Контрольная работа

"МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ СЛУЖБЫ ГОРОДА"

Пример варианта диспетчерского журнала

Диспетчерский журнал выездов по 105 вызовам за 120 суток.

№ п/п	Время вызова дн.мц / ч:мин	Время возвращения дн.мц / ч:мин	Длит. обсл., мин	Число ПА	Район выезда ПЧ	Причина вызова	Объект вызова
1	01.01 / 05:06	01.01 / 05:33	27	3	1	А	ОЗ
2	01.01 / 18:47	01.01 / 19:23	36	2	1	П	ЖС
3	01.01 / 20:23	01.01 / 20:38	15	3	3	П	ЖС
4	02.01 / 23:09	03.01 / 00:47	98	1	1	Д	ПР
5	03.01 / 19:36	03.01 / 19:58	22	1	2	П	ЖС
6	03.01 / 23:05	04.01 / 00:00	55	2	1	А	НС
7	04.01 / 18:10	04.01 / 19:07	57	1	2	А	ОТ
8	06.01 / 12:19	06.01 / 12:35	16	4	2	А	ПР
9	06.01 / 17:33	06.01 / 18:35	62	1	3	А	ЖС
10	07.01 / 07:32	07.01 / 08:26	54	4	1	П	ЖС
11	07.01 / 08:43	07.01 / 09:30	47	2	2	П	ОЗ
12	07.01 / 18:22	07.01 / 19:30	68	4	2	С	ПР
13	08.01 / 10:25	08.01 / 10:30	5	2	3	П	ЖС
14	09.01 / 03:29	09.01 / 04:19	50	4	1	А	ПР
15	09.01 / 17:11	09.01 / 17:16	5	3	3	П	ЖС
16	10.01 / 03:25	10.01 / 03:41	16	2	1	Л	ПР
17	12.01 / 02:42	12.01 / 02:57	15	1	1	С	ОЗ
18	12.01 / 13:03	12.01 / 13:46	43	1	3	П	ЖС
19	12.01 / 23:48	12.01 / 23:57	9	2	2	А	ЖС
20	13.01 / 10:13	13.01 / 10:35	22	1	1	П	ПР
21	13.01 / 13:29	13.01 / 14:12	43	2	3	Л	ОЗ
22	13.01 / 16:03	13.01 / 16:26	23	3	2	А	ЖС
23	14.01 / 03:37	14.01 / 04:01	24	1	1	П	ОТ
24	14.01 / 10:14	14.01 / 11:16	62	1	3	П	ПР
25	15.01 / 10:24	15.01 / 11:15	51	2	3	П	ПР
26	15.01 / 20:32	15.01 / 20:46	14	1	2	А	ПР
27	16.01 / 19:59	16.01 / 20:29	30	2	2	П	ПР
28	17.01 / 18:21	17.01 / 20:13	112	2	1	П	ПР
29	23.01 / 15:34	23.01 / 15:47	13	1	1	П	ЖС
30	24.01 / 17:31	24.01 / 18:09	38	4	3	П	ЖС
31	25.01 / 16:29	25.01 / 18:00	91	1	1	С	ЖС
32	26.01 / 20:23	26.01 / 22:41	138	2	1	П	ОЗ

Требования к выполнению работы

Расчетно-пояснительная записка к контрольной работе оформляется в рукописном или машинописном виде на стандартных листах писчей бумаги (формат А4). Расчетно-пояснительная записка должна иметь следующие структурные элементы:

титульный лист, на котором указываются: название учебного заведения и кафедры; наименование дисциплины и тема курсовой работы; фамилия и инициалы слушателя, его звание и номер учебной группы; фамилия и инициалы преподавателя, его должность, ученая степень и звание;

оглавление представляет собой перечень всех структурных частей (разделов, параграфов), составляющих расчетно-пояснительную записку, с указанием номеров страниц;

исходные данные к выполнению контрольной работы;

основное содержание, в котором приводится формулировка всех задач аналитического и расчетного характера, изложение методик решения задач, полученные результаты в виде выводов и рекомендаций;

Расчетно-пояснительная записка может также содержать приложения, в которых приводятся таблицы справочного и нормативного характера, некоторые промежуточные расчеты.

Текст расчетно-пояснительной записки должен быть кратким, четким и понятным. В нем не допускаются повторения широко известных положений, а также выписки из учебной и нормативной литературы без ссылки на источник (фамилия и инициалы автора, название работы, издательство, место и год издания, номера страниц).

Выполненная контрольная работа должна быть аккуратно оформлена; цифры и символы должны быть четко написаны, чтобы не допустить их неоднозначное толкование.

Каждая задача должна быть четко сформулирована. Решение всех задач аналитического и расчетного характера должно сопровождаться комментариями, которые позволяли бы преподавателю судить о понимании слушателем хода решения поставленных задач и локализовать допущенные ошибки с тем, чтобы облегчить слушателю их исправление. Все выводы, сделанные в процессе выполнения курсовой работы, должны иметь четкое логическое обоснование.

Результатами решения каждой поставленной задачи должны быть не полученные числа, а кратко и четко сформулированные заключения (принимаемые варианты решений, выводы, рекомендации), которые должны иметь логическое обоснование и подкрепляться расчетами.

При выполнении расчетов следует вначале указать используемые формулы, затем подставить в них числовые данные и получить ответ. Необходимо указывать, какая величина обозначена тем или иным символом, фигурирующим в формулах, а также единицы измерения рассматриваемых величин. Целесообразно, чтобы точность вычисления каждой величины соответствовала той точности, которая соблюдена в числовых примерах, сопровождающих методические указания. При проведении расчетов необходимо использовать электронные микрокалькуляторы или персональные компьютеры.

Результаты расчетов должны быть сведены в таблицы, каждая из которых должна иметь порядковый номер и название. Все графические материалы (графики, схемы), иллюстрирующие результаты анализа и расчетов, должны выполняться в соответствии с установленными требованиями, иметь порядковый номер и название. На каждую таблицу и иллюстрацию в тексте расчетно-пояснительной записки должна иметься соответствующая ссылка.

Выполненная контрольная работа сдается на проверку преподавателю, ведущему занятия в учебной группе. При наличии замечаний со стороны преподавателя слушатель должен устранить недостатки в работе.

1. Анализ статистических закономерностей привлечения пожарной техники для обслуживания вызовов

По данным диспетчерского журнала находим число m_i вызовов в городе, по которым выезжало определенное число i пожарных автомобилей ($i=1,2,...,L$, где L - максимальное число выезжавших по вызову пожарных автомобилей). Для полученных значений m_i, называемых *абсолютными частотами*, должно выполняться соотношение:

$$\sum_{i=1}^{L} m_i = N$$

где N - общее число вызовов.

Производим вычисление доли ω_i, которую в общем числе вызовов составляют вызовы, для обслуживания которых привлекались i пожарных автомобилей ($i=1, 2,...,L$):

$$\omega_i = \frac{m_i}{N},$$

Для полученных в результате вычислений значений ω_i ($i=1,2,...,L$), называемых *относительными частотами или частостями*, должно выполняться соотношение:

$$\sum_{i=1}^{L} \omega_i = 1.$$

Перечень различных значений числа i выезжавших по вызову пожарных автомобилей ($i=1,2,...,L$), каждому из которых поставлено в соответствие значение частоты m_i и частости ω_i, образует дискретный вариационный ряд, представленный в виде табл.1.

Определим статистические характеристики данного вариационного ряда.

Находим среднее число одновременно выезжающих пожарных автомобилей по вызову (для представленного в приложении варианта):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{L} i \cdot m_i}{N} = \frac{1 \cdot 37 + 2 \cdot 46 + 3 \cdot 17 + 4 \cdot 5}{105} = 1{,}9 \quad (ПА)$$

Находим дисперсию вариационного ряда:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{L} m \cdot i^2}{N} - \overline{X}^2 = \frac{1^2 \cdot 37 + 2^2 \cdot 46 + 3^2 \cdot 17 + 4^2 \cdot 5}{105} - 1{,}9^2 = 0{,}71$$

Находим среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{0{,}71} = 0{,}84 \quad (ПА)$$

используя правило ”трех сигм”, получаем

$$\overline{X} \pm 3 \cdot \sigma = 1{,}9 \pm 3 \cdot 0{,}84,$$

откуда следует, что размах вариаций будет находиться в пределах от 0 до 4,4 автомобилей, выезжающих по вызову.

Для графического отображения распределения *i* выезжавших по вызову пожарных автомобилей в городе производится построение секторной круговой диаграммы (рис.1). Для построения диаграммы на круге произвольного диаметра с помощью транспортира выделяют секторы с центральными углами φ_i $(i=1,2,\ldots,L)$, пропорциональными относительным частотам ω_i. Центральные углы вычисляются по формуле:

$$\varphi_i = \omega_i \cdot 360°.$$

При этом достаточно ограничиться целыми значениями, так как при помощи транспортира затруднительно добиться точности до долей градуса. Полученные значения центральных углов вносятся в табл. 1. Для них должно выполняться соотношение:

$$\sum_{i=1}^{L} \varphi_j = 360°.$$

Таблица 1

Распределение числа пожарных автомобилей, выезжающих по вызовам

Количество ПА i	Число вызовов (абсолютная частота) m_i	Относительная частота ω_i	Центральный угол φ_i,°
1	37	0,352	127
2	46	0,438	158
3	17	0,162	58
4	5	0,048	17
Всего	105	1,000	360

Выводы: на большинство вызовов выезжают 2 (43%) и 1(35%) пожарных автомобилей.

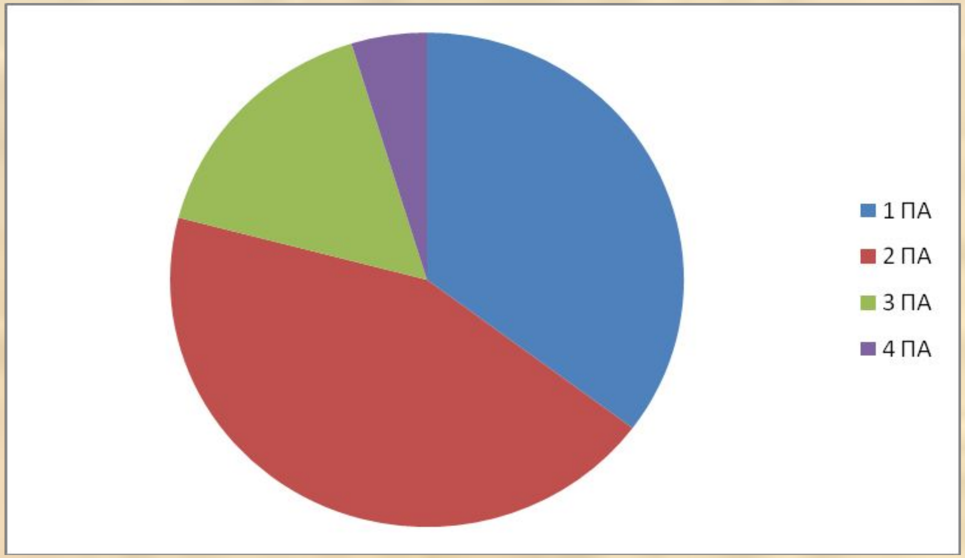

Рис.1 Секторная круговая диаграмма распределения числа пожарных автомобилей, выезжающих по вызовам

2. Анализ статистических закономерностей распределения числа вызовов пожарных подразделений в городе по суткам

В течение периода наблюдения, зафиксированного в диспетчерском журнале и равного 120 суткам, определим эмпирическое и теоретическое распределение вызовов по суткам.

Для определения эмпирического распределения необходимо сделать следующее: по диспетчерскому журналу подсчитать число m_k суток с определенным числом вызовов k $(k=0,1,2,\ldots n)$. Вызовы, возникающие в течение одних суток, имеют одинаковые даты поступления. Для определения значения m_0 нужно посчитать число суток, даты которых отсутствуют в диспетчерском журнале, т.е. в эти сутки не произошло ни одного вызова.

Полученные в результате подсчетов значения m_k называются эмпирическими частотами и связаны между собой соотношением:

$$\sum_{k=0}^{\infty} m_k = M = 120$$

Эмпирическая вероятность ω_k (относительная частота) того, что в интервале времени равным 1 суткам в городе произойдет k вызовов, оценивается как доля, которую в общем числе M суток составляет число суток, в течение которых произошло k вызовов:

$$\omega_k = \frac{m_k}{M}$$

Для определения теоретической вероятности того, что за время τ произойдет k выездов пожарных подразделений используем распределение Пуассона:

$$P_\kappa(\tau) = \frac{(\lambda\ \tau)^\kappa}{\kappa!} e^{-\lambda\ \tau}\ (k = 0,1,2,3\ldots)$$

где λ - плотность потока вызовов, т.е. среднее число вызовов, поступающих за единицу времени τ, для нашего варианта $\lambda=N/M=105/120=0{,}875$ выз./сутки.

Проведем ряд расчетов теоретической вероятности для примерного варианта:

$$P_0(\tau) = e^{-0,875\ 1} = 0,416862$$

$$P_1(\tau) = \frac{(0,875\ \ \cdot 1)^1}{1!} e^{-0,875\ 1} = 0,364764$$

$$P_2(\tau) = \frac{(0,875\ \ \cdot 1)^2}{2!} e^{-0,875\ 1} = 0,159580$$

$$P_3(\tau) = \frac{(0,875\ \ \cdot 1)^3}{3!} e^{-0,875\ 1} = 0,046564$$

$$P_{>3}(\tau) = 1 - (P_0(\tau) + P_1(\tau) + P_2(\tau) + P_3(\tau)) = 0,012230$$

Для любого фиксированного значения τ вероятности $P_k(\tau)$, соответствующие значениям $k=0,1,2,\ldots$ связаны между собой следующим соотношением

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(\tau) = 1.$$

Находим распределение теоретических частот f_k выездов k пожарных подразделений по суткам по следующей формуле:

$$f_k = M \cdot P_k(\tau)$$

Проведем расчет теоретических частот для примерного варианта

$$f_0 = 120 \cdot 0,416182 = 50,0$$

$$f_1 = 120 \cdot 0,364754 = 43,8$$

$$f_2 = 120 \cdot 0,159580 = 19,1$$

$$f_3 = 120 \cdot 0,046544 = 5,6$$

$$f_{>3} = 120 \cdot 0,012260 = 1,5$$

Визуальное сопоставление полигонов эмпирического и теоретического распределений позволяет сделать вывод о сходстве характеров рассматриваемых распределений. Более точное заключение можно сделать, если использовать статистический критерий согласия Романовского:

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{2(V-z-1)}} \mid \sum_{k=1}^{l} \frac{(m_k - f_k)^2}{f_k} - (V - z - 1) \mid,$$

где V- число групп значений случайной величины, для каждой из которых должно выполняться условие $f_k \geq 9$, если для какой-либо *k*-ой группы это условие не выполняется, то эта группа объединяется с предыдущей или с последующей группой, а соответствующие им частоты складываются, для нашего примера V=3; z- число параметров закона распределения, для закона Пуассона и для показательного закона z=1.

Если значение критерия Романовского $\rho < 3$, то расхождения можно считать не существенными (случайными), если $\rho \geq 3$ – существенными.

Для нашего пимера:

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{2(3-1-1)}} \mid \frac{(47-50)^2}{50} + \frac{(49-43{,}8)^2}{43{,}8} + \frac{(24-26{,}2)^2}{26{,}2} - (3-1-1) \mid = 0{,}28$$

Расчетное значение ρ=0,28 не превышает значения 3, т.е. расхождения между эмпирическим и теоретическим распределениями можно считать не существенными. Таким образом, закон Пуассона можно использовать для вероятностных расчетов распределения числа вызовов на различных временных интервалах.

Таблица 2

Эмпирическое и теоретическое распределения числа вызовов пожарных подразделений в городе в интервале времени продолжительностью 1 сутки

Число k вызовов за время τ=1 сутки	Распределение:			
	эмпирическое		теоретическое	
	Частота m_k	Вероятность $\omega_k(\tau)$	Частота f_k	Вероятность $P_k(\tau)$
0	47	0.391667	50,0	0,416862
1	49	0,408333	43,8	0,364764
2	16	0,133333	19,1	0,159580
3	8	0,066667	5,6	0,046564
Более 3-х	0	0,000000	1,5	0,012230
Сумма	120	1,000000	120,0	1,000000

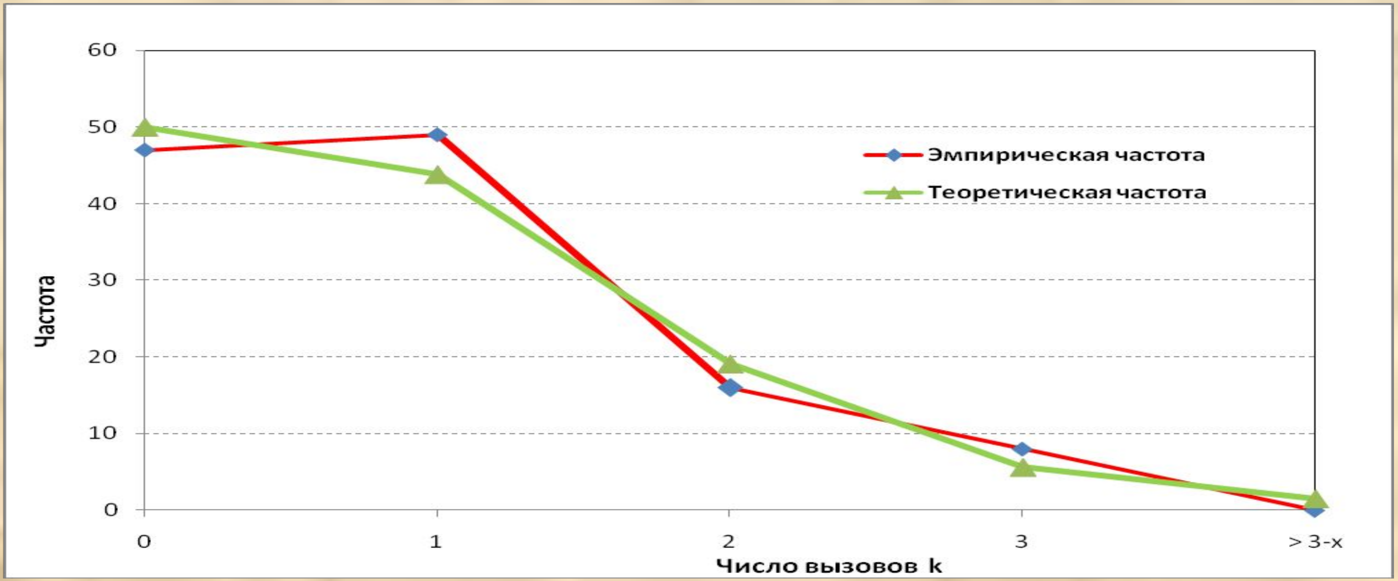

Рис.2 Полигон частот эмпирического и теоретического распределений числа вызовов пожарных подразделений в городе в интервале времени продолжительностью 1 сутки

3. Анализ статистических закономерностей распределения длительности обслуживания вызовов пожарных подразделений в городе

Определим 5 групп (V) со следующими границами интервалов времени [0,30), [30,60), [60,90), [90,120), [120,∞).

Для определения эмпирического распределения необходимо сделать следующее: по диспетчерскому журналу подсчитать число m_j вызовов, у которых длительность времени обслуживания $\tau_{обсл.}$ попадает в j-й интервал.

Полученные в результате подсчетов значения m_j называются эмпирическими частотами и связаны между собой соотношением:

$$\sum_{j=1}^{V} m_j = N = 105$$

Эмпирическая вероятность ω_j (относительная частота) того, что $\tau_{обсл}$ попадет в j-й интервал, оценивается как доля, которую в общем числе N вызовов составляют вызовы, попавшие в j-й интервал:

$$\omega_j = \frac{m_j}{N}$$

Для определения теоретической вероятности p_j того, что значение $\tau_{обсл}$ окажется меньше или больше какого-либо значения τ или попадет в j-й интервал используем показательное распределение

$$P\{\tau_{обсл.} \geq \tau\} = e^{-\mu\tau},$$

$$P\{\tau_{обсл.} < \tau\} = 1 - e^{-\mu\tau},$$

$$P\{\tau_1 \leq \tau_{обсл.} < \tau_2\} = e^{-\mu\tau_1} - e^{-\mu\tau_2},$$

где μ - параметр показательного закона распределения $\mu = 1/\tau_{ср.обсл.}$.

Средняя длительность времени обслуживания $\tau_{ср.обсл.}$ может быть вычислена двумя способами:
1) как среднее арифметическое:

$$\tau_{ср.обсл.} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \tau_i}{N},$$

где τ_i – длительность времени обслуживания i-ого вызова, для нашего примера $\tau_{ср.обсл.}$=45,5 мин

2) как среднее арифметическое взвешенное:

$$\tau_{ср.обсл.} = \frac{\sum_{j=1}^{V} \tau_j^c \cdot m_j}{N},$$

где τ_j^c - середина j-ого интервала, для нашего примера $\tau_{ср.обсл.}$=47,3 мин.

Среднее арифметическое взвешенное является менее точным, чем простое арифметическое, но для его нахождения требуется меньший объем вычислений.

Проведем расчет теоретической вероятности для примерного варианта.

$$P\{0 \le \tau_{обсл.} < 30\} = e^{-0,0211 \cdot 0} - e^{-0,0211 \cdot 30} = 0,469768,$$

$$P\{30 \le \tau_{обсл.} < 60\} = e^{-0,0211 \cdot 30} - e^{-0,0211 \cdot 60} = 0,249039,$$

$$P\{60 \le \tau_{обсл.} < 90\} = e^{-0,0211 \cdot 60} - e^{-0,0211 \cdot 90} = 0,132238,$$

$$P\{90 \le \tau_{обсл.} < 120\} = e^{-0,0211 \cdot 90} - e^{-0,0211 \cdot 120} = 0,070218,$$

$$P\{120 \le \tau_{обсл.}\} = e^{-0,0211 \cdot 120} = 0,079499.$$

Далее, для каждого j-ого интервала определяем теоретическую частоту f_j вызовов, длительность времени обслуживания которых находится в пределах границ j-ого интервала.

$$f_j = N \cdot P_j$$

Проведем необходимые вычисления теоретической частоты для примерного варианта.

$$f_0 = 105 \cdot 0{,}469768 = 49{,}3$$
$$f_1 = 105 \cdot 0{,}249039 = 26{,}2$$
$$f_2 = 105 \cdot 0{,}132238 = 13{,}9$$
$$f_3 = 105 \cdot 0{,}070218 = 7{,}4$$
$$f_4 = 105 \cdot 0{,}079499 = 8{,}3$$

Результаты расчетов заносим в таблицу 3.

Визуальное сопоставление полигонов эмпирического и теоретического распределений позволяет сделать вывод о сходстве характеров рассматриваемых распределений. Для более точного заключения определим статистический критерий согласия Романовского (см. задание 2): для примерного варианта имеем ρ=0,49. Поскольку расчетное значение не превышает значения 3, расхождения между эмпирическим и теоретическим распределениями можно считать не существенными и считать, что в данном случае время обслуживания вызовов ПП подчиняется показательному закону распределения.

Таблица 3

Эмпирическое и теоретическое распределения длительности времени обслуживания вызовов пожарными подразделениями в городе

Номер интервала j	Границы интервала		Распределения:			
			эмпирическое		теоретическое	
	$\tau_j^н$	$\tau_j^к$	Частота m_j	Вероятность ω_j	Частота f_j	Вероятность p_j
1	0	30	43	0,409524	49,3	0,469768
2	30	60	33	0,314286	26,2	0,249039
3	60	90	12	0,114286	13,9	0,132238
4	90	120	12	0,114286	7,4	0,070218
5	120	∞	5	0,064762	8,3	0,079499
Всего			105	1,000000	105,0	1,000000

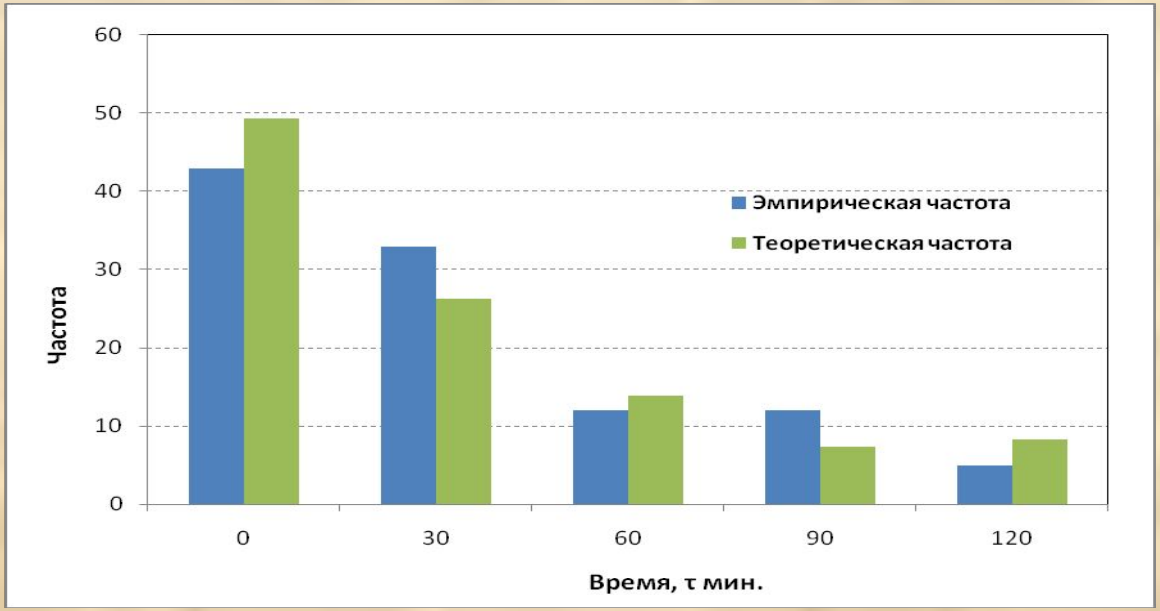

Рис.3 Гистограмма эмпирического и теоретического распределений длительности времени обслуживания вызовов пожарными подразделениями в городе

4. Моделирование одновременной занятости пожарных автомобилей при обслуживании вызовов в городе

Для определения вероятности P_k того, что в произвольный момент времени обслуживанием вызовов в городе будут одновременно заняты k пожарных автомобилей, используем следующие формулы:

$$P_0 = e^{-\alpha}$$

$$P_k = \frac{\alpha}{k}\sum_{i=1}^{k} i\omega_i P_{k-i} \qquad (k = 1,2,3...),$$

где α – приведенная плотность потока вызовов в городе, которая определяется как $\alpha = \lambda \cdot \tau_{обсл}$
λ берем из раздела 2; $\tau_{ср.обсл.}$ берем из раздела 3; ω_i – относительная частота привлечения i пожарных автомобилей для обслуживания вызовов берем из раздела 1.

Проведем ряд вычислений для примерного варианта (учитывая размерность величин λ и τ):

$$\alpha = \lambda \cdot \tau_{обсл.} = 0,878 \cdot (45,5/60/24) = 0,0277$$
$$P_0 = e^{-\alpha} = e^{-0,0277} = 0,97268$$
$$P_1 = \alpha \cdot \omega_1 \cdot P_0 = 0,0277 \cdot 0,352 \cdot 0,97268 = 0,00948$$
$$P_2 = \alpha/2[\omega_1 \cdot P_1 + 2 \cdot \omega_2 \cdot P_0] = 0,0277/2[0,352 \cdot 0,00948 + 2 \cdot 0,438 \cdot 0,97268] = 0,01184$$

Аналогичным образом определяем значения P_3=0,00448 и P_4=0,00140.

Значения вероятностей P_k для *k=0,1,2,..* связаны соотношением:

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1$$

Далее определяем суммарную продолжительность времени T_k пребывания в ситуации k за период наблюдения $T_{набл.}$=120 суток.

$$\mathrm{T_k = T_{набл.} \cdot P_k}$$

Значения T_k для $k=0,1,2,..$ связаны соотношением:

$$\sum_{k=0}^{\infty} T_k = T_{набл.}$$

Частота f_k – среднее число случаев нахождения в ситуации k вычисляется по формуле:

$$f_k = \lambda \cdot \sum_{i=1}^{k} \omega_i P_{k-i} \qquad (k = 1,2,3...),$$

где λ – число вызовов за период наблюдения, т.е. $\lambda=N$.

Проведем ряд вычислений для примерного варианта:

$$f_1 = 105 \cdot 0{,}352 \cdot 0{,}97268 = 35{,}90$$

$$f_2 = 105 \cdot [0{,}352 \cdot 0{,}00949 + 0{,}438 \cdot 0{,}97268] = 45{,}08$$

Аналогичным образом определяем значения f_3=17,40 и f_4=5,66.
Значения f_k для $k=0,1,2,..$ связаны соотношением:

$$\sum_{k=0}^{\infty} f_k = .\lambda$$

Результаты всех расчетов представлены в табл.4

Таблица 4

Теоретические значения характеристик одновременной занятости того или иного числа k пожарных автомобилей обслуживанием вызовов в городе

Число пожарных автомобилей, k	Вероятность P(k)	Суммарная продолжительность времени T(k), ч	Частота f(k), случаев/ед. времени
0	0,97268	2801,32	-
1	0,00948	27,30	35,9
2	0,01184	34,10	45,1
3	0,00448	12,90	17,4
4	0,00140	4,03	5,6
…	…	…	…
Всего	≈ 1,00000	≈ 2880,00	≈ 105

По результатам расчетов примера можно сделать следующий вывод: в 97% всего времени пожарные подразделения находятся в ситуации ожидания очередного вызова.

5. Обоснование числа пожарных автомобилей для обслуживания вызовов в городе на основании числа отказов в обслуживании вызовов

Число пожарных автомобилей в городе должно быть достаточным для того, чтобы обеспечить безотказное обслуживание вызовов.

Под отказом понимается событие, которое состоит в том, что по очередному вызову не может выехать требуемое число пожарных автомобилей вследствие их занятости на других вызовах. Отказ называется полным, если по вызову не может выехать ни один пожарный автомобиль. Отказ называется частичным, если по вызову может выехать число пожарных автомобилей, меньше требуемого для его обслуживания.

В качестве критериев для обоснования числа n пожарных автомобилей для города используем вероятностные, временные и частотные характеристики безотказного обслуживания вызовов. Для этого будем использовать результаты предыдущего задания, в котором моделировалась одновременная занятость пожарных автомобилей.

Вероятность того, что в произвольный момент времени заданного числа n пожарных автомобилей будет недостаточно для обслуживания вызовов вычисляется по формуле:

$$P_{>n} = 1 - \sum_{k=0}^{n} P_k \qquad (n = 0,1,2,,...),$$

где P_k – вероятность того, что в произвольный момент времени обслуживанием вызовов в городе одновременно занято k пожарных автомобилей, эти значения берем из раздела 4.

Произведем расчеты вероятности $P_{>n}$ для примерного варианта.

$$P_{>0} = 1 - P_0 = 1 - 0{,}97268 = 0{,}02732,$$
$$P_{>1} = 1 - P_0 - P_1 = 1 - 0{,}97268 - 0{,}00948 = 0{,}01784,$$
$$P_{>2} = 1 - P_0 - P_1 - P_2 = 1 - 0{,}97268 - 0{,}00948 - 0{,}01184 = 0{,}00600,$$
$$P_{>3} = P_{>2} - P_3 = 0{,}00600 - 0{,}00448 = 0{,}00152,$$
$$P_{>4} = P_{>3} - P_4 = 0{,}00152 - 0{,}00140 = 0{,}00012..$$

Далее, определим ожидаемую продолжительность времени нахождения в ситуации $T_{>n}$, когда для обслуживания вызовов не хватит n пожарных автомобилей в течение периода наблюдения $T_{набл.}$.

$$T_{>n} = T_{набл.} \cdot P_{>n}$$

Произведем расчеты вероятности $T_{>n}$ для примерного варианта.

$$T_{>0} = 120 \cdot 24 \cdot 0{,}02732 = 78{,}7,$$
$$T_{>1} = 120 \cdot 24 \cdot 0{,}01784 = 51{,}4,$$
$$T_{>2} = 120 \cdot 24 \cdot 0{,}00600 = 17{,}3,$$
$$T_{>3} = 120 \cdot 24 \cdot 0{,}00152 = 4{,}4,$$
$$T_{>4} = 120 \cdot 24 \cdot 0{,}00012 = 0{,}3.$$

Частота возникновения отказов $f_{отк.}(n)$ в обслуживании вызовов в городе при заданном числе пожарных автомобилей n определяется по следующей формуле:

$$f_{отк}(0) = \lambda;$$
$$f_{отк}(n) = \lambda - \sum_{k=1}^{n} f\{k\} = f_{отк}(n-1) - f(n),$$

где f_k – частота возникновения ситуации одновременной занятости k пожарных автомобилей (эти значения берем из раздела 4.1).

Произведем расчеты вероятности $f_{отк.}(n)$ для примерного варианта.

$$f_{отк}(0) = \lambda = 105{,}0$$
$$f_{отк}(1) = \lambda - f(1) = 105{,}0 - 35{,}9 = 69{,}1$$
$$f_{отк}(2) = \lambda - f(1) - f(2) = f_{отк}(1) - f(2) = 69{,}1 - 45{,}1 = 24{,}0,$$
$$f_{отк}(3) = \lambda - f(1) - f(2) - f(3) = f_{отк}(2) - f(3) = 24{,}0 - 17{,}4 = 6{,}6$$
$$f_{отк}(4) = \lambda - f(1) - f(2) - f(3) - f(4 =) f_{отк}(3) - f(4) = 6{,}6 - 5{,}6 = 1{,}0$$

Частота возникновения полных отказов $f_{п.отк.}(n)$ в обслуживании вызовов в городе при заданном числе *n* пожарных автомобилей вычисляется по формулам:

$$f_{п.о}(0) = \lambda;$$

$$f_{п.отк.}(n) = \lambda \cdot P_{(>(n-1))}, \qquad (n=1,2,3\ldots)$$

Частота возникновения частичных отказов $f_{ч.отк.}(n)$ в обслуживании вызовов в городе при заданном числе *n* пожарных автомобилей вычисляется по формуле:

$$f_{ч.отк.}(n) = f_{отк}(n) - f_{п.отк.}(n), \qquad (n=1,2,3\ldots)$$

Все результаты расчетов представлены в табл.5.

Таблица 5

Расчетные значения критериев для обоснования числа n пожарных автомобилей в городе

Число ПА n	**Вероятность P(>n)**	**Продолжительность времени T(>n), час/ед. времени**	**Частота отказов, случ./ед.времени**		
			$f_{отк.}(n)$	$f_{п.отк.}(n)$	$f_{ч.отк.}(n)$
0	0,02732	78,7	105,0	105,0	0,0
1	0,01784	51,4	69,1	2,9	66,2
2	0,00600	17,3	24,0	1,9	22,1
3	0,00152	4,4	6,6	0,6	6,0
4	0,00012	0,3	1,0	0,2	0,8
....					

По результатам расчетов производится обоснование числа *n* пожарных автомобилей, обеспечивающих надежную противопожарную защиту города. Если для рассматриваемого примера в состав дежурных караулов городских ПЧ включить 4 пожарных автомобиля, то будет обеспечен весьма высокий уровень противопожарной защиты города: в течение рассматриваемого периода времени (120 суток) для обслуживания вызовов в городе потребуется привлечь дополнительные пожарные автомобили извне лишь в единичных случаях $f_{отк}(4)=1$. При этом суммарная продолжительность занятости дополнительных отделений обслуживанием вызовов в городе составит около 0,3 ч за год.

Рекомендуемая литература

Статистика . Под. Ред. В.Г. Ионина. Курс лекций: М- «Инфра –М» 1998.

Брушлинский Н.Н., С.В. Соколов Математические методы и модели управления в Государственной противопожарной службе. Учебник. - М.: Академия МЧС России, 2010. -255 с.

Н.Н.Брушлинский, С.В.Соколов, Е.М.Алехин и др. Безопасность городов. Имитационное моделирование городских процессов и систем. – М.: ФАЗИС, 2004. – с.172.