Ғылыми жобаның мақсаты:

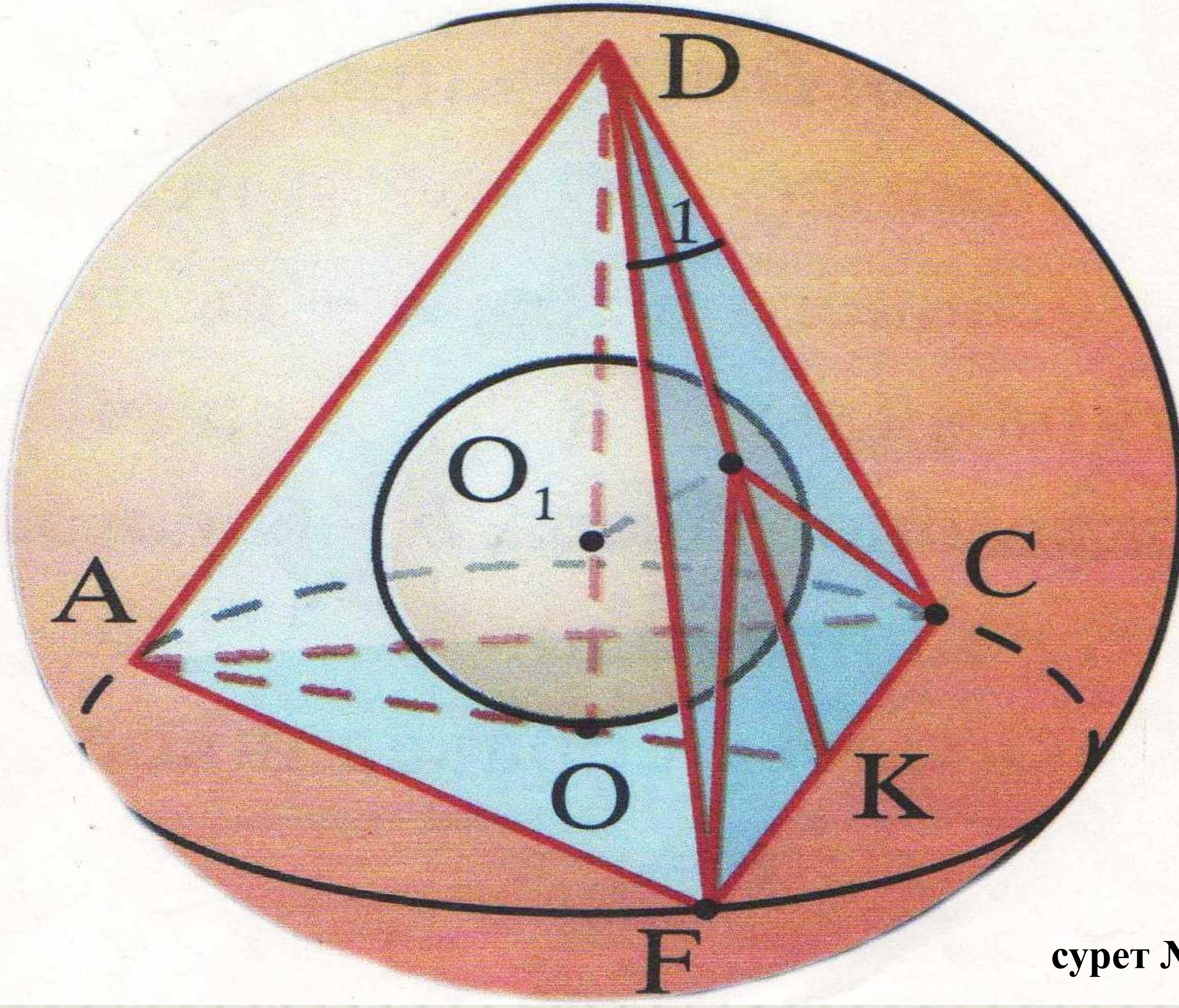
Шарға іштей және сырттай сызылған көпжақтар мен айналу денелеріне қатысты есептердің шығару жолдарын қарастыру, ҰБТ-ға дайындалушы оқушыларға көмек құралы ретінде ұсыну, зерттеу кезеңдері:

1. тақырыпты негіздеу, мақсаттары мен міндеттерін айқындау;
2. тақырыпқа байланысты теориялық жағдаяттарды жинақтау, әдебиеттерге шолу жасау, талдау;
3. есептердің түрлерін қарастыру;
4. алынған нәтижелер бойынша есептер;
5. жұмысты қорытындылау.

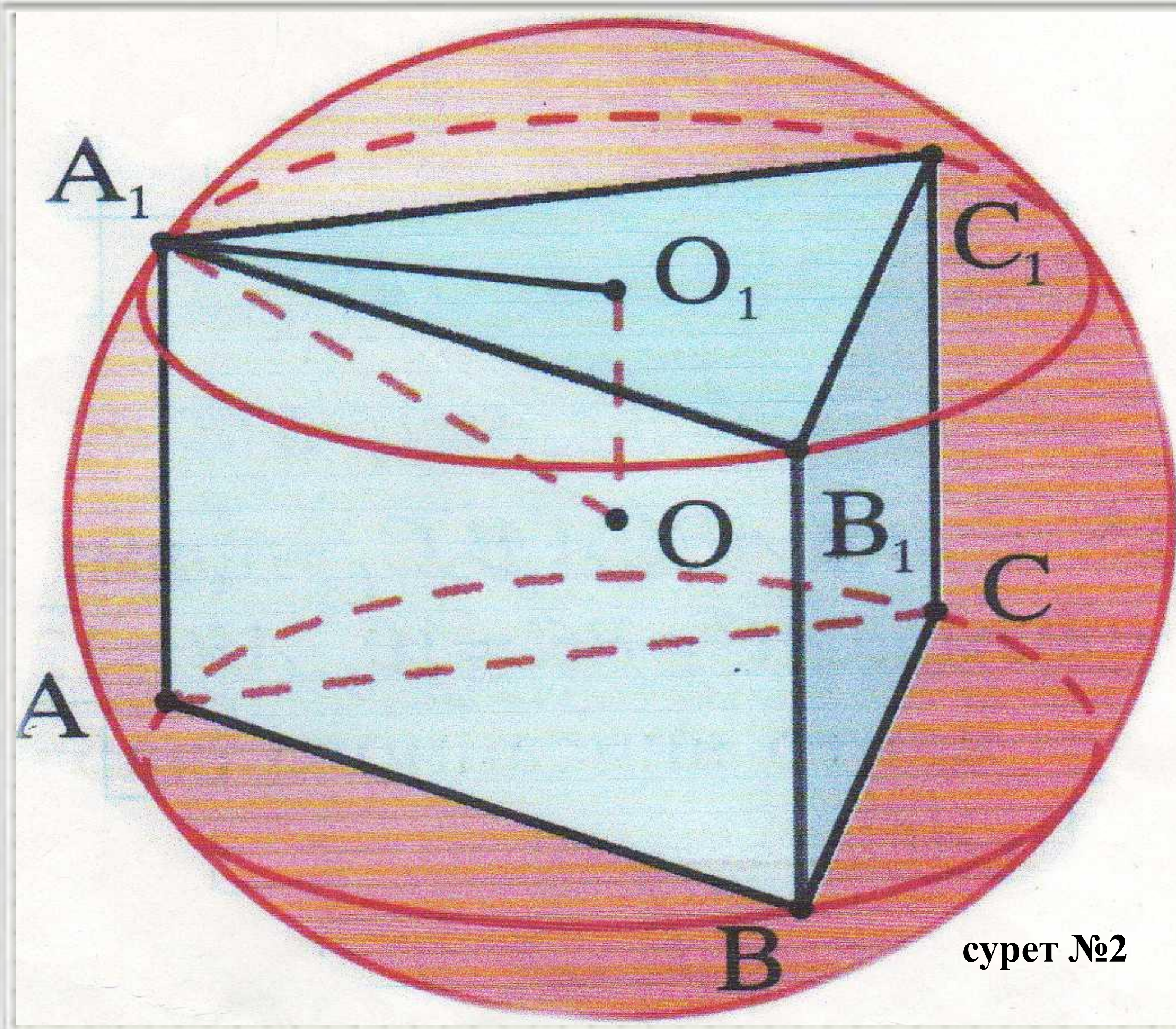
Зерттеудің жаңашылдығы:

Математика пәні бойынша ұлттық тестілеу орталығы құрған оқу-әдістемелік құралда кездесетін шарға іштей және сырттай сызылған көпжақтар мен айналу денелеріне арналған стреометрия есептерін шешу жолдары көрсетіледі.

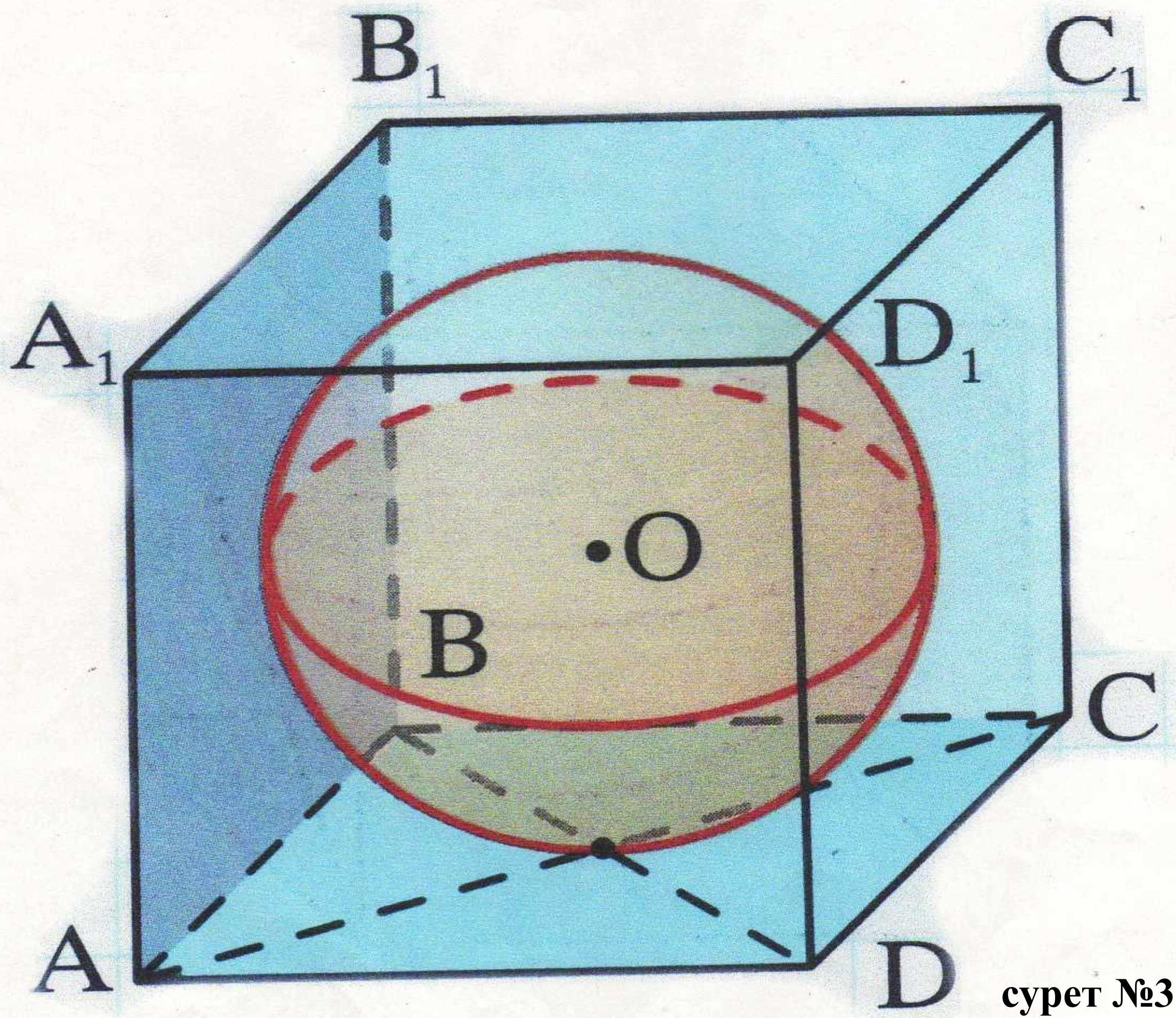
Шарға іштей және сырттай сызылған көпжақтар мен айналу денелері



сурет №1

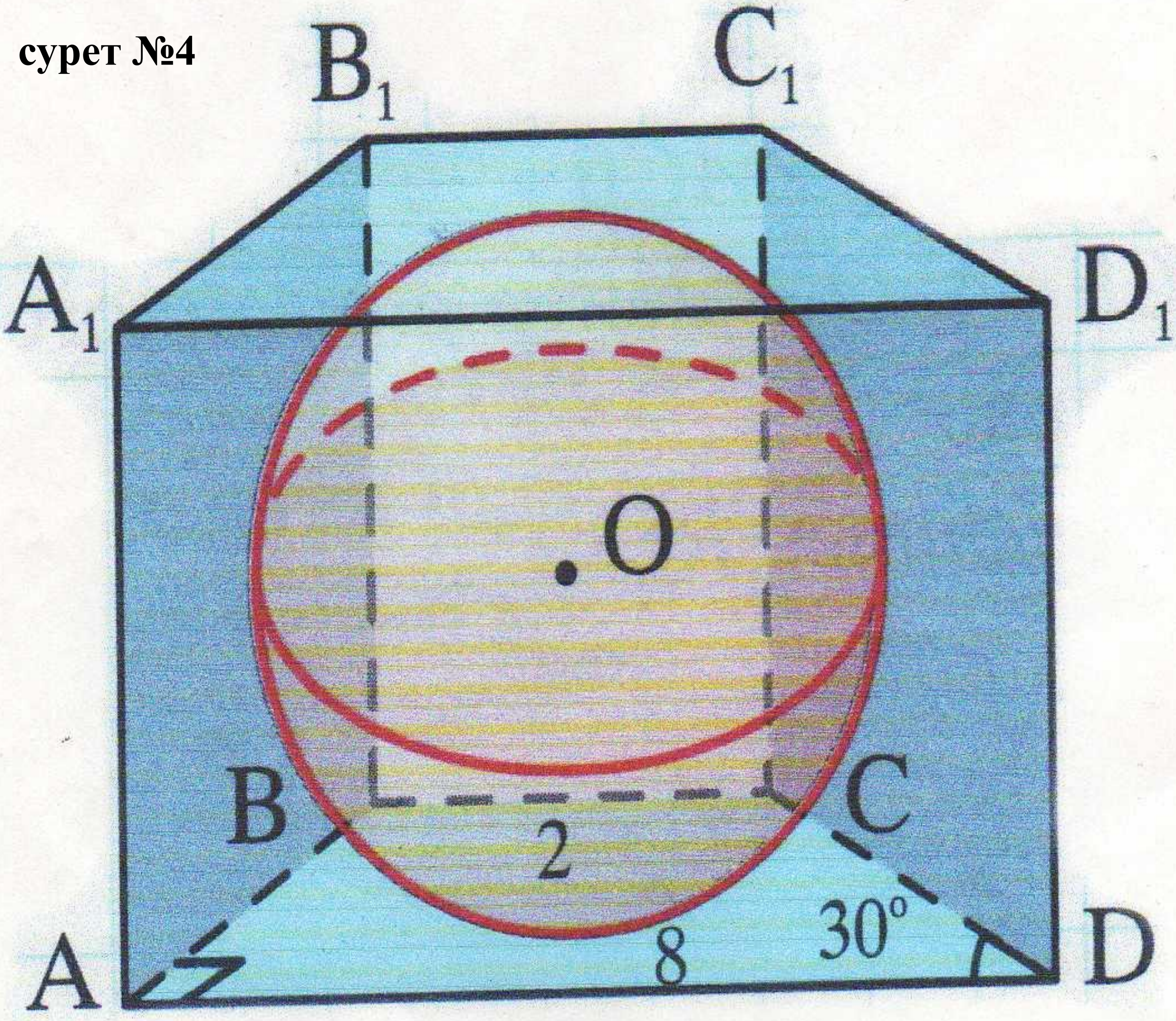


сурет №2



сурет №3

сурет №4



Шарға іштей және сырттай сызылған көпжақтар мен айналу денелері

Бізді қоршаған ортада, әсіресе геометриялық есептерді шығару кезінде, біз іштей және сырттай сызылған көпжақтарды:

- Шарға іштей сызылған призмалар, кубтар
- Кубқа, призмаға іштей сызылған шарлар
- Шарға іштей сызылған пирамидалар
- Пирамидаға іштей сызылған шар
- Айналу денелеріне іштей және сырттай сызылған шар және т. б. жиі кездестіреміз.

Осындай фигуралардың комбинацияларына құрылған 2009-2012 жылғы ұлттық бірыңғай тест есептерін жинақтап, шығару жолдарын бөліскім келді.

Шарға іштей сызылған жақтың анықтамасы:

-Егер көпжақтың барлық төбелері шардың бетінде жатса, онда көпжақ шарға іштей сызылған, ол шар көпжаққа сырттай сызылған деп аталады.

Шарға сырттай сызылған көпжақтың анықтамасы:

-Егер көпжақтың барлық жақтары шар бетімен жанасса, онда мұндай көпжақ шарға сырттай сызылған, ал шар көпжаққа іштей сызылған деп аталады.

-Шардың центрі көпжақтың барлық жақтарынан бірдей қашықтықта орналасқан;

-Шардың радиусы жанасу нүктесіне перпендикуляр түседі.

Формулалар

1. $C = 2\pi R$ шеңбер ұзындығы
2. $S = \pi R^2$ дөңгелектің ауданы
3. $S = 4\pi R^2$ шар бетінің ауданы
4. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ шар көлемі
5. Дұрыс көпбұрышқа сырттай, іштей сызылған шеңбер радиусы.

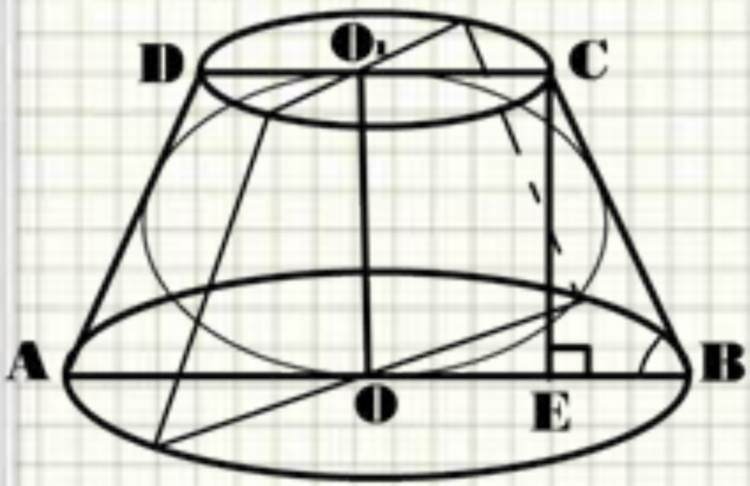
n = 3	$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$	$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
n = 4	$R = \frac{a}{\sqrt{2}}$	2
n = 6	$R = a$	

Жасаушысы 10 см және табан жазықтығымен 45^0 жасайтын қиық конусқа іштей сызылған шардың көлемін тап.

Берілгені: *қиық конусқа іштей сызылған шар*

$BC=10$см жасаушысы, $\angle B=45^0$

Табу керек: $V_{шар}=?$



Шешуі: $2R_{шар}=00_1=CE$ *конус биіктігі*

ΔCEB: $\angle B=45^0$ *болғандықтан*

$CE=BE$, *олай болса* $CE^2+BE^2=BC^2$

$2CE^2=BC^2$

$2CE^2=10^2$

$CE^2=\frac{100}{2}=50$

$CE=\sqrt{2\cdot 25}=5\sqrt{2}$

$CE=2R$

$R=\frac{CE}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

$$V=\frac{4}{3}\pi\cdot\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{4}{3}\pi\cdot\frac{125\cdot 2\sqrt{2}}{8}$$

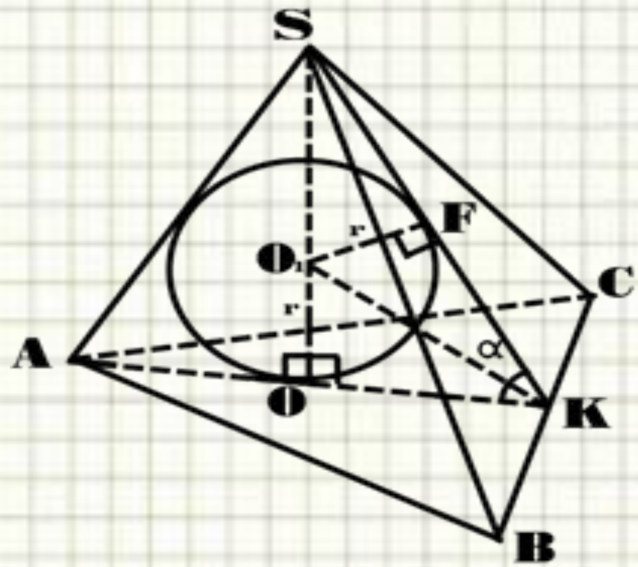
$$=\frac{125\sqrt{2}}{3}\pi$$

Жауабы:

Үшбұрышты дұрыс пирамиданың екіжақты бұрышы α, оған іштей сызылған шардың көлемі V болса пирамида көлемін табыңыз.

Берілгені: *үшбұрышты дұрыс пирамидаға іштей сызылған шар α-екі жақты бұрыш, шардың көлемі V*

Табу керек: $V_{пирамида}=?$



Шешуі: $V_{пир} = \frac{1}{3} S_{таб} \cdot h$

ΔABC табаны – тең қабырғалы үшбұрыш

$S_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ /a-?/

OO_1 және O_1F – іштей сызылған шар радиусы, осыдан

$R^3 = \frac{3V_{шар}}{4\pi}$; $AK \perp BC$, $SK \perp BC$, $\angle AKS=\alpha$, O_1K-,биссектриса

$(\Delta OO_1K=\Delta O_1FK)$ $\angle OKO_1 = O_1KF = \frac{\alpha}{2}$

ΔABC – тең қабырғалы үшбұрышты болғандықтан

$n=3$ $OK=r=\frac{a}{2\sqrt{3}}$

ΔOO_1K – тік бұрышты Δ болғандықтан $tg\frac{\propto}{2} = \frac{R_{шар}}{OK}$, $OK=\frac{R_{шар}}{tg/2}$

ендеше $\frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{R_{шар}}{tg\propto/2}, a = \frac{2\sqrt{3}R_{шар}}{tg\propto/2}$

Ендеше $h=SO$-ы іздейік

ΔSOK-тік бұрышты үшбұрышынан: $tg\propto = \frac{SO}{OK}$,

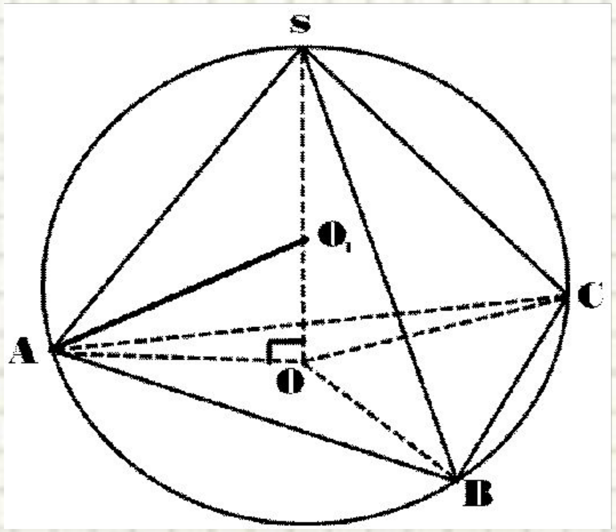
$SO = OK \cdot tg\propto = \frac{a}{2\sqrt{3}} \cdot tg\propto$; $SO = \frac{\frac{2\sqrt{3}R_{шар}}{tg\alpha/2}}{2\sqrt{3}} \cdot tg\alpha = \frac{R_{шар}}{tg\alpha/2} \cdot t\alpha$

$$V_{пир} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot SO = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{2\sqrt{3}R_{шар}}{tg\propto/2} \cdot \frac{R_{шар} \cdot tg\propto}{tg\propto/2} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{12}{tg^3\propto/2} R^3{}_{шар} tg\propto = \frac{\sqrt{3}tg\propto}{tg^3\propto/2} \cdot \frac{3V_{шар}}{4\pi}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} tg\propto \cdot ctg^3\propto/2 \cdot V_{шар}$$

Жауабы: $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi} tg\alpha \cdot ctg^3\alpha/2 \cdot V_{шар}$

1) Үшбұрышты дұрыс пирамиданың табан қабырғасының ұзындығы 9 см, пирамида биіктігі 10 см. Пирамидаға сырттай сызылған шар радиусын тап.



Берілгені: *үшбұрыщты дұрыс пирамида*

AB=9 см SO=10см

Табу керек: $R_{шар}$-?

Шешуі: ΔABC *табаны – тең қабырғалы үшбұрыш, себебі дұрыс пирамида*

n=3 $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$, *болғандықтан*

$AO = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$;

$SO_1 = R_{шар}$, $OO_1 = SO - R_{шар} 10 - R_{шар}$

ΔAOO_1 *– тік бұрышты үшбұрышынан*

$AO_1^2 = AO^2 + OO_1^2$

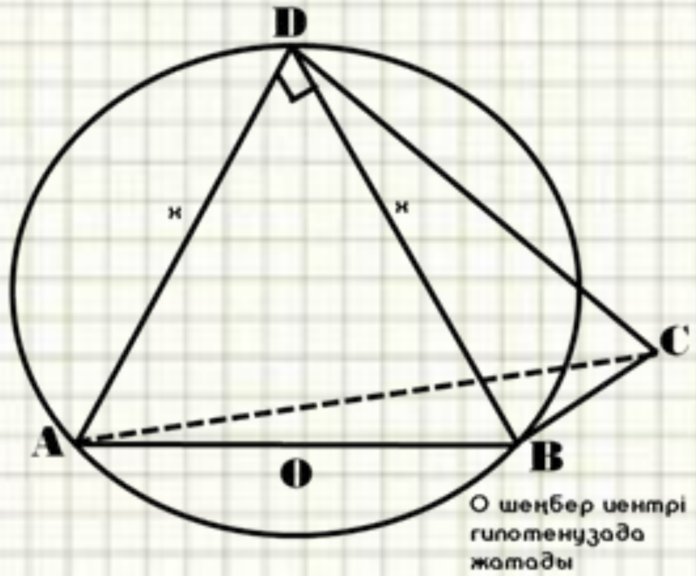
$R_{шар}^2 = 27 + 100 - 20R_{шар} + R_{шар}^2$

$20R_{шар} = 127$

$R_{шар} = \frac{127}{20} = 6{,}35$

Жауабы: *6,35 см*

1) Үшбұрышты дұрыс пирамиданың төбесіндегі жазық бұрышы 90° тең. Бүйір бетінің ауданы 192 $см^2$ тең. Пирамиданың бүйір жағына сырттай сызылған шеңбер радиусын тап.



Берілгені: *дұрыс үшбұрышты пирамида* $S_{б.б}=192см^2$

$\angle ADB=90^\circ$

Табу керек: *R=? (бүйір бетіне сырттай сызылған шеңбер радиусы)*

Шешуі: $S_{1.б} = \frac{192}{3} = 64$

1) $S(ADB) = \frac{1}{2} AD \cdot DB$

$64 \cdot 2 = x \cdot x$

$x^2 = 2 \cdot 64$

$x = 8\sqrt{2}$

2) ΔADB – тік бұрышты үшбұрыш

$AB^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$

$AB^2 = 2 \cdot 2 \cdot 64 = 4 \cdot 64$

$AB = 2 \cdot 8 = 16$

AB – гипотенуза , ендеше $R = \frac{AB}{2} = \frac{16}{2} = 8$

Жауабы: *R=8 см*

Қорытынды

Жұмысты орындау барысында шарға іштей және сырттай сызылған көпжақтар мен айналу денелеріне арналған есептердің бірнеше түрлерінің шешу тәсілдерін қарастырдым. Соңғы жылдардағы ұлттық біріңғай тест оқу - әдістемелік құралдарында жиі кездесіп жүрген осындай фигуралар комбинациасына құрылған есептер менің және сынаптас достарымның қызығушылығын тудырды. Сондықтан шар және сфера, көпжақтар және айналу денелерінің қасиеттерін зерттеп, есеп жаттығулар орындау барысында оны қолдана білуді мақсат еттім.

Бірнеше есептердің шешу жолдарын көрсетіп, осыған уқсас жаттығулар тізімін дұрыс жауабымен көрсетуге тырыстым. Жинақталған мәліметтер бойынша есептердің схемалық суреттері салынып, моделі жасалды.

Ғылыми жоба жұмыстарын орындау барысында математикалық есептеу жұмыстары, модельдеу, талдау сияқты жалпы ғылыми әдістер қолдандым. Бұл әдістердің сипаттамалары зерттеуде қолданылды.

Бұл жұмысты талапкер ҰБТ мен кешенді тестілеуге дайындалуына көмек құралы ретінде пайдалануға болады.

Әдебиеттер:

1. *Геометрия 11* — *Л.С. Атоносян*
2. *Пособие для подготовки к единому ноционольному тестировонию по математи* — *И.П.Рустюмова, Т.А.Кузнецова, С.Т.Рустюмова*
3. *Тест – 2009*
   Тест – 2010
   Тест – 2011
   Тест – 2012
   Тест – 2013
4. *Журанал Репетитор* — *№1 2008*