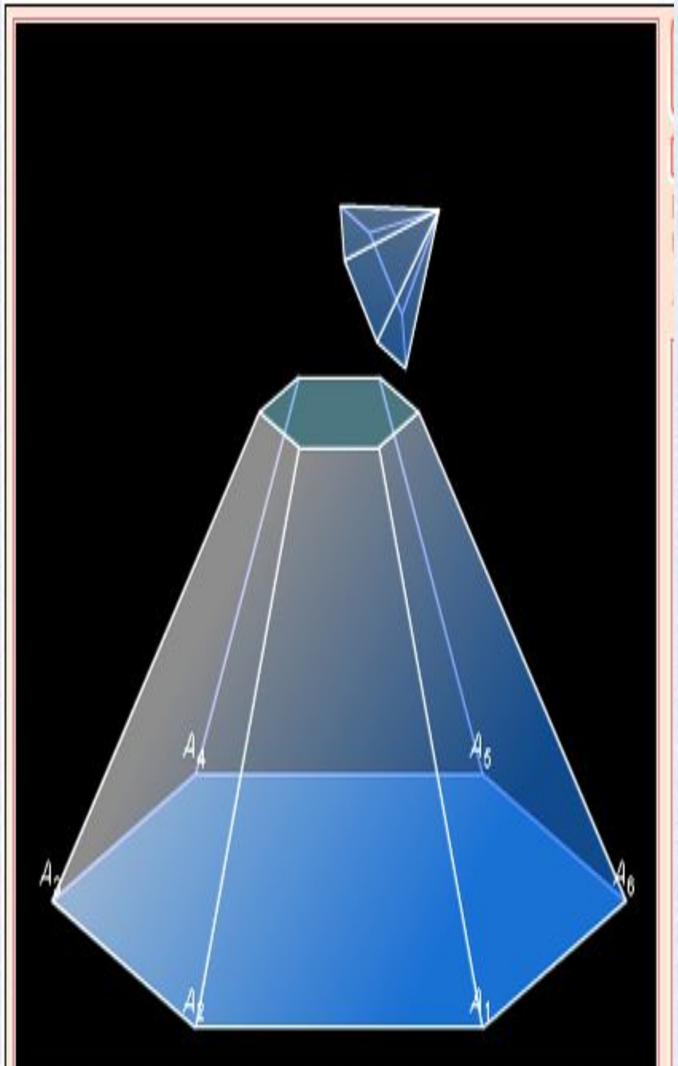
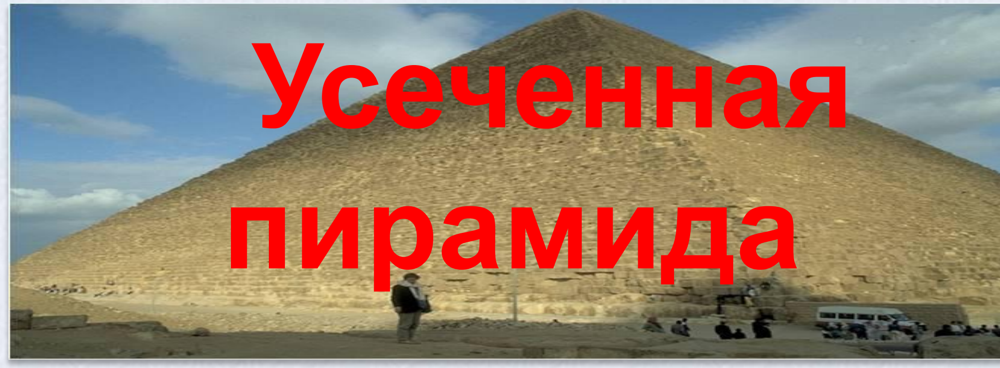
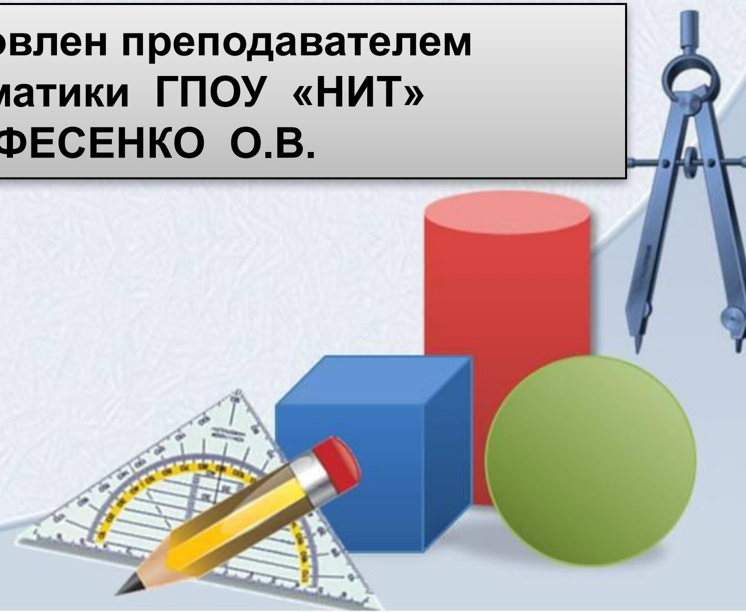
ГПОУ « Новоазовский индустриальный техникум»



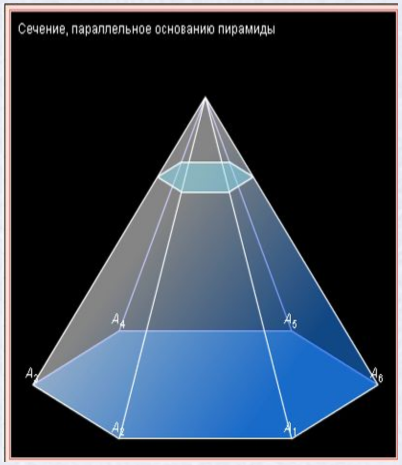


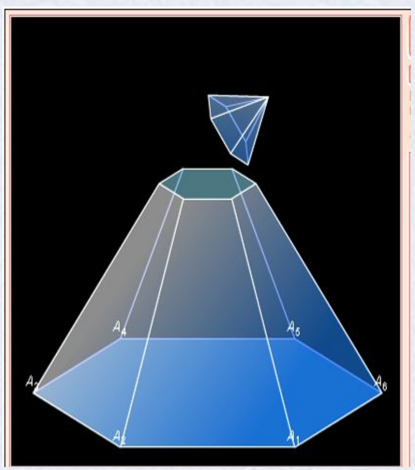
Усеченная пирамида

Подготовлен преподавателем математики ГПОУ «НИТ» ФЕСЕНКО О.В.

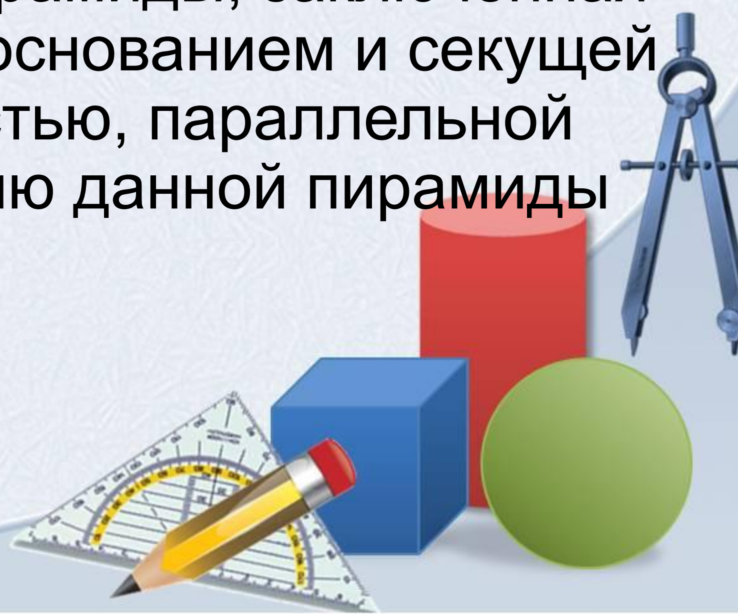


ПОНЯТИЕ УСЕЧЕННОЙ ПИРАМИДЫ

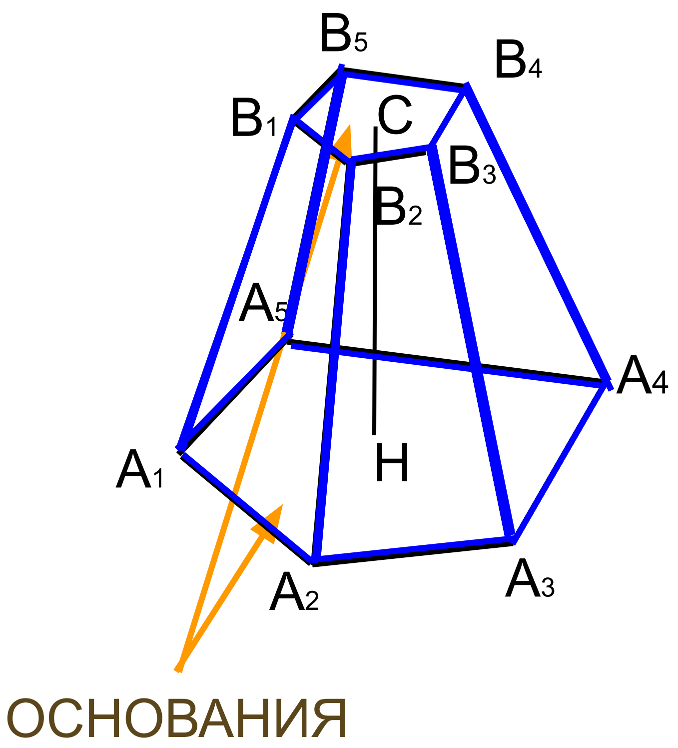




- Плоскость параллельная основанию пирамиды, разбивает её на два многогранника. Один из них является пирамидой, а другой называется усечённой пирамидой.
- *Усеченная пирамида* – это часть полной пирамиды, заключенная между её основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию данной пирамиды

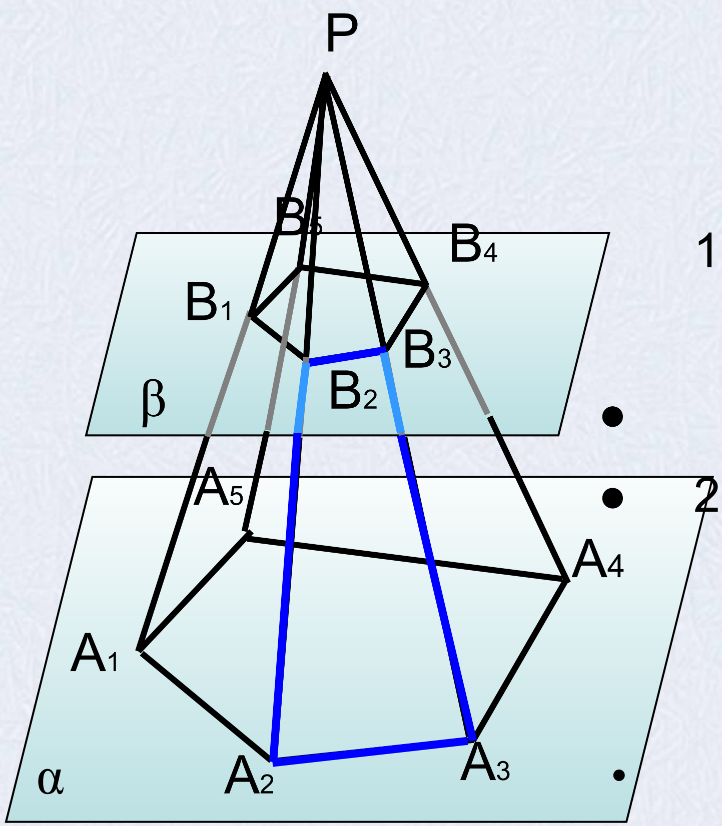


ПОНЯТИЕ УСЕЧЕННОЙ ПИРАМИДЫ



- Многоугольники $A_1A_2A_3A_4A_5$ и $B_1B_2B_3B_4B_5$ - *нижнее и верхнее основания* усечённой пирамиды
- Отрезки A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3… - *боковые ребра* усечённой пирамиды
- Четырёхугольники $A_1B_1B_2A_2$, $A_2B_2B_3A_3$ … - *боковые грани* усечённой пирамиды. Можно доказать, что все они являются трапециями.
- Отрезок СН – перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки верхнего основания к нижнему основанию – называется *высотой* усечённой пирамиды.

УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА



Докажем, что боковые грани являются трапециями.

Рассмотрим четырехугольник $A_1B_1B_2A_2$.

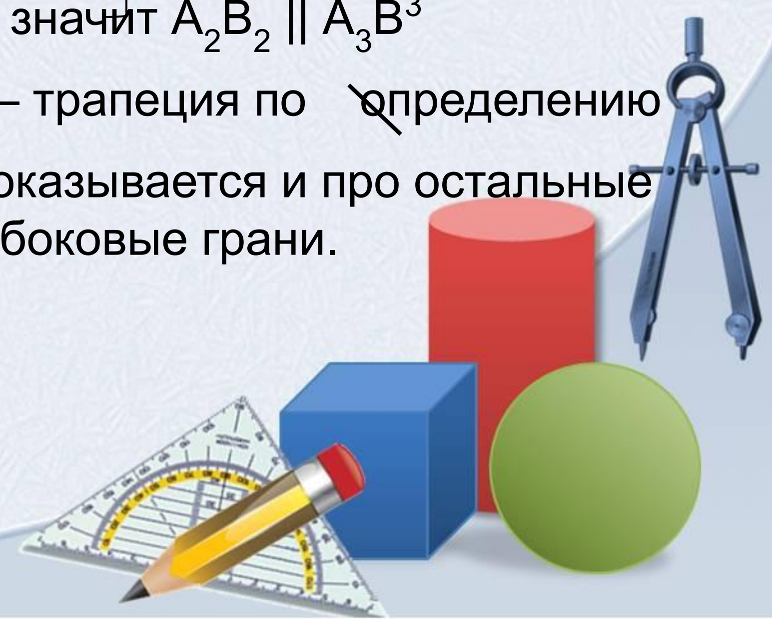
1. **α || β**

$(PA_2A_3) \cap \alpha = A_2A_3$ значит $A_2A_3 \parallel B_2B_3$

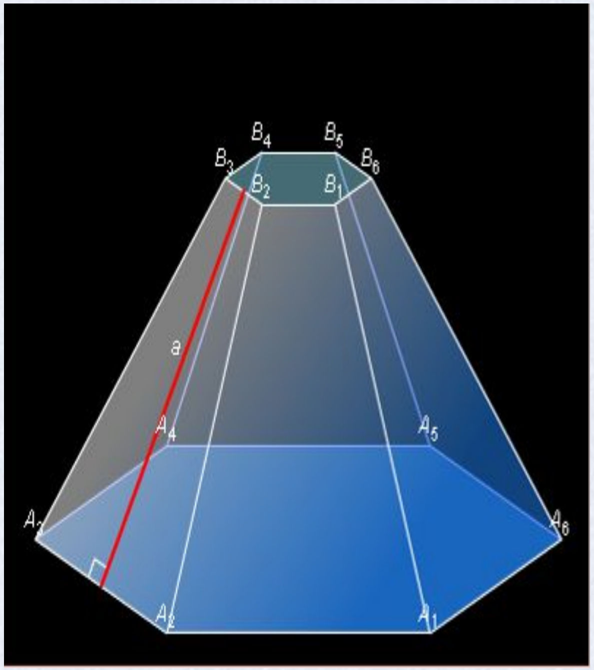
- $(PA_2A_3) \cap \beta = B_2B_3$
- 2. $A_2P \cap A_3P = P$, значит $A_2B_2 \parallel A_3B^3$

Т.о. $A_1B_1B_2A_2$ – трапеция по определению

Аналогично доказывается и про остальные боковые грани.



ПРАВИЛЬНАЯ УСЕЧЕННАЯ ПИРАМИДА

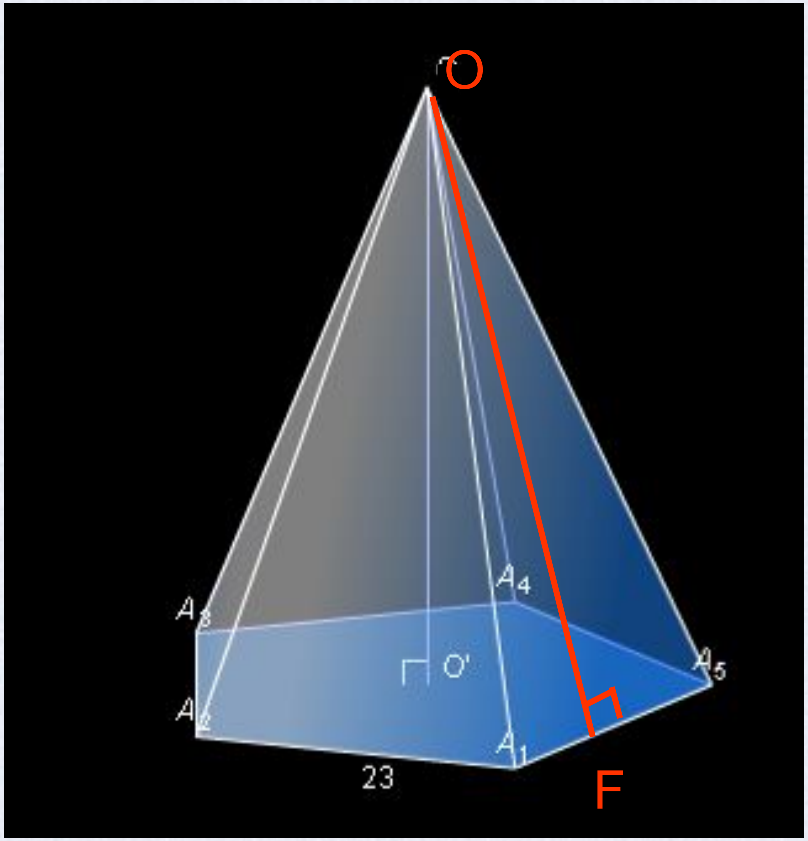


- Усеченная пирамида называется *правильной*, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.
- Основания - правильные многоугольники .
- Боковые грани – равные равнобедренные трапеции (?).
- Высоты этих трапеций называются *апофемами*.

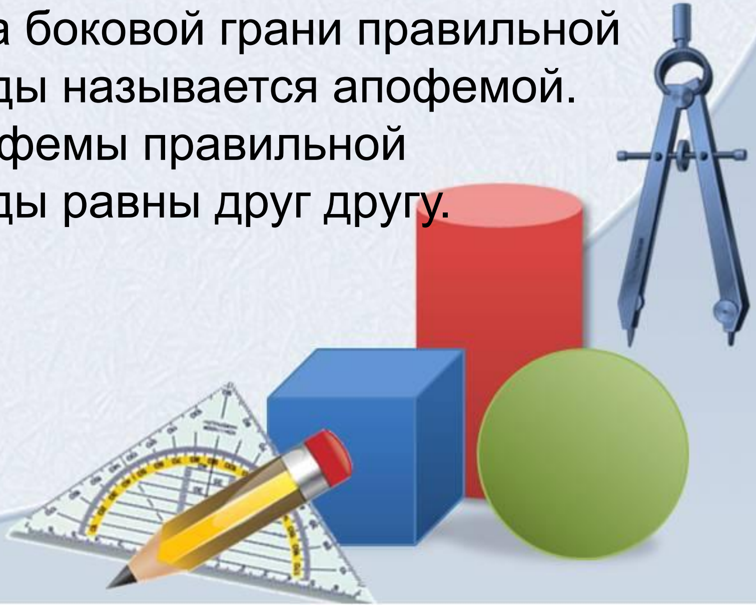
ПИРАМИДА

СОДЕРЖАНИЕ

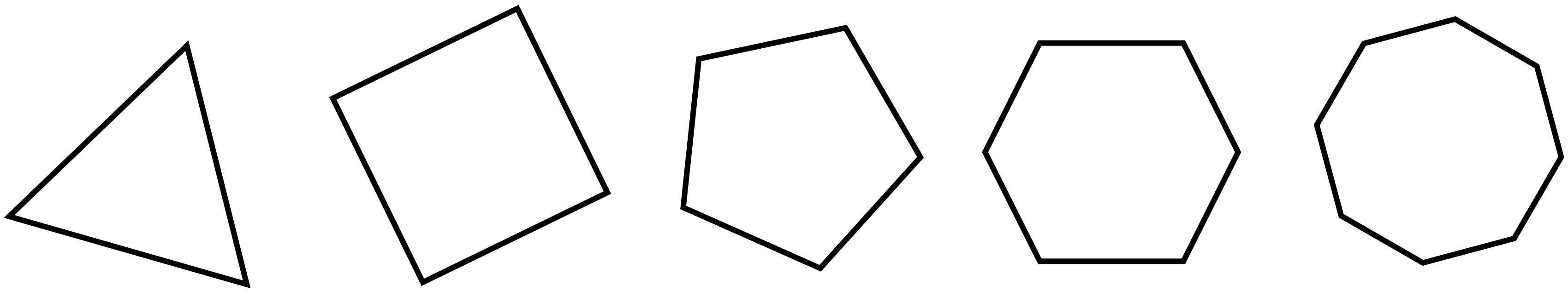
ПРАВИЛЬНАЯ ПИРАМИДА



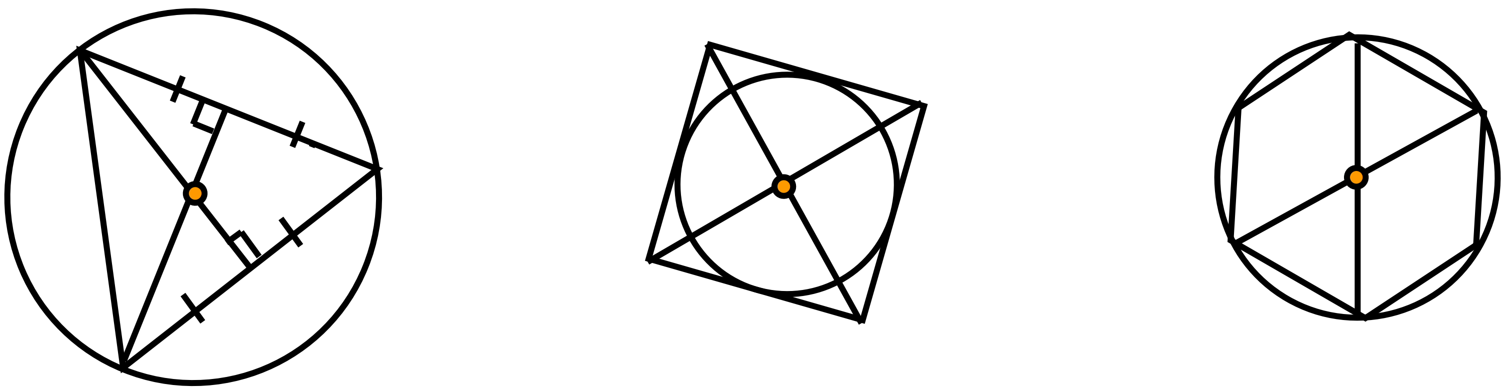
- Пирамида называется *правильной*, если её основание – правильный многоугольник, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок , соединяющий вершину с центром основания, является её высотой.
- Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а грани являются равными равнобедренными треугольниками.
- Высота боковой грани правильной пирамиды называется апофемой. Все апофемы правильной пирамиды равны друг другу.



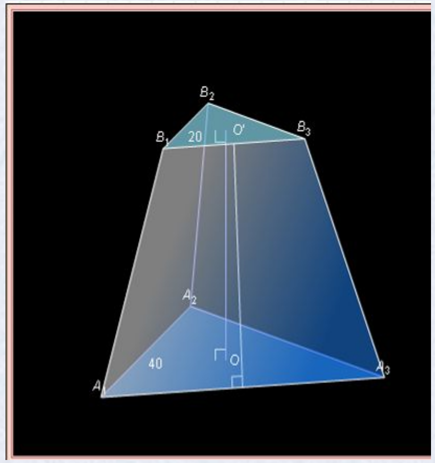
Правильным многоугольником называется многоугольник, у которого все стороны равны и все углы равны.

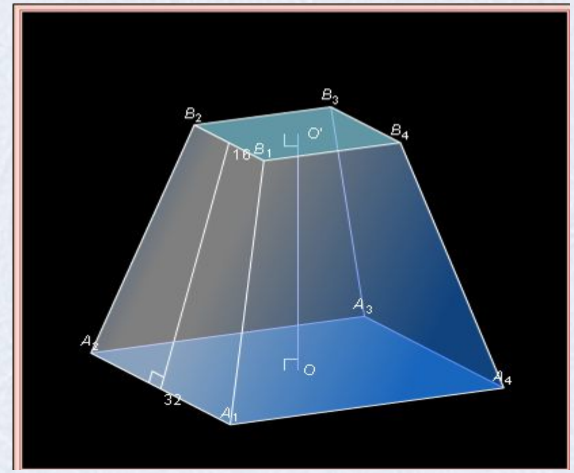


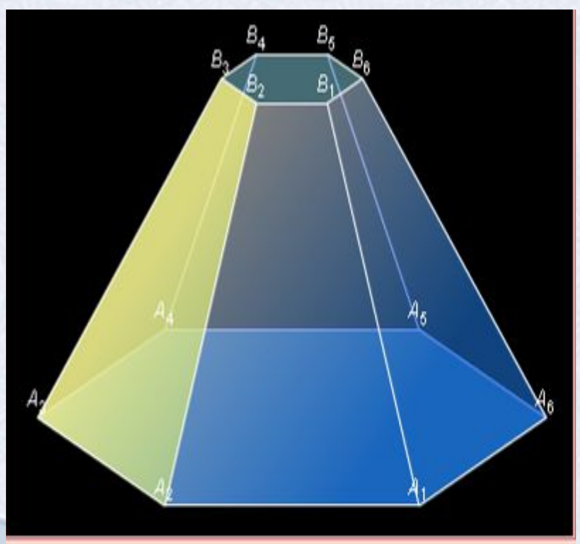
Центр окружности, описанной около правильного многоугольника совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник, и называется *центром правильного многоугольника*. Для его нахождения достаточно определить в какой точке находится центр либо вписанной либо описанной окружности.

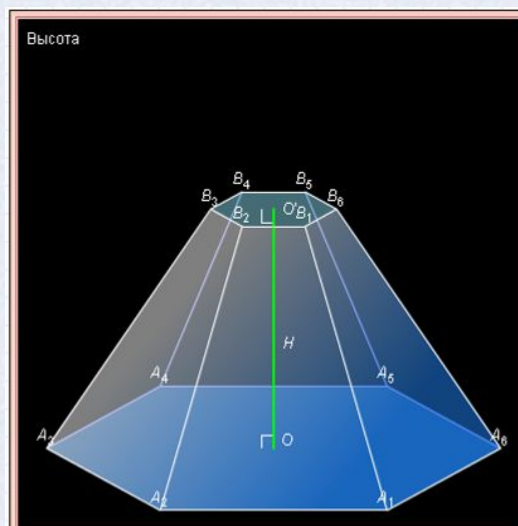


УСЕЧЕННЫЕ ПИРАМИДЫ









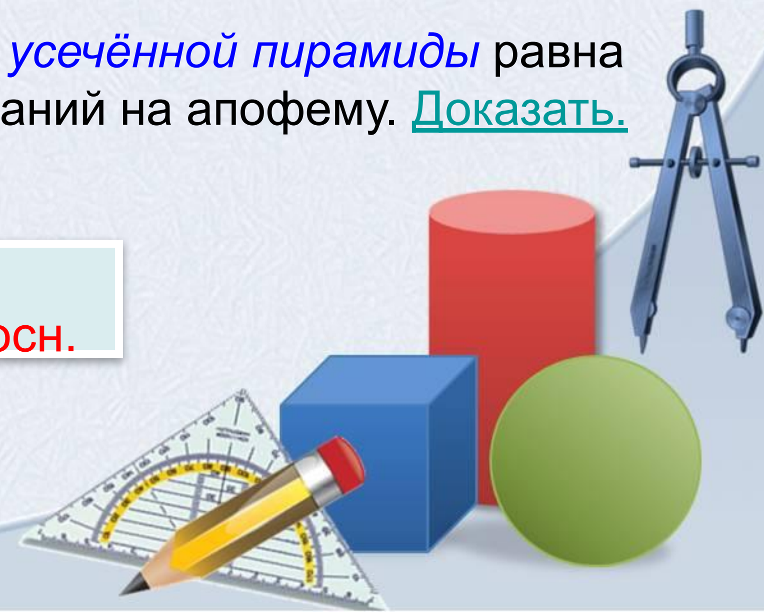
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ УСЕЧЁННОЙ ПИРАМИДЫ

- *Площадью полной поверхности* (Sполн) пирамиды называется сумма площадей всех её граней: основания и всех боковых граней.
- *Площадью боковой поверхности* (Sбок) пирамиды называется сумма площадей её боковых граней.

$$S_{полн} = S_{бок} + S_{осн}$$

- *Площадь боковой поверхности правильной пирамиды* равна половине произведения периметра основания на апофему.
- *Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды* равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему. Доказать.

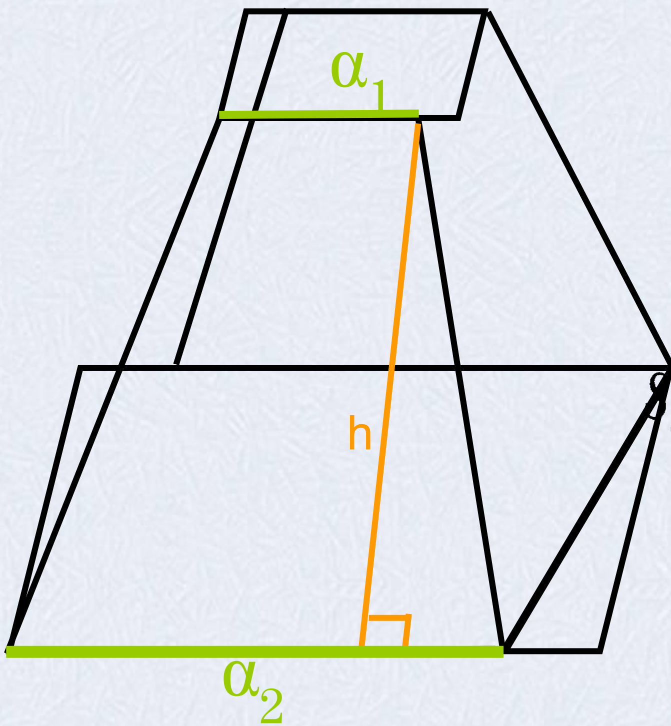
$$S_{полн.усеч.} = S_{бок} + S_{верхн.осн.} + S_{нижн.осн.}$$



ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ УСЕЧЁННОЙ ПИРАМИДЫ

Найдем площадь одной из граней правильной n-угольной усечённой пирамиды.

$$S_{грани} = \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot h$$



Т.к. эта усечённая пирамида правильная, то

$$S_{бок} = S_{грани} \cdot n = \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot h \cdot n = \frac{a_1 n + a_2 n}{2} \cdot h = \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot h$$

$$S_{бок} = \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot h$$

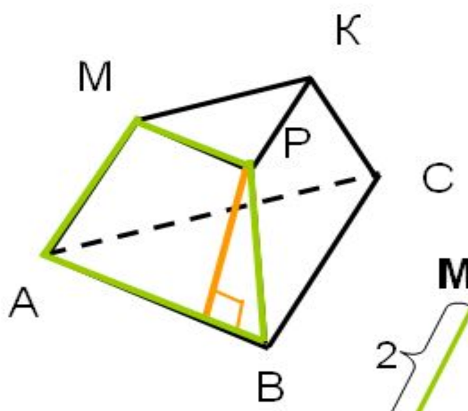
ЗАДАЧА 1

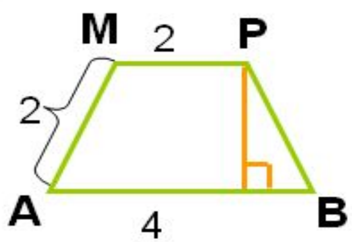
Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 см и 2 см, а боковое ребро равно 2 см.

Найдите: 1. апофему пирамиды;

2. площадь полной поверхности.

Ход решения задачи.





Дано: ABCMPK – правильная усечённая пирамида;

ΔABC – нижнее основание;

ΔMPK – верхнее основание;

AB = 4 см, MP = 2 см, AM = 2 см.

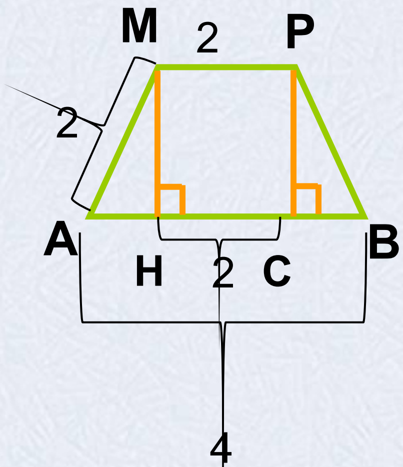
Найти: 1. апофему;

2. $S_{полн}$.

План решения:

1. *Сделать чертеж.*
2. *Построить апофему и определить многоугольник, из которого можно её найти.*
3. *Произвести необходимые вычисления.*

РЕШЕНИЕ



AB=AH+HC+CB
CB=AH
HC=MP

AB=2AH+MP

Т.о. 2AH=2, AH=1

ΔAMH – *прямоугольный,* $\angle$*AHM=90°*

MH= $\sqrt{3}$ *по теореме Пифагора.*

$S_{\text{полн}}=S_{\text{бок}}+S_{\text{верхн.осн.}}+S_{\text{нижн.осн.}}$

$$S_{бок}=\frac{3\cdot 2+3\cdot 4}{2}\cdot\sqrt{3}=9\sqrt{3}$$

$$S_{осн}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$ *т.к. в основании правильные треугольники*