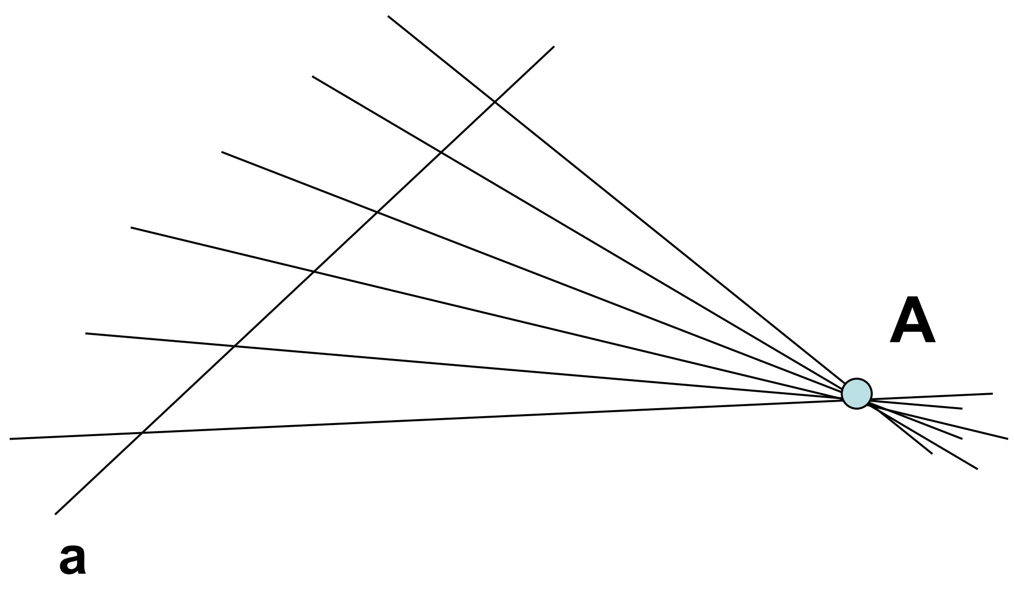
Лекция 3. Ортогональные проекции плоскости

- Способы задания плоскости
- Плоскости общего и частного положений
- Особые линии плоскости

Лектор Стриганова Л.Ю.

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОСТИ

ПЛОСКОСТЬ – МНОЖЕСТВО ПОЛОЖЕНИЙ ПРЯМОЙ ЛИНИИ ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ОДНУ ТОЧКУ ПРОСТРАНСТВА И ПЕРЕСЕКАЮЩИХ ВНЕ ЕЕ ПРЯМУЮ ЛИНИЮ



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ

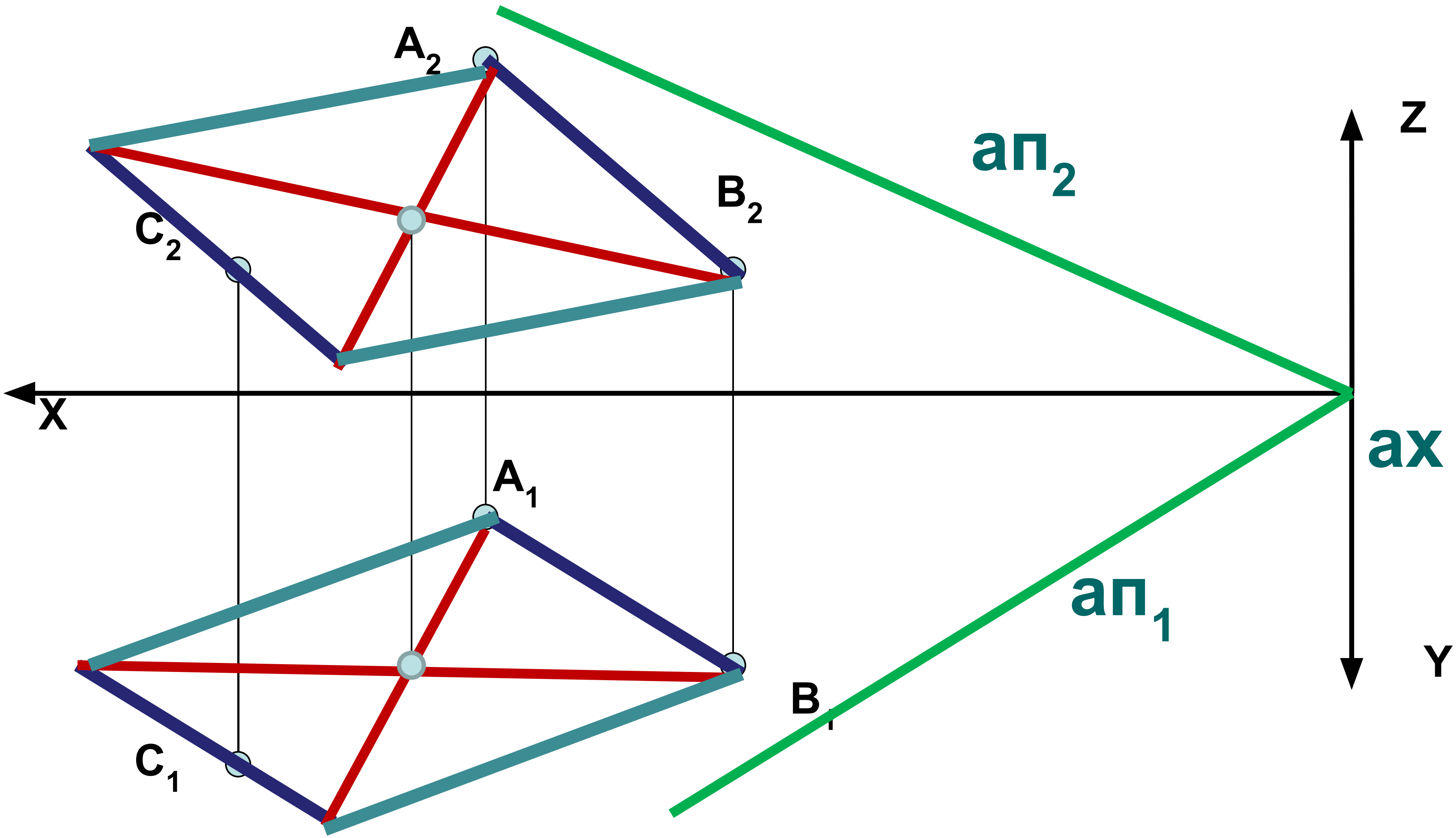
1. Аналитический способ

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

2. Графические способы

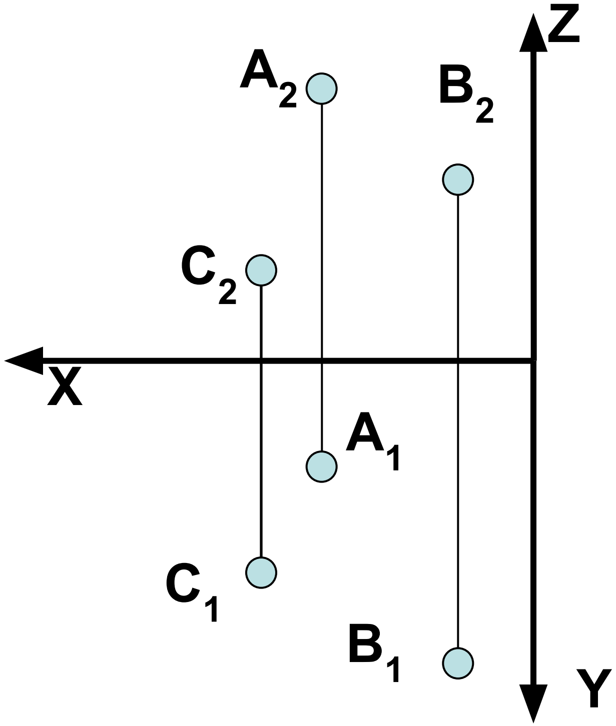
Графические способы задания плоскости

Существуют 6 способов задания плоскости на эпюре, каждый из которых последовательно переходит один в другой

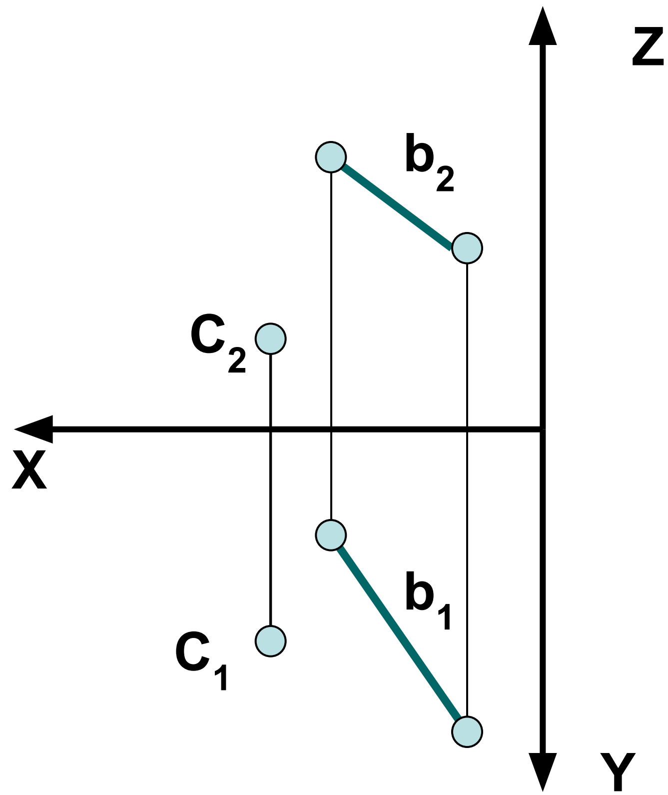


Графические способы задания плоскости

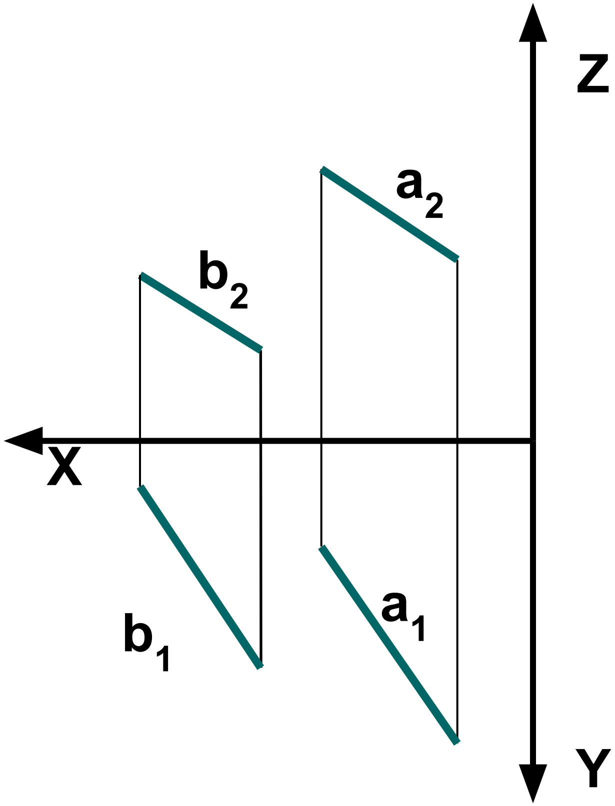
1.Три точки не принадлежащие одной прямой



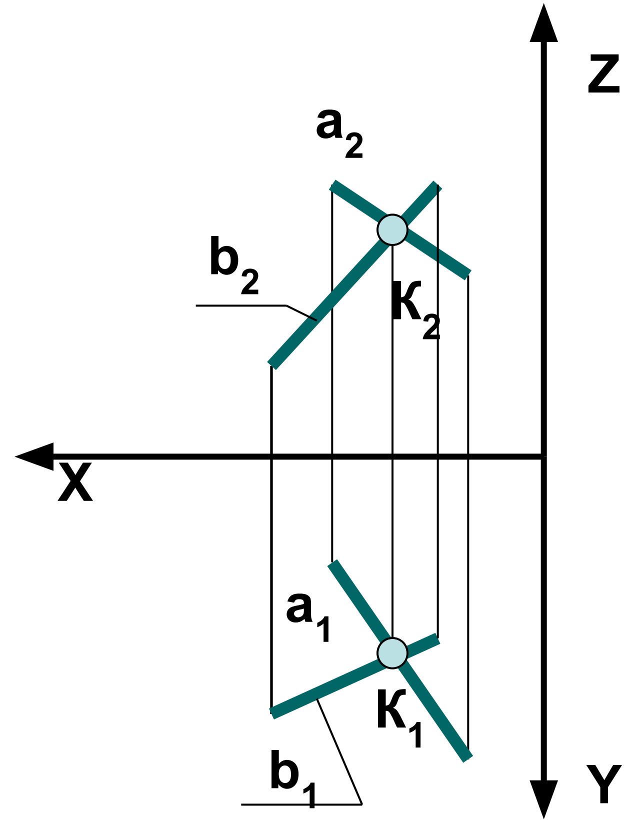
2. Прямая и точка вне этой прямой



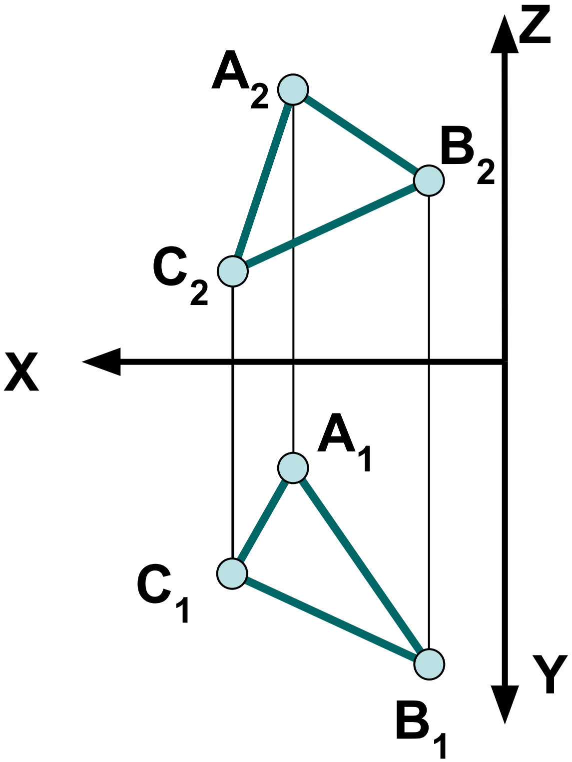
3. Параллельные прямые



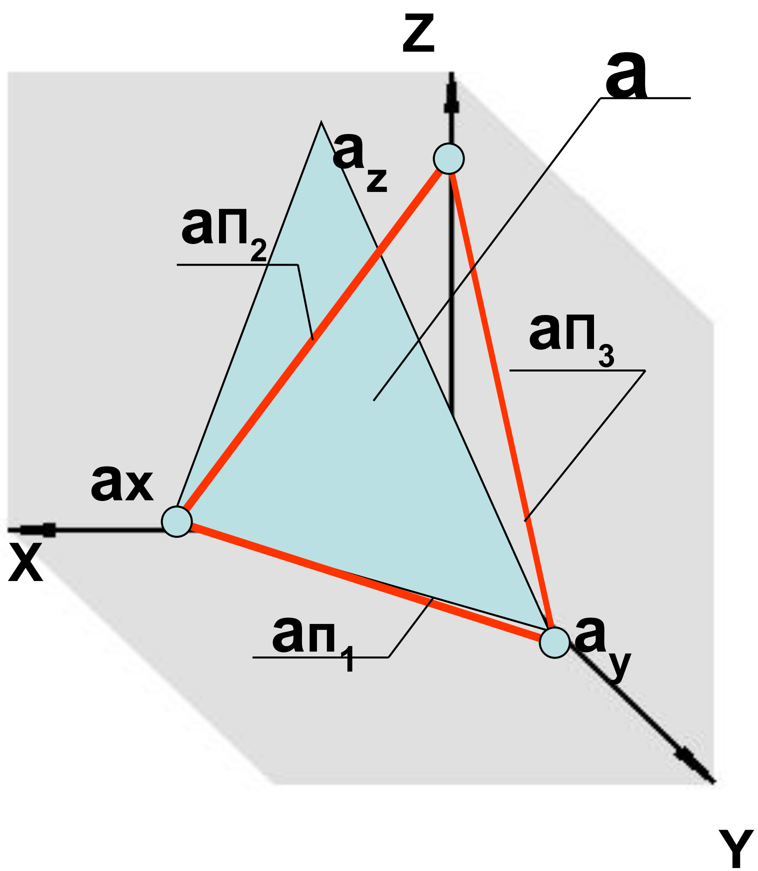
4. Пересекающиеся прямые



5. Плоская фигура



6. Следы плоскости – линии пересечения данной плоскости с плоскостями проекций



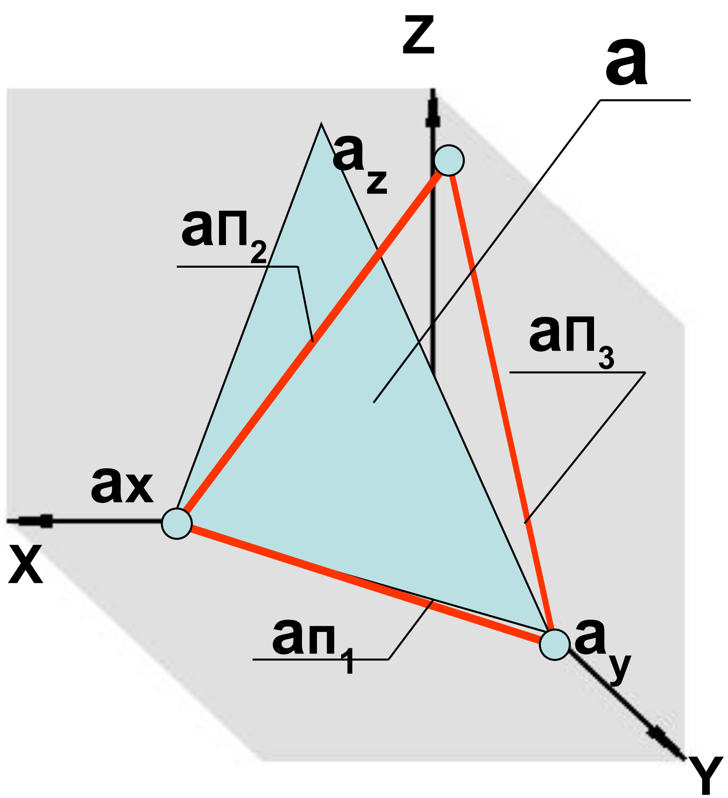
а-плоскость;

ап$_1$ - горизонтальный след плоскости **а**;

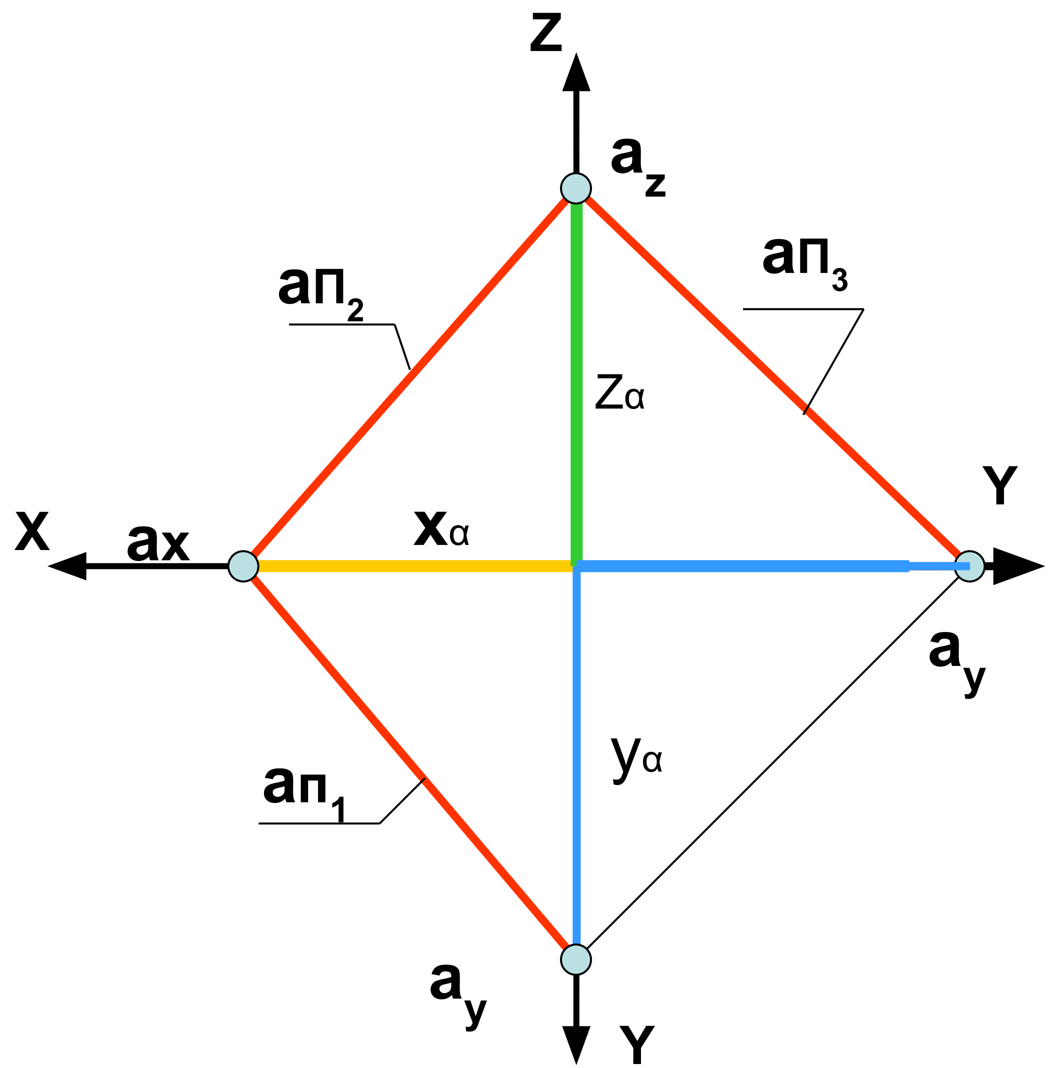
ап$_2$ - фронтальный след плоскости **а**;

ап$_3$ - профильный след плоскости **а**;

ax, ay, az - точки схода следов.



Z
a
a_z
$a\pi_2$
$a\pi_3$
ax
X
$a\pi_1$
a_y
Y



Z
a_z
$a\pi_2$
$a\pi_3$
Z_α
Y
X
ax
x_α
a_y
y_α
$a\pi_1$
a_y
Y

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

1. **Относительно плоскостей проекций плоскости разделяют:**
   - **плоскости частного положения**
   - **плоскости общего положения**

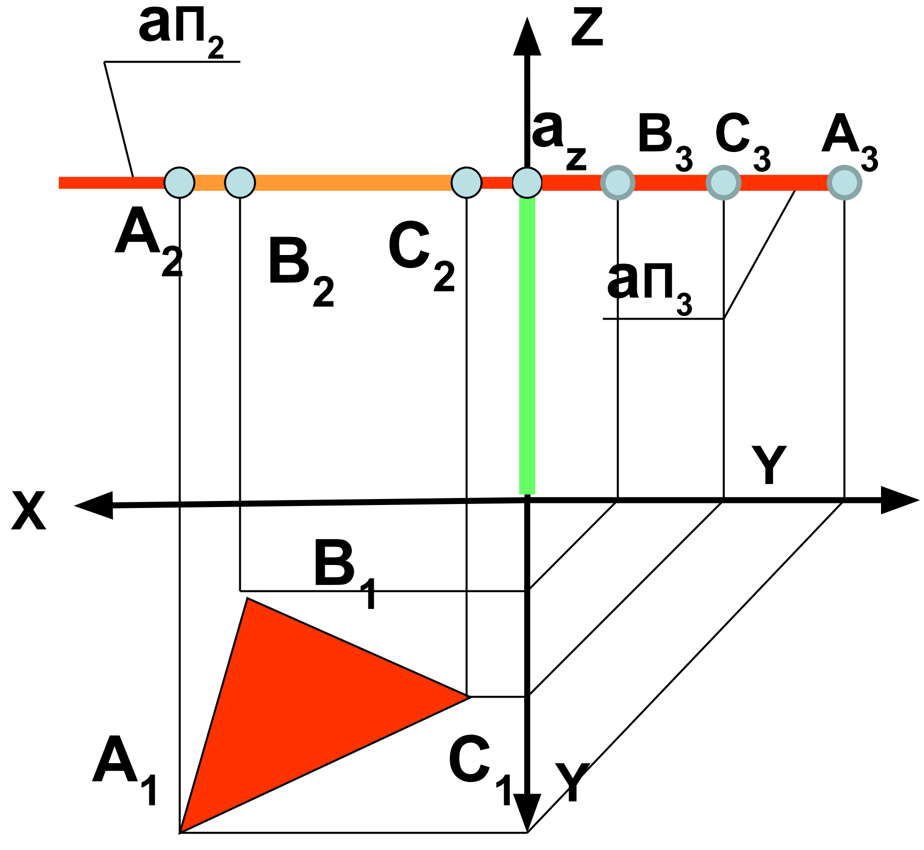
2. **Плоскости частного положения разделяют:**

- **плоскости параллельные плоскостям проекций – плоскости уровня**
- **плоскости перпендикулярные плоскостям проекций – плоскости проецирующие**

ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

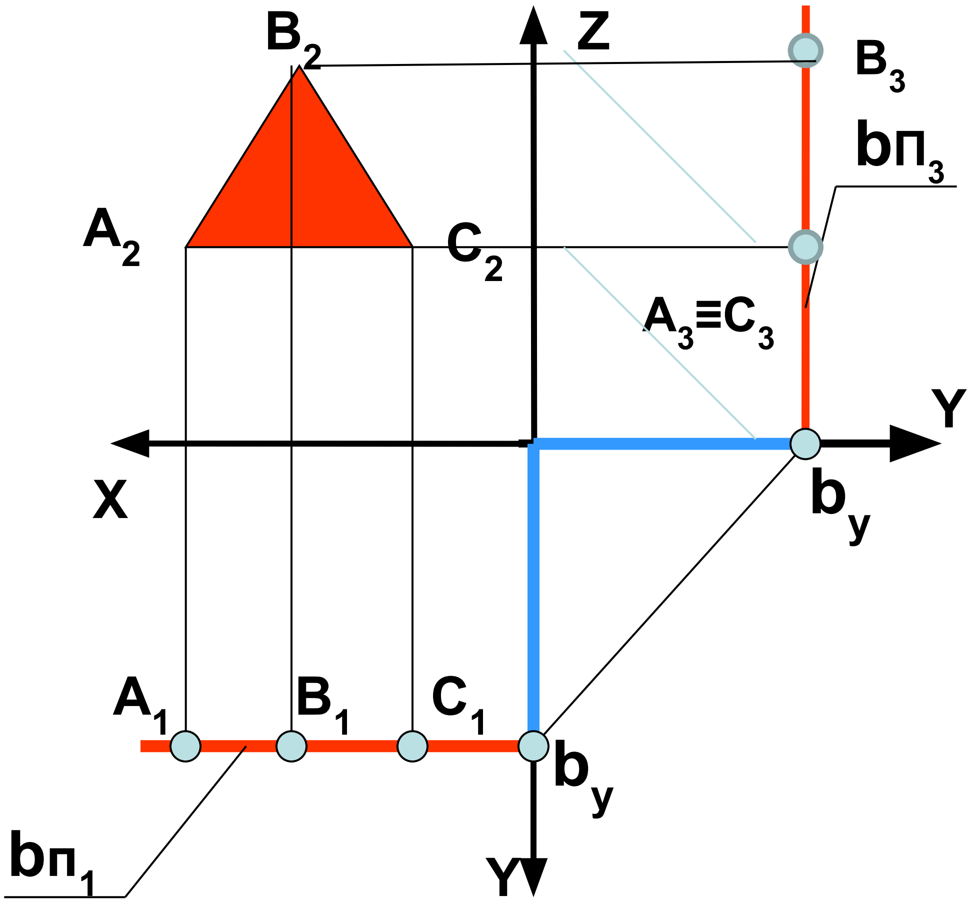
1. Плоскости уровня – это плоскости параллельные плоскостям проекций

Горизонтальная плоскость уровня aII $П_1$



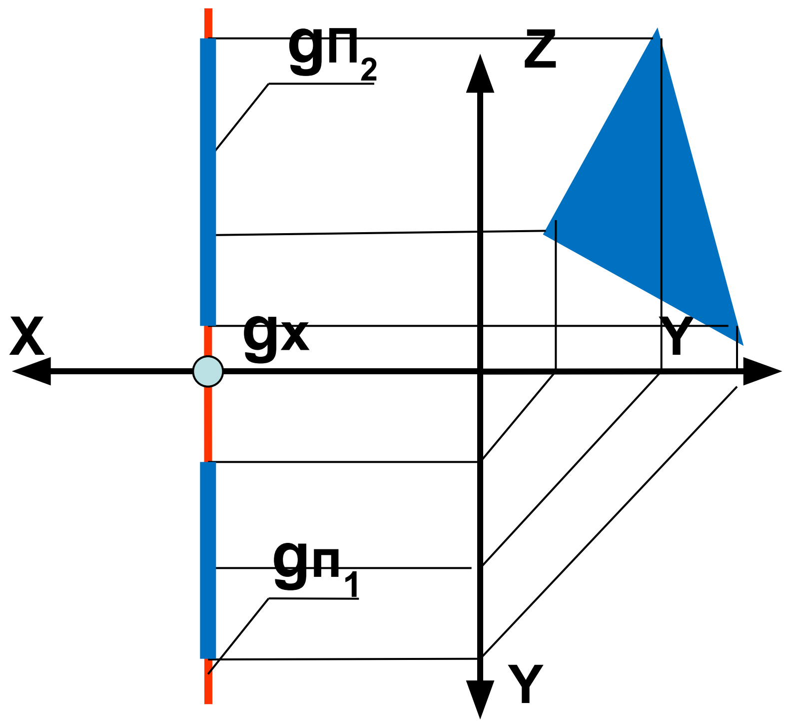
ΔABC□□; $|ABC|=|A_1B_1C_1|$

Фронтальная плоскость уровня b || $П_2$



ΔABC □□; $|ABC| = |A_2B_2C_2|$

Профильная плоскость уровня □ □□ $П_3$



Особенности чертежа плоскостей уровня

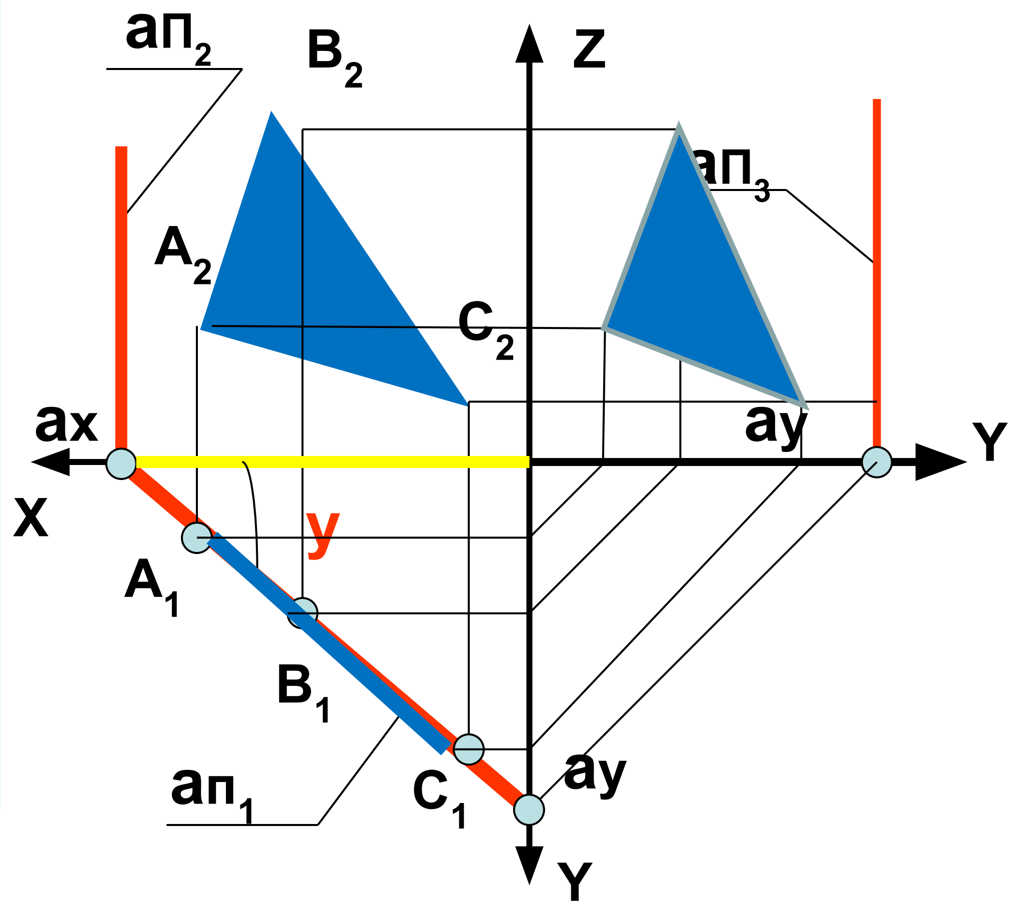
- Фигуры принадлежащие плоскостям уровня проецируются в натуральную величину на параллельную плоскость проекций

- На другие плоскости проекций фигуры принадлежащие плоскостям уровня проецируются в прямую линию

2. Проецирующие плоскости - это плоскости перпендикулярные плоскостям проекций

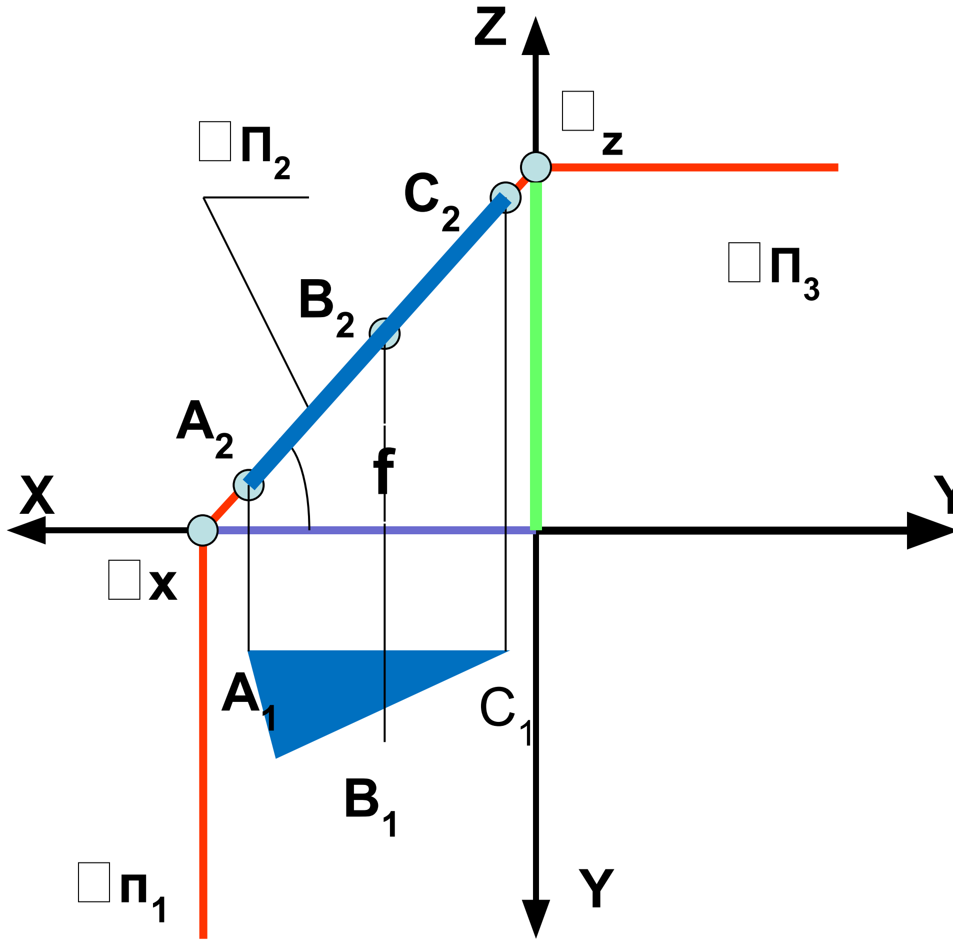
Горизонтально проецирующая плоскость □$\perp \Pi_1$

ΔABC□□



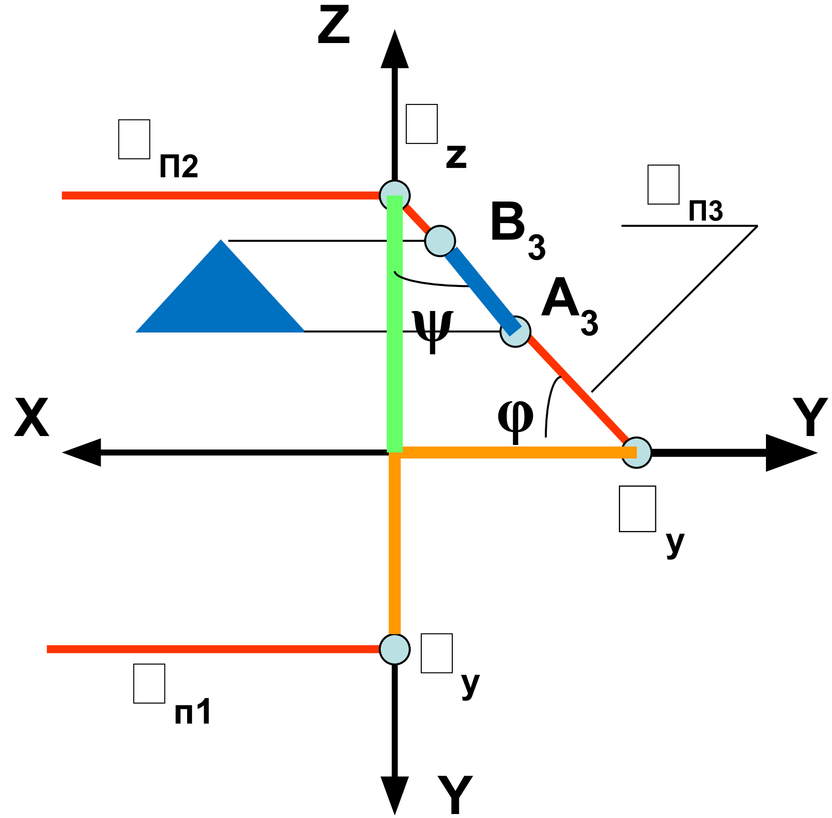
Фронтально проецирующая плоскость □ $\perp$ Π_2

ΔABC □ □



Профильно проецирующая плоскость □ ⊥ Π_3

ΔABC □ □



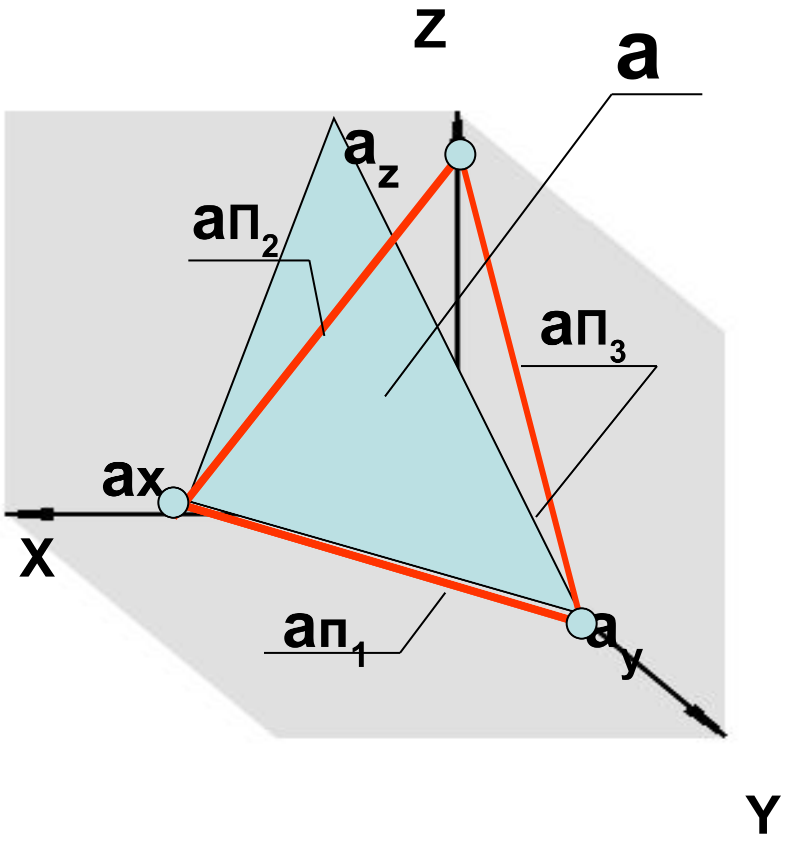
Особенности чертежа проецирующих плоскостей

- Фигуры принадлежащие проецирующим плоскостям на перпендикулярную плоскость проекций проецируются в прямую линию (вырожденная проекция)

- Угол наклона между вырожденной проекцией и осями координат равен углу между заданной плоскостью и плоскостью проекций

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

- Плоскость общего положения не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.



ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ПЛОСКОСТИ

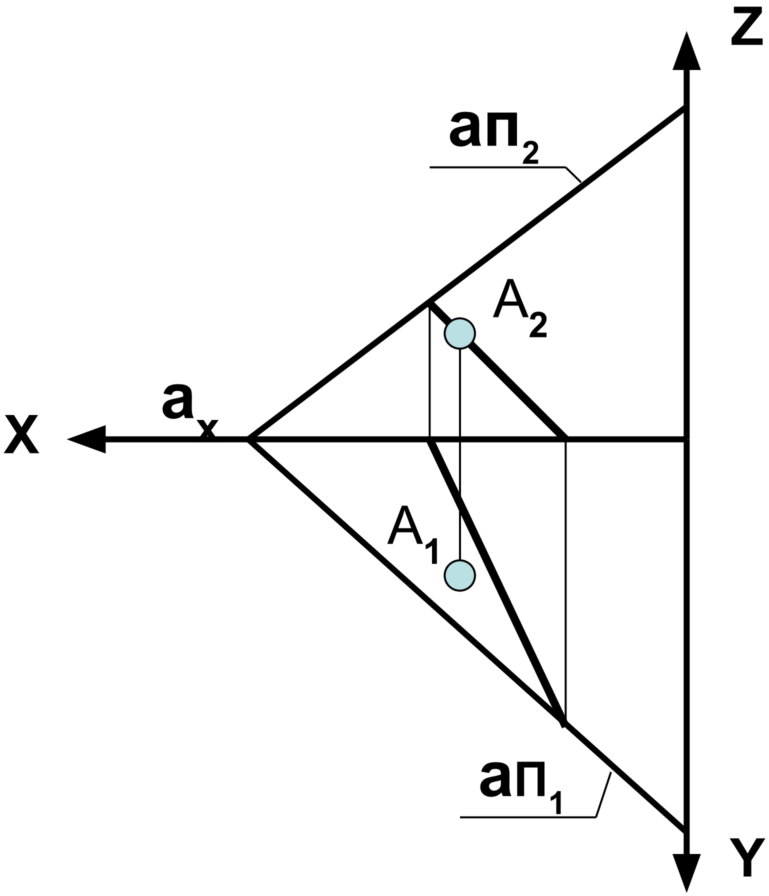
1. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой в этой плоскости

2. Прямая принадлежит плоскости если она проходит:

   а) через две точки этой плоскости

   б) через точку плоскости параллельно какой-либо прямой этой плоскости

Принадлежит ли точка А плоскости а?



точка А плоскости а

не принадлежит

ОСОБЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

1. **ЛИНИИ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ** – линии параллельные плоскостям проекций и принадлежащие данной плоскости;

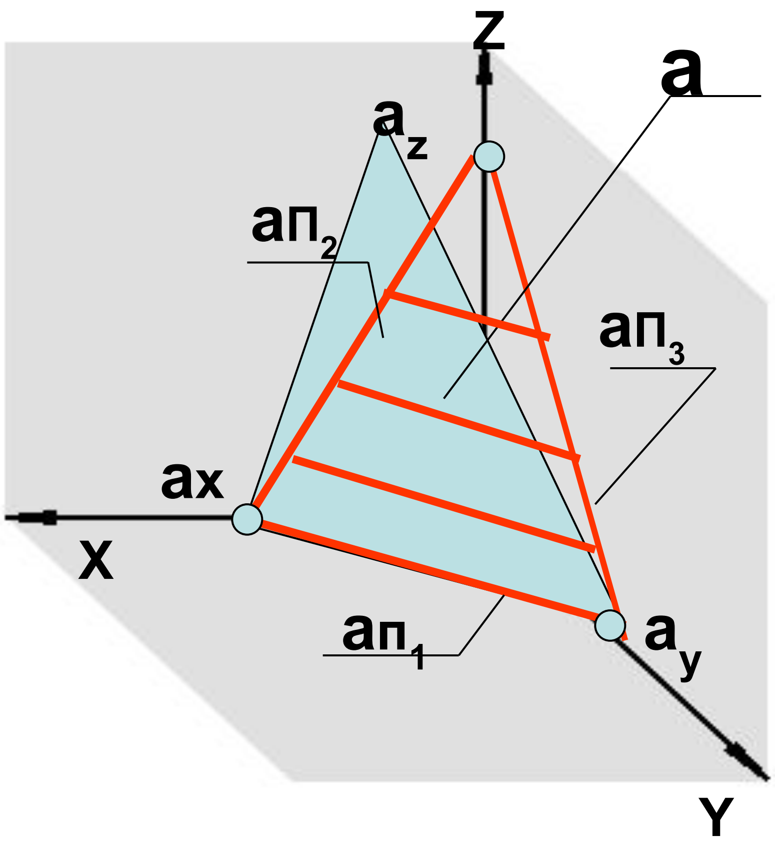
2. **ЛИНИИ НАИБОЛЬШЕГО НАКЛОНА (ЛНН) ПЛОСКОСТИ** – определяют угол наклона данной плоскости к одной из плоскостей проекций.

ЛНН перпендикулярны линиям уровня:

горизонтали на плоскости $\mathbf{П_1}$;

фронтали на плоскости $\mathbf{П_2}$.

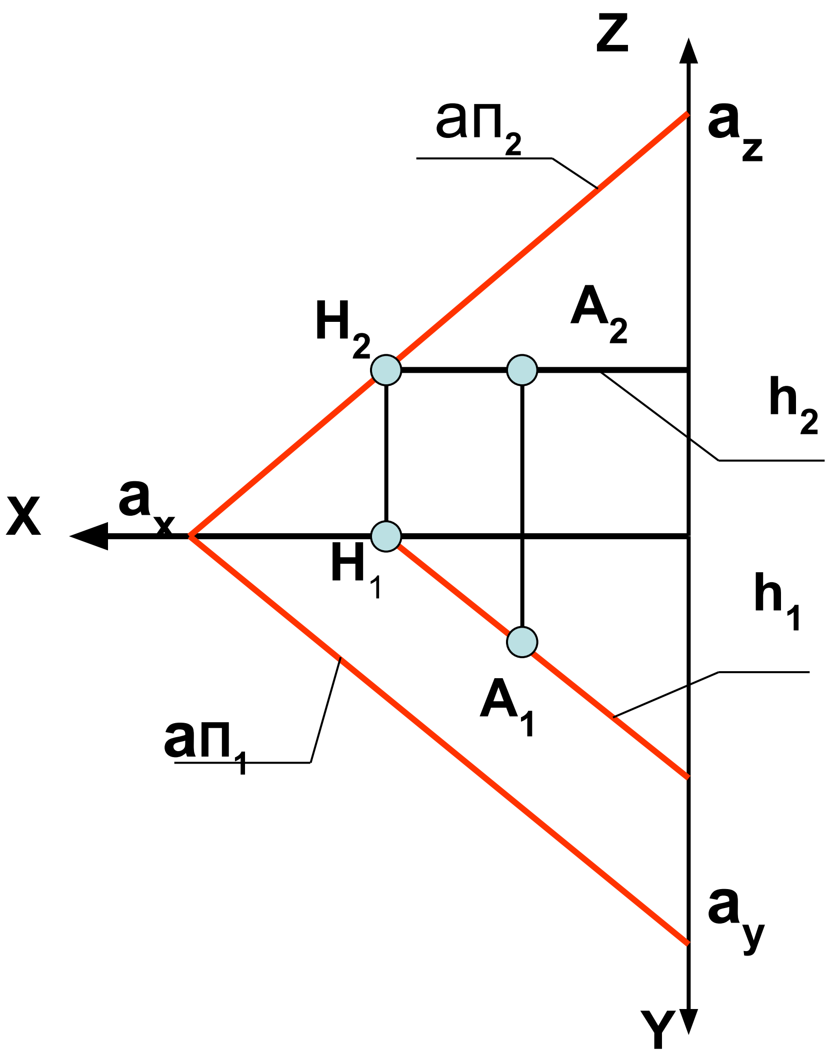
ЛИНИИ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ
Горизонталь плоскости



Горизонталь h параллельна горизонтальной плоскости проекций и принадлежит плоскости **a**

1. ЛИНИИ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ

Горизонталь плоскости □



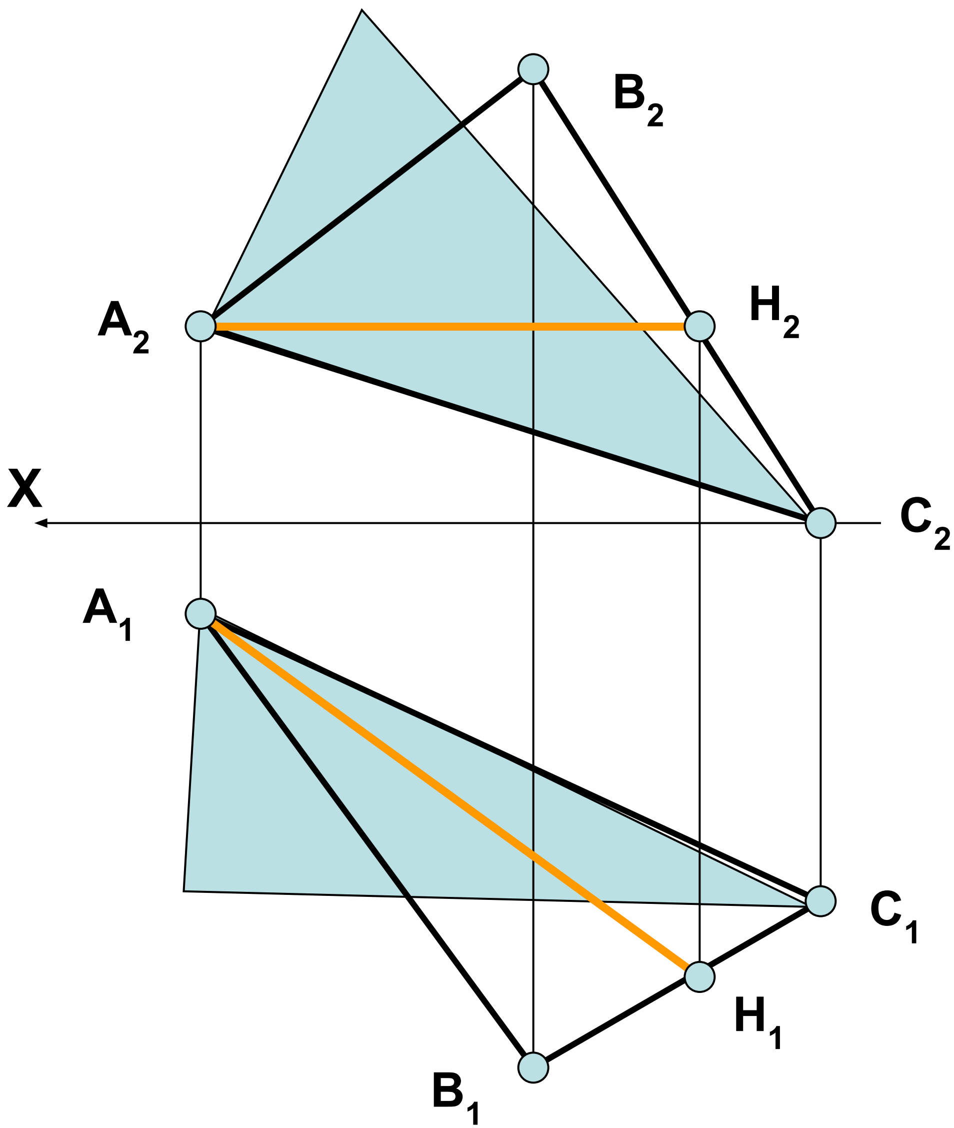
AH(h) горизонталь плоскости **а**;

Следы плоскости – линии уровня плоскости

□$_{п1}$ –горизонталь плоскости

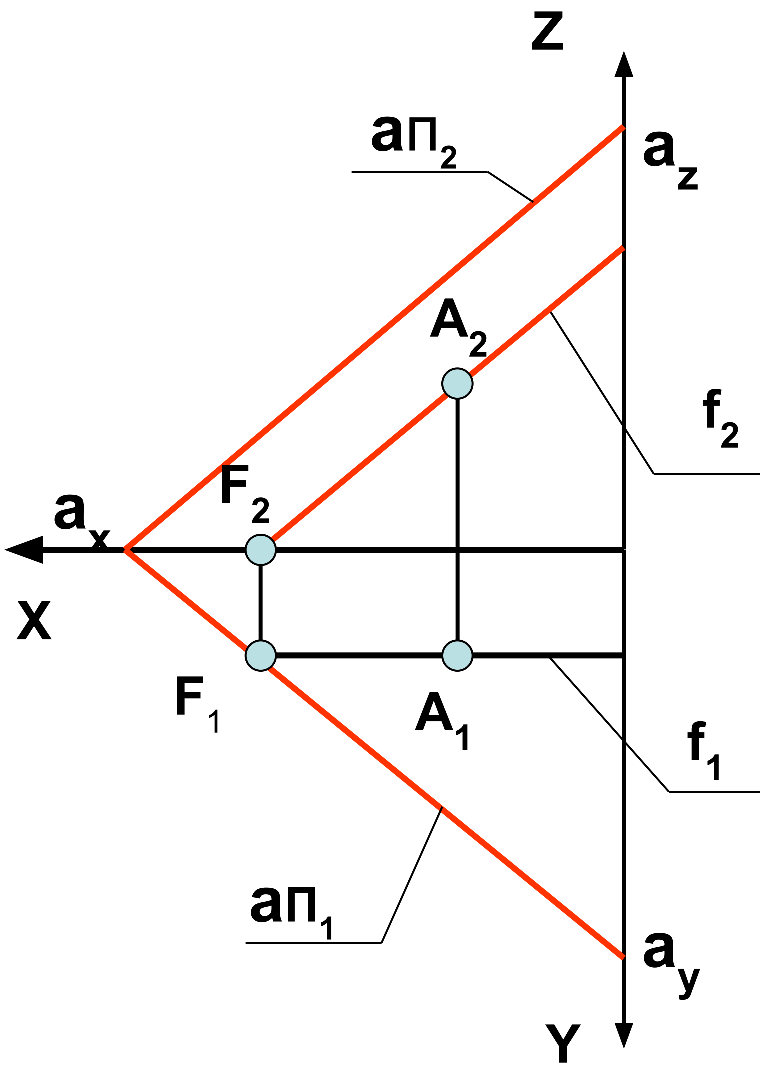
□$_{п2}$ –фронталь плоскости

Горизонталь плоскости треугольника



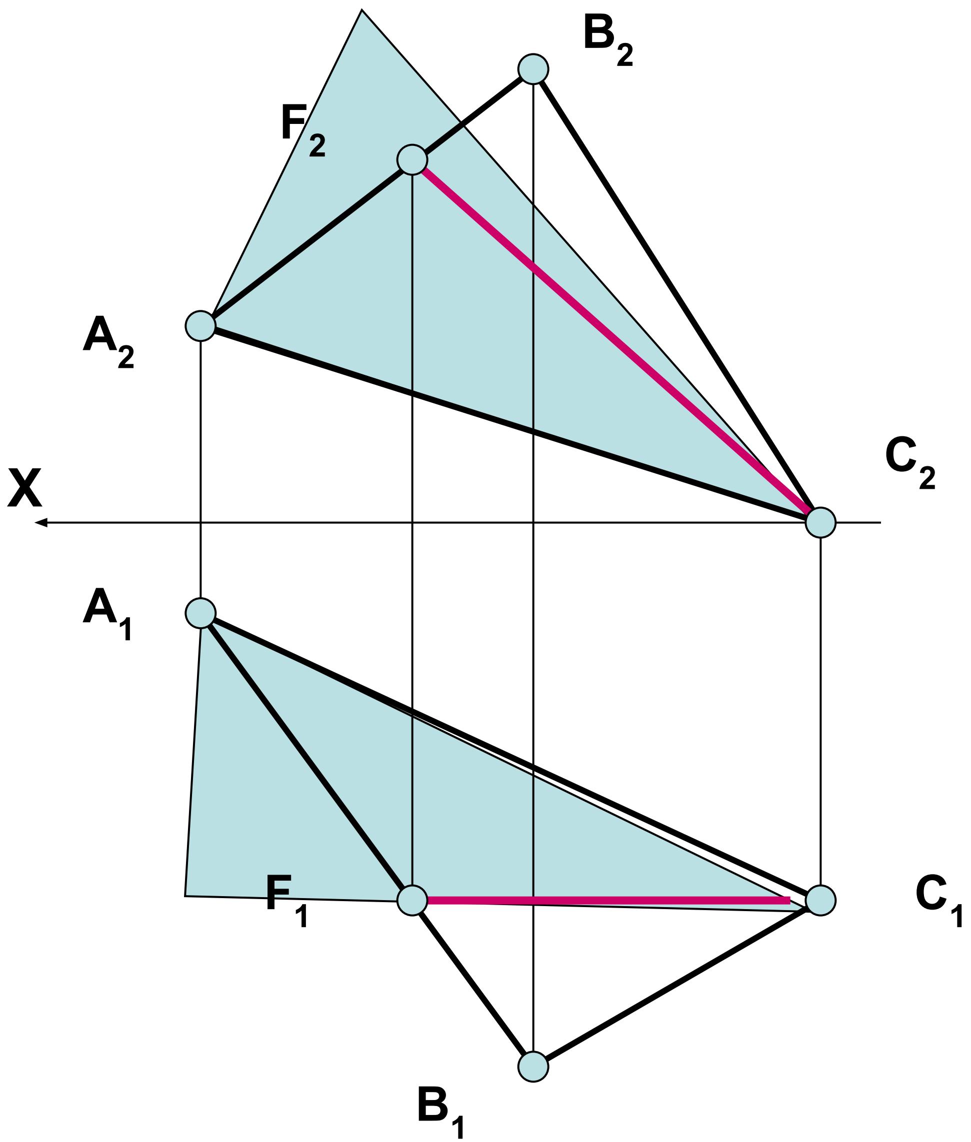
AH(h)– горизонталь **ΔABC**

Фронталь плоскости



AF (f)- фронталь плоскости **a**

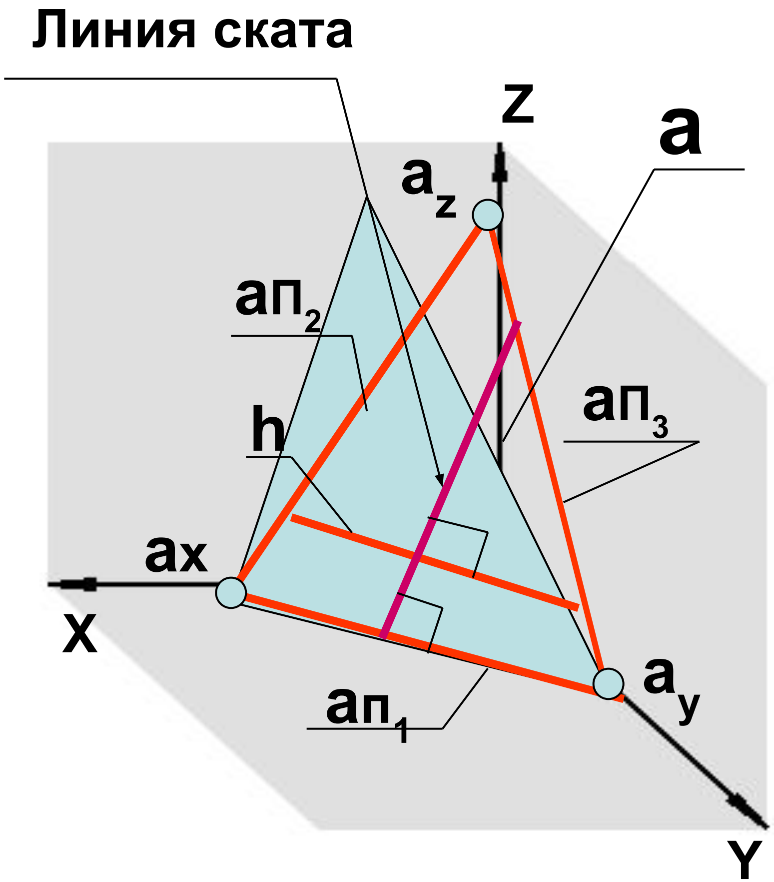
Фронталь плоскости треугольника



CF (f) фронталь плоскости ΔABC

2. ЛИНИИ НАИБОЛЬШЕГО НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ

Линия ската

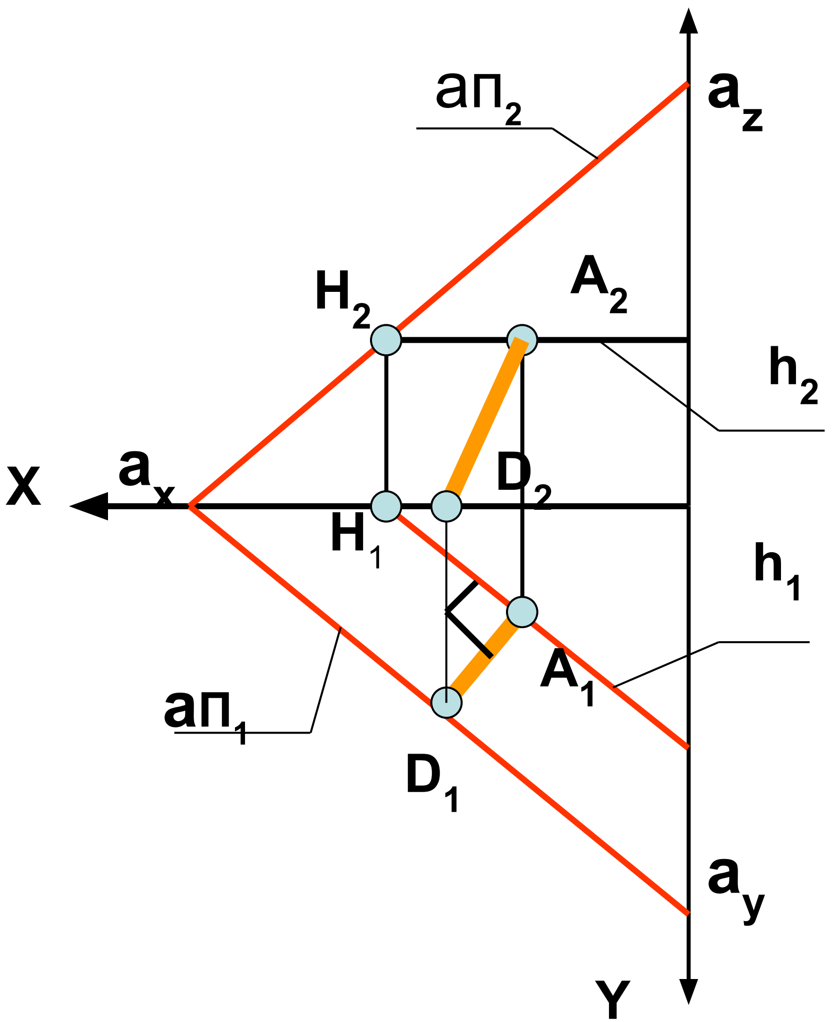


1. Линия наибольшего наклона плоскости α к горизонтальной плоскости проекций - Линия ската плоскости α.

2. **Линия Ската** $\perp \alpha_{п1}$;

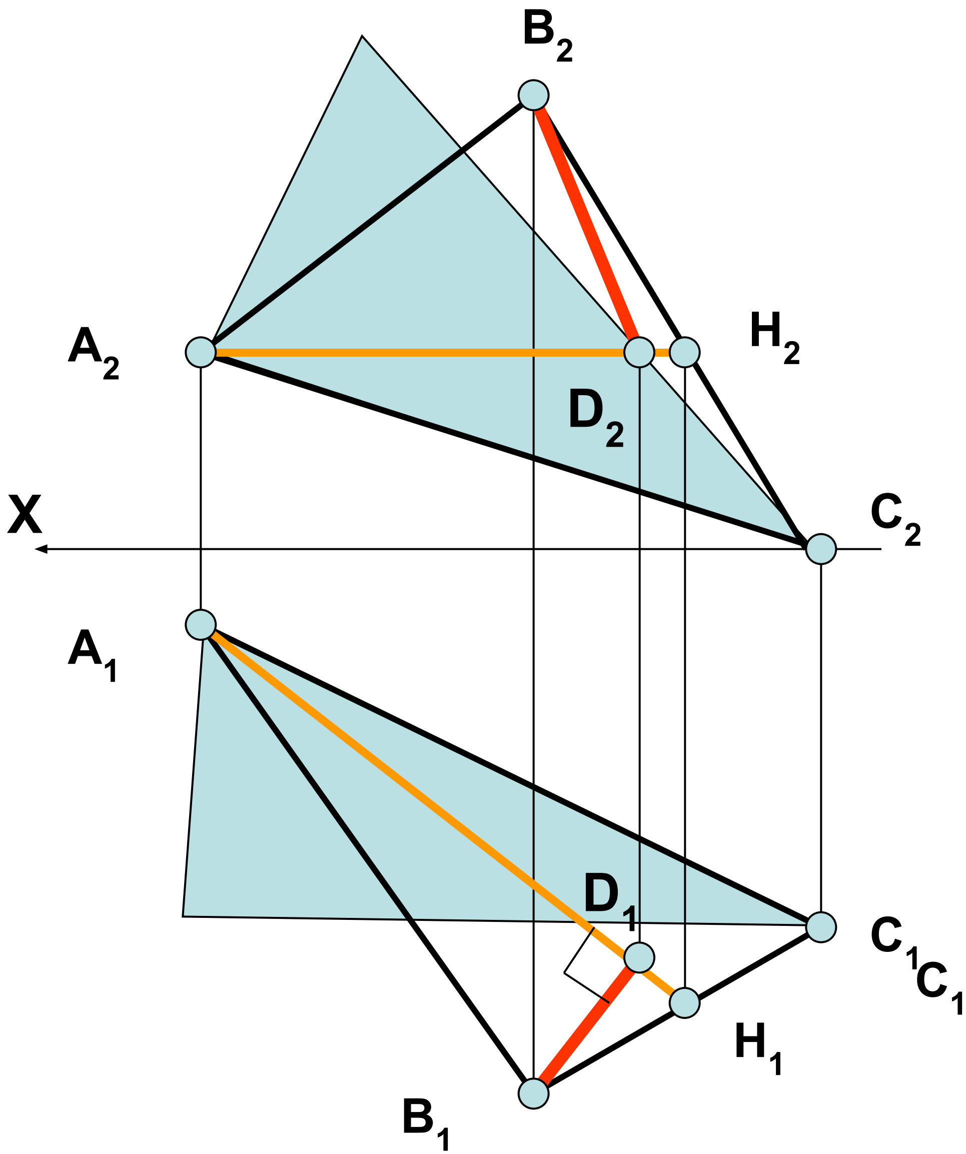
3. **Линия Ската** $\perp$ $\mathbf{h_1}$.

Линия ската



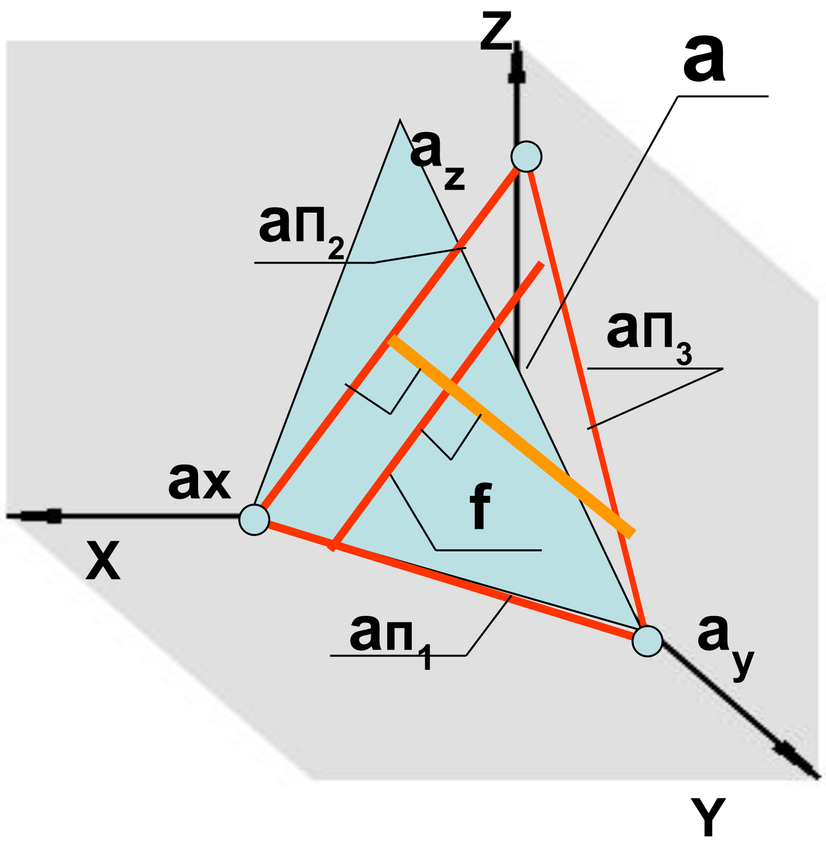
1. $A_1D_1 \perp A_1H_1 \parallel \Pi_1$.
2. $A_1D_1 \perp \alpha\Pi_1$

Линия ската треугольника



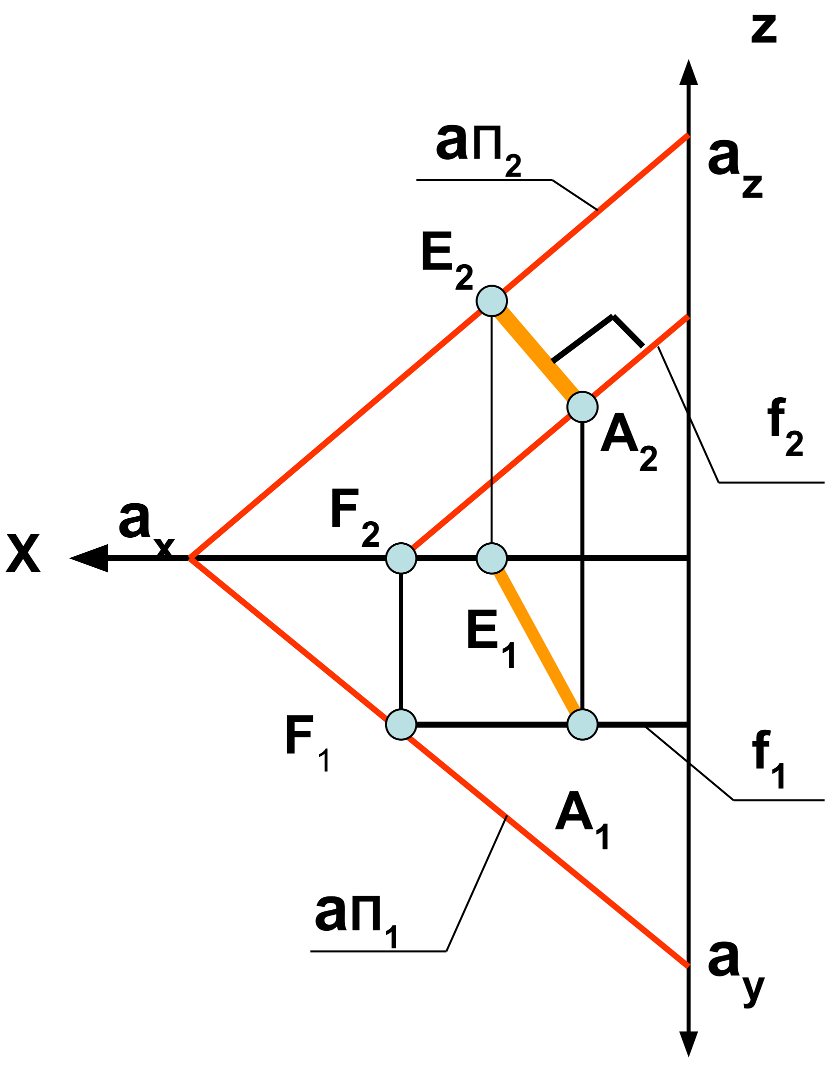
1. $B_1D_1 \perp A_1H_1$
2. BD – линия ската треугольника

ЛИНИЯ НАИБОЛЬШЕГО НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ



1. ЛНН к $П_2 \perp \alpha_{п2}$
2. ЛНН к $П_2 \perp$ f II $П_2$

Линия наибольшего наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций

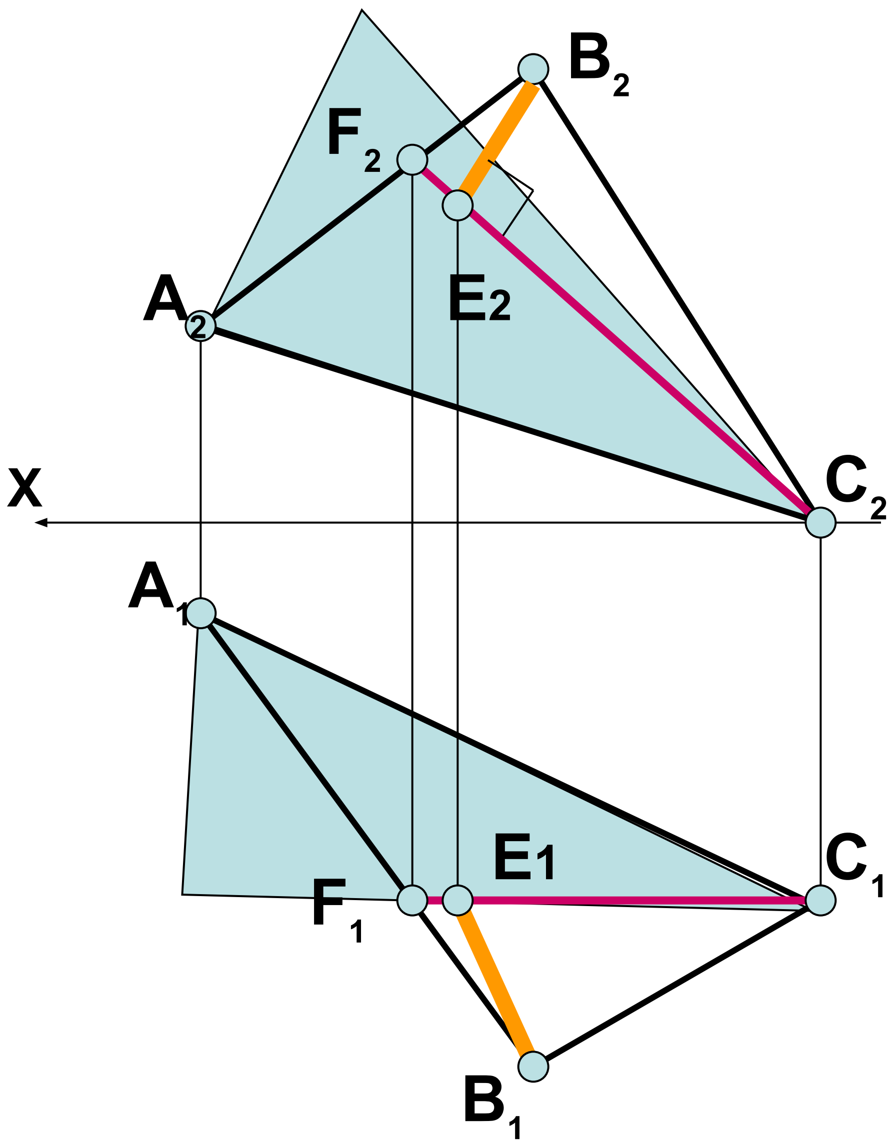


AE – ЛНН к $\mathbf{П_2}$

$A_2\mathbf{E_2} \perp \mathbf{A_2F_2}$ □□$\mathbf{П_2}$

$A_2\mathbf{E_2} \perp$ □$_{П2}$

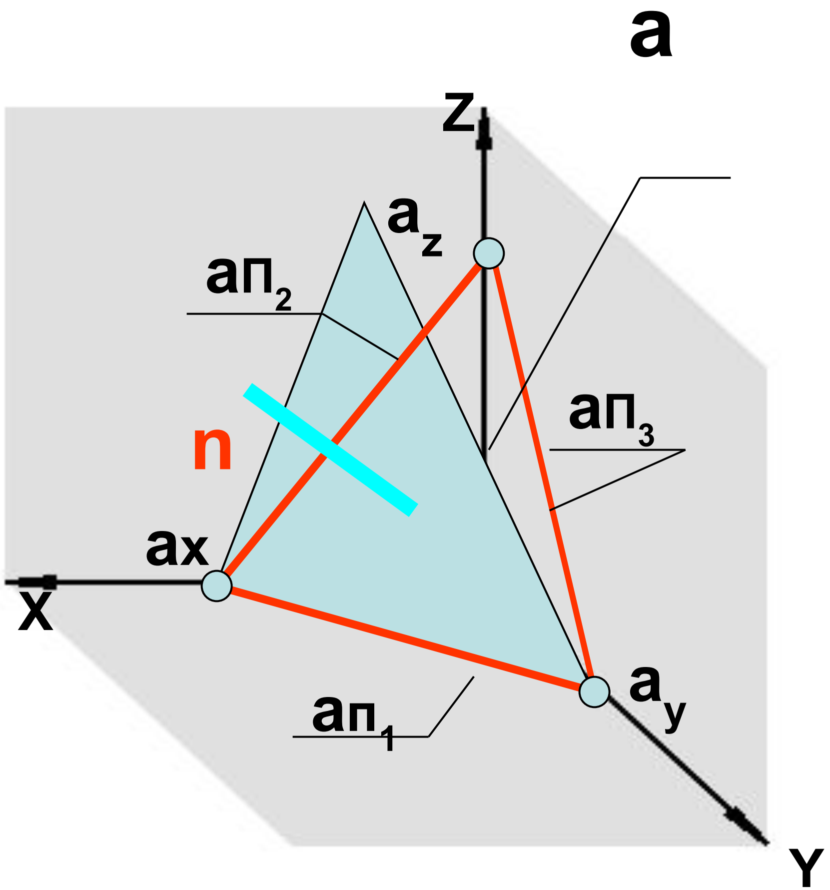
ЛИНИЯ НАИБОЛЬШЕГО НАКЛОНА
плоскости ΔАВС к фронтальной плоскости проекций



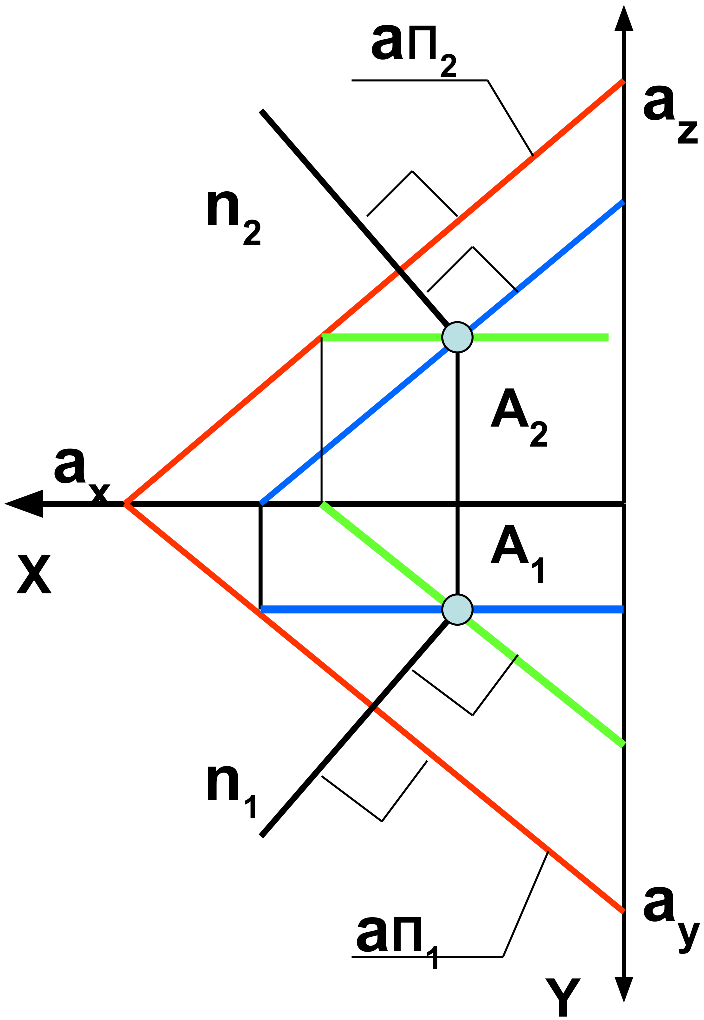
ВЕ – ЛНН к $П_2$

$B_2E_2 \perp C_2F_2$ $П_2$

НОРМАЛЬ ПЛОСКОСТИ



- Нормаль плоскости **n** – линия перпендикулярная заданной плоскости



- **Проекции нормали перпендикулярны проекциям линий уровня плоскости а:**

  горизонтали на П1;

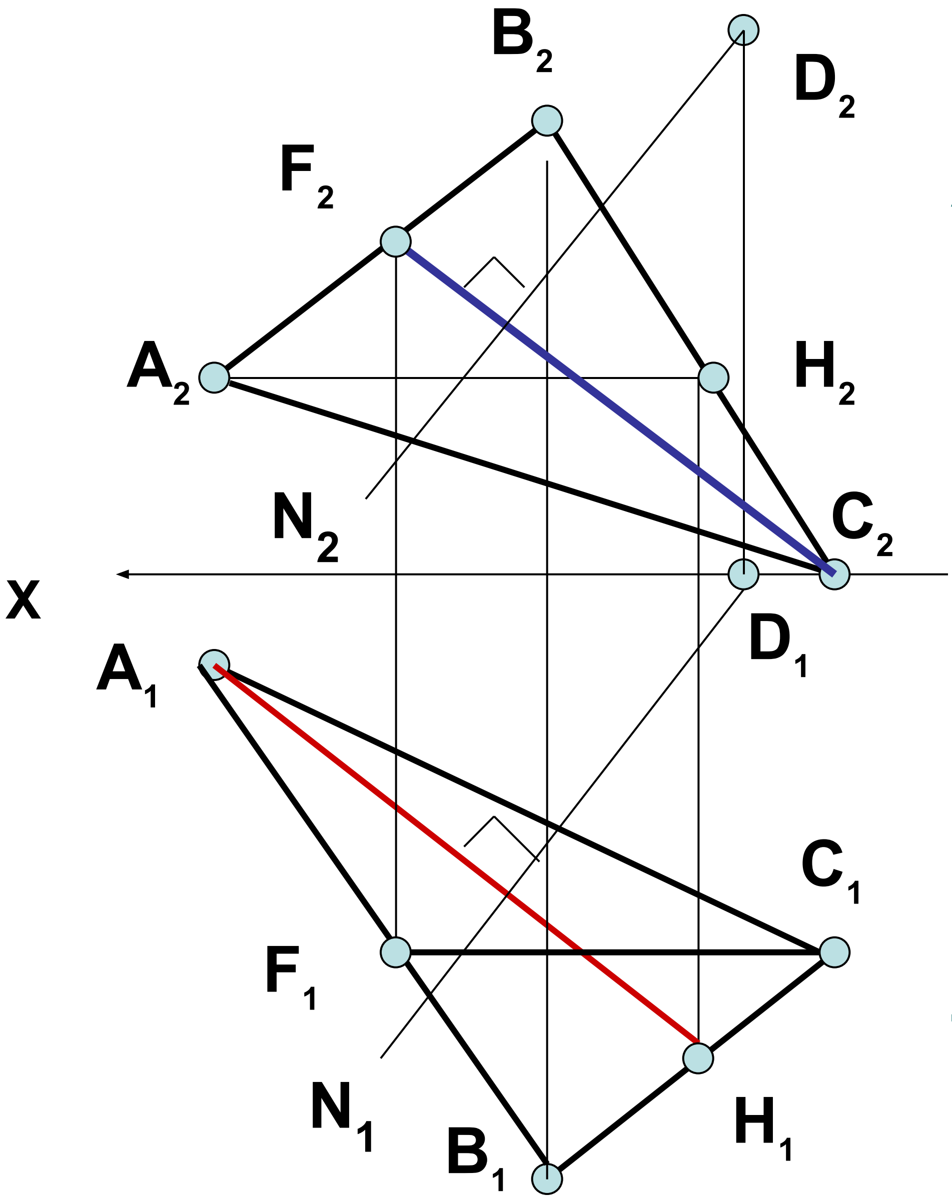
  фронтали на П2.

- **Проекции нормали перпендикулярны следам плоскости а:**

$$n_1 \perp a_{П1};$$

$$n_2 \perp a_{П2}.$$

НОРМАЛЬ ПЛОСКОСТИ ТРЕУГОЛЬНИКА



1.Проведем горизонталь AH. На горизонтальной плоскости проекции нормаль перпендикулярна горизонтали $D_1N_1 \perp A_1H_1$

Точку N выберем произвольно

2. Проведем фронталь CF

На фронтальной плоскости проекции нормаль перпендикулярна фронтали $D_2N_2 \perp C_2F_2$

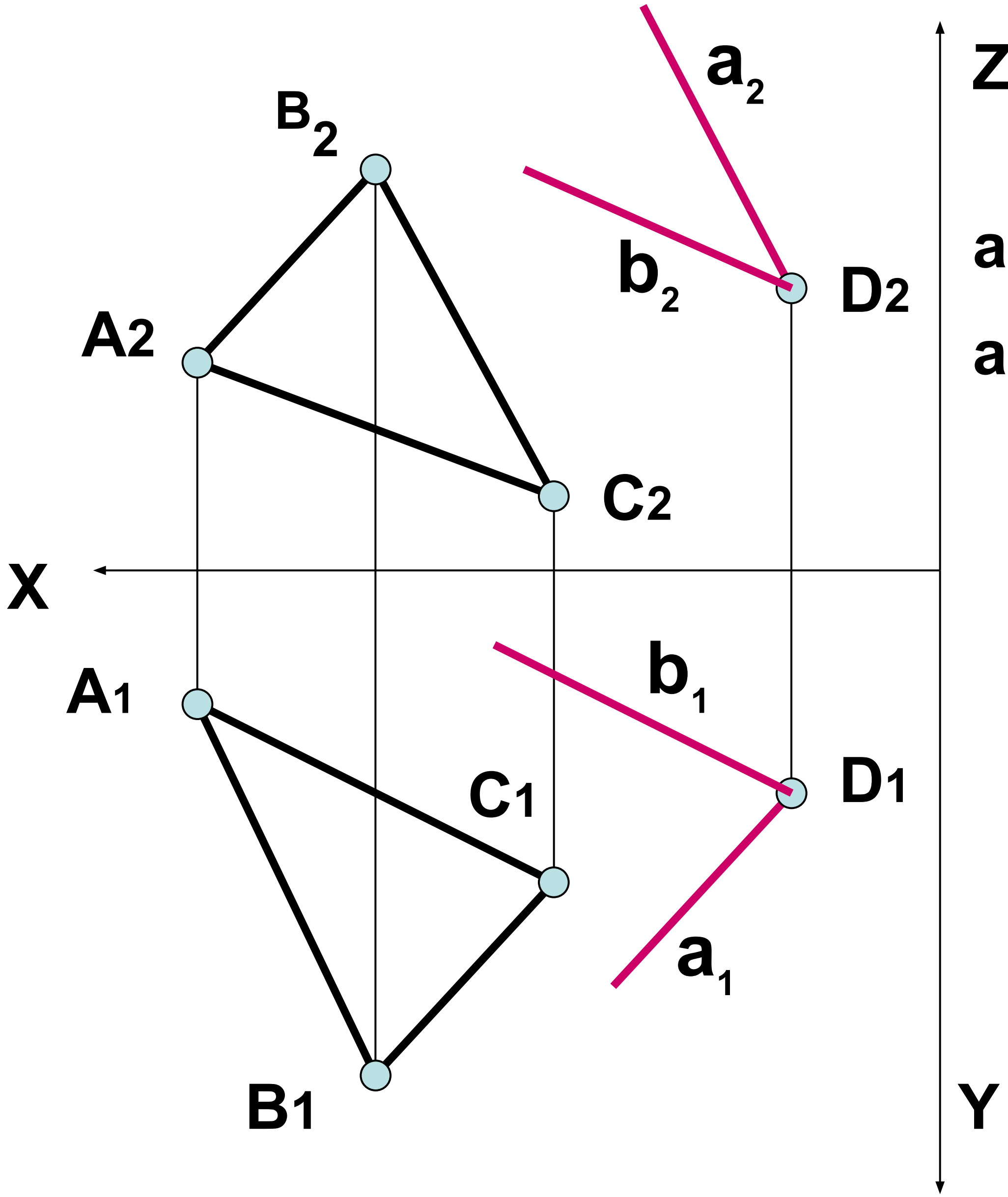
ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ПЛОСКОСТЕЙ

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМАЯ
И ПЛОСКОСТЬ, ПЛОСКОСТИ

1. ПРЯМАЯ ПАРАЛЛЕЛЬНА ПЛОСКОСТИ, ЕСЛИ ОНА ПАРАЛЛЕЛЬНА ЛЮБОЙ ПРЯМОЙ ПРИНАДЛЕЖАЩЕЙ ПЛОСКОСТИ

2. ПЛОСКОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, ЕСЛИ ДВЕ ПЕРЕ-СЕКАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ ОДНОЙ ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫ ДВУМ ПЕРЕСЕКАЮЩИМСЯ ПРЯ-МЫМ ДРУГОЙ ПЛОСКОСТИ

- Через точку D провести прямую a параллельную Δ ABC и плоскость α ($a \cap b$) параллельную Δ ABC



$a_2 \parallel B_2C_2$
$a_1 \parallel B_1C_1$

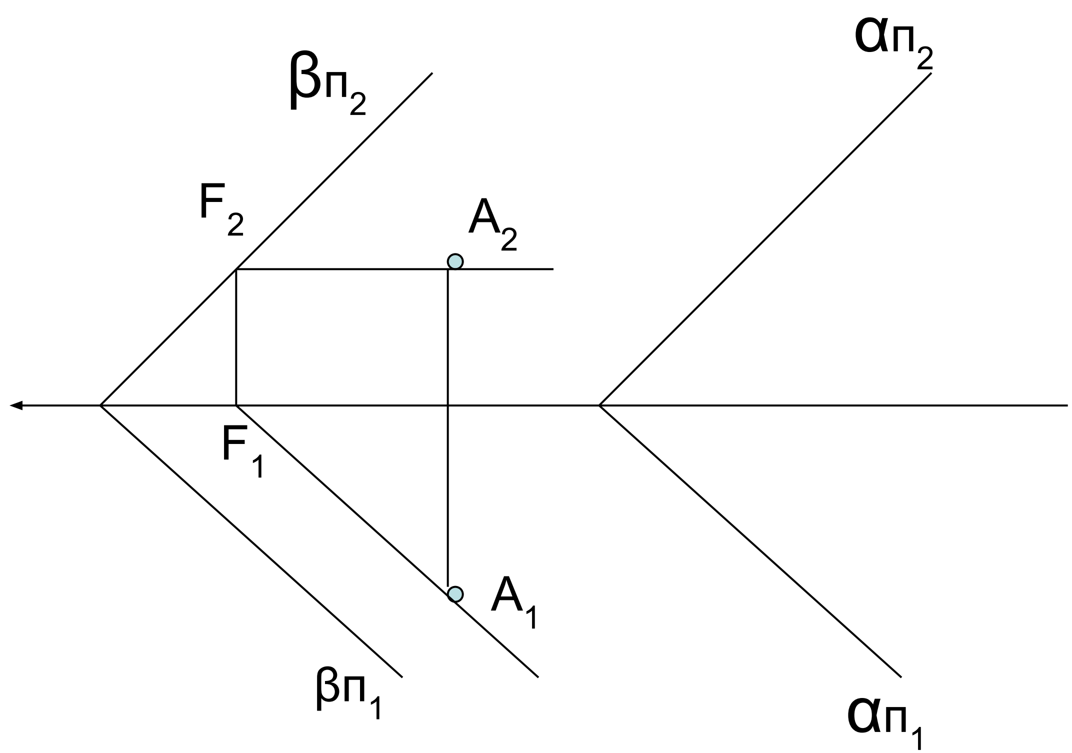
a II BC
a II ΔABC

□ (a b)

a II BC
b II AC

a II ΔABC

Построить следы плоскости β, параллельной α и проходящей через точку А



Проведем через точку А горизонталь параллельную горизонтальному следу плоскости α

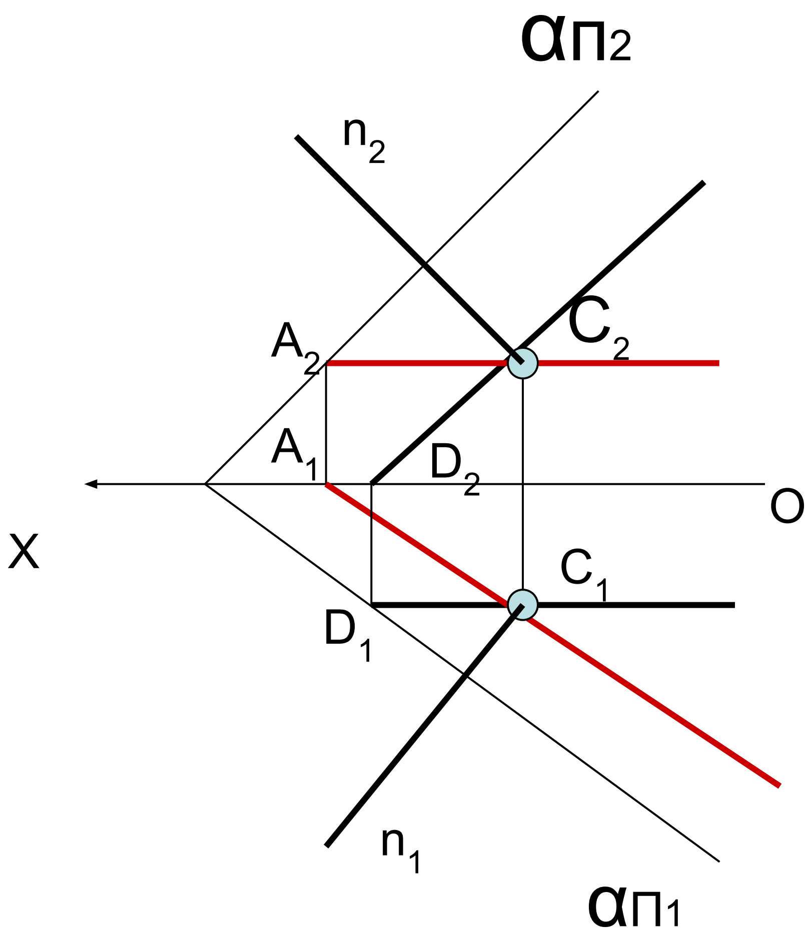
ПРЯМАЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

- *ПРЯМАЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА ПЛОСКОСТИ, ЕСЛИ ОНА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА ДВУМ ПЕРЕСЕКАЮЩИМСЯ ПРЯМЫМ ПРИНАДЛЕЖАЩИМ ЭТОЙ ПЛОСКОСТИ*
- ***В соответствии с теоремой о проекциях прямого угла прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна одноименным проекциям горизонтали и фронтали плоскости***
- *ДВЕ ПЛОСКОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫ, ЕСЛИ ОДНА ПЛОСКОСТЬ ПРОХОДИТ ЧЕРЕЗ ПЕРПЕНДИКУЛЯР К ДРУГОЙ*

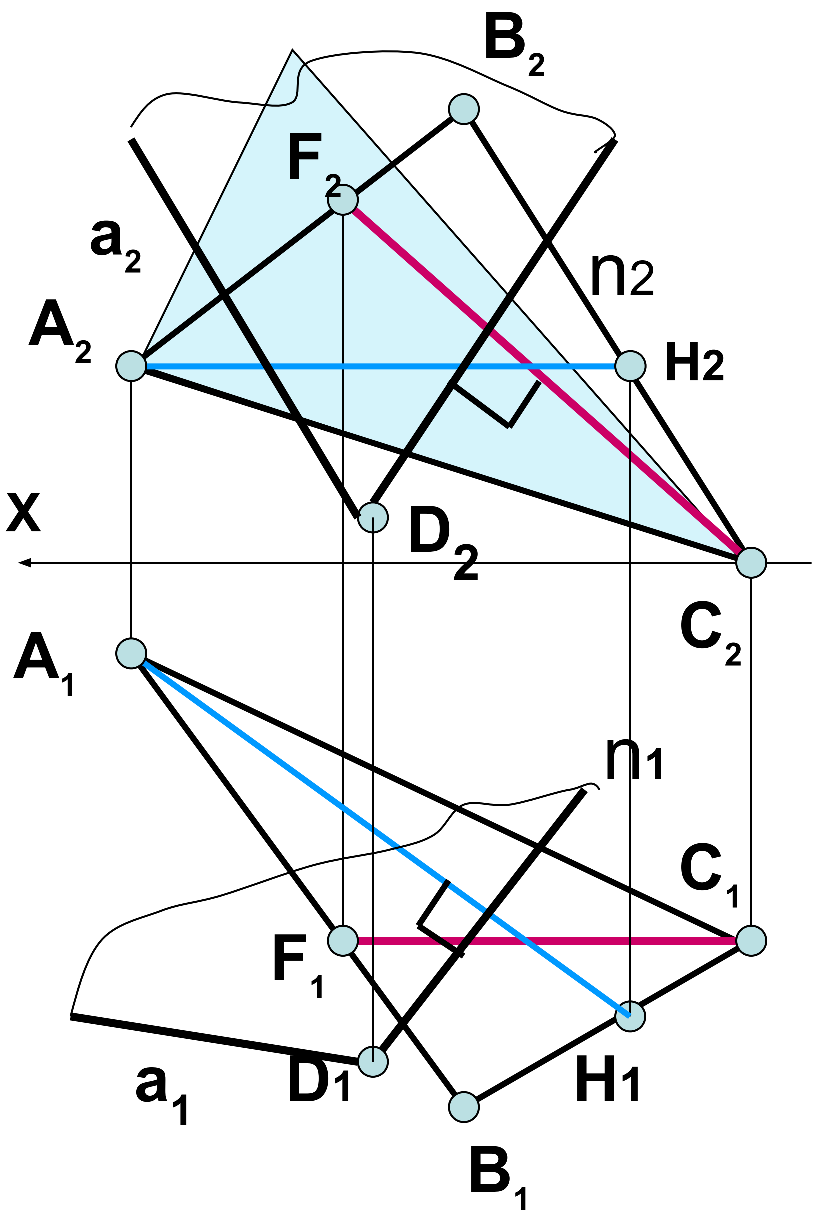
Задача

- Построить проекции нормали плоскости a, проходящей через точку C плоскости

$C \in \alpha$



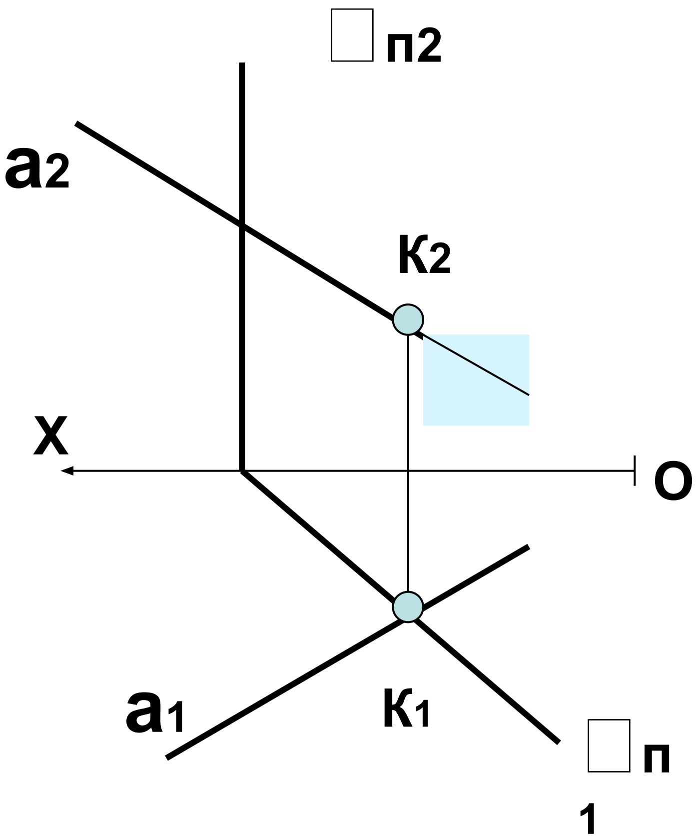
- Через точку D провести перпендикуляр к плоскости Δ ABC и плоскость α (n∩a) перпендикулярную Δ ABC
- A(80,10,30)
- B(40,60,50)
- C(10,45,0)
- D(50,55,5)

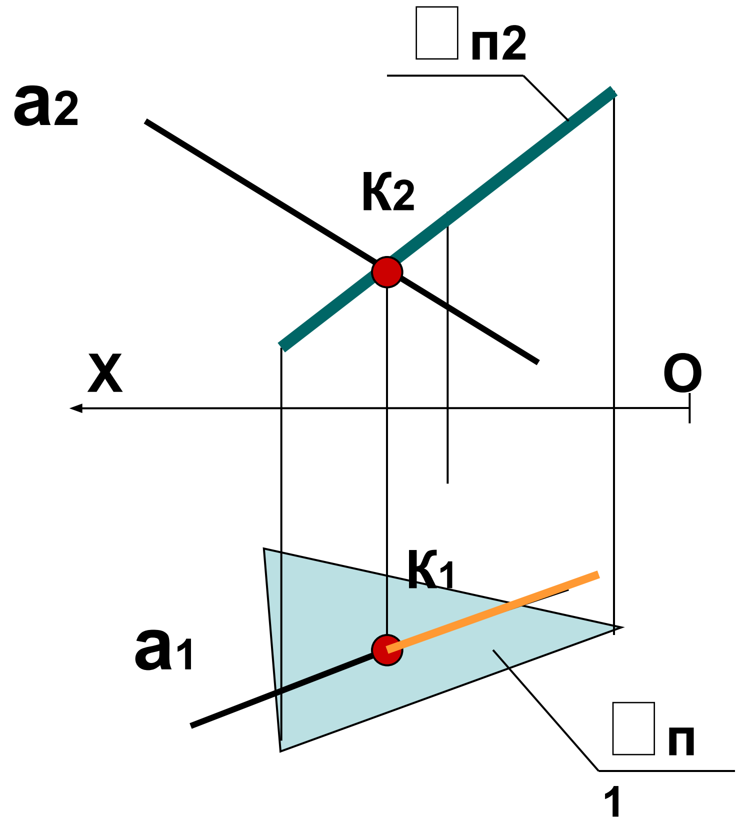


1. $n_1 \perp A_1H_1 \parallel \Pi_1$
3. $n_2 \perp C_2F_2 \parallel \Pi_2$
4. a – произвольная прямая

ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ

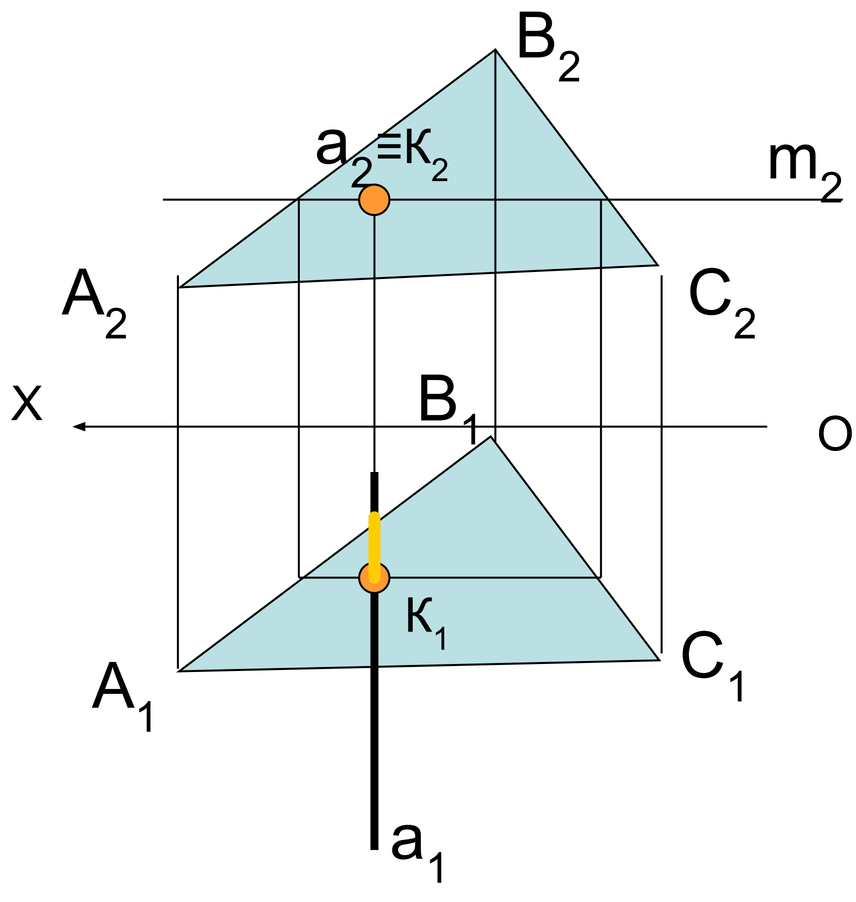
ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ, ЕСЛИ У НИХ ЕСТЬ ОДНА ОБЩАЯ ТОЧКА





- *Точка пересечения прямой и плоскости частного положения определяется на пересечении следа плоскости и проекции прямой*

Пересечение прямой частного положения и плоскости общего положения

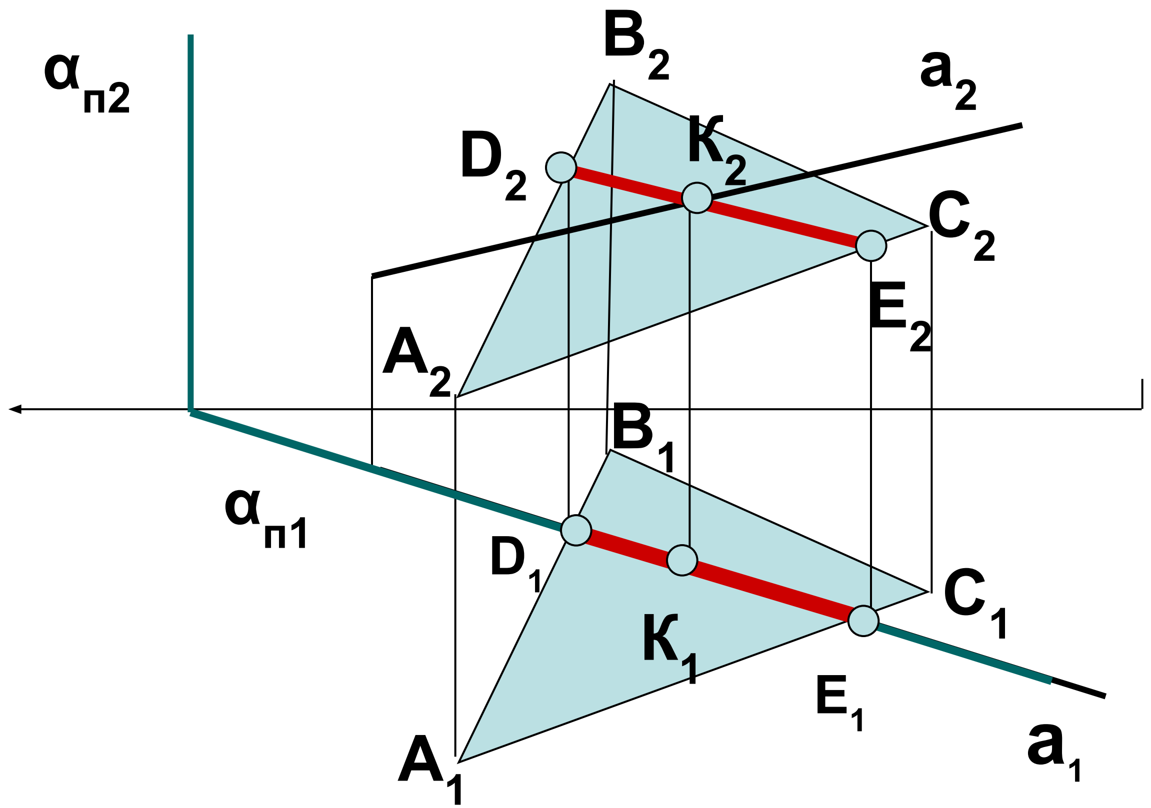


Пересечение прямой общего положения и плоскости общего положения

СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

1. **Через прямую проводят плоскость частного положения $\alpha \perp \Pi_1$.**
2. **Определяют линию пересечения заданной плоскости и введенной плоскости α.**
3. **Определяют точку пересечения заданной прямой и построенной линии пересечения.**

   Это искомая точка пересечения заданной плоскости и прямой а.
4. **Определяют видимость заданной прямой.**



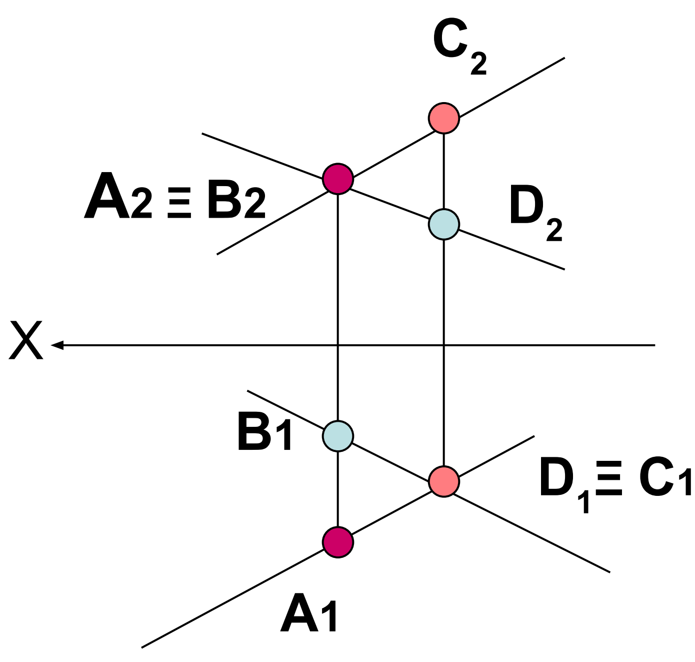
Видимость прямой определяют по конкурирующим точкам

Видимость прямых определяют по конкурирующим точкам - которые принадлежат скрещивающимся прямым.

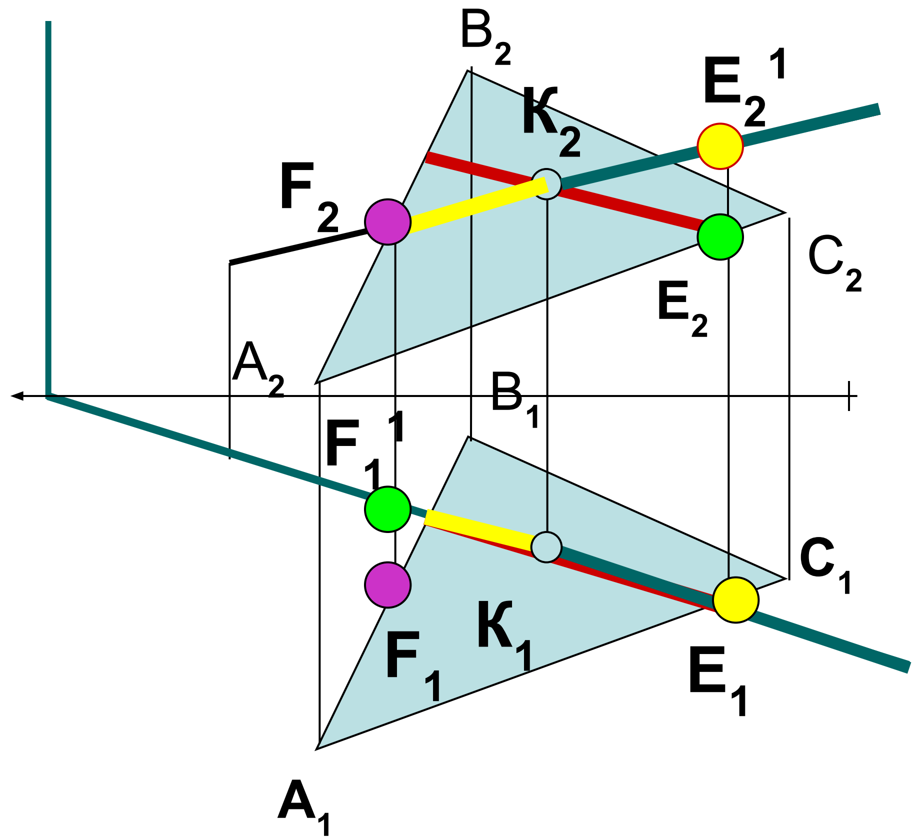
Конкурирующие точки располагаются дальше или ближе относительно плоскости $П_2$ (точки A и B), выше или ниже относительно плоскости $П_1$ (точки C и D).

На горизонтальной плоскости проекций видима точка C имеющая большую координату Z,

на фронтальной плоскости проекций видима точка A имеющая большую координату Y.



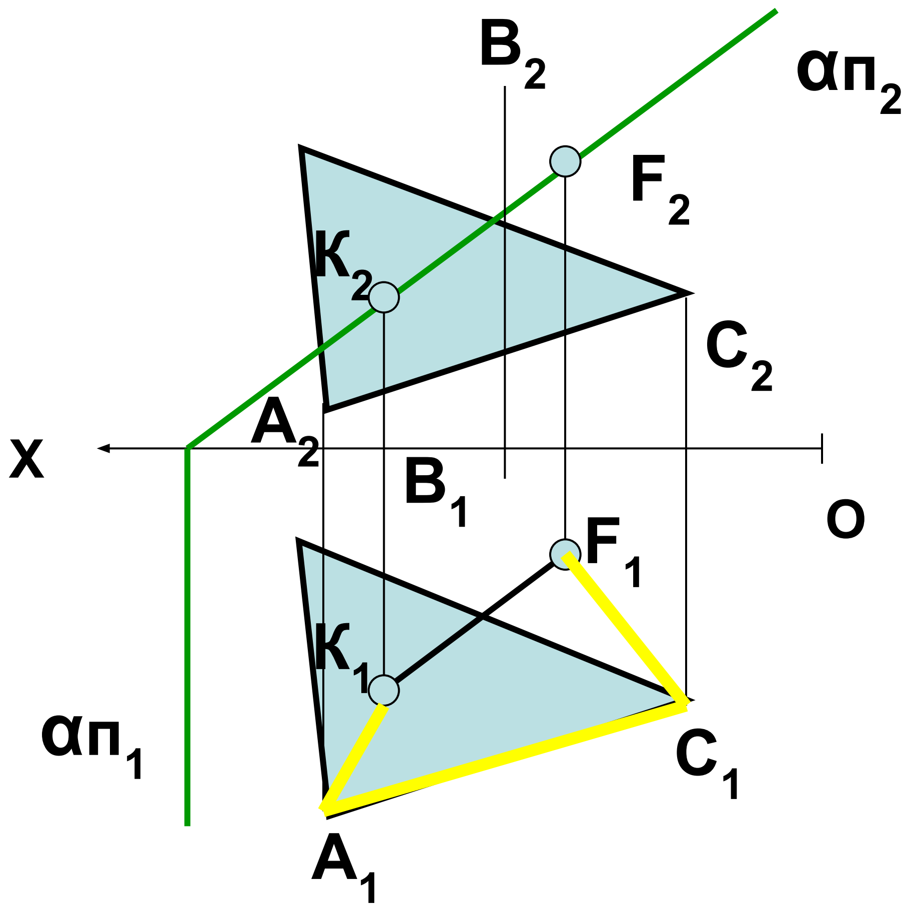
Определение видимости прямой



ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПЛОСКОСТИ

1. ПЛОСКОСТИ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ, ЕСЛИ У НИХ ЕСТЬ ДВЕ ОБЩИЕ ТОЧКИ

2. ПЛОСКОСТИ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ ПО ПРЯМОЙ ЛИНИИ, КОТОРАЯ ПРОХОДИТ ЧЕРЕЗ ДВЕ ОБЩИЕ ТОЧКИ ПЛОСКОСТЕЙ



- Линия пересечения фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения определя-ется по точкам пересечения сторон треугольника ΔАВС и фронтального следа плоскости α

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

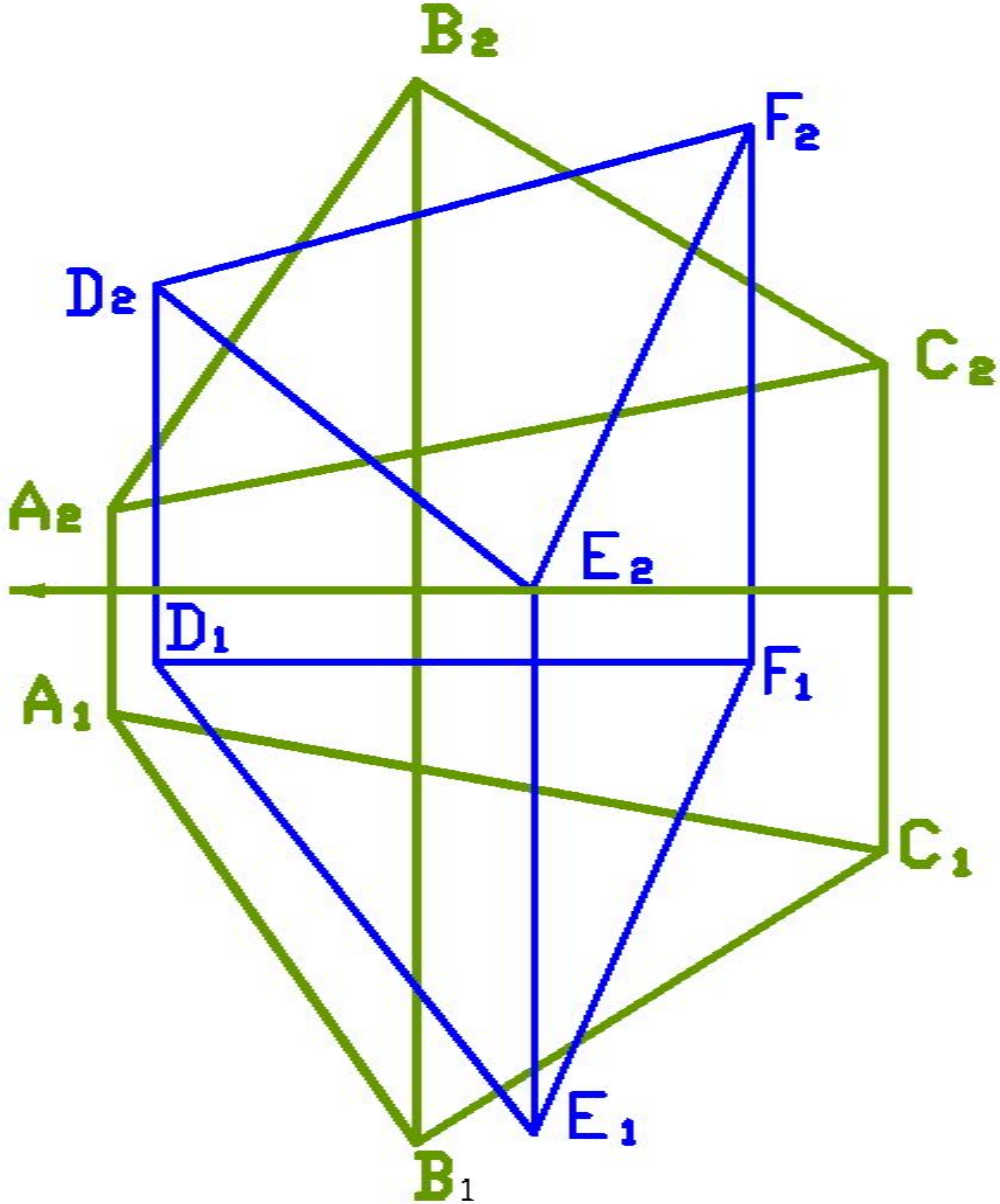
Для построения линии пересечения плоскостей достаточно определить две общие точки заданных плоскостей

Задача

Построить линию пересечения треугольников ΔABC и ΔDEF.

A(100, 20, 20), B(65, 70, 70), C(10, 30,25),

D(90, 10, 55), E(45, 70, 0), F(20, 10, 65)


B2
F2
D2
C2
A2
E2
D1
F1
A1
C1
E1
B1

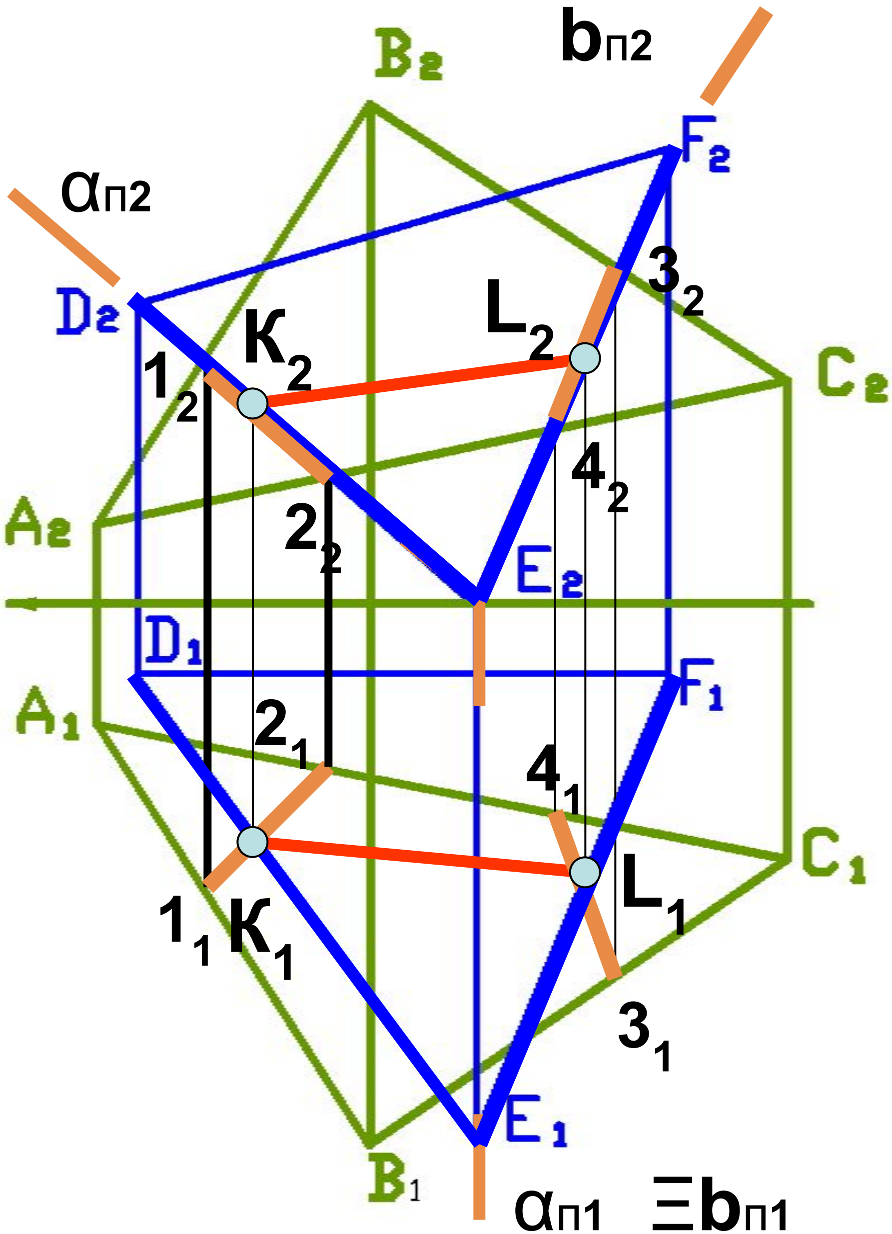
1. □ $ABC \cap DE = K$

DE □ □ $\perp \Pi_2$

2. □ $ABC \cap EF = L$

EF □ □ $\perp \Pi_2$

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ



1. □ABC ∩ α = 1-2

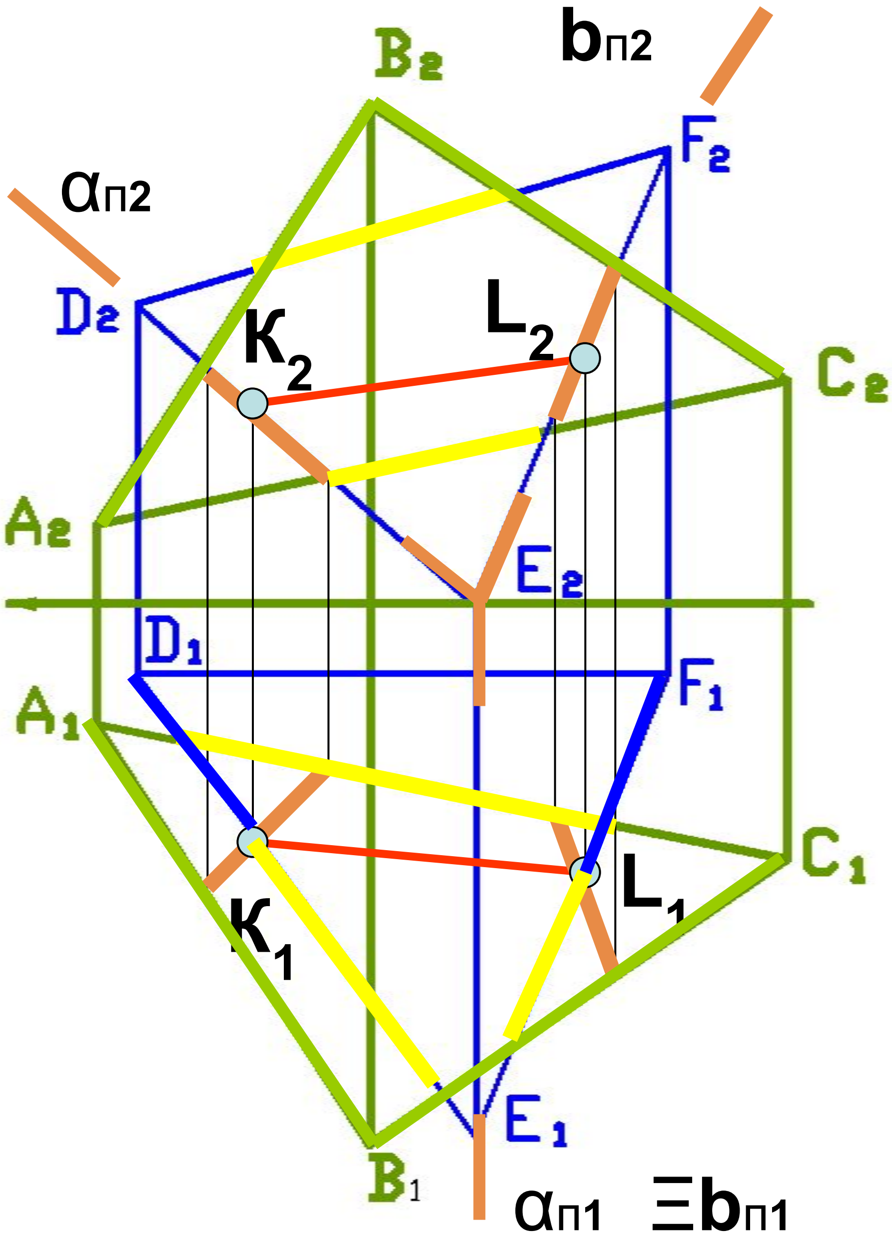
1-2 ∩ DE = K

3. □ABC ∩ β =

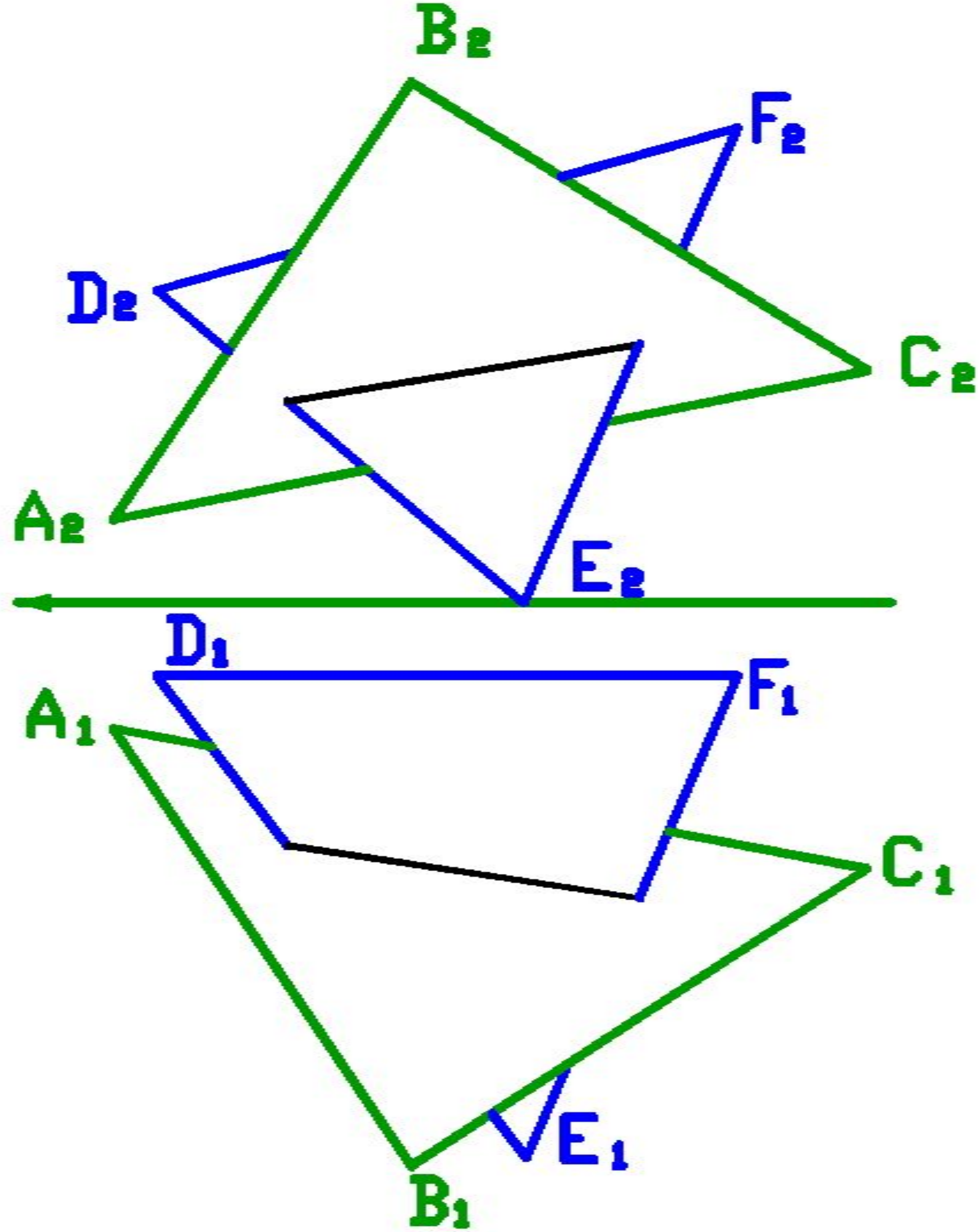
3-4 ∩ EF= L

3. Определим видимость треугольников.

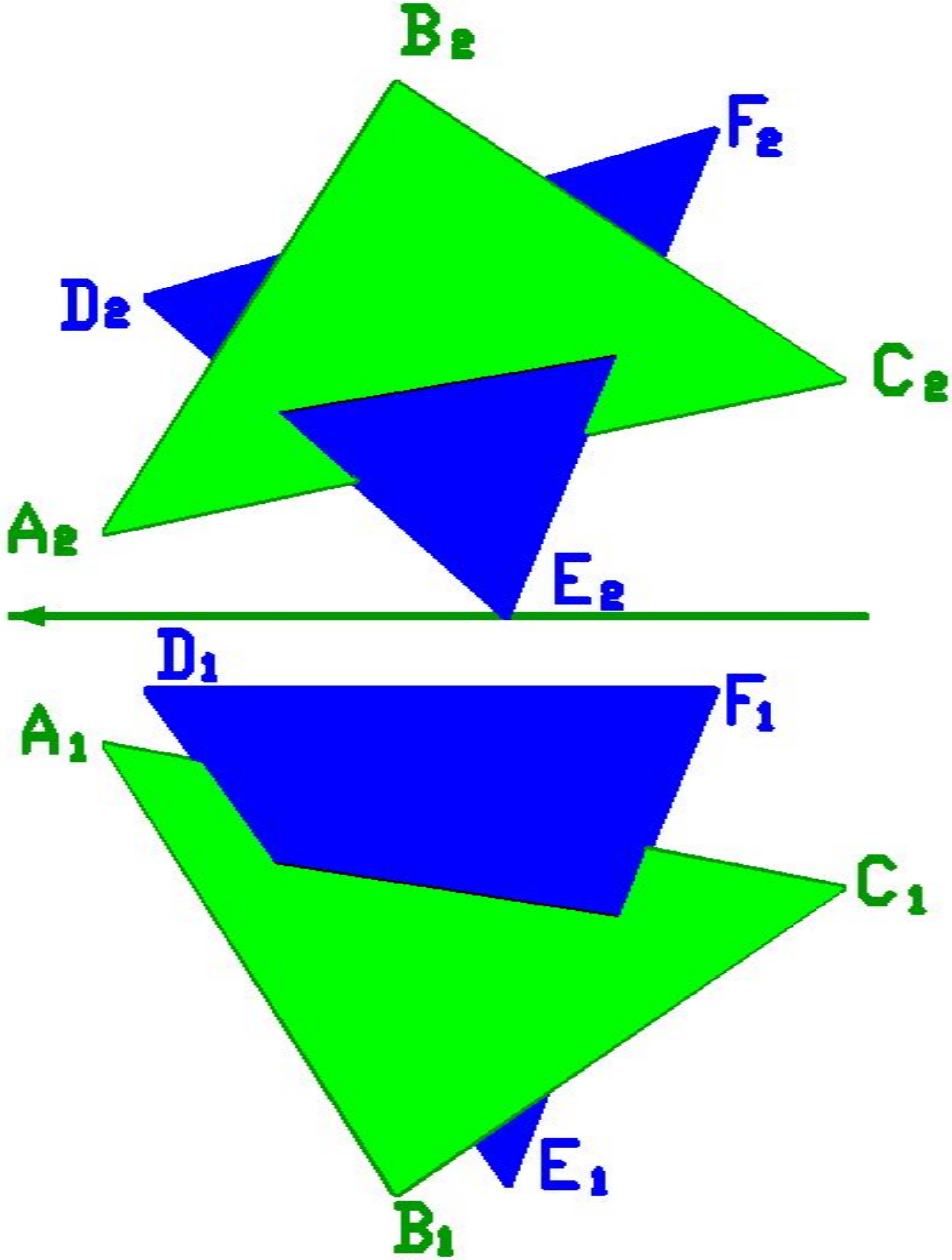
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДИМОСТИ СТОРОН ТРЕУГОЛЬНИКА



- Видимость определяем по конкурирующим точкам или визуально.
- Вершины треугольников В и F имеют большую координату Z (относит. других вершин).
- В и F видимы на $П_1$.
- Вершины В и Е имеют большую координату У (относит. других вершин).
- В и Е видимы на $П_2$.



B2
F2
D2
C2
A2
E2
D1
F1
A1
C1
E1
B1



B2
F2
D2
C2
A2
E2
D1
F1
A1
C1
E1
B1