правилу суммы 5! + 5! = 120+ 120 =240.

Г) Ира первой 5!, Ира второй 5!.

По правилу суммы имеем 120+ 120= 240.

Ответ: 120, 24, 240, 240.

Решение задач

9. Вороне как-то Бог послал кусочек сыра, брынзы, колбасы, сухарика, шоколада. «На ель ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж собралась, да призадумалась»:

а) если есть кусочки по очереди, из скольких вариантов придётся выбирать;

б) сколько получится «бутербродов» из двух кусочков;

в) если первым везде оставить любимый сыр в «бутерброде», а вторым остальные, то сколько будет вариантов бутербродов;

г) сколько получится вариантов, если какой-то кусочек всё-таки бросить лисе, а потом ответить на вопрос пункта а)?

Рассмотреть все возможные случаи.

Решение задач

Вороне Бог послал кусочки 5 разных видов.

а) Есть все кусочки по очереди - это, значит, выбирать только порядок их расположения, т. е. образовывать разные перестановки из 5 элементов.

$P_5 = 5! = 120$.

б) Делать бутерброды из двух кусочков - это выбирать разные пары из 5 данных кусочков; при этом порядок выбора не важен;

$$C_2^5 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$$

в) Если первым сыр, то вторым - любой из 4- х кусочков.

По правилу произведения $1 \cdot 4 = 4$.

г) Если бросить Лисе кусочек, то останутся 4 кусочка, которые можно съесть одним из $P_4 = 4! = 24$ способов (меняется только порядок поедания). Но Лисе можно бросить любой из 5 имеющихся
кусочков, при этом в каждом случае будут оставаться 4 разных набора кусочков, каждый из которых можно съесть 24 способами.
Общее число вариантов по правилу умножения : $5 \cdot P_4 = 5 \cdot 24 = 120$.

Ответ: а) 120; б) 10; в) 4; г)120.


Комбинаторика
(от лат. «Combinare» - сочетать, соединять»), термин был введен Лейбницем в 1666 году. Многое в комбинаторику в частности правила и основы, ввел Якоб Бернулли
азвиваться как наука
мбинаторика начала
после писем к
звестному ученому
Паскалю от извест
рока в азартные и
кавалера Де Мере
Лейбниц
Бернулли
Паскаль
Соберем все варианты в такой таблице:
плюшка, кофе
бутерброд, кофе
пряник, кофе
кекс, кофе
плюшка, сок
бутерброд, сок
пряник, сок
кекс, сок
плюшка, кефир
кефир
По правилу
правило умножения
Для того чтоб
возможных исх
проведения дву
следует перем
исходов испыта
исходов в
$P_n = n!$
На окружности отмечен
12 точек.Сколько
существует
треугольников с
вершинами в этих
точках?
Правило суммы.
Если объект a можно выбрать m различными способами, а объект b можно выбрать n различными способами, причем результаты выбора объектов a и b никогда не совпадают, то выбор «либо a, либо b» можно осуществить m+n различными способами.

Домашнее задание.

Решить задачи из сборника Л. В. Кузнецова,

С. Б. Суворова "Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе" стр. 226 - 227.