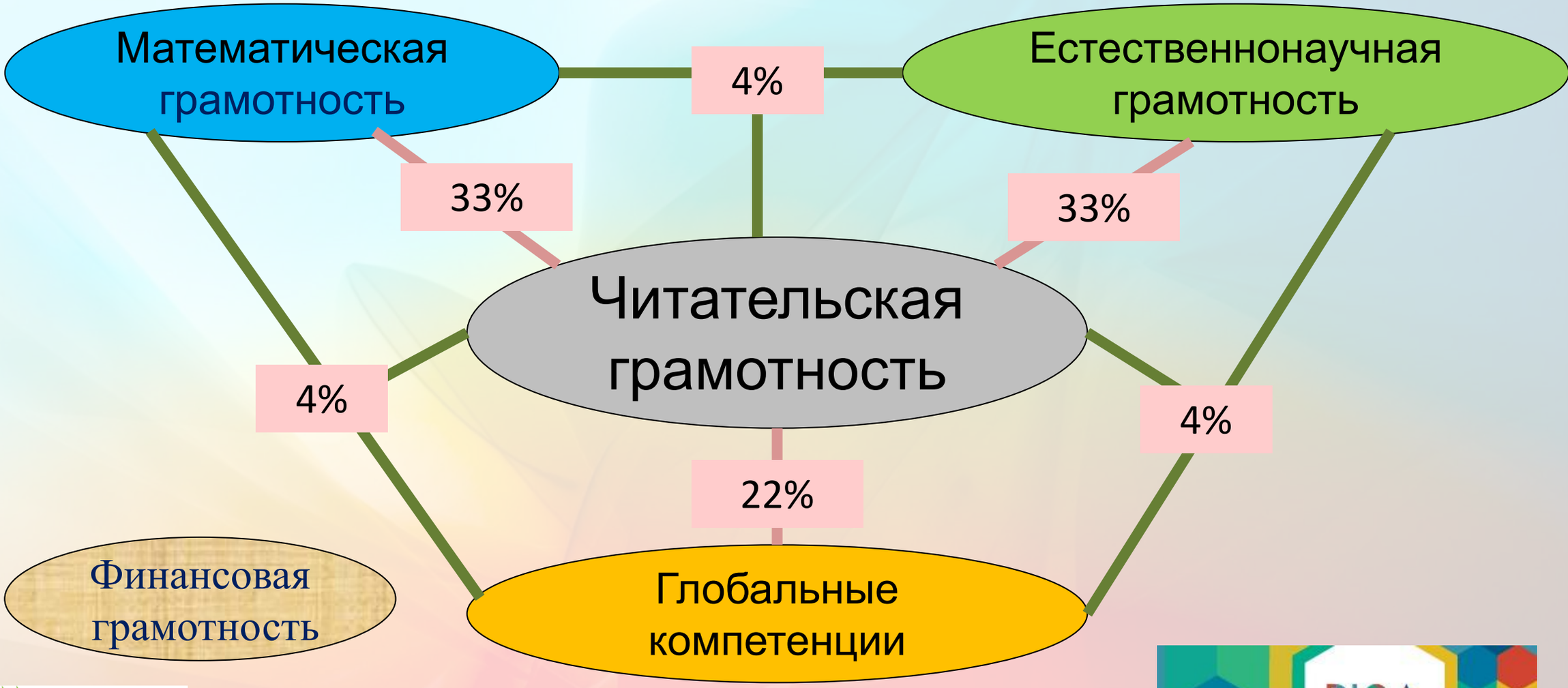
Оценка математической грамотности в исследовании PISA

Модель оценки функциональной грамотности PISA-2018

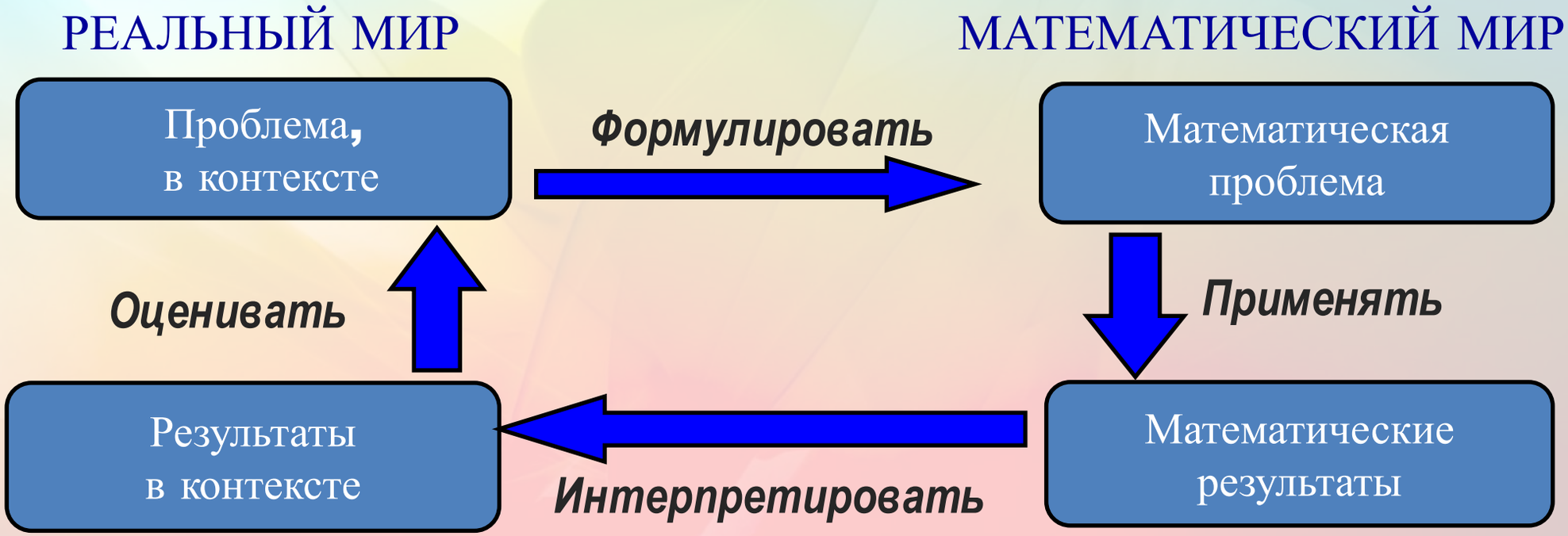


OECD
BETTER POLICIES FOR BETTER LIVES

PISA

Математическая грамотность (исследование PISA)

Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане.



MARTINI
Royale

Результаты 15-летних учащихся по математической грамотности

Лидирующие страны и территории: Сингапур, Гонконг (Китай), Макао (Китай), Тайвань, Япония

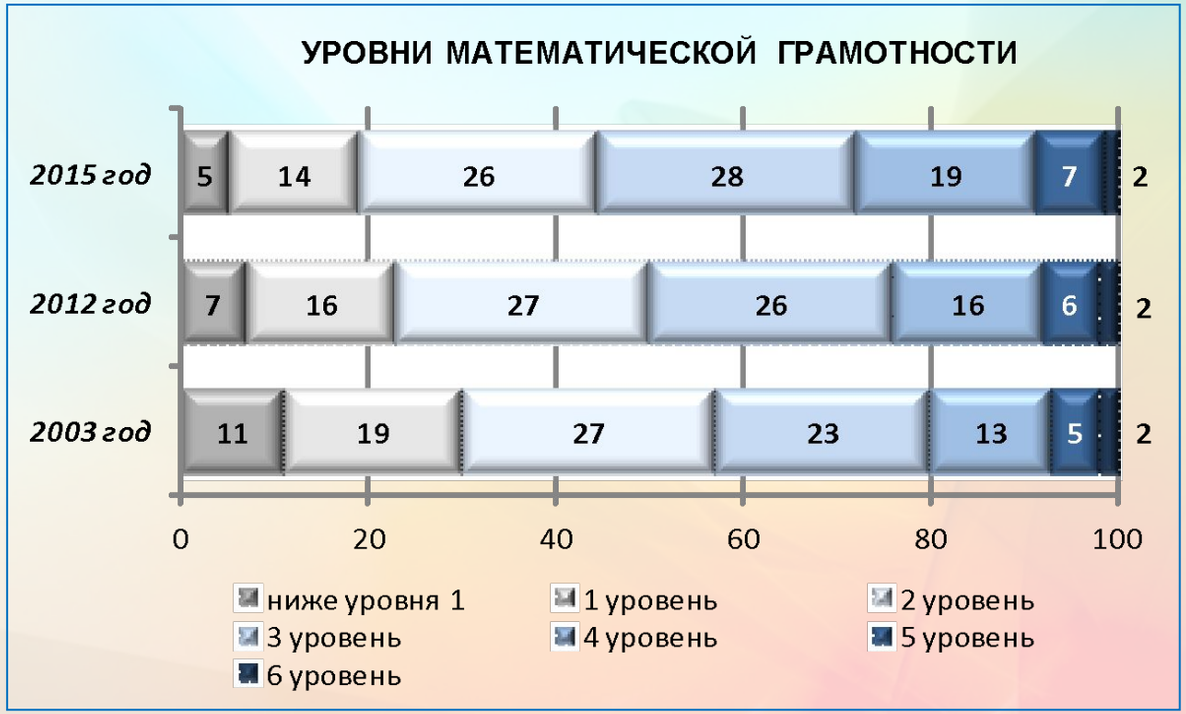
19 стран,
средний балл которых статистически значимо **выше** среднего балла России

11 стран, средний балл которых не отличается от балла России
(Австрия, Новая Зеландия, Вьетнам, Швеция, Австралия, Франция, Великобритания, Чехия, Португалия, Италия, Исландия)

39 стран, средний балл которых статистически значимо **ниже** среднего балла России

	Страна	Средний балл	Место страны среди других стран
1.	Сингапур	564	1
2.	Гонконг (Китай)	548	2-3
3.	Макао (Китай)	544	2-4
4.	Тайвань	542	2-4
5.	Япония	532	5-6
6.	Китай	531	4-7
7.	Республика Корея	524	6-9
8.	Швейцария	521	7-10
9.	Эстония	520	7-10
10.	Канада	516	8-12
11.	Нидерланды	512	10-14
12.	Дания	511	10-15
13.	Финляндия	511	10-15
14.	Словения	510	11-15
15.	Бельгия	507	12-18
16.	Германия	506	12-19
17.	Польша	504	14-19
18.	Ирландия	504	15-19
19.	Норвегия	502	16-20
20.	Австрия	497	18-27
21.	Новая Зеландия	495	20-28
23.	**Российская Федерация**	**494**	**20-30**
24.	Швеция	494	20-30
25.	Австралия	494	21-29
26.	Франция	493	21-30
27.	Великобритания	492	21-31
28.	Чешская Республика	492	21-31
29.	Португалия	492	21-31
30.	Италия	490	23-33
31.	Исландия	488	27-33
32.	Испания	486	29-34
33.	Люксембург	486	31-34
34.	Латвия	482	32-36
35.	Мальта	479	34-38
36.	Литва	478	34-38
37.	Венгрия	477	35-39
38.	Словакия	475	35-39
39.	Израиль	470	37-41
40.	США	470	38-41
41.	Хорватия	464	40-42
42.	Буэнос-Айрес (Аргентина)	456	40-44
43.	Греция	454	42-43
44.	Румыния	444	43-45
45.	Болгария	441	44-46
46.	Кипр	437	45-46
47.	ОАЭ	427	47-48
48.	Чили	423	47-51
49.	Турция	420	47-54
50.	Молдова	420	48-54
51.	Уругвай	418	49-55
52.	Черногория	418	49-54
53.	Тринидад и Тобаго	417	50-55
54.	Таиланд	415	49-55
55.	Албания	413	51-56
56.	Мексика	408	55-57
57.	Грузия	404	56-59
58.	Катар	402	57-59
59.	Коста-Рика	400	57-60
60.	Ливан	396	58-61
61.	Колумбия	390	60-63
62.	Перу	387	61-64
63.	Индонезия	386	61-64
64.	Иордания	380	63-65
65.	Бразилия	377	64-65
66.	Македония	371	66-67
67.	Тунис	367	66-68
68.	Косово	362	67-69
69.	Алжир	360	68-69
70.	Доминиканская Республика	328	70

Результаты 15-летних российских учащихся по математической грамотности



Уровни функциональной грамотности PISA

М	Ч	Е	
669	708	708	6
607	626	633	5
545	553	559	4
482	480	484	3
420	407	409	2
358	335	335	1

Самостоятельно мыслящие и способные функционировать в сложных условиях

4 уровень – проявляется способность использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации

2 уровень – пороговый, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших не учебных ситуациях

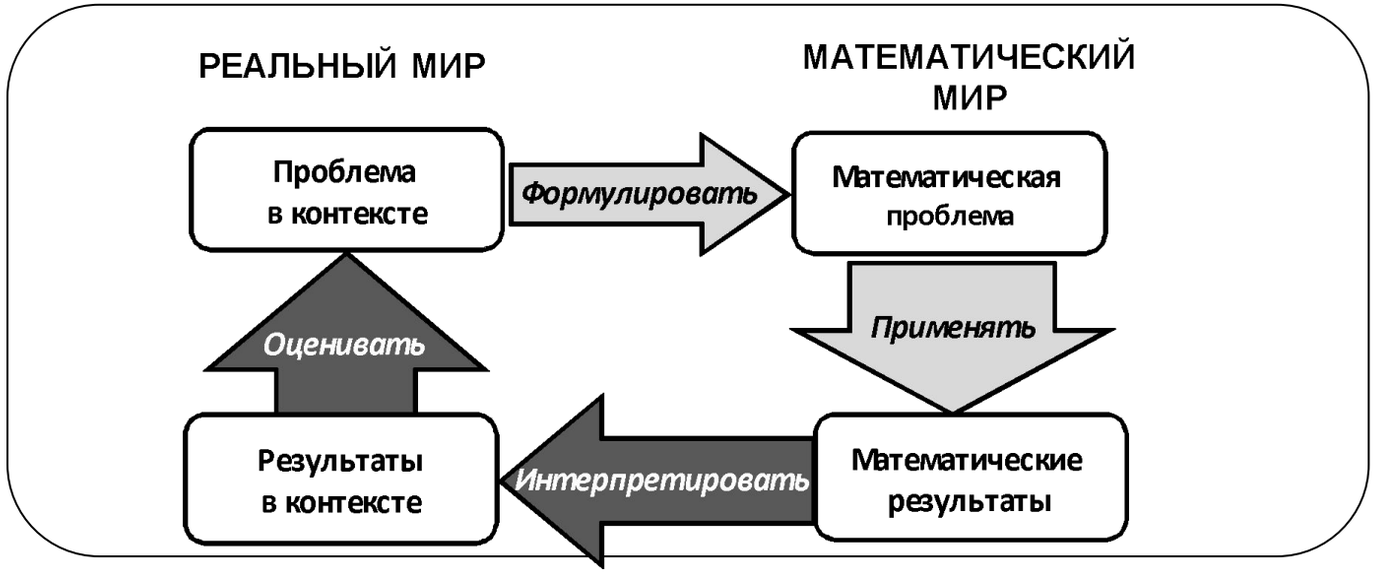
Модель тестовых заданий для исследования математической грамотности включает три взаимосвязанных аспекта:

- математическое *содержание*, которое используется в тестовых заданиях,
- к*онтекст,* в котором представлена проблема,
- математические мыслительные *процессы*, которые описывают, что делает ученик, чтобы связать этот контекст с математикой, необходимой для решения поставленной проблемы.

Модель задания по математической грамотности

Проблема в контексте реального мира
***Области математического содержания*:** Количество, Неопределенность и данные, Изменение и зависимости, Пространство и форма
***Контекстные категории реального мира*:** Личностные, Общественные, Профессиональные, Научные

Математическое мышление и действие
Математические понятия, знания и умения
Фундаментальные математические способности
***Когнитивные процессы*:** Формулировать, Применять, Интерпретировать



Мыслительные процессы

- *формулировать* ситуацию математически (примеры: «Пицца», «Рок-концерт»);
- *применять* математические понятия, факты, процедуры размышления (пример: «Садовник»);
- *интерпретировать*, использовать и оценивать математические результаты (пример: «Бытовые отходы»).

Задание «Пицца»

В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 30 зедов. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 40 зедов. Какие пиццы выгоднее продавать хозяину пиццерии? Приведите ваши рассуждения.

- *Задание оказалось одним из самых трудных, в 2003 г с ним справилось всего 11% из всех участников исследования.*
- Ключевым моментом для решения задачи является установление зависимости между размером пиццы и её стоимостью, поэтому задание отнесено к области «*Изменение и зависимости*». Сам контекст носит *личностный* характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Формулировать*», так как требуется создать модель решения задачи.

Задание «Рок-концерт»

Для зрителей на концерте рок-музыки было отведено прямоугольное поле размером 100 *м* на 50 *м*. Все билеты были проданы, и поле было полностью заполнено стоящими фанатами.

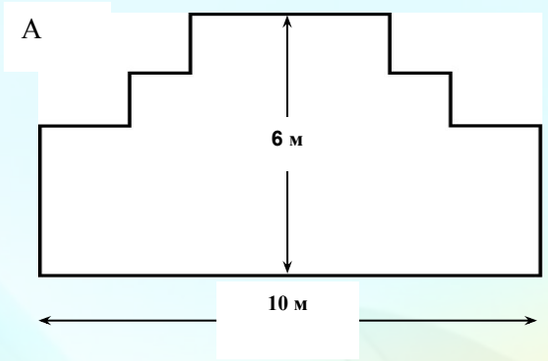
Какое из следующих чисел является наилучшей оценкой общего числа людей, посетивших этот концерт?

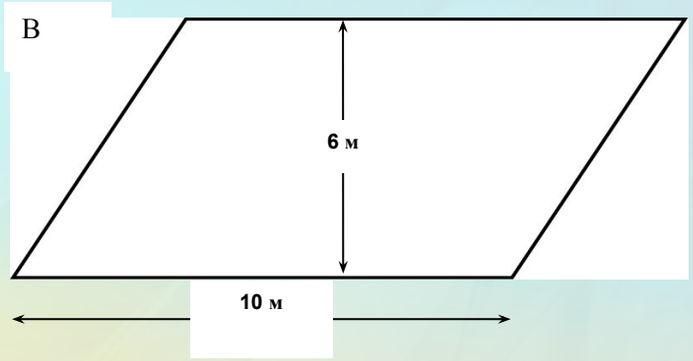
A) 2 000 B) 5 000 C) 20 000 D) 50 000 E) 100 000

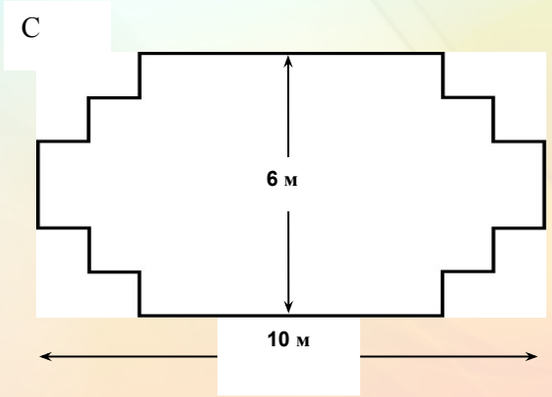
Задание «Садовник»:

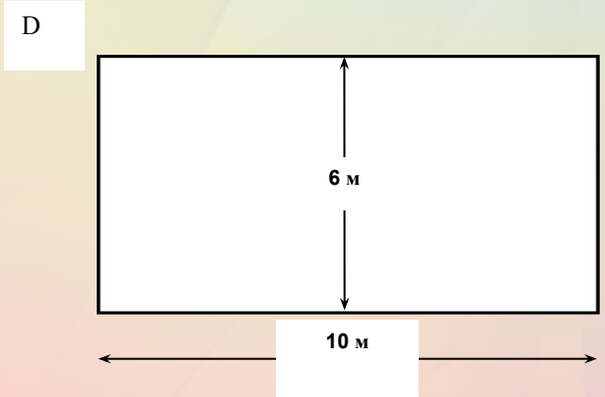
У садовника есть 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов.

Обведите в таблице слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить её границу.









Области математического содержания

- *Количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики (Примеры: *«Рок-концерт»; «Парусные корабли», в.1; «Вращающаяся дверь», в.3*);
- *Изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом (Примеры: *«Скорость падения капель», в.1, 3; «Поездка на машине»; «Пицца»*);
- *Пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу (Примеры: *«Садовник»; «Парусные корабли», в.2; «Вращающаяся дверь», в.1, 2*);
- *Неопределенность и данные* – область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности (Примеры: *«Бытовые отходы»; «Продажа музыкальных дисков», в. 1, 3*).

Контексты

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках описанной ситуации.

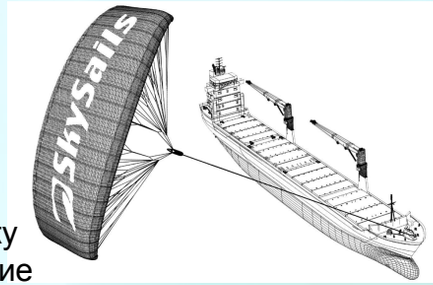
- Личные («Пицца»);
- Общественные («Рок-концерт»);
- Профессиональные («Садовник», «Скорость падения капель»);
- Научные («Бытовые отходы», «Вращающаяся дверь», «Парусные корабли»).

Пример задания «Парусные корабли»

РЕАЛЬНЫЙ МИР

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



Вопрос 4: ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зеда за литр хозяева корабля *«Новая волна»* думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: *«Новая волна»*

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём)

Длина: 117 метров

Ширина: 18 метров

Грузоподъёмность: 12 000 тонн

Максимальная скорость: 19 узлов

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров

Стоимость установки на *«Новой волне»* кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

- Результат российских учащихся**: 16%**
- Средний результат учащихся стран ОЭСР**: 15%**
- Максимальный результат**: 47%**

Создать модель решения и выполнить арифметические действия

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИР

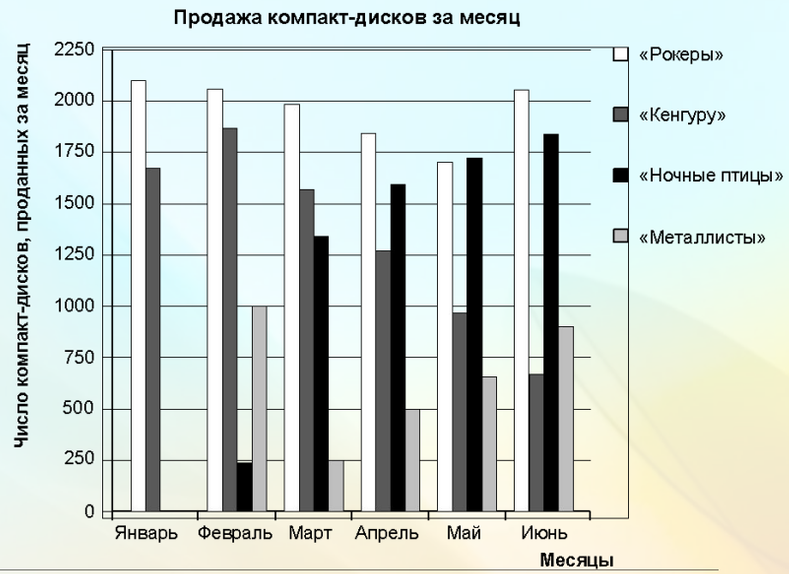
Типичная задача для учащихся 5-6 классов:

«За год двигатель на корабле потребляет 3500000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2500000 р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?»

Продажа музыкальных дисков

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «*Рокеры*» и «*Кенгуру*». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «*Ночные птицы*» и «*Металлисты*». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Вопрос 1: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «*Металлисты*» продала в апреле?

A 250
B 500
C 1000
D 1270

Вопрос 2: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В каком месяце музыкальная группа «*Ночные птицы*» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «*Кенгуру*»?

A Не было такого месяца
B Март
C Апрель
D Май

Содержание: Неопределенность и данные

Вид деятельности: «Интерпретировать» (дать ответ с учетом условий представленной в задании ситуации)

Уровень сложности: вопрос 1 – ниже 1 уровня сложности, вопрос 2 – 1 уровень

Результат российских учащихся: вопрос 1 – 89%; вопрос 2 – 72%

Средний результат учащихся стран ОЭСР: вопрос 1 – 87%; вопрос 2 – 80%

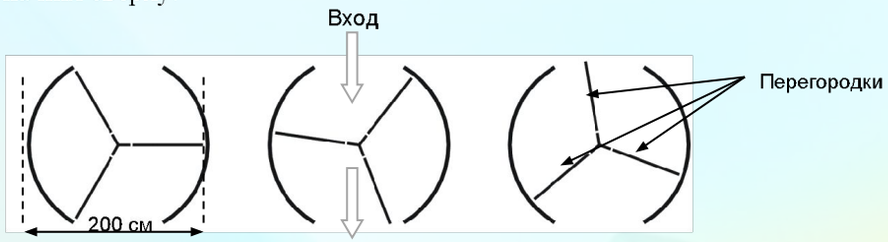
Максимальный результат: вопрос 1 – 93%; вопрос 2 – 91%

Комментарии эксперта. *Проверяется умение читать столбчатую диаграмму и извлекать из нее информацию, нужную для ответа на поставленный вопрос. Для российских учащихся оба вопроса базовой сложности, поэтому и результаты достаточно высокие. Сложность вопроса 2 несколько выше, так как надо не только прочесть диаграмму, но и сравнить высоту столбцов, поэтому и результат несколько ниже. Эта тенденция характерна и для учащихся стран ОЭСР, и для лидирующих стран.*

Вращающаяся дверь

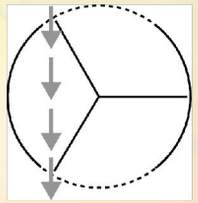
ВРАЩАЮЩАЯСЯ ДВЕРЬ

Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



Два дверных **проёма** (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся перегородки не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход. Это приведёт либо к нежелательной потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

В этой позиции возможно поступление воздуха.



Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

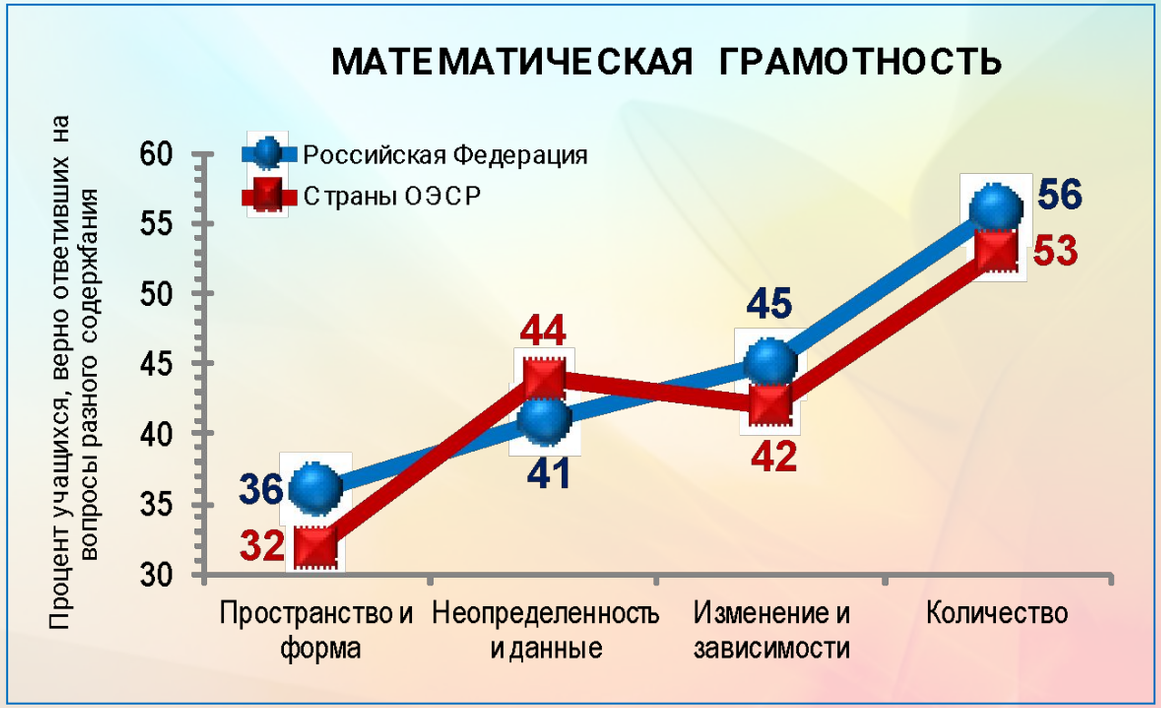
Наибольшая длина дуги: ..... см

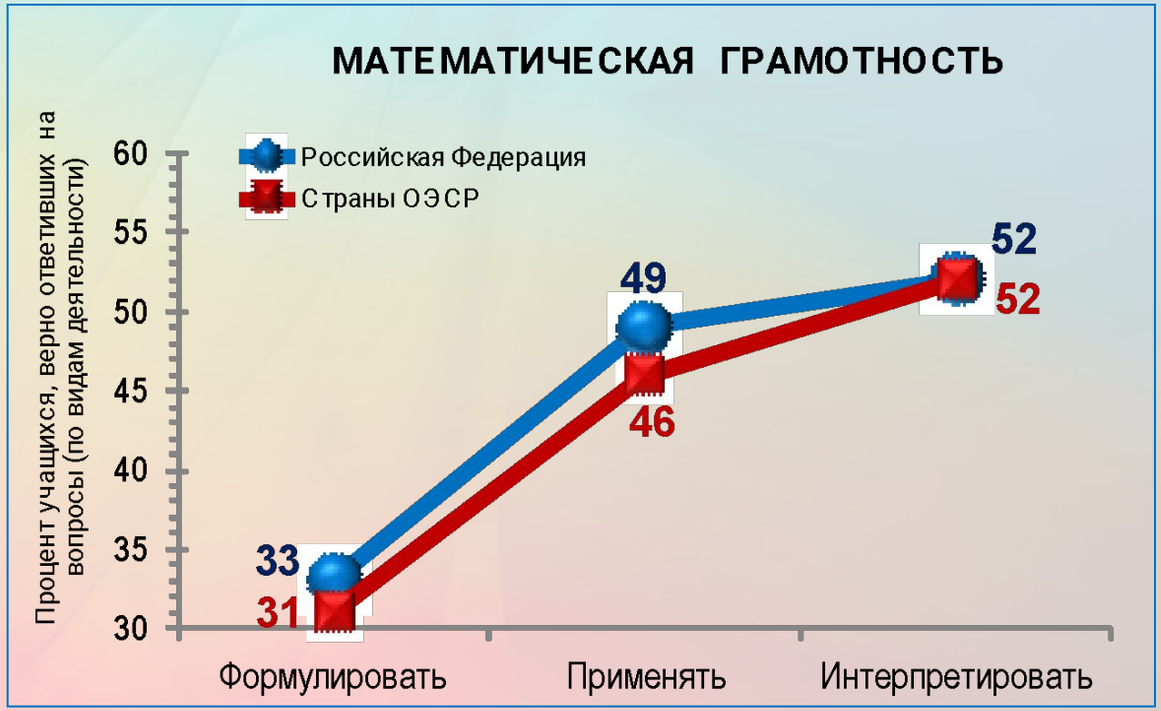
Содержание: Пространство и форма
Вид деятельности: «Формулировать» (создать модель решения)
Уровень сложности: 6 уровень
Результат российских учащихся: 3%
Средний результат учащихся стран ОЭСР: 4%
Максимальный результат: 14%

Комментарии эксперта. *В задании требуется воспринять новую информацию – описание представленной реальной ситуации – и интерпретировать ее геометрическую модель, чтобы вычислить длину искомой дуги. Опираясь на пространственное воображение и интуицию при работе с моделью, можно догадаться, что эта дуга составляет 1/6 часть длины окружности двери. Для решения проблемы нужно вспомнить (или посмотреть в списке формул в тетради для учащегося) известную учащимся формулу длины окружности. Ответ в пределах от 103 до 105. [Принимаются ответы, вычисленные, как 1/6 длины окружности, например, 100π/3, а также ответ, равный 100, но только в случае, если понятно, что этот ответ получен в результате использования =3].*

Подобных задач нет в российских учебниках. Сложность задачи определяется наличием большого текста, в котором много новой для учащихся словесной информации, описывающей ситуацию. Информация представлена в различной форме: в виде текста, количественных данных и рисунков. Данные, нужные для решения, надо извлечь из разных частей текста. Слово «окружность» не упоминается в тексте задания, учащимся самим надо сообразить, что именно окружность, разделенная тремя радиусами на три равные части, является моделью вращающейся двери.

Результаты 15-летних российских учащихся по математической грамотности





Особенности заданий

- *Требуют перевода с обыденного языка на математический язык*
- *Контекст заданий близок к проблемным ситуациям, возникающим в повседневной жизни*
- *Задача, поставленная вне математики и решаемая с помощью предметных знаний по математике*

Параметры для анализа заданий на соответствие компетентностному подходу

- *Наличие ситуационной значимости контекста*
- *Необходимость перевода условий задачи, сформулированных с помощью обыденной семантики на язык математики (математическое моделирование)*
- *Новизна формулировки задачи, неопределенность*

Из опыта анализа разработки и использования компетентностно-ориентированных заданий по математике (Ларина Г.С.)

- *Не любая текстовая задача является компетентностно-ориентированной*
- *Большинство разрабатываемых заданий относятся к математическому моделированию и чаще всего не обладают ситуационной значимостью и новизной формулировки*
- *В основном задачи содержат объекты из смежных дисциплин (физики, химии или биологии),а не реальной жизни*
- *В задачах редко используется личный опыт учащихся (например покупки в магазине)*

Более широкий контекст математического образования в российской школе

- Для того чтобы лучше понимать, что делать дальше (и надо ли вообще что-то делать), надо посмотреть на результаты и других международных исследований качества математического образования: TIMSS и TIMSS-Advanced (повышенный уровень).

TIMSS-2015, 8 класс, математика

5 стран ▲

2 страны (=)

32 страны ▼

	Страна	Средний балл		
1.	Сингапур	621	(3,2	▲
2.	Республика Корея	606	(2,6	▲
3.	Тайвань	599	(2,4)	▲
4.	Гонконг	594	(4,6)	▲
5.	Япония	586	(2,3)	▲
6.	**Российская Федерация**	**538**	**(4,7)**	**=**
7.	Казахстан	528	(5,3)	=
8.	Канада	527	(2,2)	▼
9.	Ирландия	523	(2,7)	▼
10.	США	518	(3,1)	▼
11.	Англия	518	(4,2)	▼
12.	Словения	516	(2,1)	▼
13.	Венгрия	514	(3,8)	▼
14.	Норвегия	512	(2,3)	▼
15.	Литва	511	(2,8)	▼
16.	Израиль	511	(4,1)	▼
17.	Австралия	505	(3,1)	▼
18.	Швеция	501	(2,8)	▼
	Среднее значение шкалы TIMSS	**500**		
19.	Италия	494	(2,5)	▼
20.	Мальта	494	(1,0)	▼
21.	Новая Зеландия	493	(3,4)	▼
22.	Малайзия	465	(3,6)	▼
23.	ОАЭ	465	(2,0)	▼
24.	Турция	458	(4,7)	▼
25.	Бахрейн	454	(1,4)	▼
26.	Грузия	453	(3,4)	▼
27.	Ливан	442	(3,6)	▼
28.	Катар	437	(3,0)	▼
29.	Иран	436	(4,6)	▼
30.	Таиланд	431	(4,8)	▼
31.	Чили	427	(3,2)	▼
32.	Оман	403	(2,4)	▼
33.	Кувейт	392	(4,6)	▼
34.	Египет	392	(4,1)	▼
35.	Ботсвана	391	(2,0)	▼
36.	Иордания	386	(3,2)	▼
37.	Марокко	384	(2,3)	▼
38.	Южная Африка	372	(4,5)	▼
39.	Саудовская Аравия	368	(4,6)	▼

Примеры заданий по математике

8 класс

Пример 1

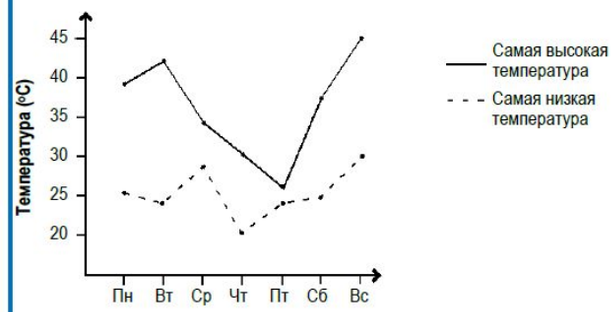
Содержание: «Числа»
Вид деятельности: «Знание»
Уровень достижений: Низкий
Результат по России: 84%
Средний результат по странам: 70%
Максимальный результат: 95%
Минимальный результат: 35%

Чему равно 3^3?

Ⓐ 6
Ⓑ 9
Ⓒ 27
Ⓓ 33

Комментарии эксперта. *Типичное задание базового уровня в российской основной школе. Проверяется умение вычислить степень целого однозначного числа, которое относится к числу важных для продолжения обучения в основной школе. Это умение начинает формироваться в 5-6 классах и развивается в последующих классах. Явное большинство российских восьмиклассников (84%) продемонстрировали прочное овладение проверяемым умением, показав результат ниже лидирующих стран, но выше среднего результата и результатов многих других стран. При этом 15% российских восьмиклассников показали, что они не владеют этим умением, вместо применения алгоритма возведения в степень они умножили данное число на показатель степени.*

График температуры за неделю в Зедландии



На графике показана самая высокая и самая низкая температура в каждый из дней недели в одном из городов в Зедландии. В какой день разность между самой высокой и самой низкой температурой была равна 10 °C?

Ⓐ в среду
Ⓑ в четверг
Ⓒ в пятницу
Ⓓ в субботу

Пример 2

Содержание: «Данные и вероятность»
Вид деятельности: «Знание»
Уровень достижений: Средний
Результат по России: 72%
Средний результат по странам: 62%
Максимальный результат: 83%
Минимальный результат: 39%

Комментарии эксперта. *Непривычное задание базового уровня на чтение простейшего графика. Это умение начинает формироваться в 5-6 классах и развивается в последующих 7-9 классах. В данном случае на графике представлена зависимость между качественной и количественной величинами – днем недели и температурой. Требовалось (приближенно) оценить разность между высокой и низкой температурой в каждый из дней и определить день недели, когда разность была равна 10. Большинство российских восьмиклассников (72%) продемонстрировали овладение проверяемым умением, показав результат ниже лидирующих стран, но выше среднего результата и результатов многих других стран. При этом 25% российских восьмиклассников не справились с этим заданием (выбрали неверные ответы). Скорее всего, они были невнимательны при определении значений ежедневной температуры с помощью шкалы, представленной на вертикальной оси.*

Примеры заданий по математике

8 класс

Пример 3

Содержание: «Числа»
Вид деятельности: «Рассуждение»
Уровень достижений: Высокий
Результат по России: 30%
Средний результат по странам: 29%
Максимальный результат: 76%
Минимальный результат: 2%

Георгий и Кирилл купили одинаковые хоккейные клюшки в разных магазинах.

Обычная цена таких хоккейных клюшек в этих магазинах была одинаковой.

Георгий купил хоккейную клюшку, заплатив на 20% меньше обычной цены.

Кирилл заплатил $\frac{3}{4}$ обычной цены за свою клюшку.

Кто из ребят меньше заплатил за свою клюшку?

Ответ: _____

Объясните свой ответ.

Комментарии эксперта. *Проверяется умение выразить проценты в виде обыкновенной дроби или обратный перевод. Нетипичное задание, в котором надо сравнить стоимость одного и того же предмета при наличии скидки, выраженной в различных единицах – в процентах или дробью. Основное затруднение у многих учащихся объясняется тем, что первоначальная стоимость предмета не приводится. То есть цену надо принять за 1 и соотнести скидку в 20% и скидку при оплате 3/4 этой цены. Второе затруднение – это перевод этих данных в проценты или в дроби (3/4 – это 75% , значит, скидка – 25%). Неудивительно, что 14% российских учащихся не дали никакого ответа. Невысокое состояние проверяемого умения характерно не только для российских учащихся, но и для многих других развитых стран, результаты которых находятся в интервале от 31% до 56%. Только учащиеся 2 стран показали более высокие результаты: Республики Корея (62%) и Сингапура (76%).*

Пример 4

Содержание: Данные и вероятность
Вид деятельности: «Рассуждение»
Уровень достижений: Высший
Результат по России: 27%
Средний результат по странам: 25%
Максимальный результат: 64%
Минимальный результат: 2%

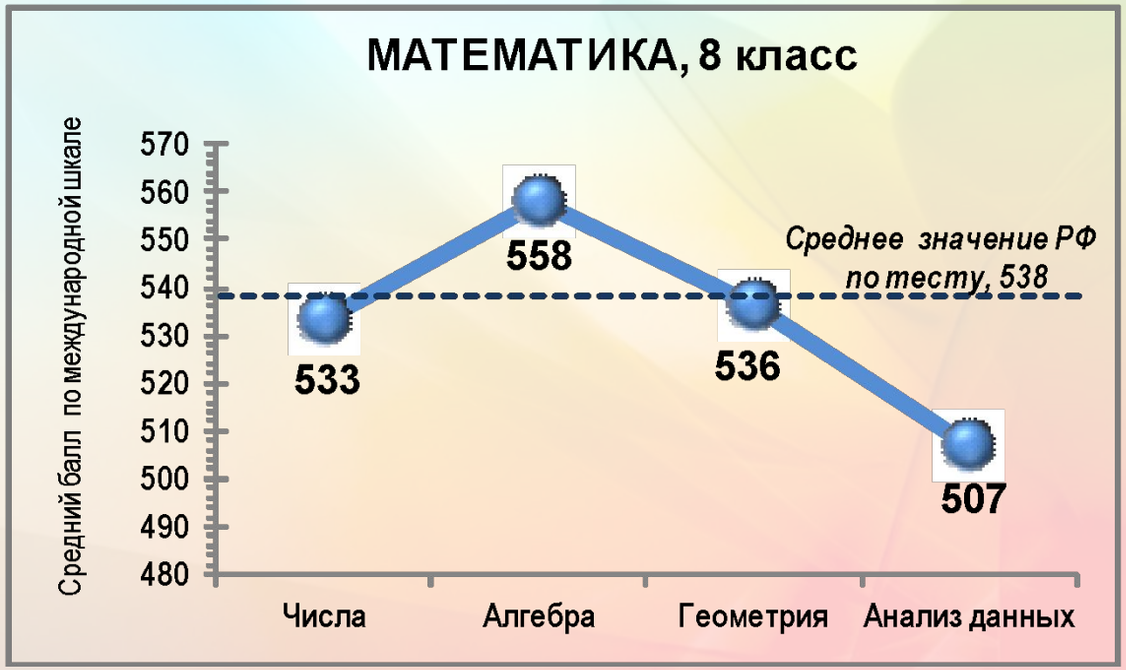
За выполнение 4 тестов по математике Артём из 10 возможных баллов получил: 9, 7, 8, 8. Он должен выполнить ещё один тест, за который можно получить максимально 10 баллов. Артём хочет, чтобы его средняя оценка по всем тестам была 9 баллов. Есть ли у него возможность это сделать?

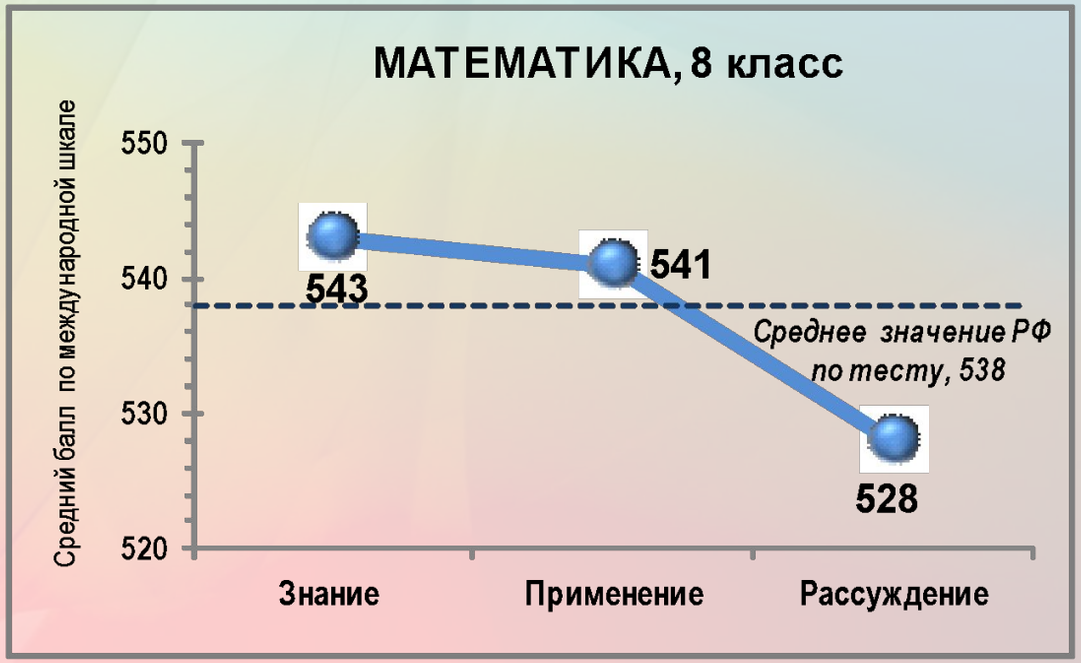
Объясните свой ответ.

Комментарии эксперта. *Проверяется умение находить одну из описательных статистик набора данных – среднее значение. Ситуация, предложенная в задании, не стандартная. Такие задания не характерны для российских учебников. Обычно дается набор данных, для которого надо вычислить среднее значение, которое вводится в курсе 5-6 класса, а затем ему почти не уделяется внимания. Поэтому для учащихся 8 класса данное задание можно отнести к высокому уровню сложности. От учащихся требуется самим разработать подход к проверке истинности высказывания мальчика, используя любой из возможных способов. Например, предположить, что за пятый тест можно получить 10 баллов, затем найти среднее значение баллов, выставленных за 5 тестов – 8,4, что меньше 9. Результат российских учащихся оказался на уровне среднего показателя по странам, но значительно ниже не только лидирующих стран, но и большинства других стран. Этот результат объясняется тем, что тема «Данные и вероятность» (в России «Статистика и теория вероятностей») включена согласно новому стандарту в примерную программу основной российской школы только в 2015 году, т.е. к моменту проведению исследования TIMSS-2015 восьмиклассники еще не перешли на эту программу.*

Результаты российских учащихся 8 класса по содержательным областям и видам деятельности

Математическая часть теста TIMSS 8 класс	
Содержательные области теста	
30%	Числа
30%	Алгебра
20%	Геометрия
20%	Анализ данных
Виды деятельности	
30%	Знание
45%	Применение
25%	Рассуждение





Сравнение результатов TIMSS и PISA в 2015 году

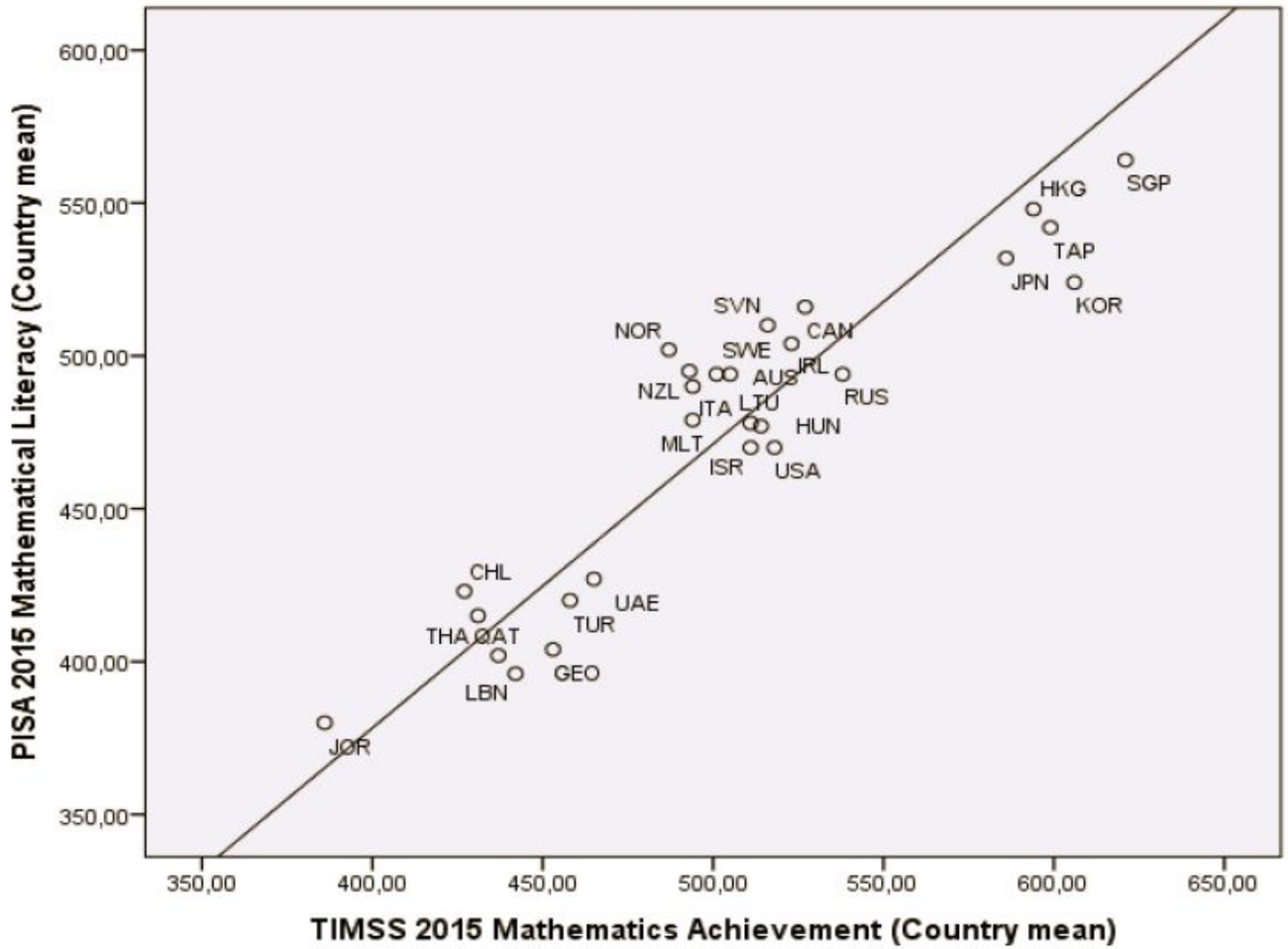


Figure 1: Relationship between country mean scores for TIMSS 2015 (Mathematical Achievement) and PISA 2015 (Mathematics Literacy). The straight line illustrates the linear regression.

Сравнение результатов стран в TIMSS и PISA в 2003 и 2015 годах

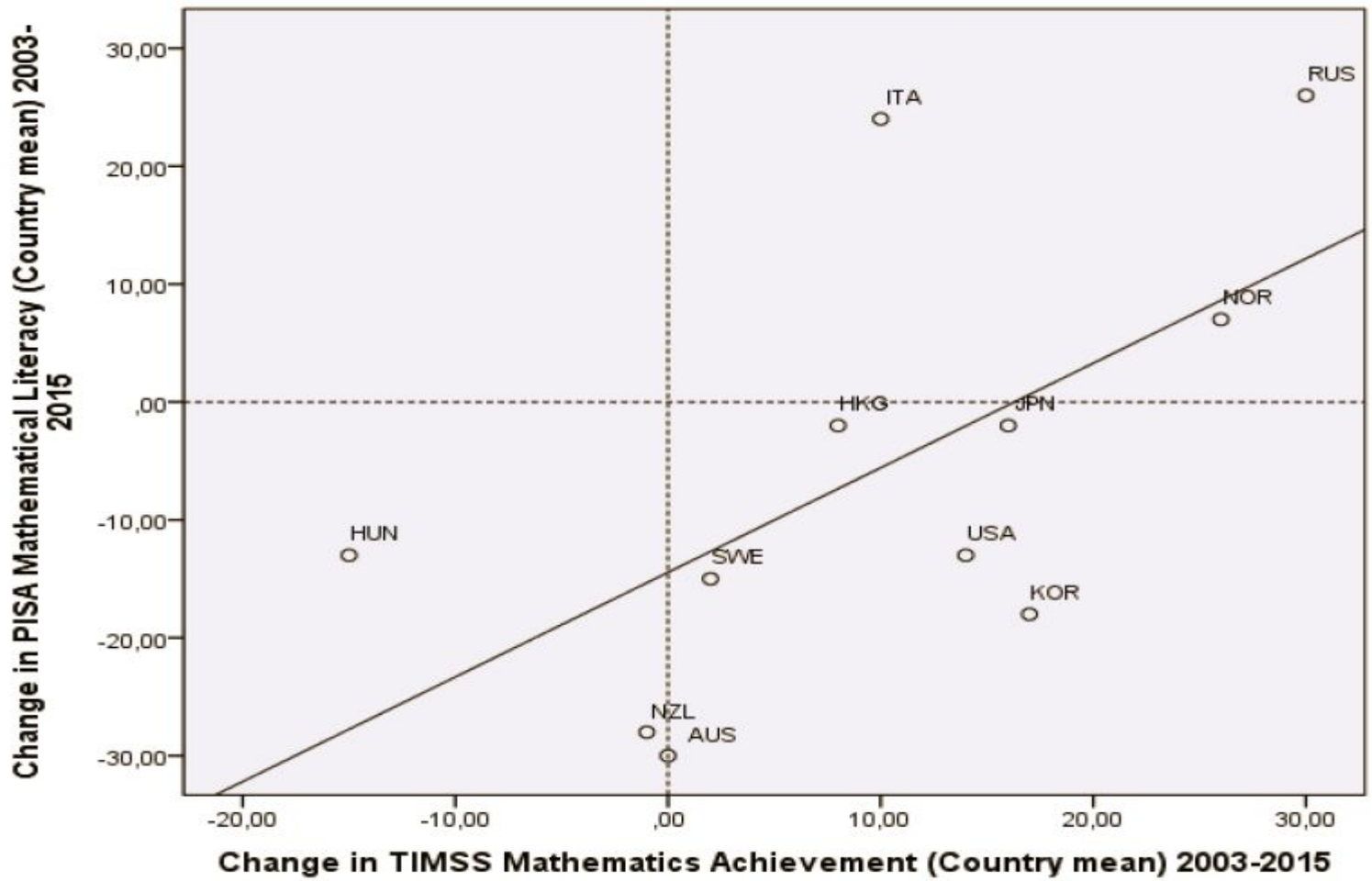


Figure 3: Relationship between change in country mean scores between 2003 and 2015 for TIMSS (Mathematics Achievement) and PISA (Mathematics Literacy). The straight line illustrates the linear regression

Выводы на основе сравнения

- Исследования TIMSS и PISA - взаимодополняющие исследования
- Дополнительно к оценке уровня математической компетентности учащихся, полученной в исследовании PISA исследование TIMSS дает информацию об эффективности реализации учебной программы
- Необходим вторичный анализ для объяснения результатов исследований

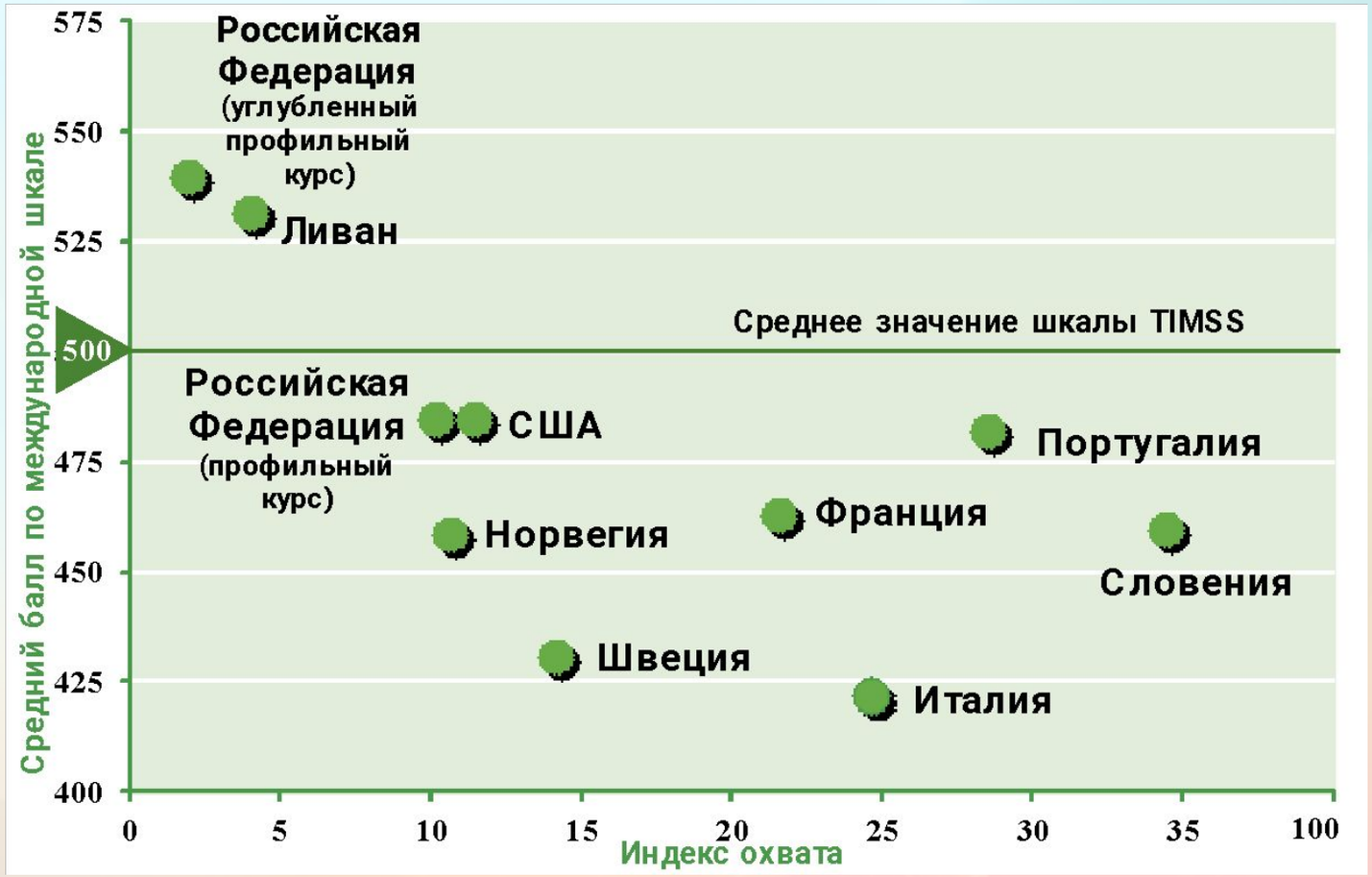
Нужно ли противопоставлять «чистую» и «прикладную» математику?

«Наш анализ и сравнение TIMSS и PISA подтверждает, что для того чтобы преуспевать в “математике для жизни”, учащимся необходимо владеть базовыми знаниями и умениями в “чистой математике”. … Это указывает на важность того, чтобы в школьных программах математическая грамотность не рассматривалась как альтернатива чистой математике. Достаточно высокий уровень компетенции в области чистой математики, по-видимому, необходим для овладения прикладной математикой. С другой стороны, если уделяется слишком мало внимания самой прикладной математике, т.е. перенесению математики на реальную жизнь, то вряд ли учащиеся овладеют тем видом компетенции, которую мы называем математической грамотностью» [Gronmo & Olsen, 2006].

Российские традиции и мировые тренды

- Нет смысла противопоставлять богатые традиции российского образования и современные тенденции в зарубежном образовании, так же как фундаментальные и прикладные знания. Об этом свидетельствует пример ряда стран Восточной Азии, которые демонстрируют успехи в математическом и естественнонаучном образовании по обоим направлениям.
- Это не должно удивлять, если допустить, что практико-ориентированный характер образования попросту означает, что фундаментальные (теоретические) знания используются для решения практических, а точнее реальных, задач.

TIMSS-Ad 2015, выпускники средней школы, математика повышенного уровня



Страна	Средний балл		Индекс охвата	Число лет обучения	Средний возраст
1. **Российская Федерация** (углубленный профильный курс)	540 (7,8)	O	1,9%	11	17,7
2. Ливан	532 (3,1)	O	3,9%	12	17,8
Среднее значение шкалы TIMSS	**500**				
3. США	485 (5,2)	▼	11,4%	12	18,1
4. **Российская Федерация** (профильный курс)	485 (5,7)	▼	10,1%	11	17,7
5. Португалия	482 (2,5)	▼	28,5%	12	18,1
6. Франция	463 (3,1)	▼	21,5%	12	18,0
7. Словения	460 (3,4)	▼	34,4%	13	18,8
8. Норвегия	459 (4,6)	▼	10,6%	13	18,7
9. Швеция	431 (4,0)	▼	14,1%	12	18,8
10. Италия	422 (5,3)	▼	24,5%	13	18,9

O Средний балл страны статистически значимо **выше** среднего значения шкалы TIMSS.

= Нет статистически значимых различий между средними баллами стран.

▼ Средний балл страны статистически значимо **ниже** среднего значения шкалы TIMSS.

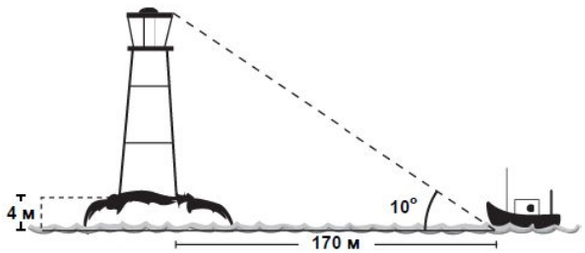
Примеры заданий по математике

TIMSS 2015

IEA Researching education, improving learning

Пример 1

Содержание: Геометрия
Вид деятельности: «Применение»
Уровень достижений: Средний
Россия (профильный уровень): 53%[4]
Россия (углубленный профильный уровень): 62%
Средний результат по странам: 58%
Максимальный результат: 65%
Минимальный результат: 50%



Основание маяка находится на островке и расположено на высоте 4 м над уровнем моря. Корабль находится в 170 м от маяка, а угол между поверхностью моря и прямой линией, соединяющей корабль с вершиной маяка, составляет 10°. Чему равна высота маяка, округленная до метров?

Ⓐ 22 м
Ⓑ 26 м
Ⓒ 30 м
Ⓓ 34 м

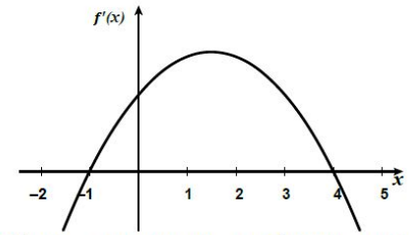
Комментарии эксперта. *Требовалось найти высоту маяка, расположенного на заданном расстоянии от наблюдателя и видимого под заданным углом. Решение задачи предполагало практически только знание определения тангенса угла и умение его приблизительно вычислить (возможно, с помощью калькулятора). С ней справились всего 62% российских учащихся, изучавших математику углубленно, и 53% учащихся, изучавших профильный курс. При этом более четверти учащихся (27%),изучавших профильный курс, и пятая часть (21%) изучавших математику углубленно в качестве ответа привели высоту маяка вместе с его земельным основанием (4 м), не учитывая, что по условию задачи надо найти высоту самого маяка, т.е. без земельного основания.*

Эти результаты показывают практическую беспомощность многих наших выпускников средней школы. Отметим, что результат российских учащихся, изучавших математику углубленно, близок к максимальному результату, показанному шведскими учащимися, а результат российских учащихся, изучавших профильный курс, ниже среднего результата по странам.

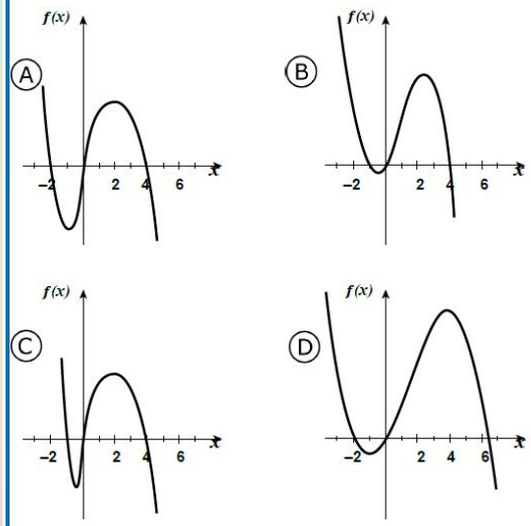
Пример 2

Содержание: Математический анализ
Вид деятельности: «Рассуждение»
Уровень достижений: Высокий
Россия (профильный уровень): 58%
Россия (углубленный профильный уровень): 69%
Средний результат по странам: 50%
Максимальный результат: 69%
Минимальный результат: 32%

График первой производной функции f приведен ниже.



Какой из следующих графиков является графиком функции f ?



Комментарии эксперта. *Данное задание **не является традиционным** заданием для российской школы. Это классическое задание на проверку **понимания** взаимосвязи между производной (нули производной, положительные и отрицательные значения производной) и характером поведения функции (возрастание, убывание, наличие точек максимума или минимума). В российских стандартах для старшей школы обозначено требование к подготовке учащихся, состоящее в применении производной к исследованию функций, но задания в большинстве учебников, в пособиях, задачниках, а также задания, используемые при аттестации учащихся, имеют иной характер. Учащимся предлагается аналитически исследовать функцию с помощью производной. Многие комплекты школьных учебников не ориентированы на обеспечение учащихся подобным задачным материалом, а российские учителя не уделяют должного внимания обучению решению задач, требующих понимания изучаемого материала.*

Результаты выполнения этого задания российскими учащимися, изучавшими математику углубленно, составляют около 70%, они выше результатов, показанных российскими участниками исследования, изучавшими профильный курс (58%). Результаты российских школьников, изучавших математику углубленно, существенно выше среднего результата по всем странам и являются лучшими результатами среди всех стран.

Примеры заданий по математике

Пример 3

Содержание: Алгебра
Вид деятельности: «Применение»
Уровень достижений: Высший
Россия (профильный уровень): 39%
Россия (углубленный профильный уровень): 55%
Средний результат по странам: 41%
Максимальный результат: 57%
Минимальный результат: 32%

Завод производит цилиндрические банки диаметром 6 см, вмещающие по 600 см^3 супа. Заказчик хочет, сохранив неизменной высоту банки, изменить ее диаметр таким образом, чтобы она вмещала 750 см^3 супа. Каким должен быть новый диаметр банки?

Приведите решение.

Комментарии эксперта. *Данное задание является традиционным заданием для российской школы. Это классическое геометрическое задание на нахождение параметров цилиндра (диаметра основания, высоты) при заданной величине объема и других данных. В задаче фактически спрашивалось, во сколько раз надо увеличить радиус цилиндрической банки, чтобы ее объем увеличился в заданное число раз. Для решения предложенной практической задачи учащимся надо было знать* ***стандартные формулы*** *для вычисления объема цилиндра и площади круга и понимать, что объем цилиндра пропорционален квадрату радиуса. В российских стандартах для старшей школы обозначено требование к подготовке учащихся в овладении подобным умением. Школьные учебники геометрии (стереометрии) ориентированы на обеспечение учащихся задачным материалом. Российские учителя владеют методиками обучения решению данных задач.*

Вместе с тем результаты выполнения этого задания достаточно низкие: только 40% российских школьников, изучавших профильный курс, и чуть больше половины (55%) учащихся, изучавших математику углубленно, справились с этим практическим заданием. При этом часть российских учащихся вообще не дали никакого ответа (17% – профильный курс, 12% – углубленный курс). Такая ситуация не может нас удовлетворить.

Отметим, что результаты выполнения этого задания российскими школьниками, изучавшими математику углубленно, существенно выше среднего результата по странам и достаточно близки к лучшему результату, показанному школьниками Швеции. Результат выполнения этого задания российскими школьниками, изучавшими профильный курс, практически совпадает со средним результатом по странам и существенно ниже лучшего результата, показанного учащимися Швеции.

Пример 4

Содержание: Алгебра
Вид деятельности: «Применение»
Уровень достижений: Высший
Россия (профильный уровень): 35%
Россия (углубленный профильный уровень): 50%
Средний результат по странам: 20%
Максимальный результат: 50%
Минимальный результат: 7%

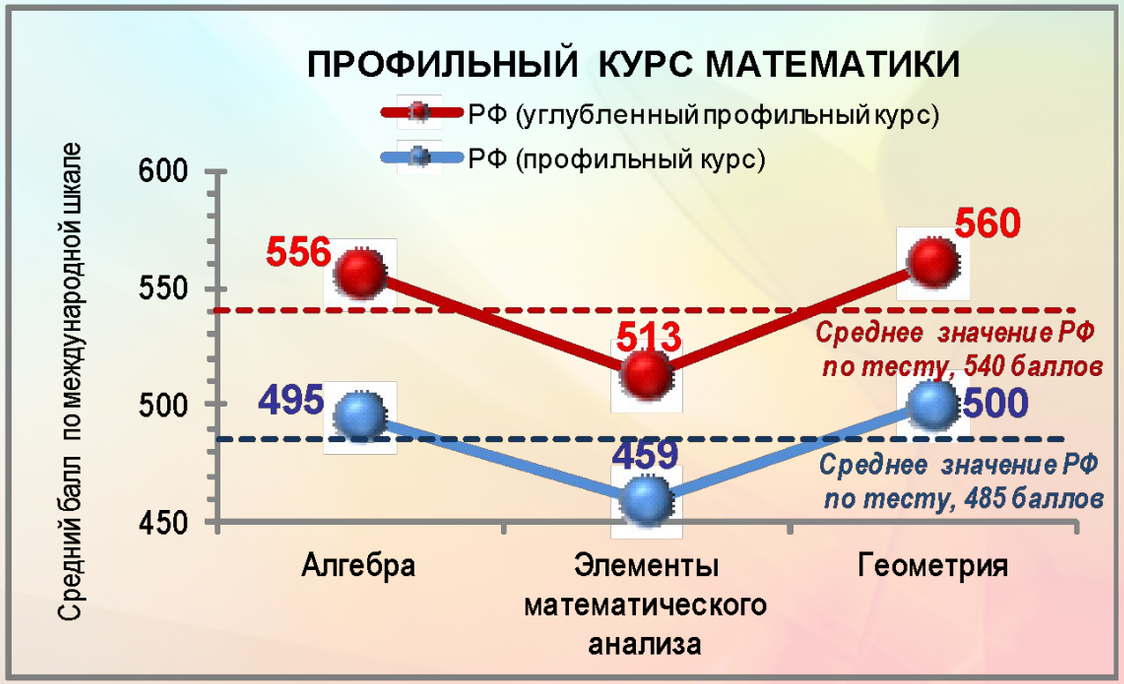
Пусть a – постоянная величина, отличная от нуля. Найдите два значения x, при которых пересекаются графики $y = 10^6 ax$ и $y = \frac{x^2}{10^6}$.

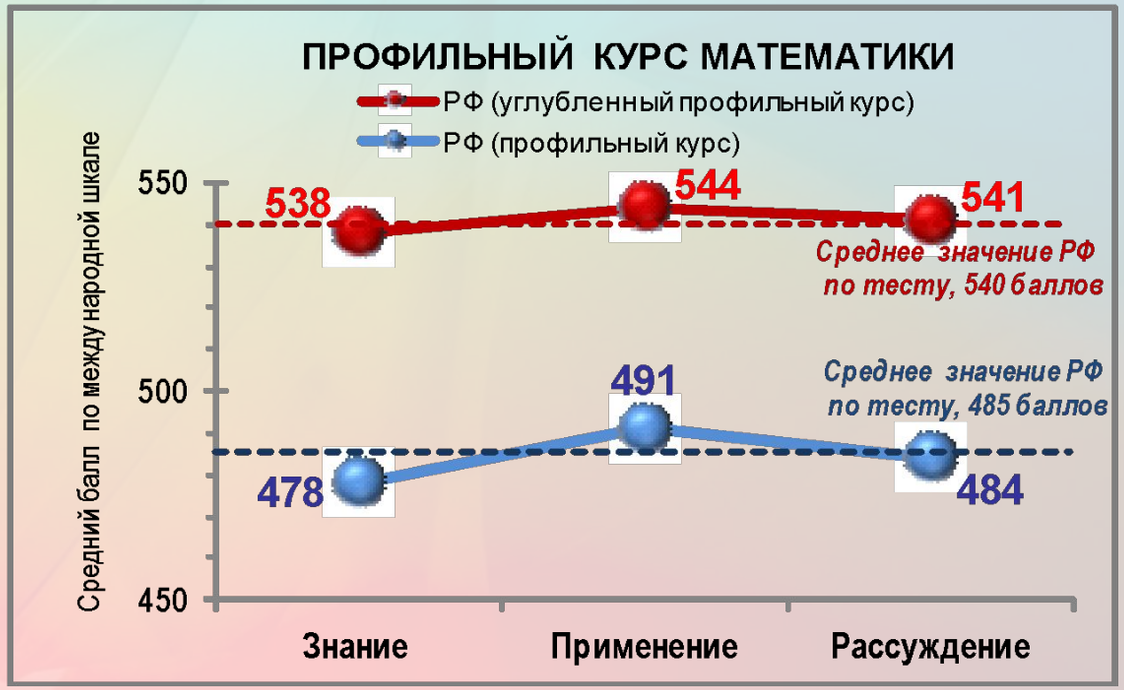
Ответ: _____

Комментарий эксперта. *Задачу верно решили только 50% учащихся, изучавших математику углубленно, и 35% учащихся, изучавших профильный курс. В ней требовалось найти точки пересечения параболы и прямой, для чего нужно было только решить квадратное уравнение (причем один из его корней, очевидно, равен нулю). Хотя российские учащиеся, изучавшие математику углубленно, показали максимальный результат, а российские учащиеся профильных классов – третий результат среди всех стран, вряд ли эти результаты российских учащихся можно считать успешными.*

Результаты российских учащихся 11 класса, изучавших профильный курс математики, по содержательным областям и видам деятельности

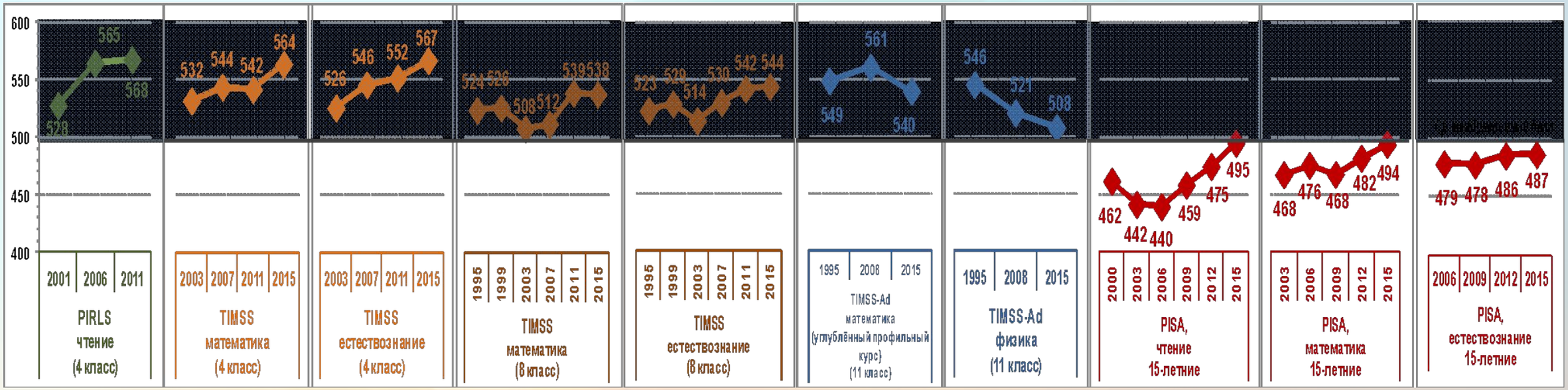
Содержательные области теста	
35%	Алгебра
35%	Элементы математического анализа
30%	Геометрия
Когнитивные области (виды деятельности)	
30%	Знание
40%	Применение
30%	Рассуждение





Динамика результатов российских учащихся за период с 1995 по 2015 годы

TIMSS 2015



OECD
BETTER POLICIES FOR BETTER LIVES

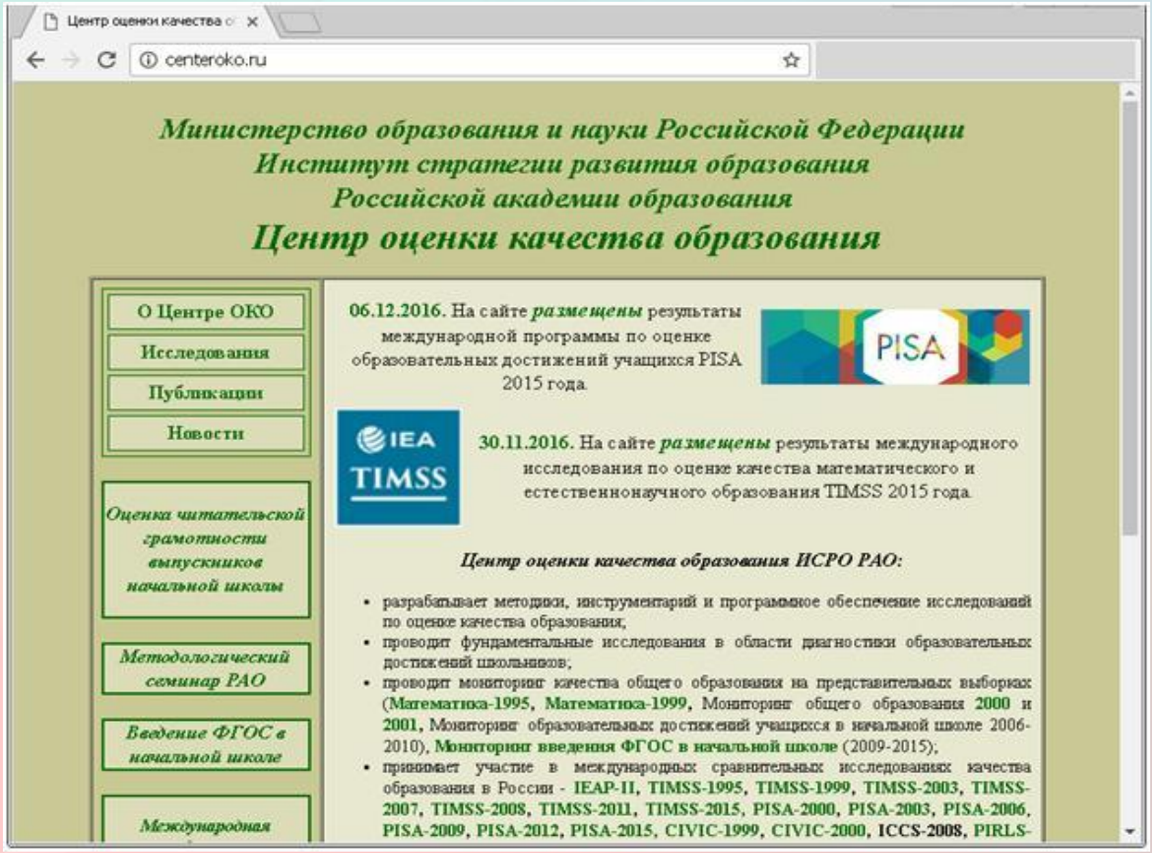
PISA

Для дополнительной информации

BOSTON COLLEGE

Международный координационный центр исследования TIMSS – http://timss2015.org/
тел.: +1-617-552-1600 – Ina V.S. Mullis, Michael O. Martin – международные координаторы (электронная почта – timss@bc.edu)

OECD
BETTER POLICIES FOR BETTER LIVES

Организация Экономического Сотрудничества и Развития (ОЭСР) (Organization for Economic Cooperation and Development, OECD) – www.oecd.org/edu/pisa

Центр оценки качества образования ИСРО РАО – http://centeroko.ru
тел.: +7-495-621-76-36 – Ковалева Галина Сергеевна – национальный координатор России (электронная почта – centeroko@mail.ru)