



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

ОСНОВЫ
Проектирования космических аппаратов (КА)
с электрореактивными двигательными
установками малой тяги (ЭРДУ МТ)

Информационные технологии
проектирования КА с ЭРДУ МТ

Материалы к лекциям
Лектор – профессор, д.т.н. Салмин В. В.

Самара 2020



Раздел 1. Основные классы электрореактивных двигателей (ЭРД). Постановки задач проектной оптимизации КА с ЭРД.

Лекция 1. Введение. Основные технические характеристики ЭРД

В последние годы повысился интерес к созданию космических систем дистанционного зондирования Земли с длительным сроком активного функционирования, спутников связи, размещенных на высоких орбитах, в том числе на геостационарной с сроком службы до 15 лет, маневрирующих КА прикладного назначения, межорбитальных транспортных аппаратов (МТА), доставляющих полезную нагрузку с низкой околоземной орбиты на орбиту функционирования.

Реализуемость этих проектов в значительной степени зависит от способов эффективного управления орбитами.



Одним из возможных путей решения этой задачи является использование для космических миссий перспективных двигательных систем, основанных на новых физических принципах. К таким системам относятся электрореактивные двигатели (ЭРД), работающие на принципе ускорения заряженных частиц рабочего тела в электростатических или электромагнитных полях. Эти двигатели создают реактивное ускорение существенно меньше, чем гравитационное ускорение на поверхности Земли, поэтому их, традиционно, называют ***двигателями малой тяги***.



Высокая скорость истечения реактивной струи (15 – 70 км/с), характерная для этого типа двигателей (в 5 - 20 раз больше традиционных), обеспечивает значительно меньший расход рабочего тела по сравнению с двигателями на химическом топливе. Это позволяет уменьшить массу и объем баков для хранения рабочего тела, других конструкций, стартовой массы МТА и, следовательно, затрат на осуществление проектов. Однако перелеты с малой тягой (ускорением) существенно продолжительнее «импульсных» маневров.



Длительные и энергетически напряженные межорбитальные перелеты КА с ЭРД требуют использования энергоустановок, обеспечивающих значительную электрическую мощность. С этим обстоятельством связано ещё одно преимущество ЭРД - энергоустановка, обеспечивающая энергией электрореактивный двигатель, одновременно может использоваться и для электроснабжения бортовой аппаратуры. В настоящее время существуют два различных способа получения электроэнергии на борту КА: ядерные энергоустановки и фотоэлектрические преобразователи, объединенные в солнечные батареи.



Принципиальное отличие электрореактивных двигателей от термохимических заключается в том, что тяга у них создается не в результате сгорания топлива, а благодаря разгону частиц рабочего тела с помощью электрической энергии. **Поэтому эти двигательные установки составляют класс двигателей с разделенными источником энергии и рабочим телом.**

За счет высоких скоростей истечения достигаются существенно меньшие затраты рабочего тела на совершение маневров по сравнению с традиционными химическими двигателями.



Отличительными особенностями ЭРД являются их малая тяга (0.01..0.1 Н) и способность к длительному функционированию (до 10000 часов) - в противоположность химическим двигателям, у которых тяга значительно больше, а ресурс существенно меньше. Поэтому различные динамические маневры КА при помощи ЭРДУ проводятся за счет непрерывной работы в течение нескольких десятков суток, в то время как при помощи химических двигателей этот маневр обычно проводится благодаря нескольким включениям двигателя в оптимальных точках орбиты.



Двумя основными компонентами электрореактивной двигательной установки (ЭРДУ) являются энергетическая установка и устройство, создающее тягу (собственно электрореактивный двигатель). Помимо этого в состав ЭРДУ входят: преобразователь энергии, система подачи и хранения рабочего тела, система отвода тепла от энергоустановки в космос, система регулирования параметров энергоустановки и двигателя и другие компоненты.



Выдающиеся ученые, внесшие вклад в разработку конструкций и способов применения ЭРДУ в космосе

К.Э. Циолковский

В.П. Глушко

Г. Кауфман

А.И. Морозов

В. Филлипс

Х. Лёб

И.М. Андронов

С.Д. Гришин

Л.В. Лесков

Г.А. Попов

О.Н. Фаворский

Р. Хоулдэвей

Д. Ирвинг

Т. Эдельбаум

В.Н. Лебедев

Г.Л. Гродзовский

Ю.Н. Иванов

В.В. Токарев

Э. Штулингер

Г.Б. Ефимов

Р. Бэттин

В.В. Белецкий

В.А. Егоров

Г. Джонсон

Д. Винфельд

Л. Сакетт



В настоящее время в ЭРДУ используются различные принципы ускорения рабочего тела. Современные ЭРД классифицируются как по принципу действия (электротермические, электростатические и электромагнитные), так и по состоянию рабочего тела в канале двигателя (газодинамические, ионные, плазменные). Дополнительно учитывается характер работы – стационарный или импульсный. Главным признаком в настоящее время считают способ преобразования электрической энергии в кинетическую энергию истекающего рабочего тела.



Электрореактивные двигатели делятся на три основных класса.

1) **электротермические** - энергия используется для нагрева рабочего тела, которое, расширяясь, истекает из реактивного сопла;

2) **электростатические** (ионные или коллоидные) – рабочее тело подвергается ионизации и образовавшиеся ионы разгоняются до больших скоростей в электростатическом поле;

3) **электромагнитные** (плазменные) - рабочее тело, имеющее состояние плазмы, разгоняется за счет взаимодействия электрического и магнитного полей.

Класс электрореактивных двигателей объединяет огромное разнообразие схем, которые подразделяются на две большие группы: стационарные (непрерывного действия) и импульсные с частотой до десятков импульсов в секунду. На рис 1.1 – 1.4 показаны принципиальные схемы основных классов электрореактивных двигателей.

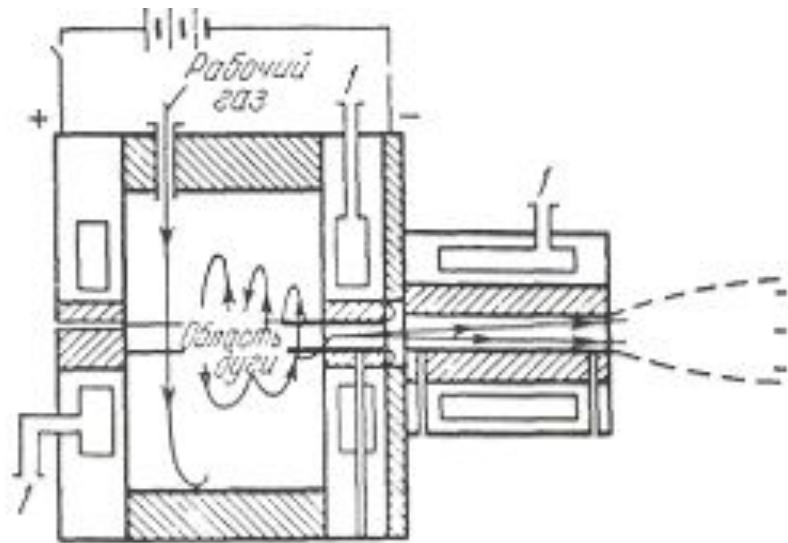


Рис. 1.1. Схема электротермического (электродугового) реактивного двигателя:
1 - вводы системы охлаждения

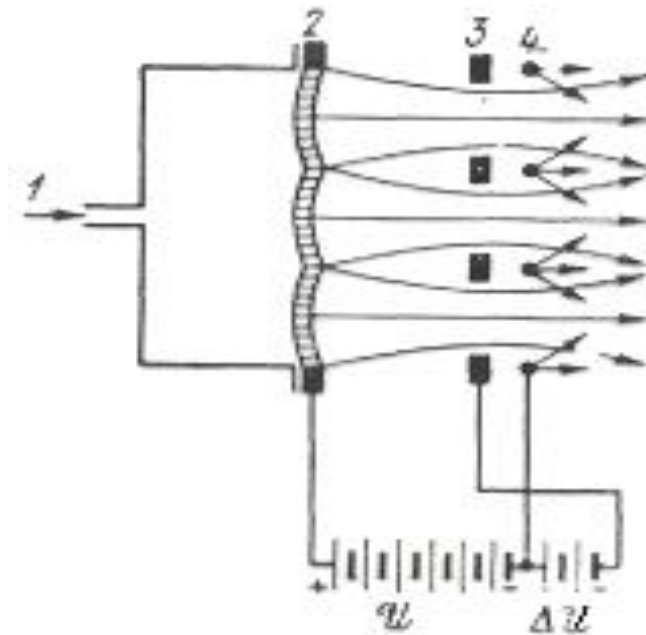


Рис. 1.2. Обобщенная схема электростатического двигателя:
1 - подача рабочего вещества,
2 - ионизатор рабочего вещества,
3 – электростатическая ускорительная система,
4 – эмиттер электронов

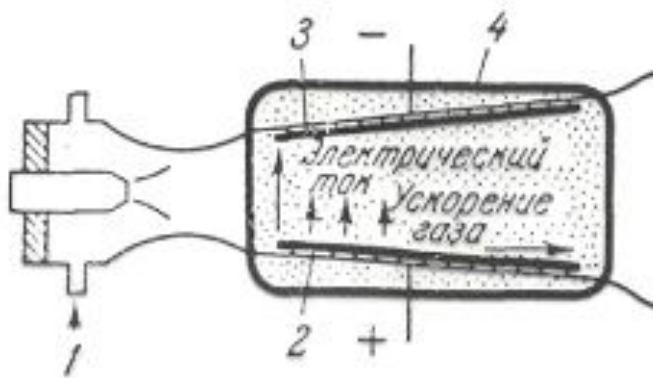


Рис. 1.3. Схема
электродинамического ЭРД с
непрерывной плазменной струей:
1 - ввод рабочего вещества и
дуговой ионизатор, 2 - анод,
3 - катод, 4 - электромагнит

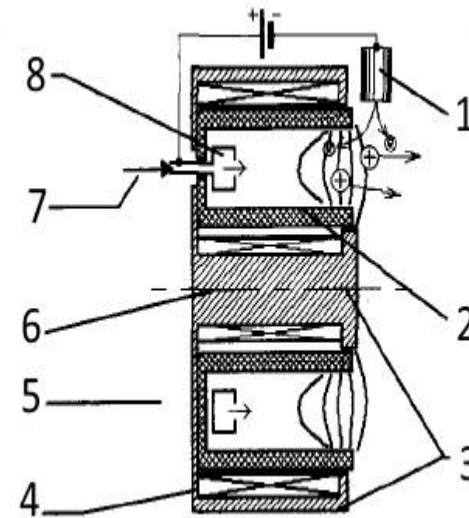


Рис. 1.4. Стационарный плазменный ЭРД:
1 – катод-компенсатор,
2 – диэлектрическая разрядная камера,
3 – полюса магнитной системы,
4 - магнитопровод,
5 – электромагнит, 6 – сердечник,
7 – подача рабочего тела,
8 – анод-газораспределитель

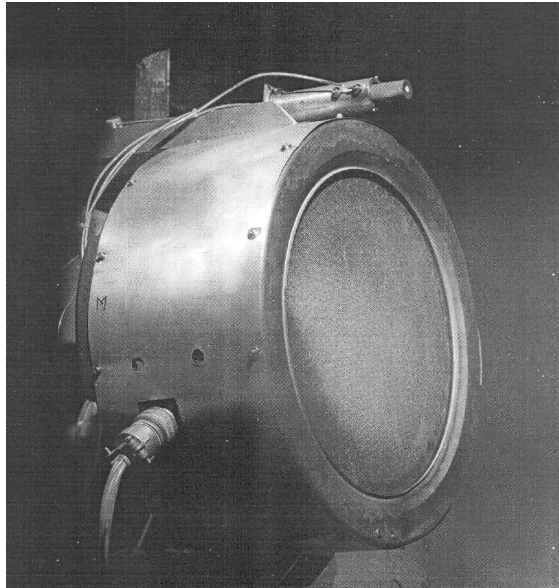


Рис. 1.5 Общий вид
ионного двигателя
конструкции Г. Кауфмана

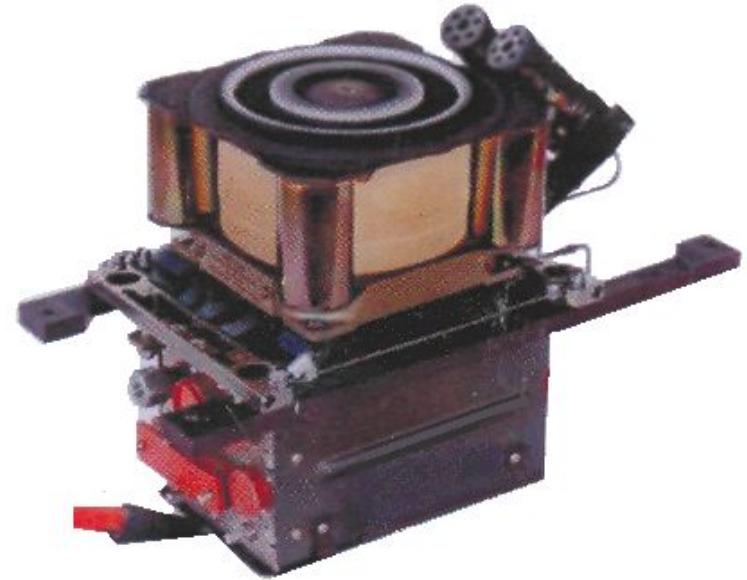


Рис. 1.6 Общий вид
электрореактивного двигателя
СПД-100



Технические характеристики ЭРД

Важнейшими техническими характеристиками ЭРД являются:

- 1) электрическая мощность, потребляемая двигателем $N_{ЭРД}$;
- 2) величина развиваемой тяги P ;
- 3) эффективная скорость истечения реактивной струи c ;
- 4) секундный расход массы рабочего тела q ;
- 5) энергетический коэффициент полезного действия $\eta_{Э}$, показывающий отношение электрической мощности, подводимой к двигателю, к электрической мощности, предназначенной для создания тяги;
- 6) тяговый коэффициент полезного действия η_T , показывающий эффективность преобразования электроэнергии в кинетическую энергию реактивной струи.



Основные соотношения

$$N_{\text{ЭУ}} = \gamma \cdot N_{\text{max}};$$

$$\eta_{\text{Э}} = \frac{N_{\text{ЭРД}}}{N_{\text{ЭУ}}};$$

$$P = \frac{2 \cdot N_{\text{ЭРД}}}{c} \eta_T;$$

$$q = \frac{P}{c};$$

$$N_{\text{ЭРД}} = \frac{q \cdot c^2}{2 \cdot \eta_T};$$

$$V_{\text{хар}} = c \cdot \ln z = c \ln \frac{M_0}{M_K} = \int_0^T a dt;$$

(формула Циолковского)

$$\frac{M_K}{M_0} = \exp\left(-\frac{V_{\text{хар}}}{c}\right)$$





Deep Space 1



На КА Deep Space 1 двигатель малой тяги XIPS-30 впервые был испытан в качестве маршевого для полета к астероиду 9969 и комете Borrelly (1998-2001).



На фотографии показан КА Deep Space-1, сложенная панель солнечной батареи покоится на круглом модуле ионного двигателя



Исследовательский зонд Dawn

Задача — исследование астероида Весты и карликовой планеты Цереры

Dawn («Рассвет») — первый космический аппарат, который, изучив одно небесное тело, сойдет с его орбиты и продолжит путь к другому телу

Оборудование

Спектрометр, работающий в видимой и инфракрасной частях спектра, предназначен для поиска минералов на поверхности Весты и Цереры

Двигатели малой тяги

Параболическая узконаправленная антенна

Две фотокамеры высокого разрешения

Широконаправленные антенны

Датчики солнца (8шт.) — обеспечивают ориентацию в космосе

Детектор нейтронов и гамма-излучения — предназначен для поиска на поверхности астероидов породообразующих элементов: водорода, углерода, азота и др.

Система астроориентации

Корпус из графитного композита

Ионные двигатели — создают реактивную тягу путем разгона в магнитном поле ионов ксенона

Совсем недавно эти высокоэффективные и экономичные двигатели были знакомы только читателям научной фантастики



Схема расположения орбит объектов миссии Dawn



Исследование двух крупнейших объектов Главного пояса астероидов — Весты и Цереры позволит больше узнать о том, как формировалась Солнечная система

Хронологическая схема миссии Dawn



Дистанция: 4,8 млрд км

Общая продолжительность миссии: 8 лет

РИА НОВОСТИ © 2011

Источник: НАСА

www.rfa.ru



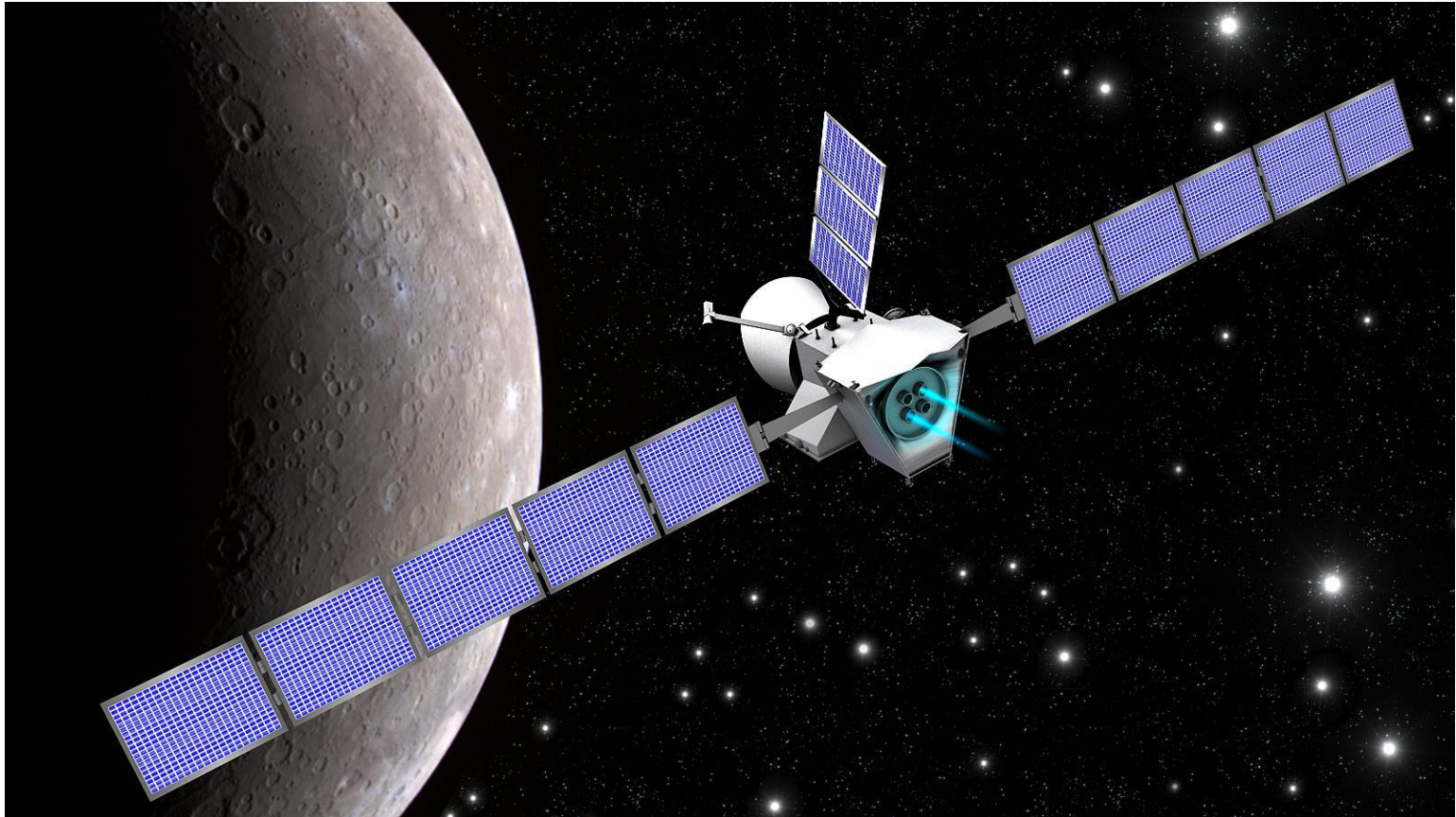
SMART 1



На КА Европейского космического агентства SMART-1 (2003-2005) двигатель PPS-1350 был использован для полета к Луне.



ВеріColombo – миссия к Меркурию



ВеріColombo – совместная космическая автоматическая миссия к Меркурию Европейского космического агентства (ЕКА) и Японского агентства аэрокосмических исследований (JAXA). ЕКА вместе с JAXA утвердила миссию ВеріColombo в 2008 году. Стартовая масса КА – 1217 кг, мощность энергоустановки – 10,3 кВт, двигательная установка – ионный двигатель NSTAR (30 см).

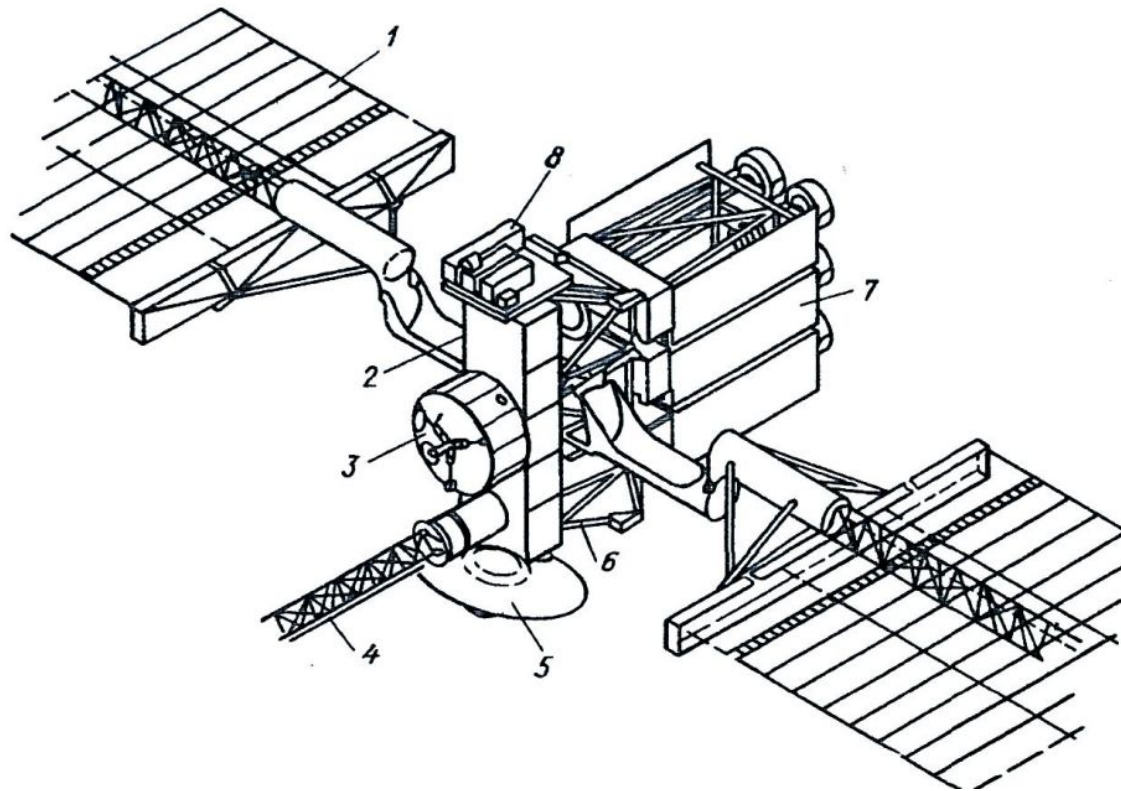
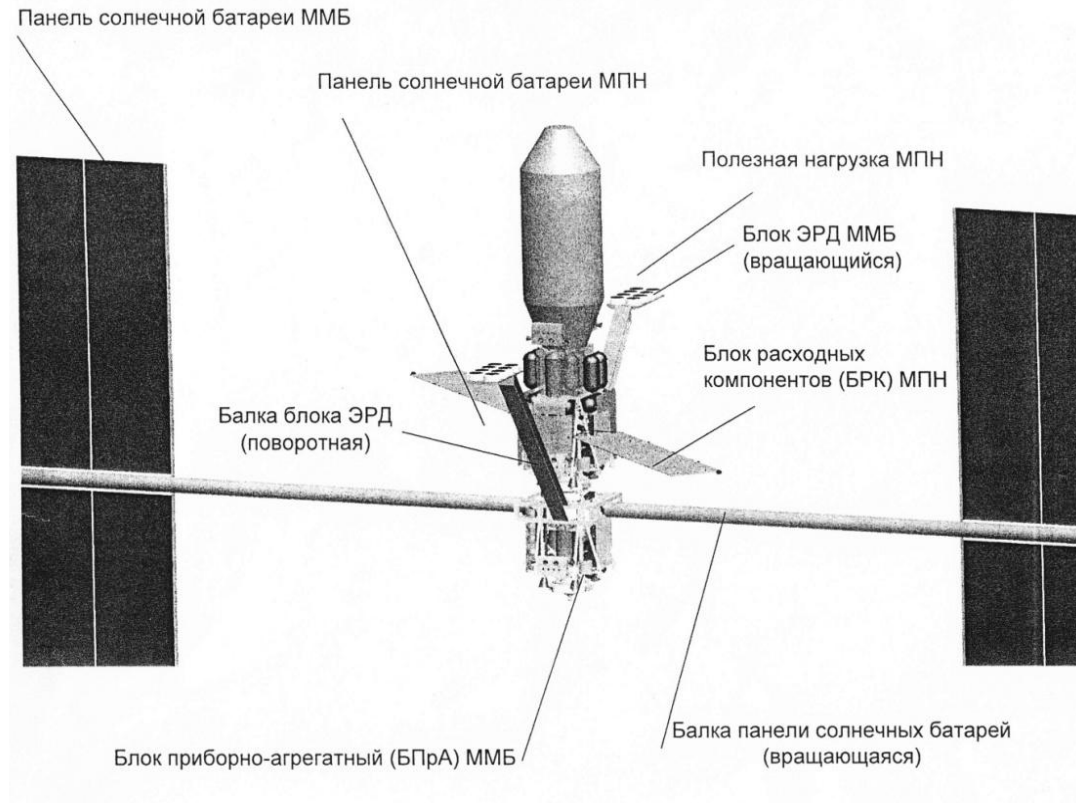


Рис. 1.7 – Универсальная ступень SEPS:
1 – панели солнечных батарей; 2 – корпус КА;
3 – зонд для исследования комет; 4 – штанга магнитометра;
5 – остронаправленная антенна; 6 – силовая рама двигательного отсека;
7 – двигательный отсек; 8 – отсек научной аппаратуры



Многоразовый межорбитальный буксир (ММБ) с электроракетной двигательной установкой и с солнечной энергоустановкой мощностью 400 кВт





Состав КА с ЭРДУ

1. Конструкция КА,
2. Полезная нагрузка,
3. Энергетическая установка с преобразователем электрической энергии и аккумуляторными батареями,
4. Запас рабочего тела,
5. Система подачи и хранения рабочего тела (баки, трубопроводы, клапаны и т.д.).

Виды рабочего тела

Рабочее тело	Атомная масса	Доля тяги на Хе, %	Доля с на Хе, %	Стоимость \$/кг
Висмут	208,98	126	79	9-11
Свинец	207,19	126	80	1
Ртуть	200,59	124	81	50
Цезий	132,9	101	99	30000
Ксенон	131,3	100	100	850
Криптон	83,8	80	125	295
Аргон	39,948	55	181	4,6





Простейшая проектная модель массы КА с ЭРДУ

$$M_0 = M_{ПН} + M_{ЭДУ} + M_{РТ},$$

$M_{ЭДУ}$ - масса энергодвигательной установки.

Уточненная модель массы КА

$$M_0 = M_{ПН} + M_{ЭУ} + M_{ДУ} + M_{РТ} + M_{СПХ} + M_K,$$

$M_{ЭУ} = \alpha_{ЭУ} N_{МАХ}$ - масса энергоустановки,

$M_{ДУ} = \gamma_D \cdot P$ - масса двигательной установки,

$M_{РТ} = (P / c) T$ - масса рабочего тела,

$M_{СПХ} = \gamma_{СПХ} M_{РТ}$ - масса системы подачи и хранения,

$M_K = \mu_K M_0$ - масса конструкции,

M_0 - стартовая масса КА,

$M_{ПН}$ - масса полезной нагрузки.





Мощность энергоустановки

$$N_{\text{ЭУ}} = \gamma \cdot N_{\text{max}}$$

$\eta_{\text{Э}} = \frac{N_{\text{ЭРД}}}{N_{\text{ЭУ}}}$ - энергетический коэффициент полезного действия.

N_P - мощность реактивной струи, истекающей из двигателя.

$N_P = N_{\text{ЭРД}} \eta_T$, η_T - тяговый коэффициент полезного действия.

$\eta = \eta_T \eta_{\text{Э}}$ - суммарный коэффициент полезного действия.

$$N_{\text{ЭУ}} = \frac{P \cdot c}{2\eta}$$

Удельная масса энергоустановки

$$\alpha_{\text{ЭУ}} = \frac{M_{\text{ЭУ}}}{N_{\text{MAX}}}, \left[\frac{\text{кг}}{\text{кВт}} \right], \left(10 \dots 20 \frac{\text{кг}}{\text{кВт}} \right)$$

Цена тяги

$$\gamma_P = \frac{N_{\text{ЭУ}}}{P}, \left[\frac{\text{кВт}}{\text{Н}} \right], \left(12 \dots 17 \frac{\text{кВт}}{\text{Н}} \right) \quad (\text{для малых значений мощности})$$



$$M_{ПН} \rightarrow \max,$$

$$T \rightarrow \min.$$

Решения задачи оптимизации массы полезной нагрузки

1. Модель «идеально регулируемого» двигателя малой тяги

- Потери электрической мощности и рабочего тела отсутствуют ($\eta = 1$).
- Ограничение накладывается только на мощность энергоустановки.
- Масса энергодвигательной установки $M_{эду}$ линейно зависит от максимальной мощности источника энергии N_{\max} .

$$N = N_P = \frac{Pc}{2} = \frac{qc^2}{2}, \quad P = \frac{2N_{\max}}{c}.$$

Секундный расход массы

$$q = -\frac{dM}{dt} = \frac{2N_{\max}}{c^2} = \frac{P^2}{2N_{\max}} = \frac{a^2 M^2}{2N_{\max}}.$$



$$M_{ПН} = M_0 \left(1 + \frac{M_0}{2N_{\max}} \int_0^T a^2 dt \right)^{-1} - M_{ЭДУ},$$
$$M_{ПН} = M_0 \left(1 + \frac{M_0}{2N_{\max}} \int_0^T a^2 dt \right)^{-1} - \alpha_{ЭУ} \cdot N_{\max}.$$

Максимум полезной массы соответствует минимуму интеграла

$$I = \int_0^T a^2 dt$$

Оптимальная мощность энергоустановки соответствует максимальной полезной нагрузке при фиксированном значении интеграла I

$$N_{opt} = M_0 \sqrt{\frac{I}{2 \cdot \alpha_{ЭУ}}} \left(1 - \sqrt{\frac{I \cdot \alpha_{ЭУ}}{2}} \right)$$

$$M_{ЭДУ} = \alpha_{ЭУ} \cdot N_{opt} < 0,25M_0$$



2. Модель ЭРД с нерегулируемой тягой

- Тяга ЭРД либо достигает максимального значения P_{max} , либо равняется **нулю**:

$$P = \{P_{max}, 0\}.$$

- Имеются потери электрической мощности и тяги, $\eta < 1$.

$$M_{ПН} = M_0 - M_{ЭДУ} - q \cdot T_M$$

T_M – моторное время перелёта.

$$M_{ПН} = M_0 - \alpha_{ЭУ} \cdot N_{MAX} - \frac{P}{c} \cdot T_M = M_0 - \alpha_{ЭУ} \cdot \frac{P \cdot c}{2\eta} - \frac{P}{c} \cdot T_M$$

В первом приближении, если T_M не зависит от c , оптимальная скорость истечения определяется:

$$c_{opt} = \sqrt{\frac{2T_M \eta}{\alpha_{ЭУ}}}$$



1. Разворот корпуса КА вместе с жестко закрепленным блоком ЭРД.

Способы реализации: **а)** использование специальных двигателей ориентации на гидразине;
б) использование силового гироскопического комплекса (СГК).

2. Расположение блоков ЭРД по всем осям корпуса КА как в прямом (+), так и в обратном (-) направлении.



3. Разворот блока ЭРД независимо от ориентации корпуса КА.

Способы реализации: установка специальной штанги (цилиндрический шарнир)

4. Оснащение каждого ЭРД двухступенным карданным устройством.

5. Создание управляющего момента с целью разворота КА и вектора тяги путем перемещения блока ЭРД на специальной каретке.



$$M_{\text{SEPS}} = 3757 \text{ кг}, M_{\text{РТ}} = 1500 \text{ кг}, M_{\text{ПН}} = 1000 \text{ кг (ГСО)},$$

$$M_{\text{СухКон}} = 1257 \text{ кг} (M_{\text{ЭУ}} = 463 \text{ кг}, M_{\text{ДУ}} = 227 \text{ кг}, M_{\text{К}} = 567 \text{ кг}).$$

$$P = 9 \times 12,9 \cdot 10^{-2} \text{ Н},$$

$$a = \frac{9 \cdot 12,9 \cdot 10^{-2} \text{ Н}}{3757 \text{ кг}} = 0,35 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2 \left(0,35 \text{ мм/с}^2 \right),$$

$$q = \frac{P}{c} = \frac{9 \cdot 12,9 \cdot 10^{-2} \text{ Н}}{30 \cdot 10^3 \text{ м/с}} = 39 \text{ мг/с} = 3,4 \text{ кг/сут}$$

При старте с низкой околоземной орбиты ($H = 350 \text{ км}$)

$$\frac{a}{g_{350}} = \frac{0,35 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2}{8,8 \text{ м/с}^2} = 0,4 \cdot 10^{-4}$$

При достижении геостационарной орбиты ($r = 42164 \text{ км}$)

$$g_{\text{ГСО}} \approx 0,22 \text{ м/с}^2; \quad \frac{a}{g_{\text{ГСО}}} \approx 16 \cdot 10^{-4}$$



Проектные параметры буксира с мощностью энергоустановки 400 кВт

В качестве источника энергии рассматривались СБ на основе ФЭП из арсенида галлия двух видов: существующих с КПД 28% (ФЭП А) и перспективных с КПД 40% (ФЭП Б). Площадь солнечных батарей ФЭП А равна 1245 м² и ФЭП Б – 871,5 м².

Основные энергомассовые характеристики буксира с мощностью энергоустановки 400 кВт

Наименование системы	Масса, кг	
	ФЭП А	ФЭП Б
Приборный блок (ПрБ)	1400	1300
Энергодвигательный блок (ЭДБ), в том числе	10200	9050
Система электроснабжения (СЭС) ЭДБ	5500	4500
Система ориентации солнечных батарей (СОСБ)	300	250
Система обеспечения раскрытия солнечных батарей	200	150
Электроракетная двигательная установка (ЭРДУ) (без системы хранения рабочего тела)	1200	1200
Система обеспечения теплового режима (СОТР) ЭДБ	700	700
Бортовая кабельная сеть (БКС)	300	300
Автономная двигательная установка (АДУ) незаправленная	500	450
Корпус ЭДБ	1500	1500
Сухая масса солнечного электроракетного буксира (СЭБ) с резервом 10% (без резерва)	12750 (11600)	11400 (10350)
Заправки АДУ (высококипящие компоненты)	1050	700
Масса заправленного СЭБ	13800	12100



Двигатель	Мощность ТМ, кВт	c , м/с	КПД	Тяга, Н	Цена тяги, кВт/Н
HiPER	39,0	96000	0,8	0,670	58,2
HiPER режим 2	24,4	82700	0,78	0,460	53,0
HiPER режим 3	42,0	80000	0,74	0,780	53,8
NEXIS DM 1	25,0	75000	0,75	0,475	52,6
ИД-500	35,0	70000	0,78	0,780	44,9
NASA-457M	50,0	27500	0,63	2,200	22,7
PPS-20kML	23,5	27500	0,65	1,050	22,4
NASA-457M (режим 2)	40,7	20000	0,58	2,400	17,0



Постановка задачи

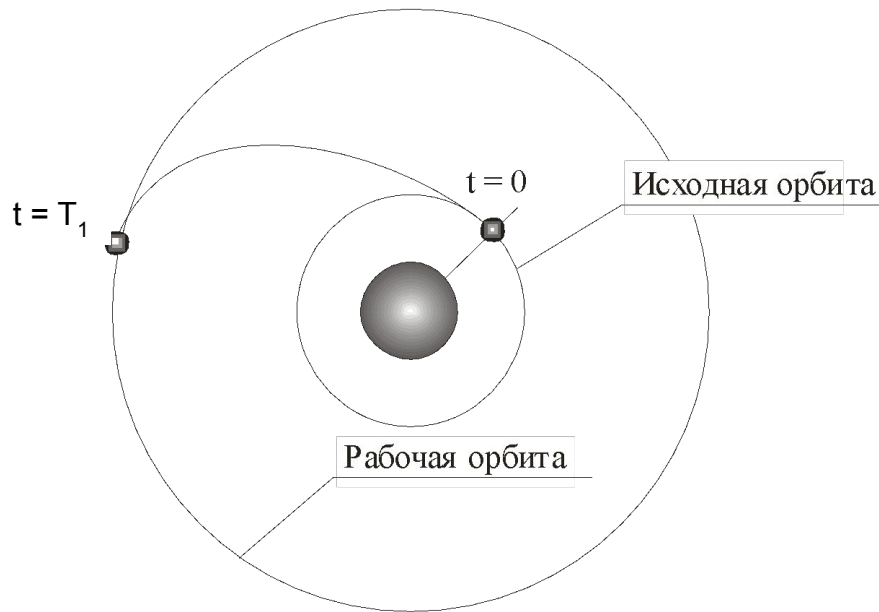


Рис. 1.9 - Баллистическая схема межорбитального перелета без возвращения (А)

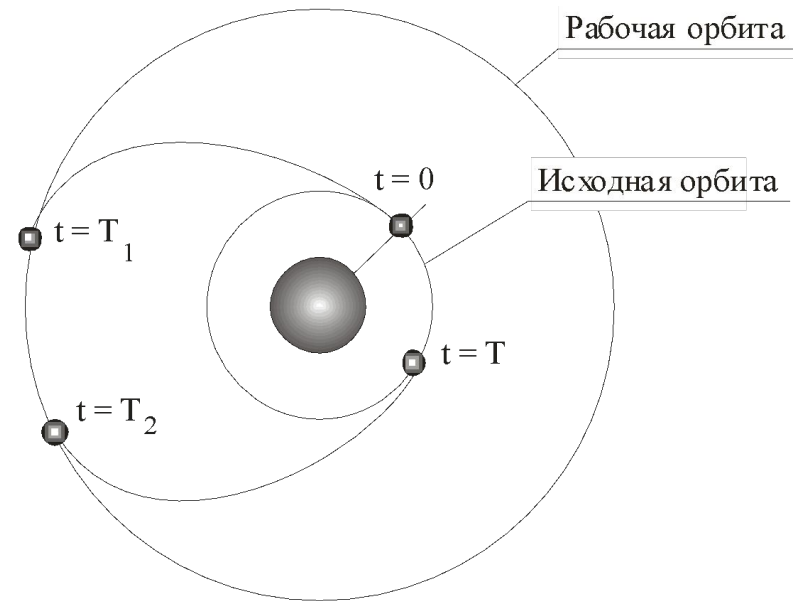


Рис. 1.10 - Баллистическая схема межорбитального перелета с возвращением (В)



Граничные условия

А. Если цель перелёта КА - доставка максимально возможной полезной нагрузки с исходной на рабочую орбиту, то в начальный момент времени масса КА равна фиксированной стартовой массе, а в конечный момент времени T_1

$$r(0) = r_0, \quad V(0) = V_0, \quad r(T_1) = r_K, \quad V(T_1) = V_K,$$

\bar{r} - радиус-вектор положения КА, \bar{V} - вектор скорости КА.

$$M(T_1) = M_0 - M_{PT}$$

В. Если целью перелета является доставка ПН с исходной на рабочую орбиту и возвращение КА на исходную орбиту, то координаты и скорости должны удовлетворять следующим граничным условиям.

В момент старта с исходной орбиты ($t = 0$):

В момент достижения рабочей для ПН орбиты ($t = T_1$):

$$r(0) = r_0, \quad V(0) = V_0, \quad M(0) = M_0.$$

$$r(T_1) = r_K, \quad V(T_1) = V_K, \quad M(T_1) = M_0 - M_{PT1}.$$



В момент отлета с рабочей орбиты ($t = T_2$):

$$r(T_2) = r_K, V(T_2) = V_K, M(T_2) = M_0 - M_{PT1} - M_{ПН}.$$

В момент окончания миссии ($t = T$):

$$r(T) = r_0, V(T) = V_0, M(T) = M_0 - M_{PT1} - M_{ПН} - M_{PT2}.$$

\bar{r} - радиус-вектор положения КА, \bar{V} - вектор скорости КА.

Вектор реактивного ускорения

$$a(t) = \frac{P \cdot \delta}{M(t)} \cdot e(t) \quad a(t) = \frac{P}{M(t)} = \frac{P}{M_0 \left(1 - \frac{P}{c} t\right)} = \frac{a_0}{\left(1 - \frac{P}{c} t\right)}$$

δ - функция включения-выключения тяги, $\delta = (0, 1)$,

$e(t)$ - единичный вектор направления тяги в выбранной системе координат.



1. Параметры, характеризующие баллистическую схему перелёта

$$b = \left(D_0, T_1, T_{\text{ож}}, T_2, T, \bar{r}_0, \bar{V}_0, \bar{r}_k, \bar{V}_k \right)^T, \bar{b} \in B$$

Здесь: b – вектор баллистических параметров, принадлежащий множеству допустимых B ;

D_0 – дата старта с начальной орбитой;

r_0, V_0 – векторы координат и скоростей в начальной точке (могут быть пересчитаны в элементы начальной орбиты);

r_k, V_k – векторы координат и скоростей в конечной точке;

T_1 – продолжительность прямого перелета;

T_2 – дата старта с конечной орбиты;

$T_{\text{ож}} = T_2 - T_1$ – время ожидания;

T – общая продолжительность миссии;



2. Параметры, характеризующие проектный облик КА

$$\bar{p} = \left(I_0, N_{MAX}, S_{CB}, P_{iЭРД}, n_{ЭРД}, c, M_{iBC}, \left| \bar{M} \right|_{упр\ max}, M_{ЭУ}, M_{ПЭ}, M_{AB}, M_{ДУ}, M_K, M_{РТ}, M_{СПХ}, V_{РТ}, n_B \right)^T, \bar{p} \in P$$

Здесь:

\bar{p} - вектор основных проектных параметров, определяющих облик МТА, P – множество допустимых проектных параметров

I_0 - тензор инерции системы «МТА – ПН»

S_{CB} - суммарная площадь солнечных батарей;

$P_{iЭРД}$ - тяга (номинальная) одного ЭРД в составе ЭРДУ;

$n_{ЭРД}$ - количество ЭРД в составе ЭРДУ с учетом резерва;

$\left| \bar{M} \right|_{упр\ max}$ - максимальный управляющий момент, необходимый для осуществления программных разворотов

$M_{ЭУ}$ - масса энергоустановки;

$M_{ПЭ}$ - масса преобразователя энергии;

$M_{ДУ}$ - масса ЭРДУ;

M_{AB} - масса аккумуляторных батарей;

M_K - масса конструкции МТА

$M_{РТ}$ - масса рабочего тела;



$M_{СПХ}$ - масса системы подачи и хранения рабочего тела;

$V_{РТ}$ - объем рабочего тела;

n_B - количество баков РТ

3. Функции, характеризующие программу управления вектором тяги

$$\bar{u}(t) = \left(\bar{e}(t), \delta(t), \delta_{\text{упр}}(t), M_X(t), M_Y(t), M_Z(t) \right)^T$$

Здесь:

$\bar{e}(t)$ - единичный вектор направления тяги (как правило, в орбитальной подвижной системе координат);

$\delta(t)$ - функция включения-выключения маршевых двигателей;

$\delta_{\text{упр}}(t)$ - функция включения-выключения управляющих двигателей;

$M_X(t), M_Y(t), M_Z(t)$ - управляющие моменты по осям связанной системы координат.



Будем использовать обозначения:

$a(t)$ – вектор ускорения от тяги, на его величину и направление могут быть наложены ограничения, связанные с конструктивными особенностями КА;

$x(t) = \begin{pmatrix} r \\ V \end{pmatrix}$ – вектор фазовых координат КА в пространстве;

$\bar{p} \in P$ – вектор основных оптимизируемых проектных параметров КА.

$\bar{u}(t, x) \in U$ – вектор-функция, описывающая управляющие воздействия (управление)

В этих обозначениях задача проектно-баллистической оптимизации сводится к определению закона управления вектором тяги КА $a(t)$ и проектных параметров p таких, чтобы при фиксированной стартовой массе КА на рабочую орбиту была доставлена полезная нагрузка наибольшей массы:

$$M_{\text{ПН}} = \max_{a(t), \bar{p} \in P, \bar{x}(t)} M_{\text{ПН}}(\bar{x}, a, \bar{p} | M_0 = \text{fixe}), \bar{b} = \text{fixe}$$



Задача проектно-баллистической оптимизации условно разделяется на три части: **динамическую, параметрическую и баллистическую.**

Динамическая задача – отыскание оптимальной программы управления вектором тяги $a(t)$, обеспечивающей минимальные затраты рабочего тела на прямой и обратный перелеты для заданных параметров исходной и рабочей орбиты и длительности перелёта.

Меру этих затрат в дальнейшем будем называть **динамической характеристикой** перелета.

Этой мерой может быть характеристическая скорость или моторное время перелета. Целью решения динамической задачи является построение зависимости динамической характеристики перелета от граничных условий и проектных параметров КА.



Параметрическая задача – это задача выбора оптимальных проектных параметров КА, обеспечивающих при заданной динамической характеристике перелета максимум полезной нагрузки.

Если в качестве критерия оптимальности использовать минимальную характеристическую скорость перелета, то решение динамической задачи сводится к построению зависимости

$$V_{ХАР} = V_{ХАР}(p, r_0, V_0, r_K, V_K),$$

а параметрическая – в определении таких параметров p , чтобы

$$M_{ПН} \rightarrow \max.$$

Задача оптимизации баллистических параметров заключается в выборе вектора $\bar{b} \in B$, обеспечивающего максимальное значение критерия оптимальности $M_{ПН}$ с учетом ограничений (после решения задачи структурно-параметрического синтеза)



Задачи проектной и баллистической оптимизации могут решаться с использованием моделей различной степени точности. Естественно чем точнее решение, тем больших затрат на свое осуществление оно требует.

Обычно на начальном этапе оптимизации выбираются наиболее простые модели, а на заключительном этапе осуществляется сквозное моделирование перелета с найденным управлением и проектными параметрами КА для проверки условий реализации полученных решений.



1. Модель «идеально регулируемого» двигателя малой тяги

- динамическая характеристика перелета

$$I = \int_0^T a^2 dt$$

- общий критерий оптимальности

$$M_{\text{ПН}} = M_0 \left(1 + \frac{\alpha_{\text{ЭУ}} M_0}{2M_{\text{ЭДУ}}} \int_0^T a^2 dt \right)^{-1} - M_{\text{ЭДУ}}.$$

- оптимизируемый проектный параметр

$$M_{\text{ЭДУ}} = M_0 \sqrt{\frac{I \cdot \alpha_{\text{ЭУ}}}{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{I \cdot \alpha_{\text{ЭУ}}}{2}} \right)$$



2. Модель ЭРД с нерегулируемой тягой

- динамическая характеристика перелета

$$V_{хар} \text{ или } T_M$$

Перелет между некомпланарными круговыми орбитами

$$(r_0 \rightarrow r_K, i_0 \rightarrow i_K)$$

$$V_{хар} = V_0 \sqrt{1 - 2 \sqrt{\frac{r_0}{r_K}} \cdot \cos\left(\frac{\pi(i_K - i_0)}{2}\right) + \frac{r_0}{r_K}},$$

Моторное время

$$T_M = \frac{M_0 \cdot c}{P} \left(1 - \exp\left(-\frac{V_{хар}}{c}\right) \right) = \frac{c}{a_0} \left(1 - \exp\left(-\frac{V_{хар}}{c}\right) \right)$$

V_0 - скорость КА на начальной круговой орбите.



- общий критерий оптимальности

$$M_{\text{ПН}} = M_0 - \alpha_{\text{ЭУ}} \cdot \frac{P \cdot c}{2\eta} - \frac{P}{c} \cdot T_M$$

- оптимизируемые проектные параметры P, c

$$c_{\text{opt}} \approx \sqrt{\frac{2T_M \eta}{\alpha_{\text{ЭУ}}}}$$

P - суммарная тяга ЭРД – оптимизируется граничными условиями и продолжительностью перелета



Задача проектирования КА, предназначенного для диапазона динамических маневров Z

1. Общей задачей совместной оптимизации будем называть задачу отыскания проектных параметров $p \in P$ и совокупности функций $(u(t, x), x(t, z))$, обеспечивающих реализацию диапазона динамических маневров Z при минимальном (максимальном) значении заданного критерия эффективности μ . Для определенности будем считать, что задачей оптимального синтеза является обеспечение максимума μ :

$$\bar{\mu} = \max_{u(t,x) \in U(p), p \in P} \mu(z, p, x(t), u(t, x))$$

Очевидно, в этом случае **каждому маневру z из диапазона Z соответствует свое оптимальное проектное решение**, характеризующееся вектором параметров $p(z)$ и управлений $u(t, x)$.



2. **Вектор параметров** $\bar{p} \in P$ будем называть **универсальным для диапазона динамических маневров** Z , если:

- космический аппарат с параметрами \bar{p} **может выполнить любой маневр из заданного диапазона** Z ;
- **максимальная степень неоптимальности** $\rho(z, p)$ на множестве Z достигает минимального значения при $p = \bar{p}$.

Мера неоптимальности проектного решения на множестве динамических маневров Z характеризуется критерием

$$R = \min_{p \in P} \max_{z \in Z} \rho(z, p)$$

Вектор \bar{p} , получаемый в результате операции

$$\bar{p} = \arg \min_{p \in P} \max_{z \in Z} \rho(z, p)$$

называется **вектором универсальных для множества** Z проектных параметров.



Здесь под **степенью неоптимальности** $\rho(z, p)$ понимается проигрыш в критерии оптимальности $\mu(z, p)$, получающийся при замене вектора оптимальных проектных параметров \bar{p} на некоторый другой p :

$$\rho(z, p) = |\mu(z, p) - \mu(z, \bar{p})|$$

Степень неоптимальности можно задавать в виде:

$$\rho(z, p) = \frac{\max_{p \in P} \mu(z, p)}{\mu(z, p)} \quad \text{или} \quad \rho(z, p) = \frac{\max_{p \in P} \mu(z, p) - \mu(z, p)}{\max_{p \in P} \mu(z, p)}.$$