

Локальные кривые

Кривые линии

- Кривая линия определяется положением составляющих ее точек. Кривую линию называют плоской, если все точки кривой лежат в одной плоскости, и пространственной, если точки не принадлежат одной плоскости.
- Все множество плоских кривых можно разделить на циркульные и лекальные.
- *Циркульной* называют кривую, которую можно построить с помощью циркуля. К ним относятся окружность, овал, завиток и т.д.

Кривые линии

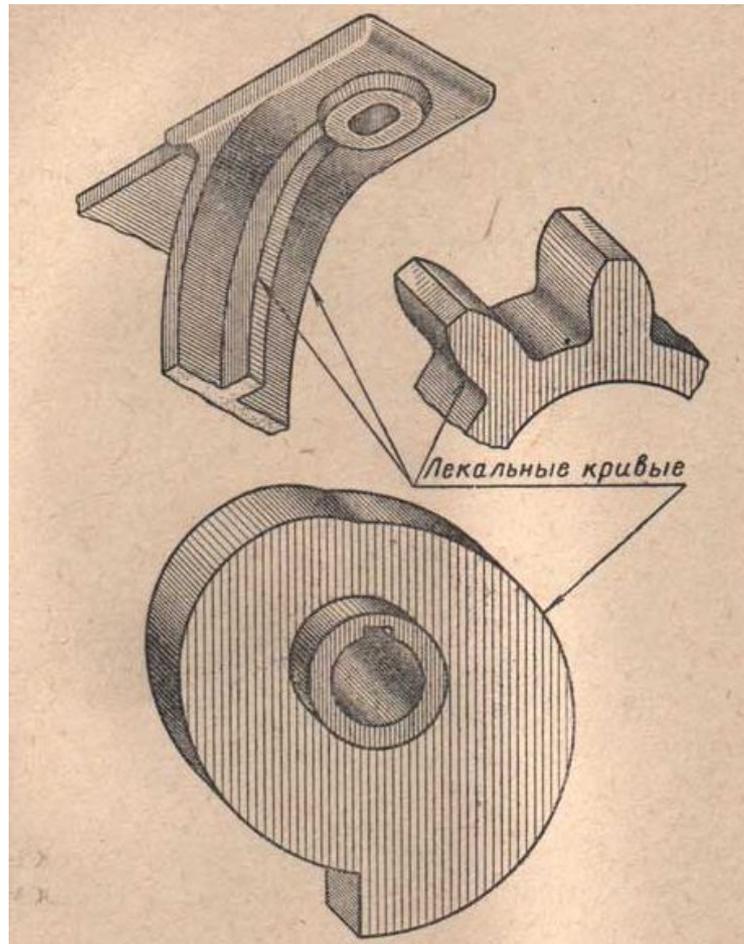
- *Лекальной* называют кривую, которую нельзя построить с помощью циркуля. Ее строят по точкам с помощью специального инструмента, называемого лекалом. К лекальным кривым относятся эллипс, парабола, гиперболоа, спираль Архимеда и др.

Лекальные кривые можно разделить на закономерные и не закономерные.

Закономерными называют кривые, которые можно задать алгебраическим выражением. Не закономерные кривые нельзя задать алгебраическим выражением.

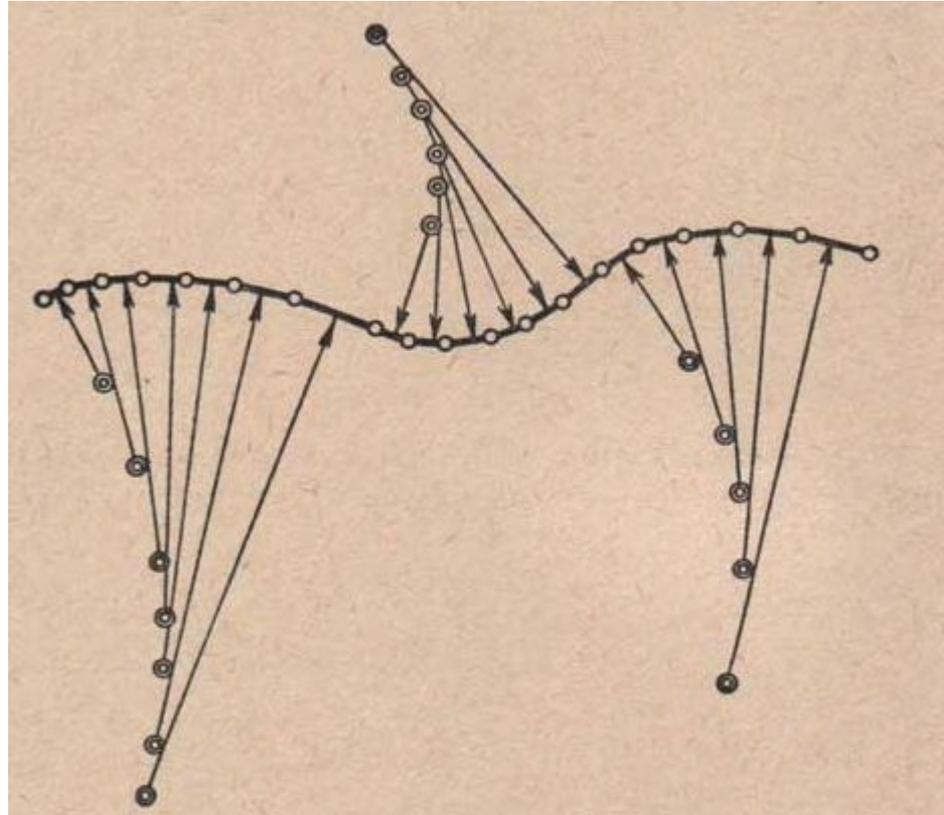
Среди закономерных кривых наибольший интерес для инженерной графики представляют кривые второго порядка: эллипс, парабола и гиперболоа, с помощью которых образуются поверхности, ограничивающие технические детали.

Лекальные кривые



Лекальные кривые

Лекальную кривую можно рассматривать как линию, состоящую из бесчисленного количества бесконечно малых дуг окружностей при постепенном изменении места их центров и радиусов кривизны.



Лекальные кривые

К таким кривым относятся: эллипс

таким кривым

относятся: эллипс, парабола, гипербола, эвольвента

окружности; спираль

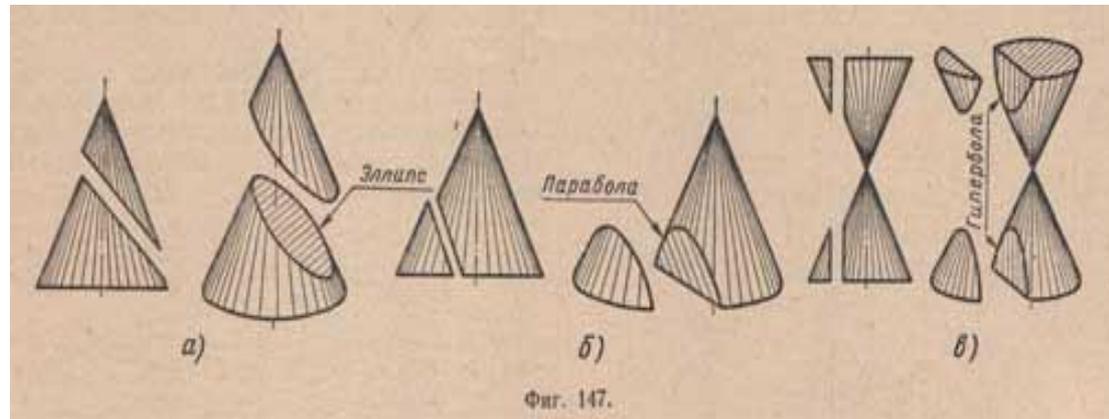
Архимеда, синусоид

аи циклические

кривые: циклоида,

эпициклоида,

гипоциклоида.



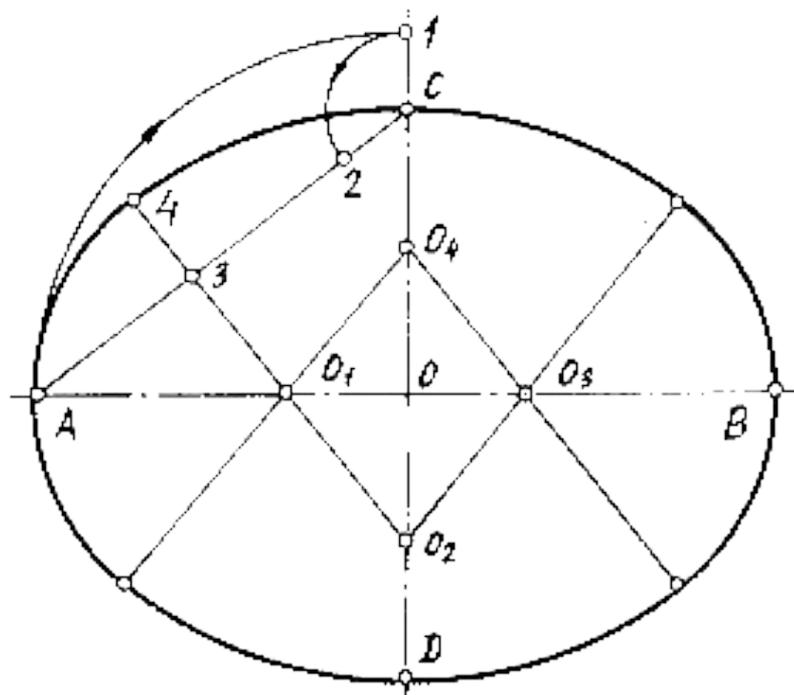
Лекальные кривые

- Кривая, полученная при пересечении прямого кругового конуса наклонной плоскостью, пересекающей все его образующие (угол наклона секущей плоскости должен быть меньше угла наклона образующих), имеет очертание эллипса ([фиг.147, а](#)).
- Кривая, полученная при пересечении прямого кругового конуса наклонной плоскостью, параллельной одной из образующих (угол наклона секущей плоскости должен быть равен углу наклона образующих), имеет очертание парабола ([фиг.147, б](#)).
- Кривая, полученная при пересечении прямого кругового конуса плоскостью, параллельной двум образующим (угол наклона секущей плоскости должен быть больше угла наклона образующих), имеет очертание гиперболы ([фиг.147, в](#)).

Циркульные кривые (плоские кривые)

Кроме окружности в практике выполнения чертежей встречается четырехцентровый овал, состоящий из дуг четырех окружностей.

Рассмотрим построение овала по двум заданным осям AB и CD . На продолжении малой оси отметим точку 1 ($[O_1] = [OA]$) и на отрезке AC дугой радиуса $C1$ фиксируем точку 2 . Через середину отрезка $A2$ (точка 3) проводим перпендикуляр и находим центры O_1 малой окружности радиуса r и O_2 большой окружности радиуса R . Точку сопряжения (точку 4) находим на пересечении малой окружности с отрезком O_2O_1 . Центры O_3 и O_4 симметричны центрам O_1 и O_2 соответственно.

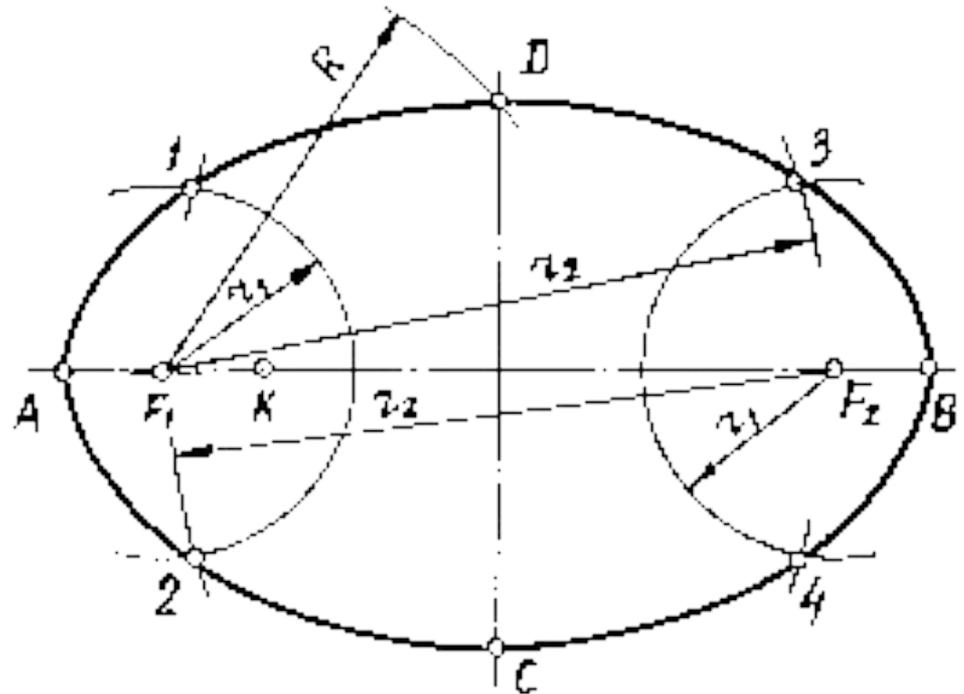


Циркульные кривые

Эллипс - кривая второго порядка, сумма расстояний от любой точки которой до двух фиксированных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, равная большой оси эллипса. Один из вариантов построения эллипса по большой оси AB и двум фокусам F_1 и F_2 приведен на рис.2.8. На большой оси эллипса откладываем произвольный отрезок AK , но больший отрезка AF_1 .

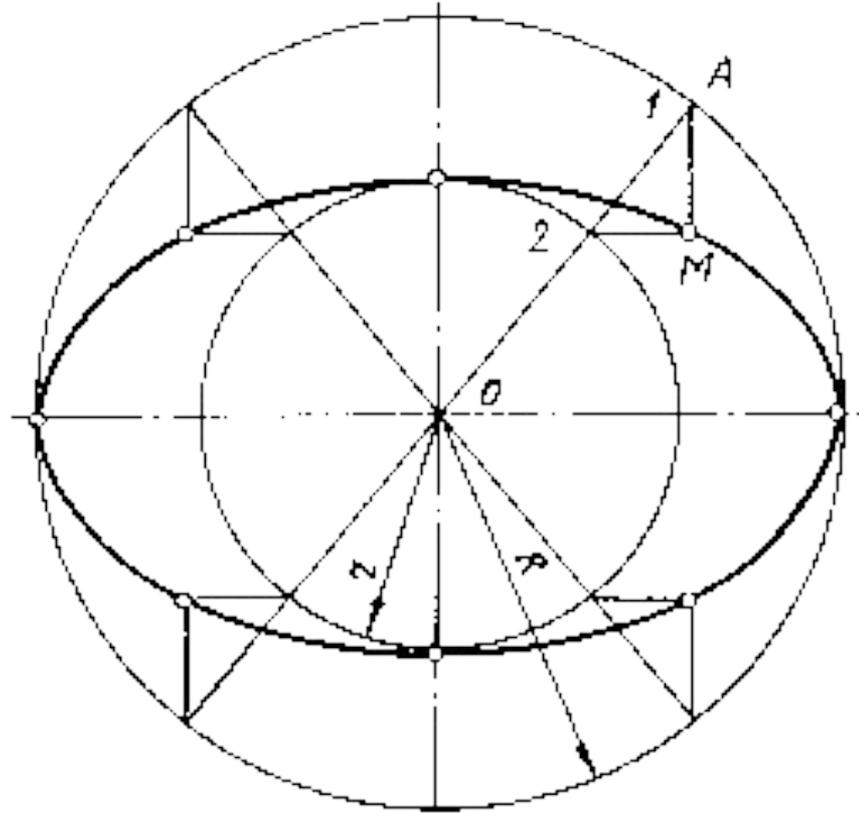
Радиусом $r_1 = AK$ проводим окружности с центрами F_1 и F_2 . Затем радиусом $r_2 = BK$ проводим окружности, также с центрами F_1 и F_2 . Точки **1**, **2**, **3**, **4** пересечения больших и малых окружностей принадлежат эллипсу, так как они удовлетворяют определению эллипса.

Аналогично строим необходимое число точек. Точки, принадлежащие малой оси эллипса, находим с помощью окружности радиуса $R = OA$.



Циркульные кривые

Другой вариант построения эллипса по двум осям разобран на рис.2.9. При построении проводим окружности радиусами r и R из одного центра O и произвольную секущую OA . Из точек пересечения 1 и 2 проводим прямые, параллельные осям эллипса. На их пересечении отмечаем точку M эллипса. Остальные точки строим аналогично.

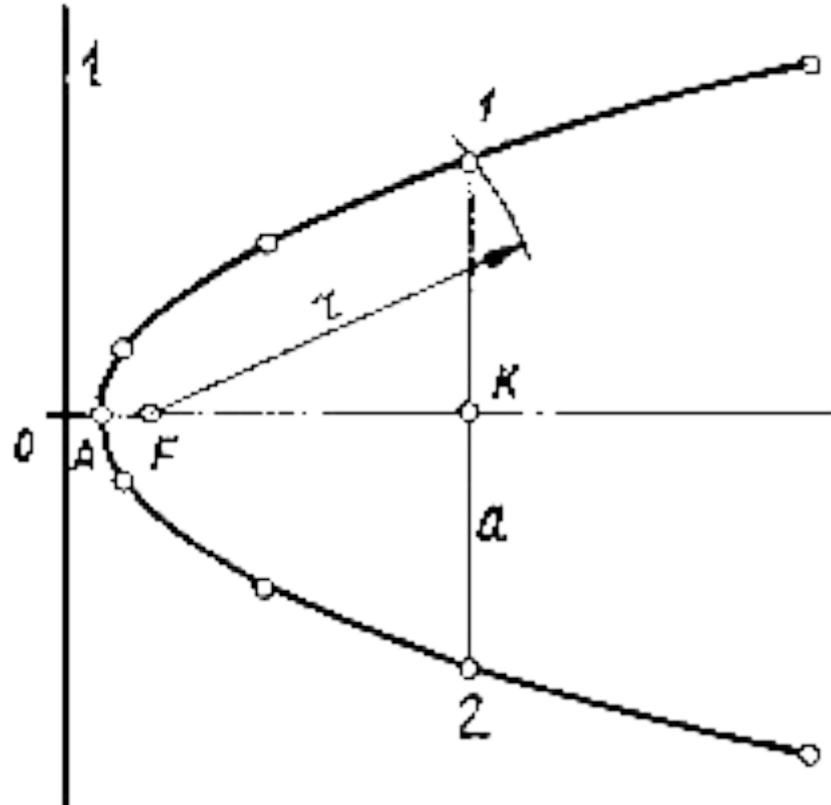


Циркульные кривые

Парабола - кривая второго порядка, расстояние от любой точки которой до фокуса равно расстоянию от этой точки до некоторой фиксированной прямой, называемой директрисой.

На рис. приведен пример построения параболы по директрисе **1** и фокусу **F**. Вершина параболы (точка **A**) находится на середине отрезка **OF**. Далее от точки **O** вдоль оси параболы откладываем произвольный отрезок **OK**, который должен быть больше **OA**. Через точку **K** проводим прямую **a**, перпендикулярную оси параболы. Из фокуса радиусом $r = OK$ строим окружность.

Точки **1** и **2** пересечения окружности и прямой **a** принадлежат параболе. Аналогично строим необходимое количество точек.



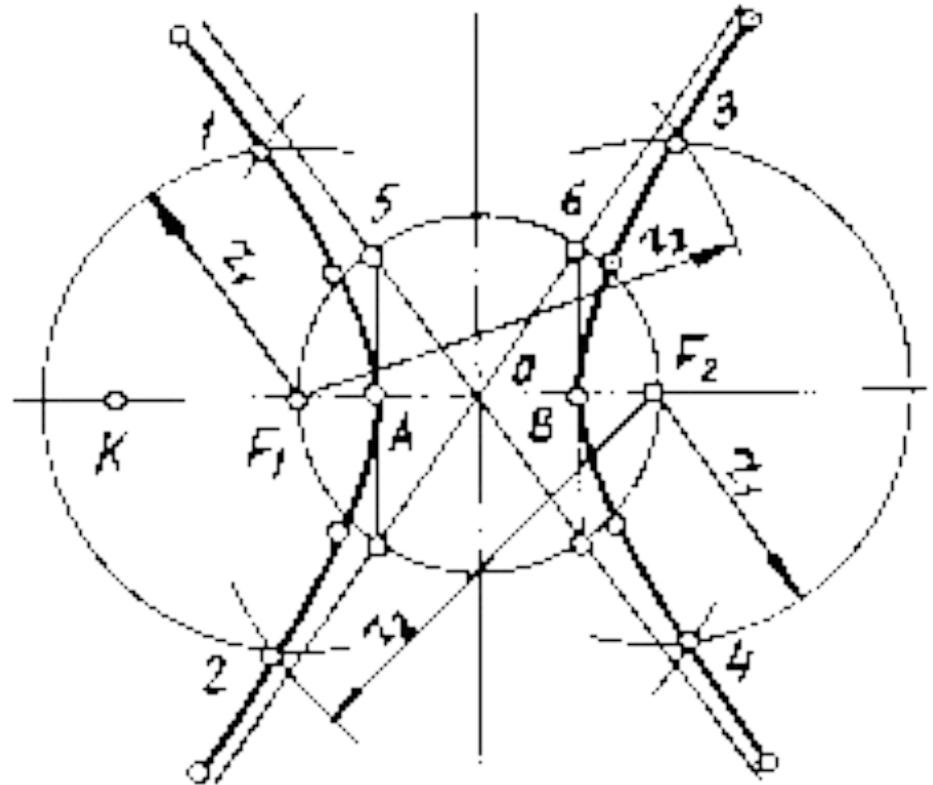
Циркульные кривые

Гипербола - кривая второго порядка, разность расстояний от любой точки которой до двух фокусов есть величина постоянная, равная действительной оси гиперболы. Вдоль действительной оси расположены ветви гиперболы.

Гиперболу по величине действительной оси и двум фокусам строим в следующей последовательности (рис.2.11). На оси гиперболы откладываем произвольный отрезок AK . Проводим две окружности с центрами в F_1 и F_2 радиусом $r_1 = AK$ и две окружности радиусом $r_2 = BK$. Точки **1**, **2**, **3**, **4** пересечения окружностей принадлежат гиперболе.

Гипербола - кривая, имеющая асимптоты, которые проходят через точку O и точки **5** и **6**.

Точки **5** и **6** находим на пересечении прямых, проведенных через вершины гиперболы перпендикулярно к оси, и окружности с центром O , проведенной через фокусы

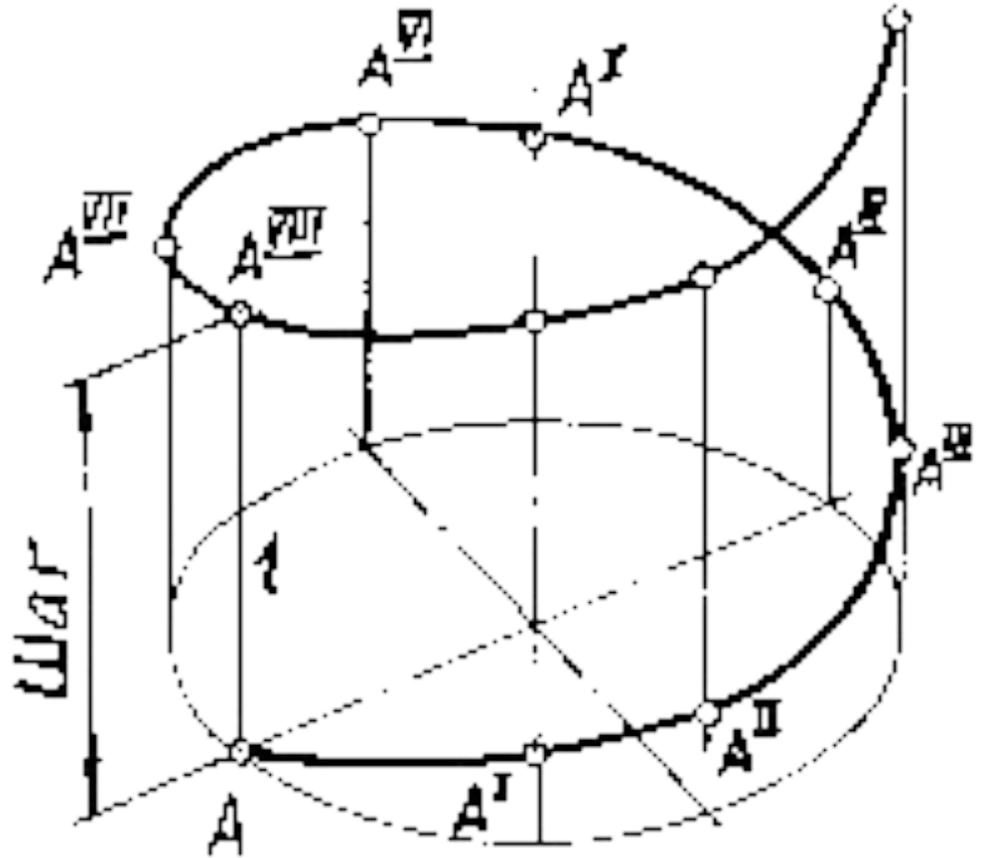


Циркульные кривые (пространственные кривые)

Среди множества пространственных кривых наибольший интерес для инженерной графики представляют цилиндрическая и коническая винтовые линии

Цилиндрическая винтовая линия

Пусть точка A (рис.2.12) равномерно движется по прямой 1 , прямая, в свою очередь, равномерно вращается вокруг оси i , ей параллельной. При вращении прямая 1 образует цилиндрическую поверхность, а точка A опишет пространственную кривую, которую называют цилиндрической винтовой линией или гелисой (геликой). Расстояние от точки A до оси i называют радиусом винтовой линии, а расстояние между точками A^I и A^{VIII} , лежащими на одной прямой - шагом винтовой линии



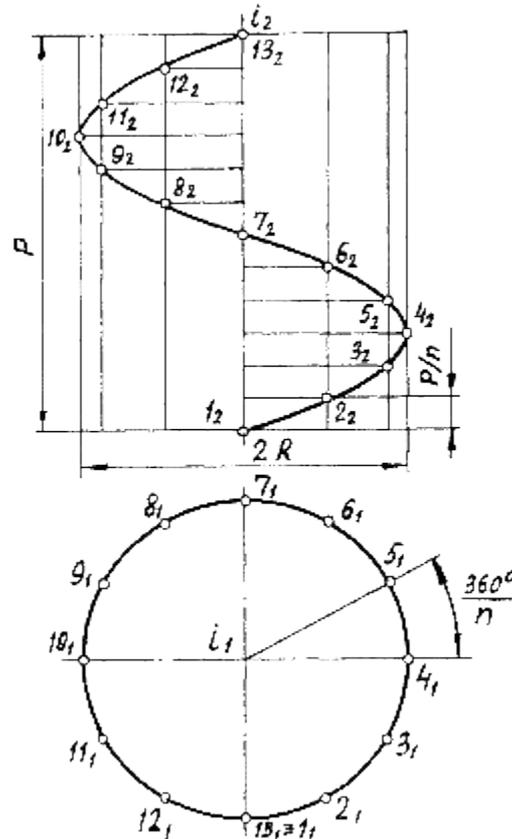
Циркульные кривые (пространственные кривые)

- Построим комплексный чертеж винтовой линии по ее радиусу R и шагу p (рис.2.13). Примем ось винтовой линии i , расположенной перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Все точки винтовой линии отстоят от оси на одинаковом расстоянии, поэтому горизонтальной проекцией этой линии будет окружность радиуса R с центром на оси L . Выберем начальную точку винтовой линии - точку **1**. Разделим окружность на 12 равных частей и примем полученные точки за горизонтальные проекции точек, принадлежащих винтовой линии. По условию задачи шаг винтовой линии равен p , следовательно, при переходе точки **1** в положение **2** она поднимется на высоту, равную $1/12 p$, при переходе в положение **3** - на высоту $2/12 p$ и т.д. Поделив шаг на 12 частей, построим фронтальные проекции точек, принадлежащих винтовой линии

Циркульные кривые (пространственные кривые)

- Совокупность этих точек даст фронтальную проекцию винтовой линии – синусоиду
- Винтовая линия может быть правого или левого хода. Если точка, перемещаясь по винтовой линии вращается по часовой стрелке и удаляется от наблюдателя, винтовая линия - правая. Если вращается против часовой стрелки и удаляется от наблюдателя, винтовая линия - левая. На рис. изображена правая винтовая линия

Циркульные кривые (пространственные кривые)



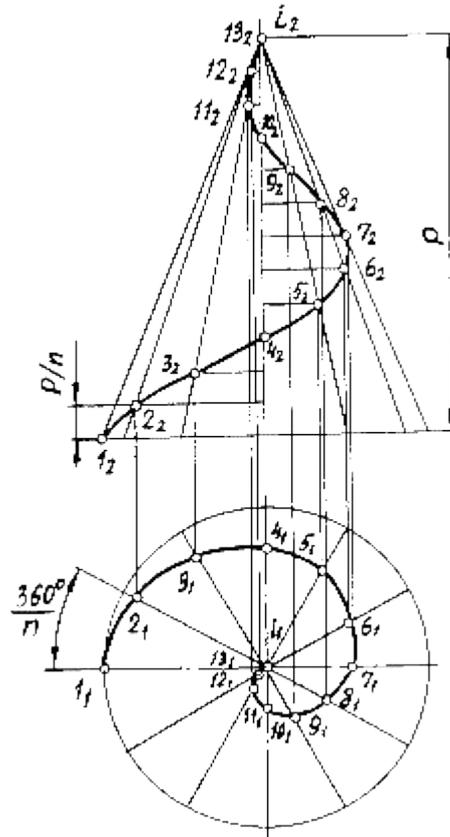
Циркульные кривые (пространственные кривые)

- *Коническая винтовая линия*

Коническая винтовая линия- пространственная кривая, образованная равномерным движением точки по прямой, которая равномерно вращается вокруг оси и пересекает ее

- Для построения конической винтовой линии изобразим некоторое число положений прямой, равномерно отстоящих друг от друга (в данном случае 12). Положение точки, движущейся вдоль прямой, будем фиксировать так, чтобы движение вдоль прямой было пропорционально угловому перемещению вокруг оси. Горизонтальной проекцией конической винтовой линии будет спираль Архимеда. Фронтальной проекцией - синусоида с затухающей амплитудой. Получили левую винтовую линию.

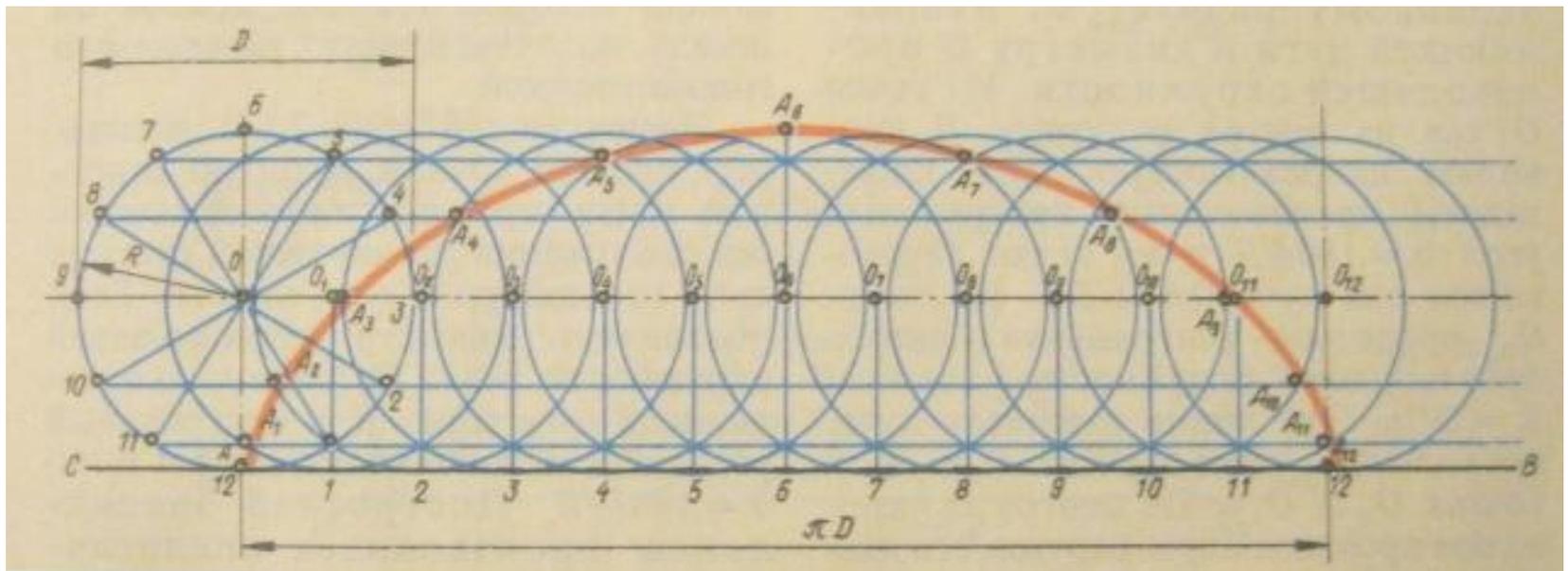
Коническая винтовая линия



Построение циклоиды

- **Циклоидой** называется плоская кривая, описываемая точкой, которая катится без скольжения по прямой линии (Рисунок 8). Для построения циклоиды проводим прямую CB и на ней отмечаем точку A - начало движения окружности заданного диаметра. В точке A восставляем перпендикуляр и на нем откладываем радиус или заданный диаметр данной окружности. Из полученной точки O заданным радиусом описываем окружность, которую делим на равные части, например на 12. На прямой CB от точки A откладываем длину окружности πD , которую делим на то же число равных частей.
- Через точки деления $1, 2, 3, \dots, 12$ на окружности проводим линии, параллельные CB . Линия, проходящая через центр окружности O , будет центральной линией OO_{12} . Из точек деления $1, 2, 3, \dots, 12$ на прямой CB восставляем перпендикуляры до центральной линии, точки пересечения O_1, O_2, \dots, O_{12} - положение центров окружности в различные моменты движения. Из этих точек описываем окружности заданного радиуса. В точках пересечения этих окружностей с линиями, проведенными из точек деления окружности в первоначальном ее положении, параллельными CB , получим точки, принадлежащие кривой циклоиды, соединив которые между собой по [лекалу](#), получим кривую, называемую циклоидой

Построение циклоиды



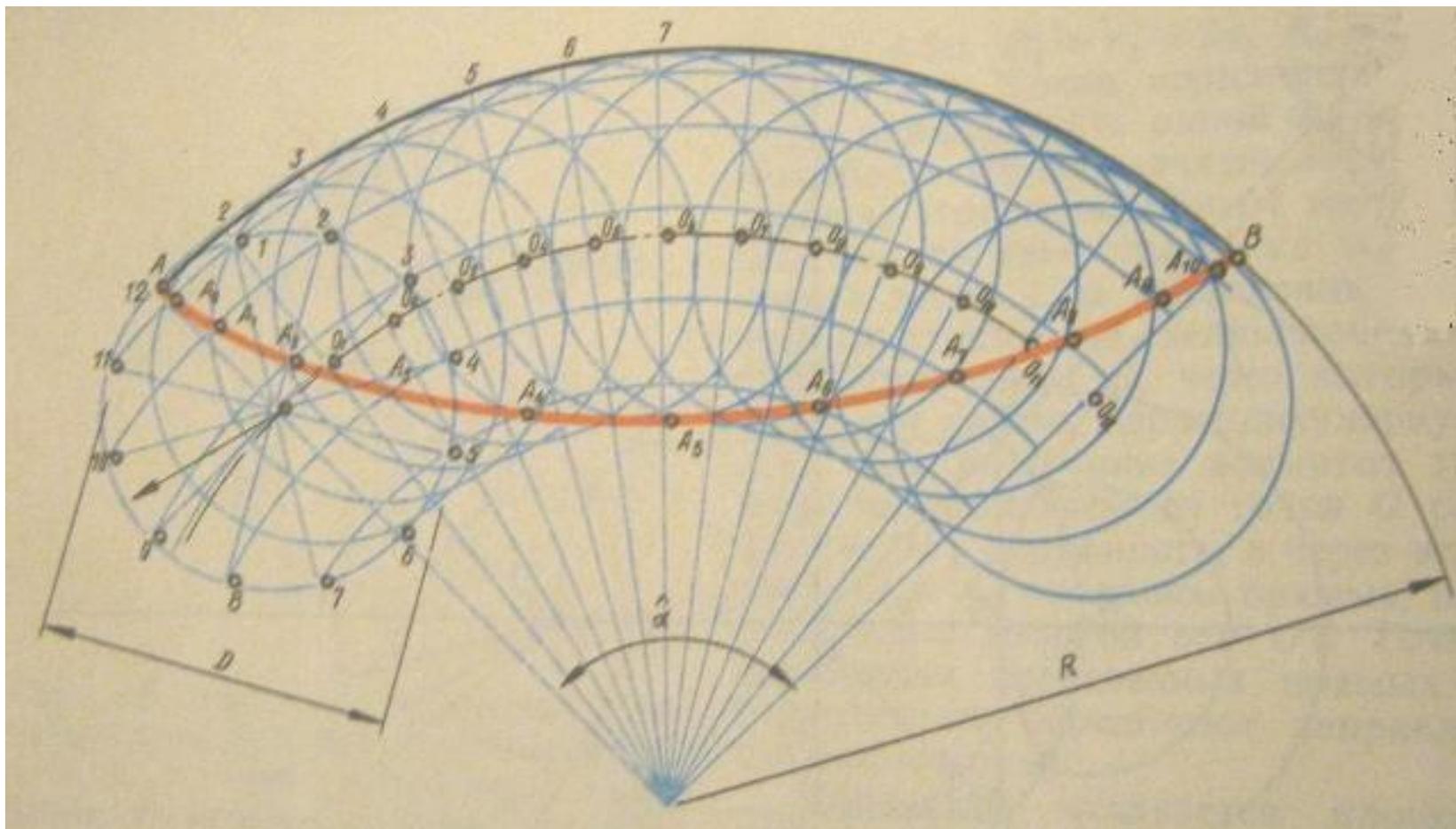
Гипоциклоида

- **Гипоциклоидой** (Рисунок 9) называется кривая, описываемая точкой окружности, которая катится без скольжения по внутренней стороне дуги неподвижной окружности. Катящаяся окружность называется производящей, а дуга – направляющей
- Построим гипоциклоиду - по заданному радиусу R , направляющей дуги и диаметру D производящей окружности. Из точки O как из центра радиусом R проводим направляющую дугу. Определяем произвольный центральный угол $\hat{a}=180d/R$ и из точки O проводим два луча OA и OB . Из точки O_0 проводим центральную линию производящей окружности радиусом $R=OO_0$. Эта линия пересечет лучи, проходящие через точки A и B , в точках O_0 и O_{12} . Из центра O_0 проводим производящую окружность диаметром D и делим ее, например на двенадцать частей, отмечая точки деления. Дугу AB делим на такое же число равных частей и тоже отмечаем все точки.

Гипоциклоида

- Из точки O через точки деления O_1, \dots, O_{12} проводим лучи до пересечения с линией центров, а через точки деления $1 \dots 12$ производящей окружности проводим вспомогательные дуги.
- Пересечения вспомогательных дуг с производящей окружностью при ее движении дадут искомые точки, соединив которые плавной кривой по [лекалу](#), получим кривую, называемую гипоциклоидой

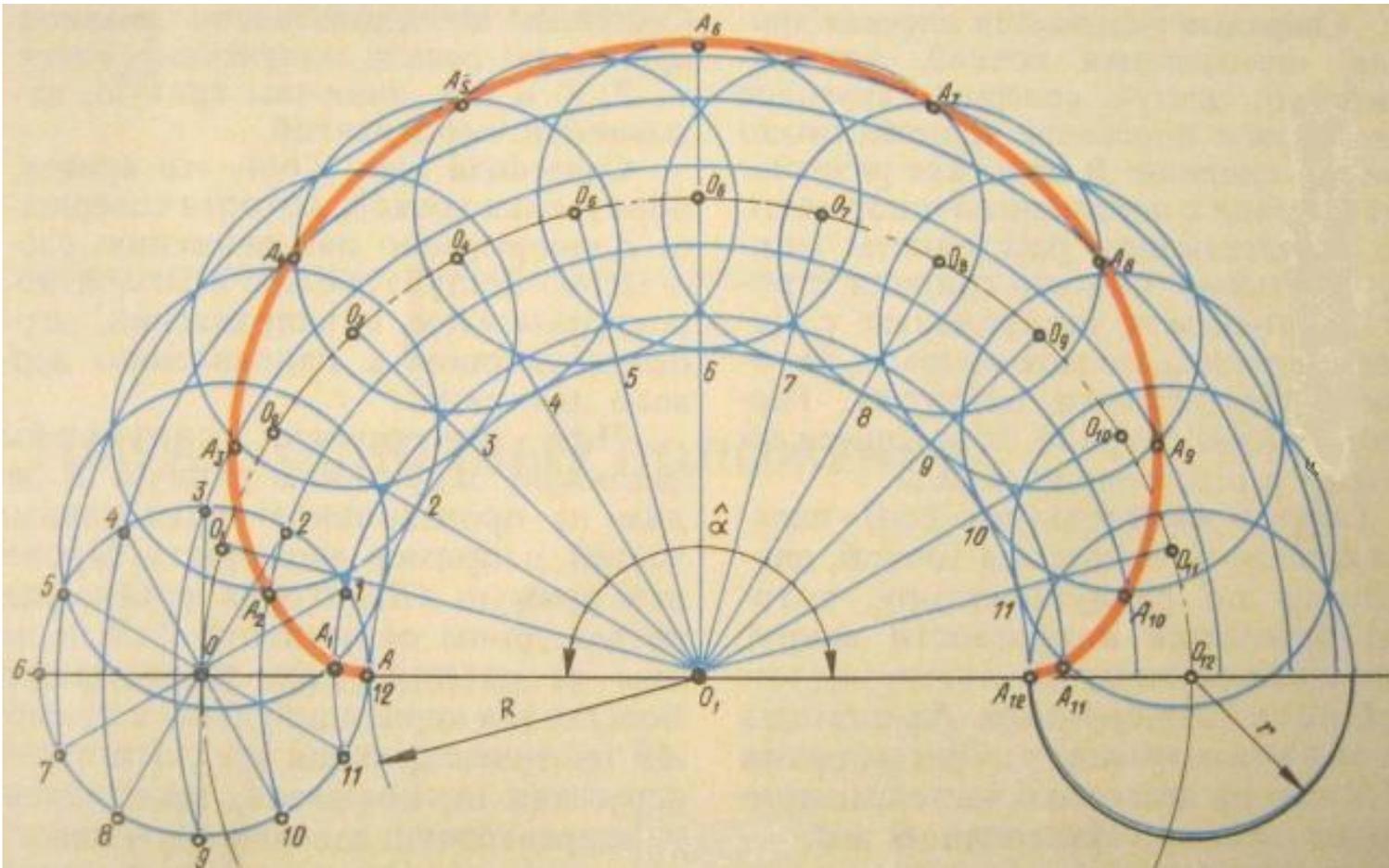
Построение гипоциклоиды



Построение эпициклоиды

- Эпициклоидой (Рисунок 10) называется плоская кривая, которую описывает точка окружности при ее качении без скольжения по наружной стороне дуги неподвижной окружности. Если обозначить диаметр производящей окружности через D , радиус направляющей дуги через R , а центральный угол охвата эпициклоиды через \hat{a} , то $\hat{a} = 180D/R$. Построение эпициклоиды производится аналогично построению гипоциклоиды

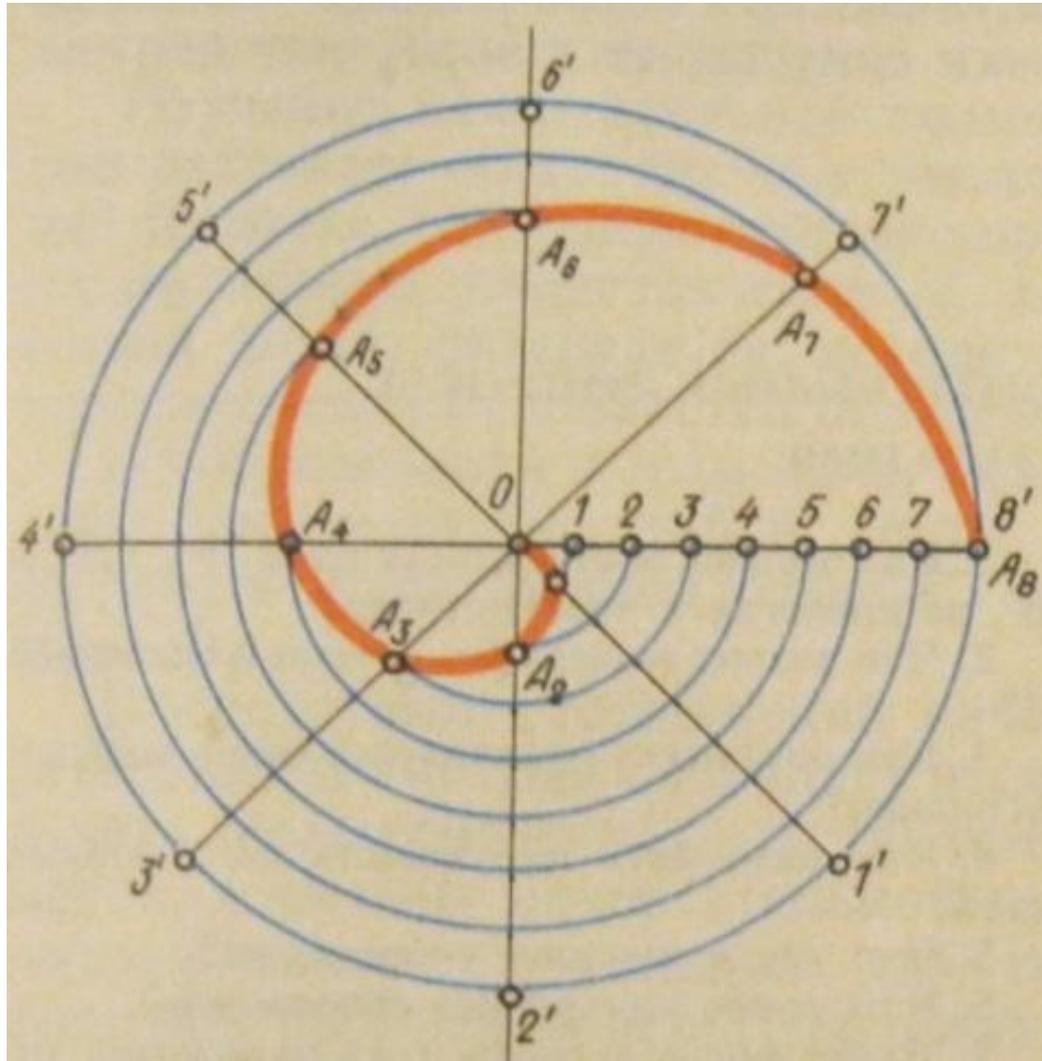
Построение эпициклоиды



Спираль Архимеда

- **Спиралью** называется плоская кривая, описываемая точкой, удаляющейся от центра, совершая круговое движение в плоскости чертежа около центра спирали. В практике различают спирали с постоянным и постепенно возрастающим расстоянием между завитками. Обычно спирали строят по точкам и вычерчивают с помощью лекала.
- **Спираль Архимеда** – плоская кривая, описываемая точкой, движущейся по радиусу-вектору, который вращается в плоскости вокруг неподвижной точки

Спираль Архимеда



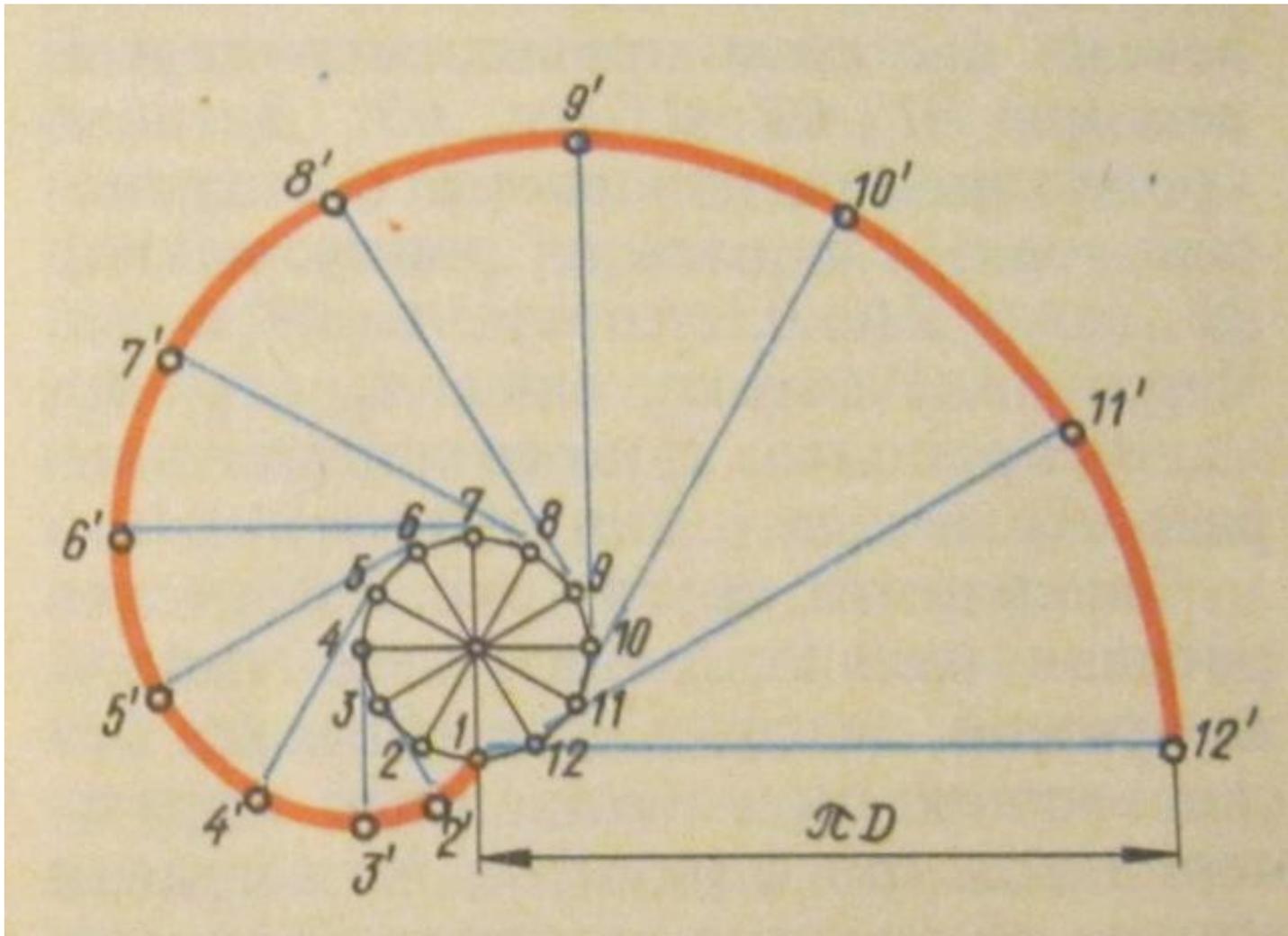
Спираль Архимеда

- Построим спираль Архимеда по заданному шагу. Шаг спирали $A\delta$ делим на несколько частей, например на 8. Из точки O как из центра проводим окружность радиуса R , равного шагу, и делим ее тоже на восемь частей и проводим радиусы-векторы $01'$, $02'$, $03'$, ..., $08'$. Дугами, проведенными из центра O , переносим точку 1 с шага на радиус-вектор $01'$, точку 2 на $02'$, точку 3 на $03'$ и т.д. Через полученные точки A_1 , A_2 , A_3 , ..., A_8 проводим кривую линию-спираль Архимеда (один оборот)

Эвольвента круга

- **Эвольвента круга** – это плоская кривая, образуемая точкой на прямой, которая перемещается без скольжения по неподвижной окружности заданного радиуса. Эта кривая иногда называется разверткой окружности.
- Построение эвольвенты начинается с деления заданной окружности на произвольное число равных частей, например двенадцать. В точках $1, 2, 3$ и т.д. проводим касательные к окружности. На каждой из этих касательных последовательно откладываем длину окружности, равную $\pi D/12$, в точке 1 , затем $2 \pi D/12$ – в точке 2 и т.д. На касательной к точке 12 откладываем длину окружности, равную πD . Соединяя последовательно плавной кривой по лекалу полученные точки $1', 2', 3'$ и т.д., получим кривую, называемую эвольвентой

Эвольвента круга



Синусоида

- **Синусоида** - это кривая, образуемая точкой, которая совершает одновременно два движения: равномерно поступательное и возвратно поступательное в направлении, перпендикулярном к направлению первого движения.
- Для построения синусоиды заданную окружность радиуса R делим на произвольное число равных частей, например двенадцать. Проводим прямую AB , которая должна равняться длине окружности $2\pi R$, и делим ее на такое же число частей. Восстанавливая перпендикуляры к прямой AB из точек деления $1, 2, 3$ и т.д. и пересекая их прямыми, проведенными через точки деления окружности, получим при пересечении искомые точки синусоиды A_1, A_2, A_3 и т.д.

Синусоида

