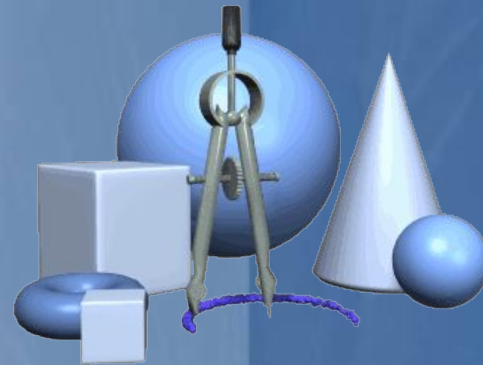
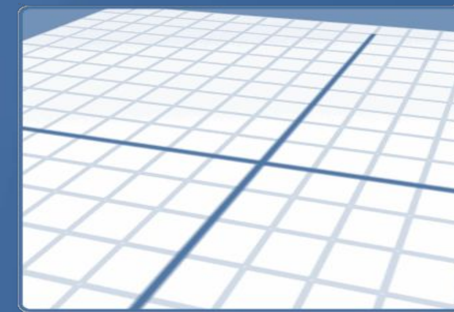




Понятие конуса. Площадь поверхности конуса. Усеченный конус

Основные вопросы:

- **Определение конической поверхности. Понятие конуса и его элементов.**
- **Площадь поверхности конуса.**
- **Понятие усеченного конуса. Площадь боковой поверхности усеченного конуса.**
- **Сечение конуса плоскостями (*осевое, круговое*).**
- **Решение задач**

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

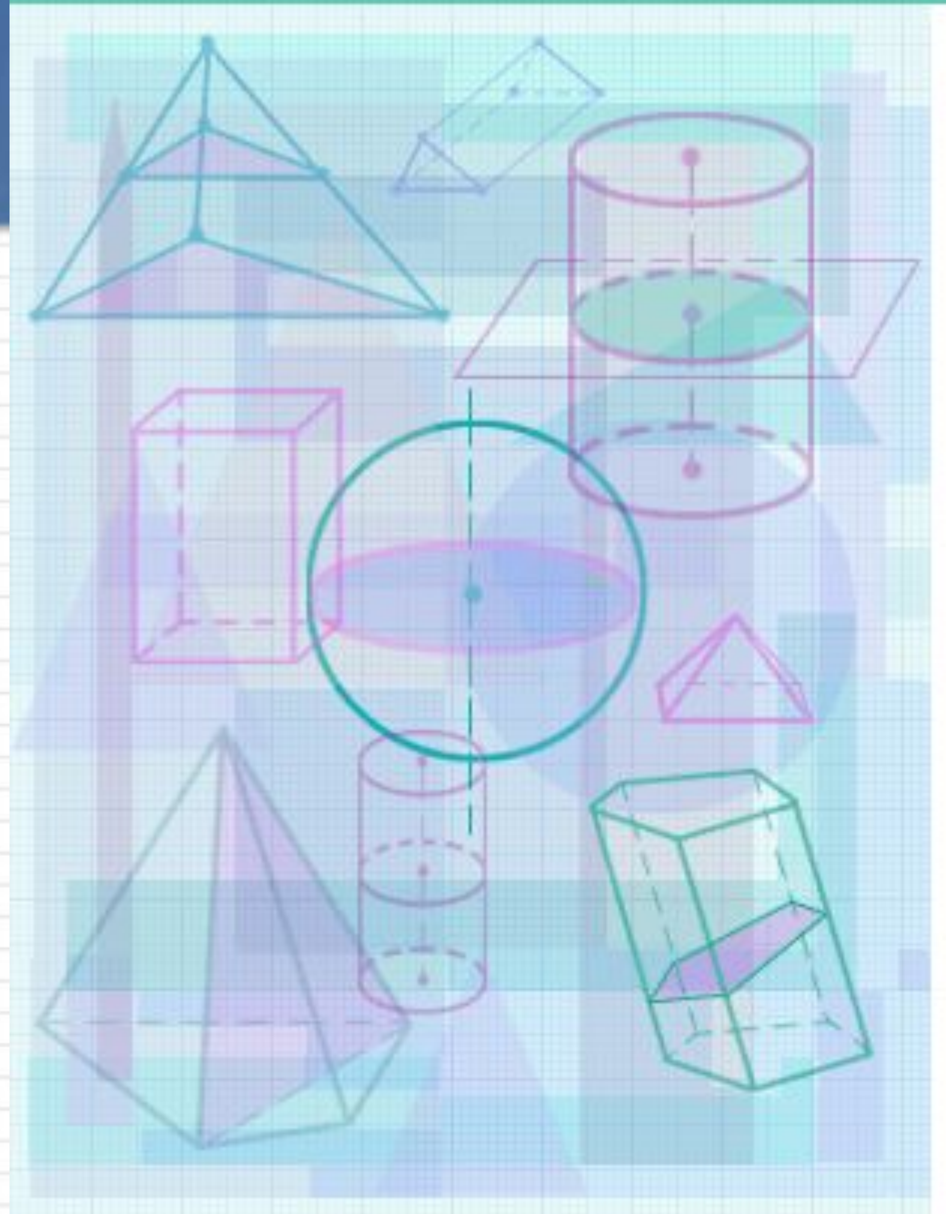
ЦИЛИНДР

КОНУС

ШАР

УСЕЧЕННЫЙ КОНУС

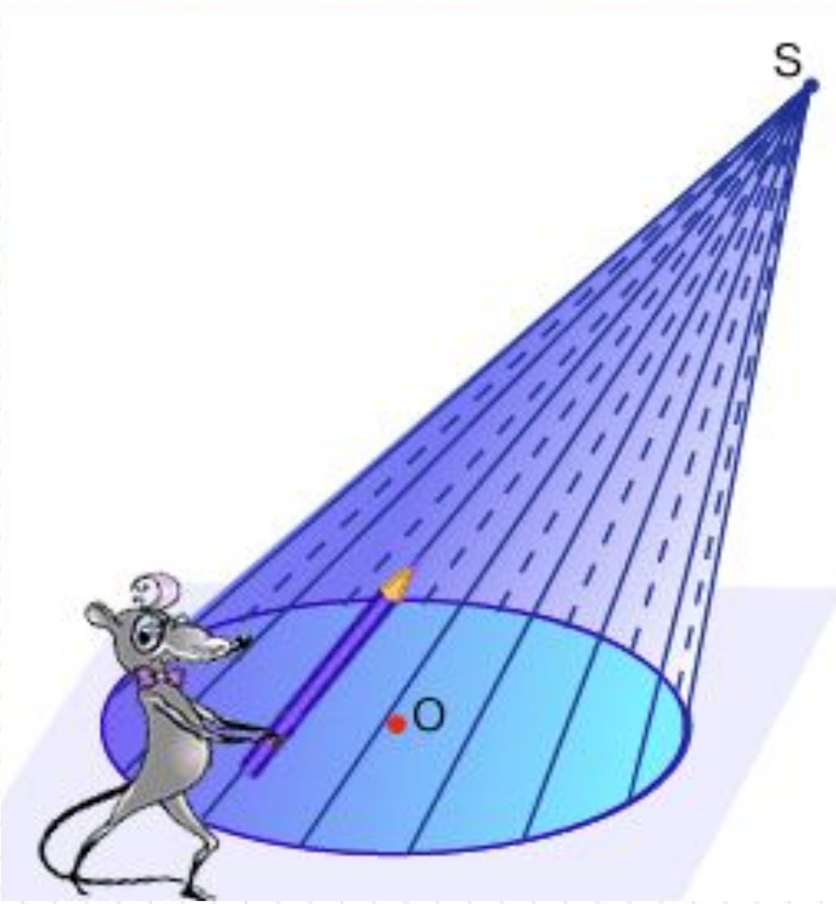
Определение конуса.



КОНУ
С

Латинское слово «conus» заимствовано из греческого языка (konos - втулка, сосновая шишка)…

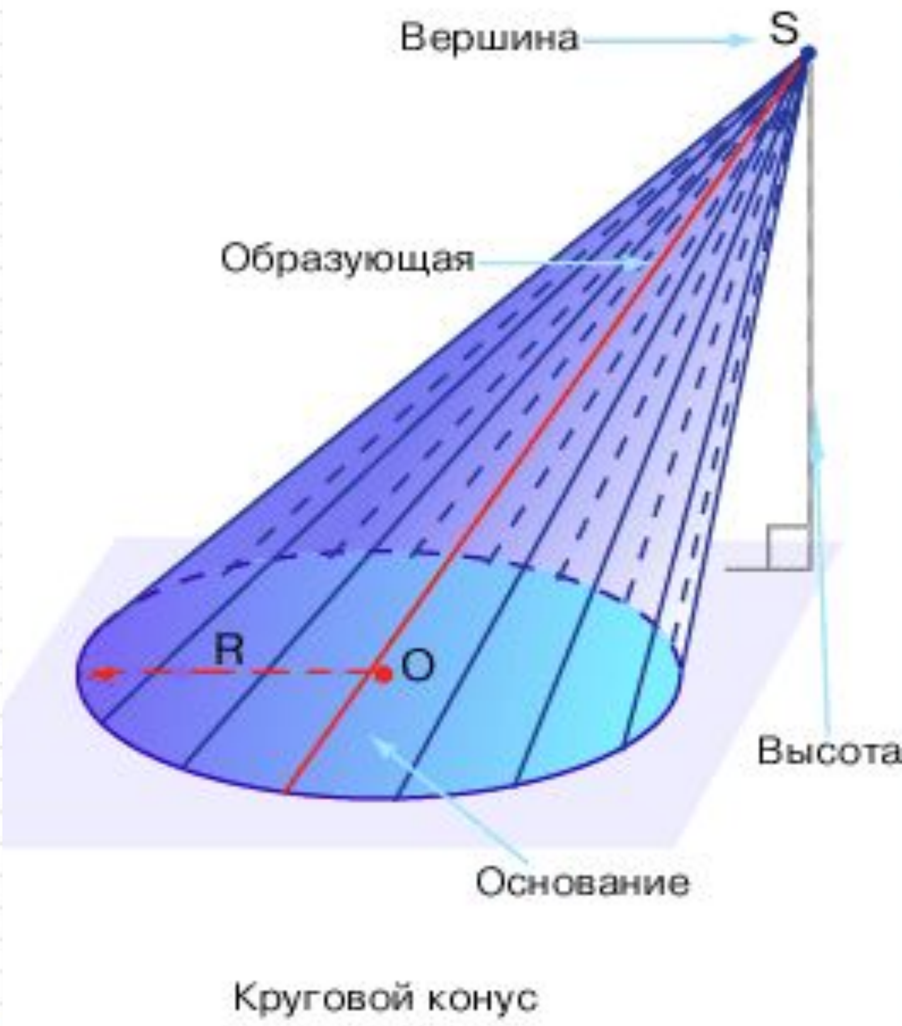
Круговым конусом



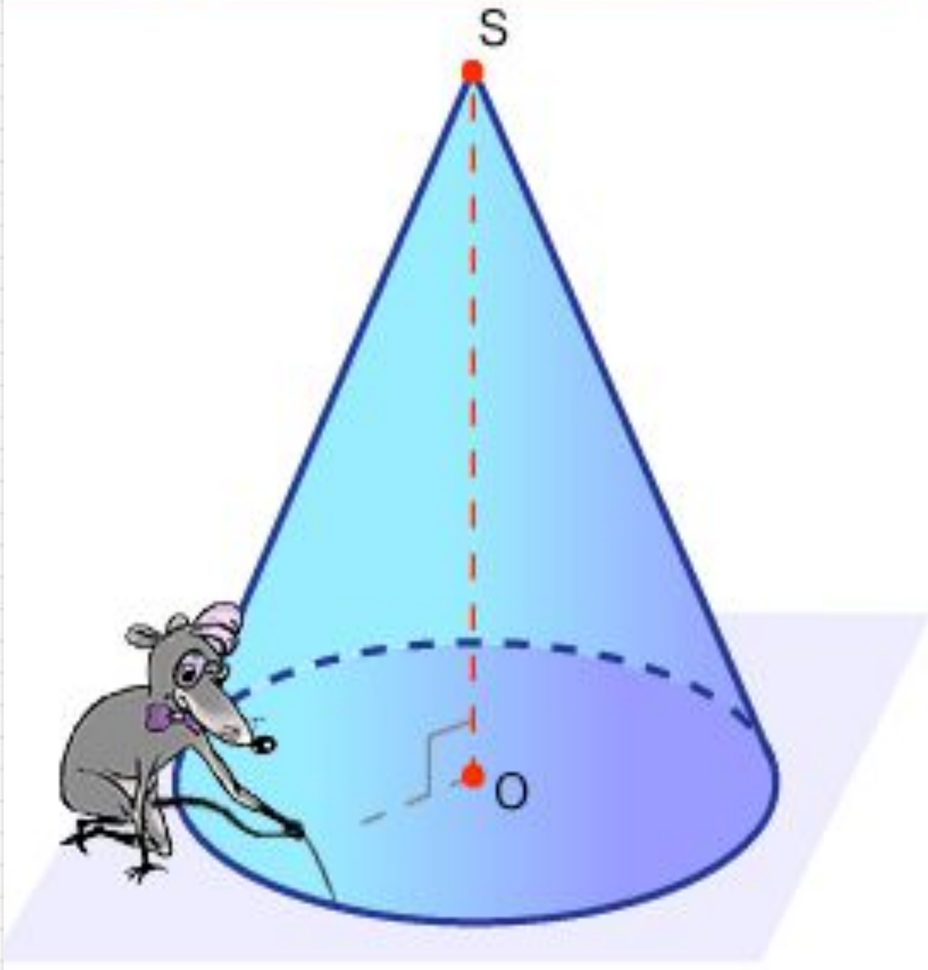
называется тело ограниченное ***кругом*** – основанием конуса, и ***конической поверхностью***, образованной отрезками, соединяющими точку, вершину конуса, со всеми точками окружности, ограничивающей основание конуса.

Элементы конуса.

- ***Коническая поверхность*** *называется* ***боковой поверхностью конуса****, а* ***круг*** – ***основанием конуса***.
- ***Высотой конуса*** называется ***перпендикуляр***, опущенный из вершины конуса на его основание.
- ***Образующая конуса*** – отрезок соединяющий вершину конуса с границей основания

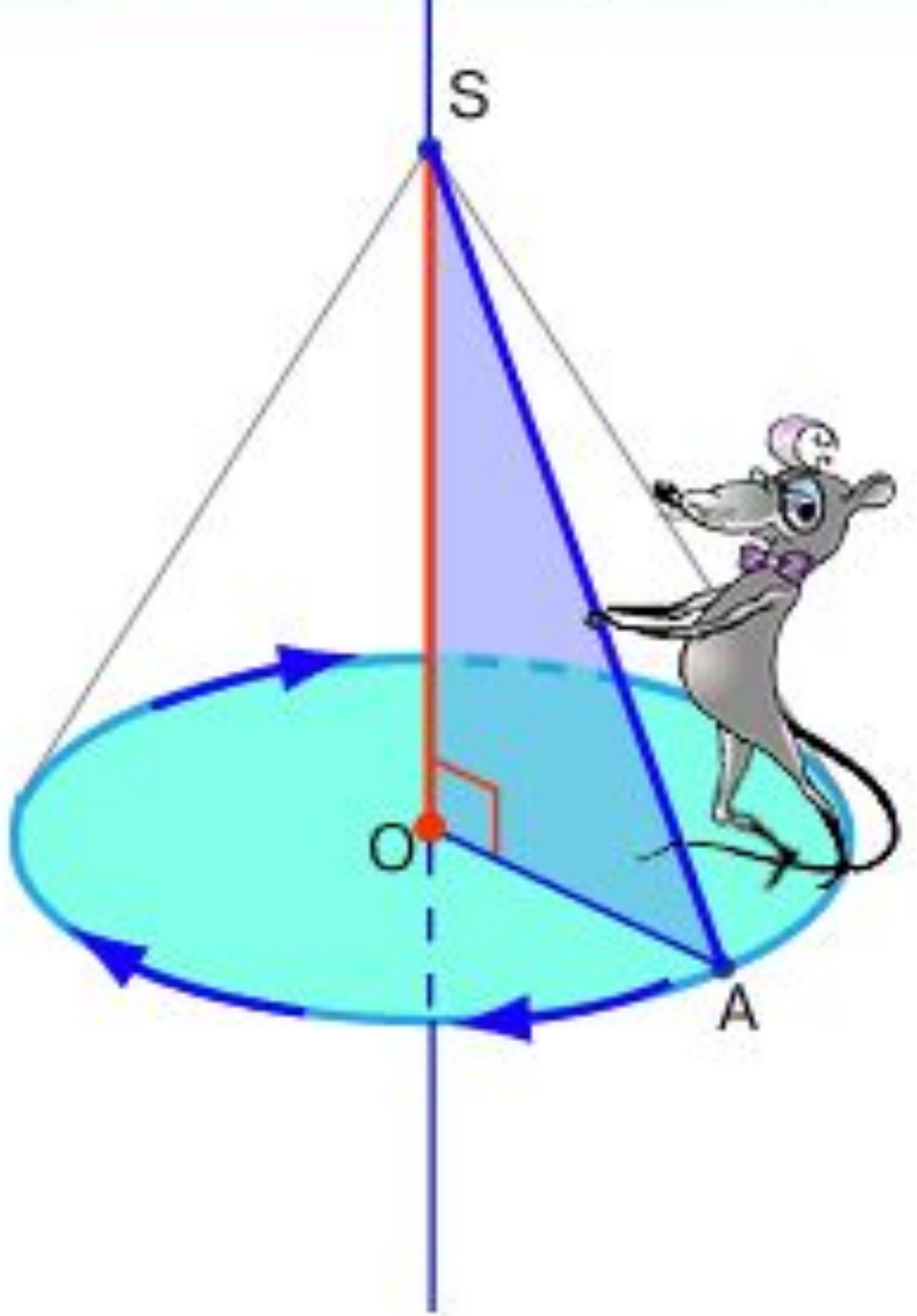


Прямой круговой конус.

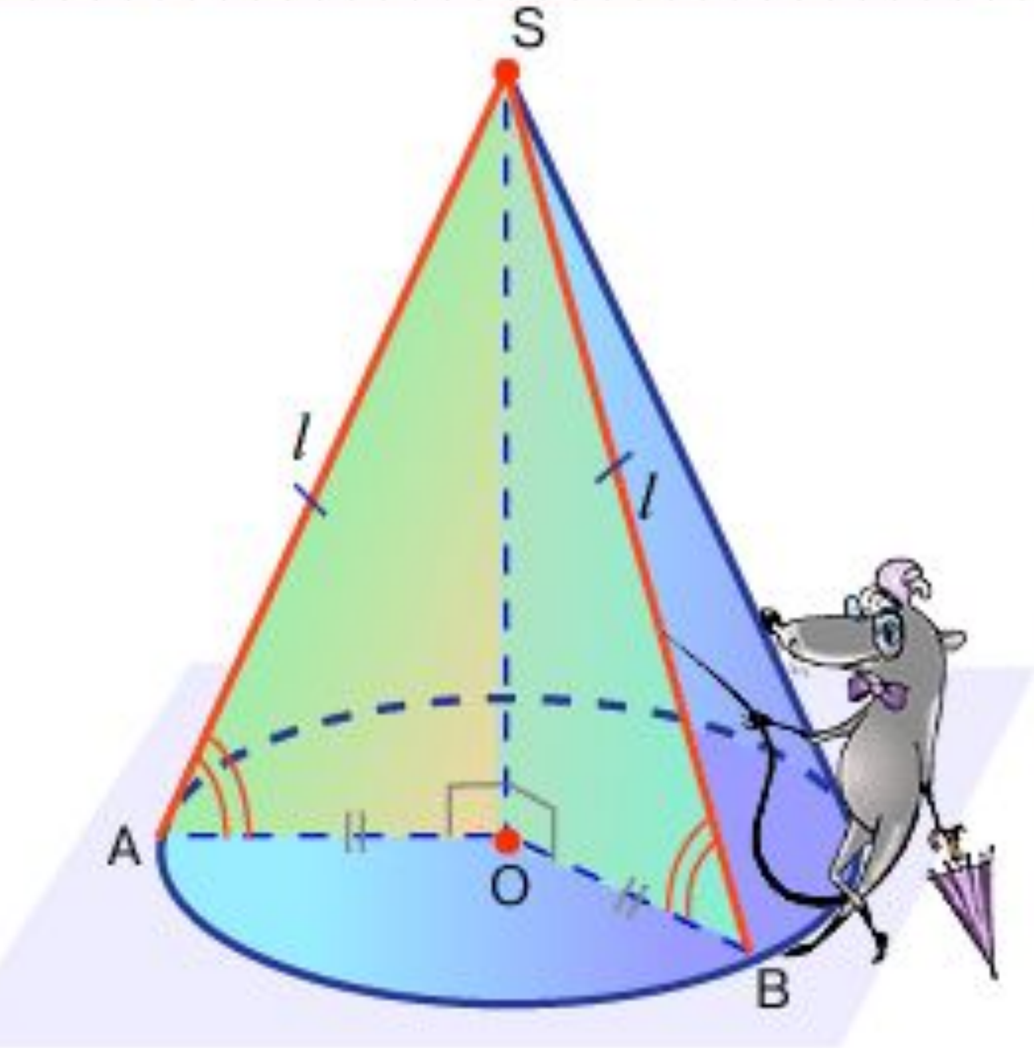


*Круговой конус называется **прямым**, если его **высота** попадает в **центр круга**, и **перпендикулярна** плоскости основания.*

- ***Конус можно получить, вращая прямоугольный треугольник вокруг одного из катетов.***
- ***При этом осью вращения будет прямая, содержащая высоту конуса. Эта прямая так и называется – осью конуса.***



Все образующие конуса равны между собой и составляют один угол с основанием.



$$\Delta SOA = \Delta SOB$$

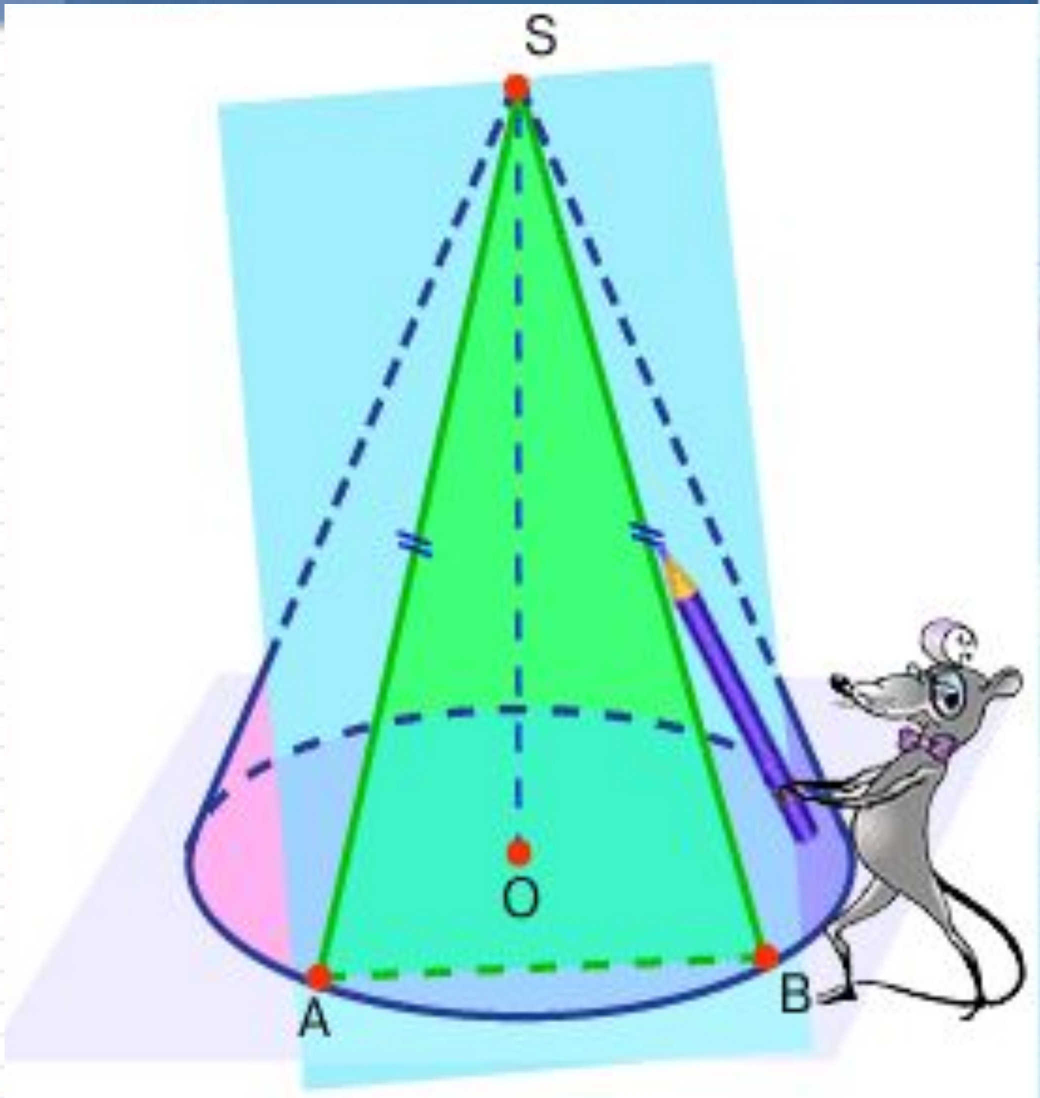
$$SA = SB = l$$

$$\Downarrow$$

$$\angle SAO = \angle SBO$$

Сечения конуса.

- ***Если через вершину конуса провести плоскость, пересекающую основание, то в сечении получится равнобедренный треугольник.***



Сечения конуса.

- ***Сечение конуса, проходящее через ось, называется осевым.***
- ***В основании осевого сечения лежит диаметр – максимальная хорда, поэтому угол при вершине осевого сечения – это максимальный угол между образующими конуса. (Угол при вершине конуса).***

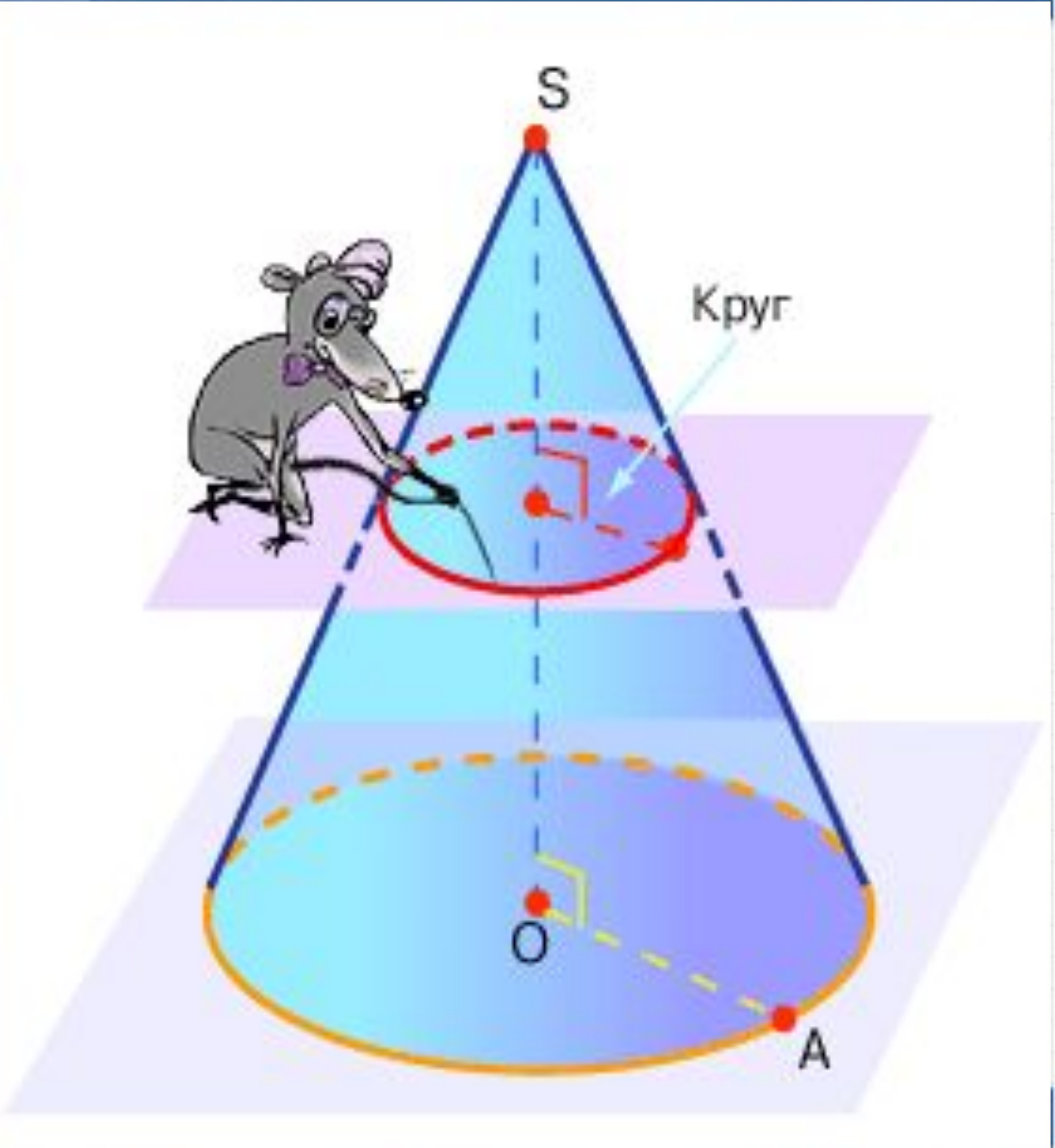
$$\Delta SKL - \text{осевое сечение}$$

$$KL = 2R - \text{диаметр}$$

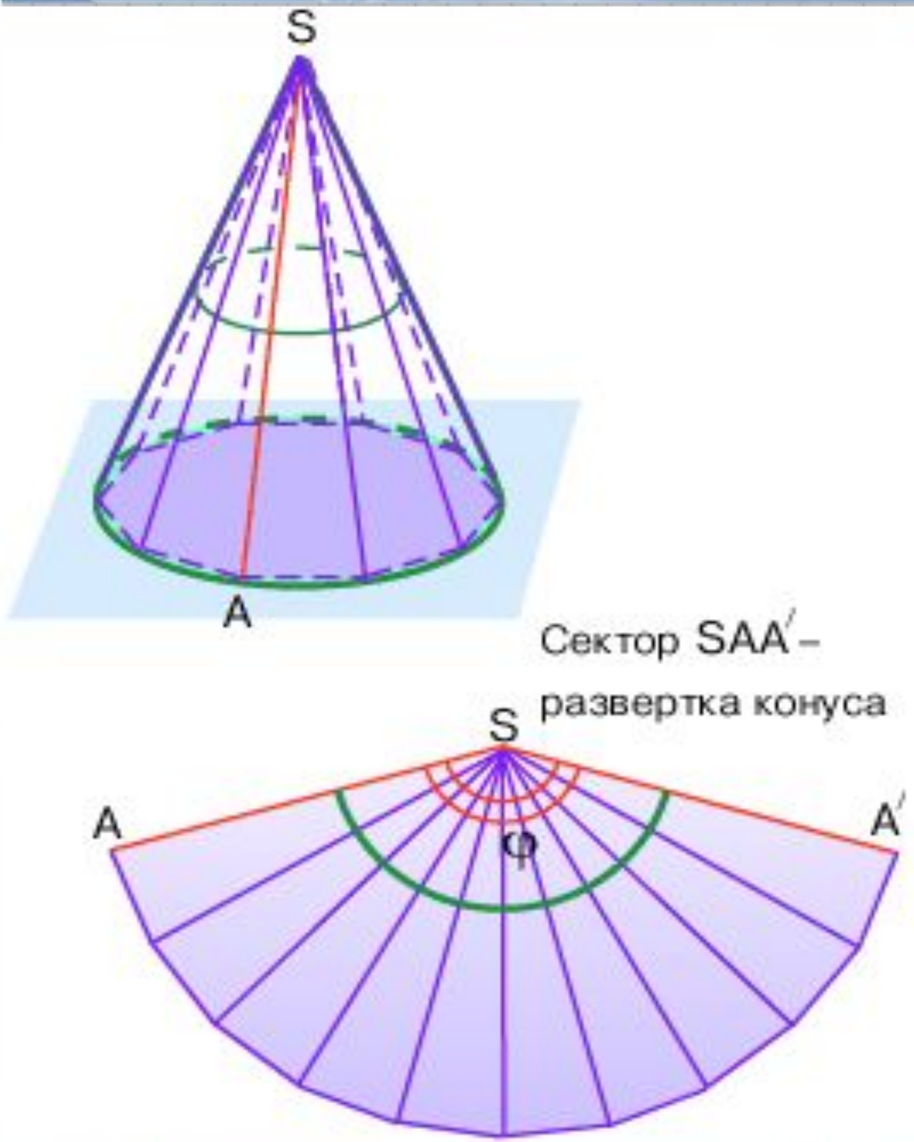
$$\angle KSL = 2\alpha - \text{угол при вершине конуса.}$$

Сечения конуса.

- ***Любое сечение конуса плоскостью, параллельной основанию, - это [круг](#).***



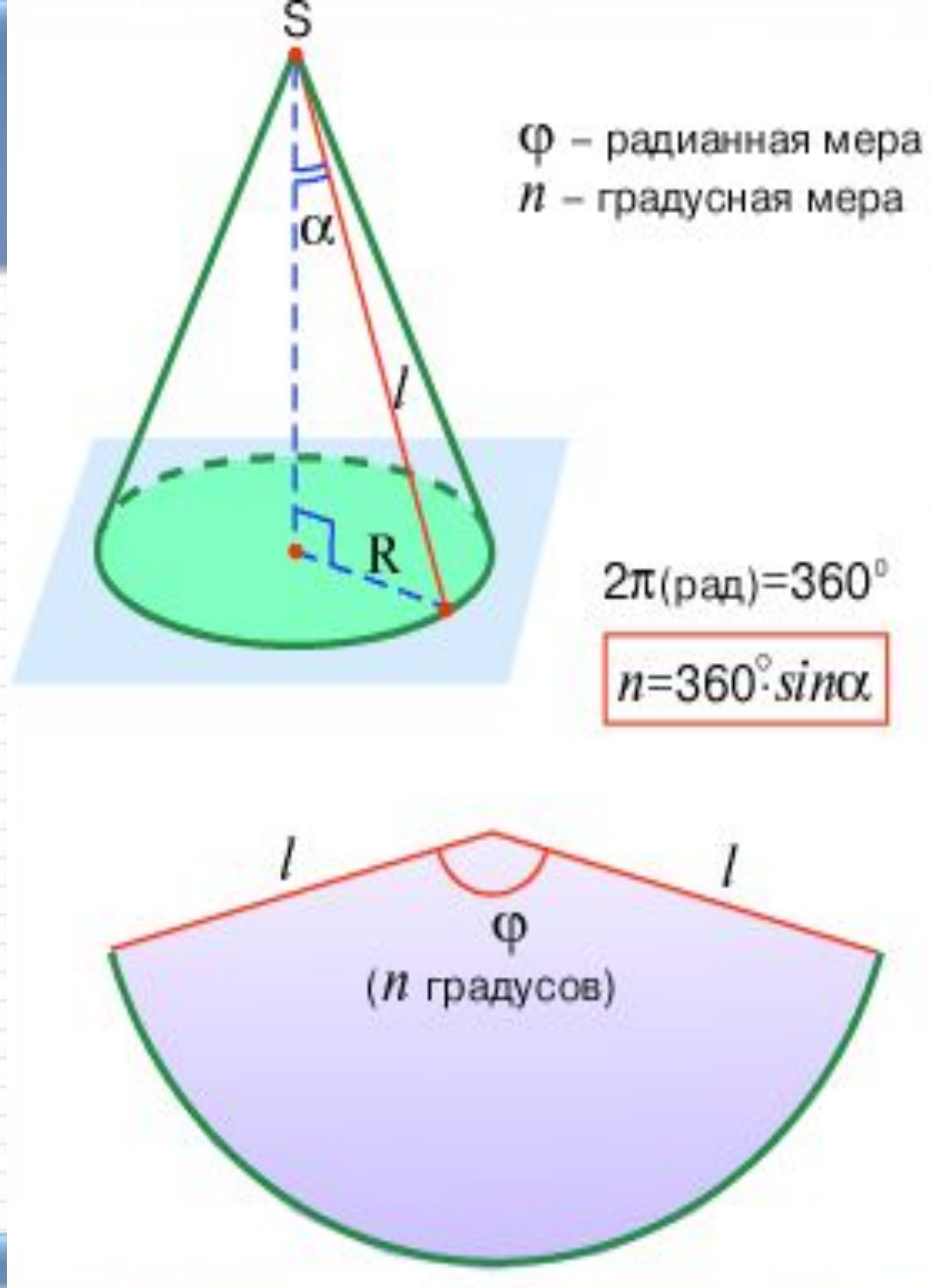
Развертка конуса.



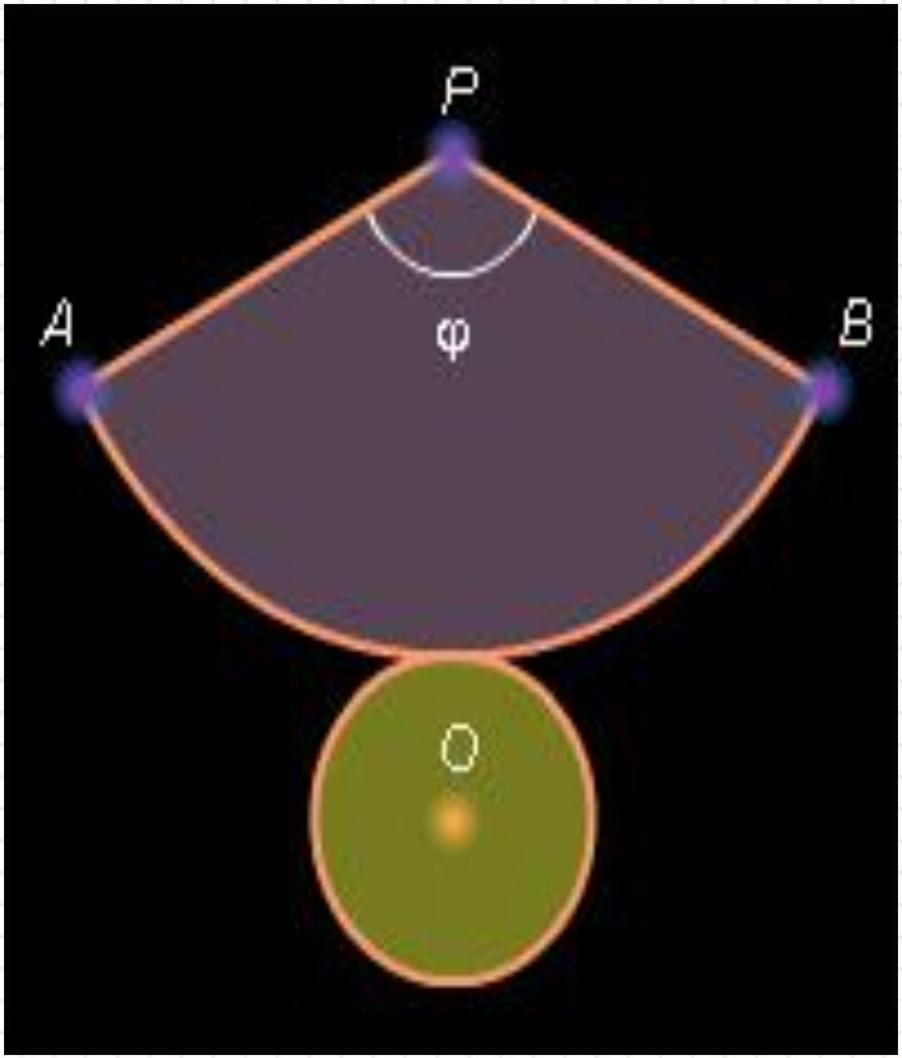
***Развертка конуса** – **это круговой сектор**.*

Радиус которого равен ***образующей конуса***, а ***длина дуги сектора*** – ***длине окружности основания конуса***.

- ***Найдем выражение для градусной меры угла развертки конуса.***



Развертка конуса.

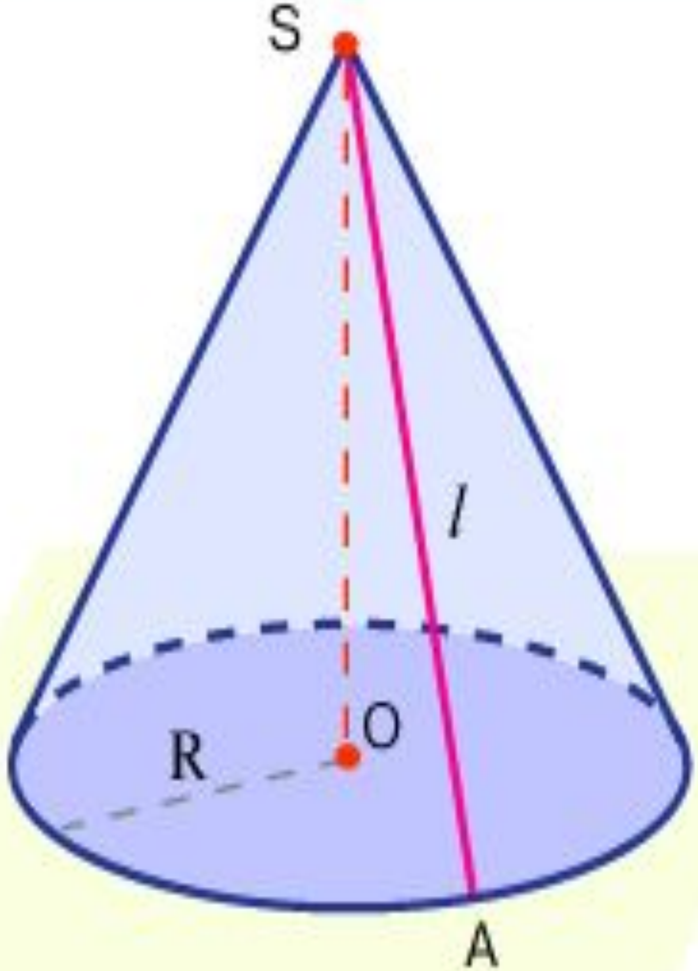


- За ***площадь боковой поверхности конуса*** принимается площадь его развертки (конической поверхности).

1) $S_{бок} = \frac{\pi l^2}{360}\alpha$

2) $S_{бок} = \pi r l$

Теорема.



Площадь боковой поверхности конуса равна половине произведения длины окружности основания на образующую.

$$S_{бок.кон.} = \pi Rl$$

Теорема.

$S_{полн}=S_{бок}+S_{осн}$

$S_{бок}=\pi RL$

$S_{осн}=\pi R^2$

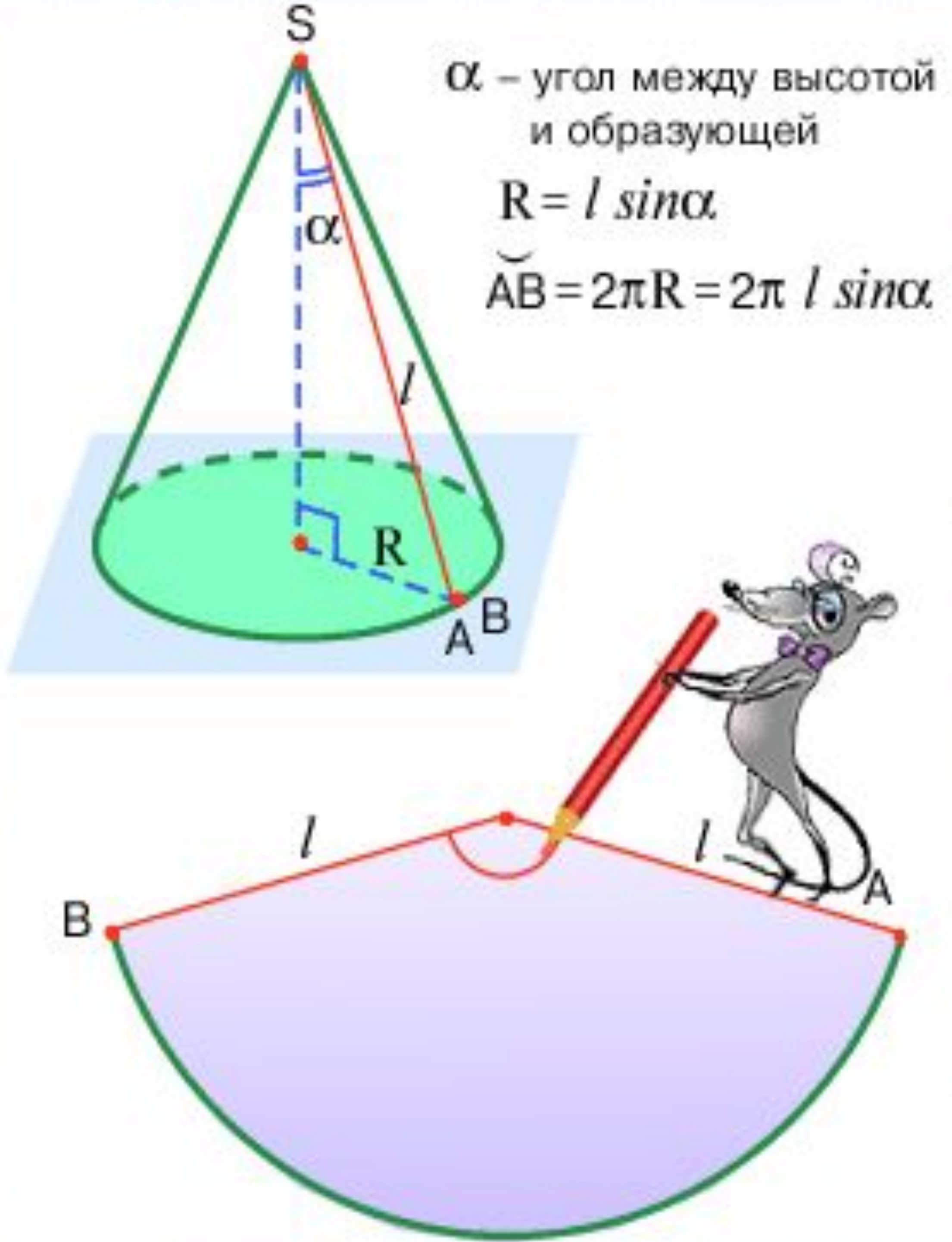
$S_{полн}=\pi RL+\pi R^2$

$S_{полн}=\pi R(L+R)$

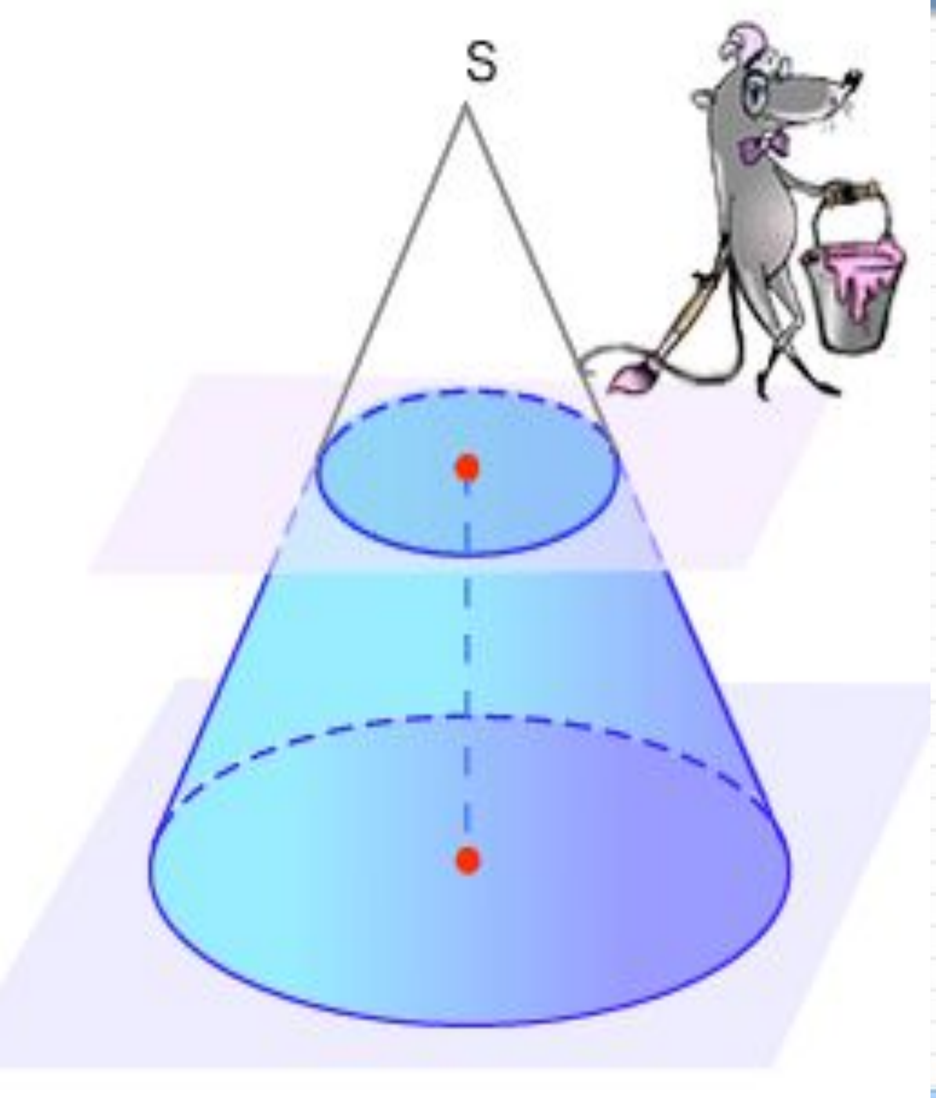
- ***Площадью полной поверхности конуса называется сумма площадей боковой поверхности и основания.***

Усеченный конус.

- ***Зная угол, образованный высотой и образующей конуса, можно вычислить угол сектора, полученного при развертке конуса, и наоборот.***

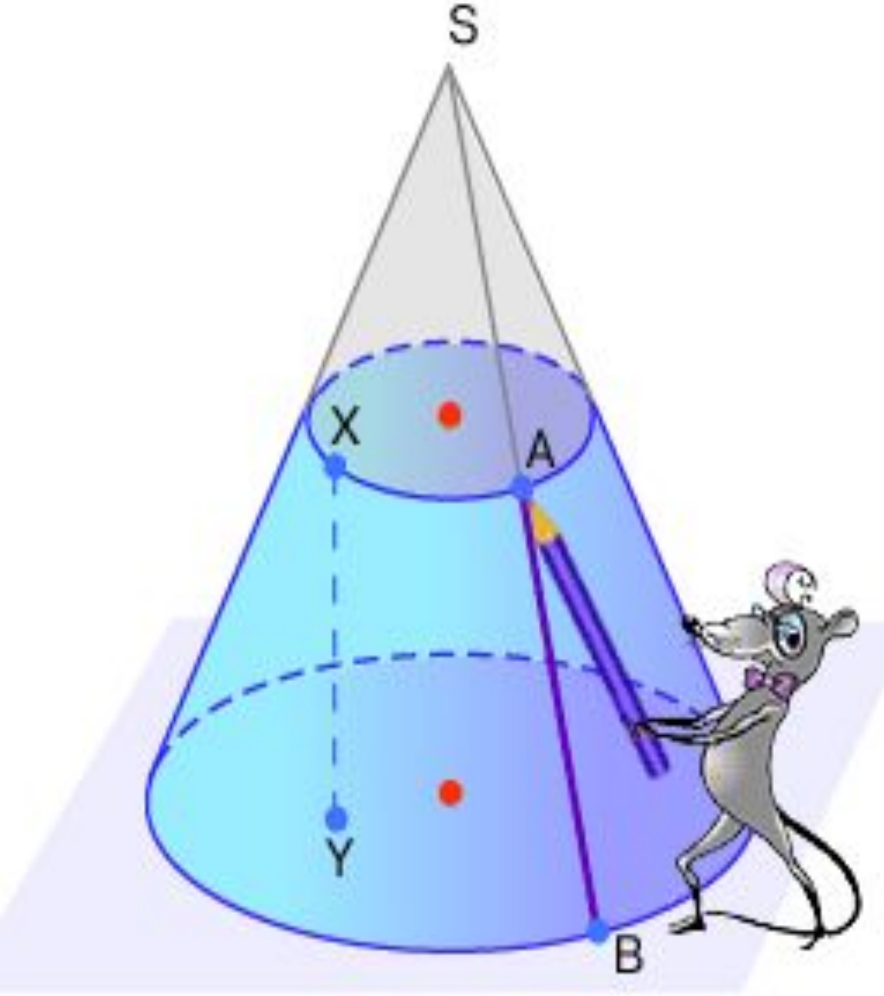


Усеченным конусом



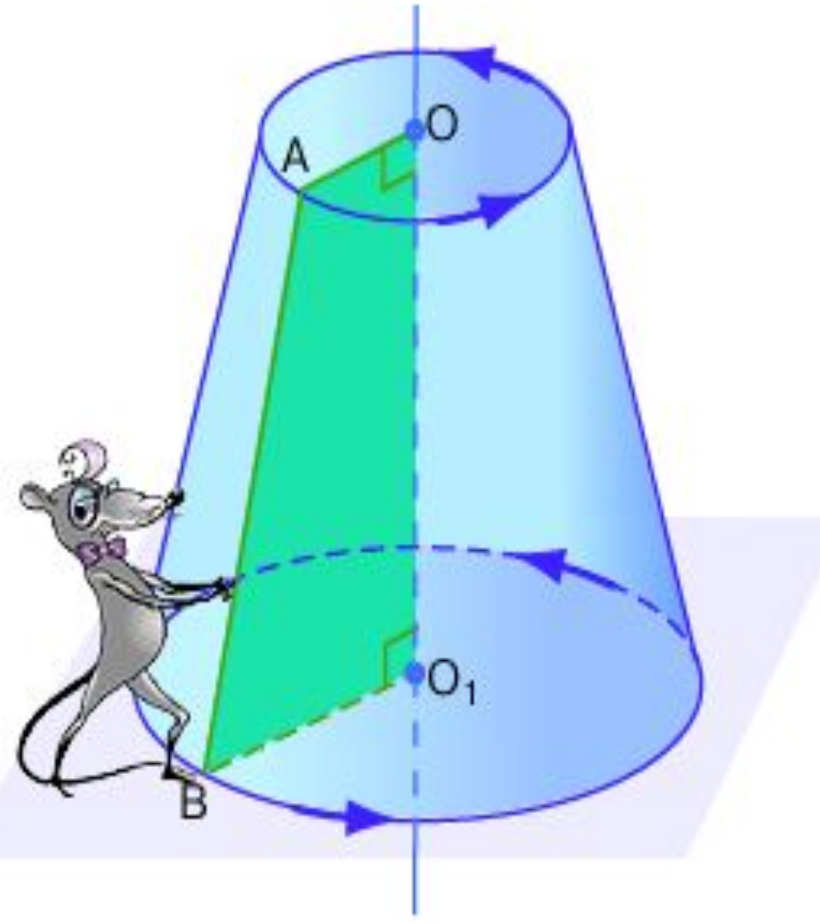
называется часть полного конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются ***основаниями усеченного конуса***.



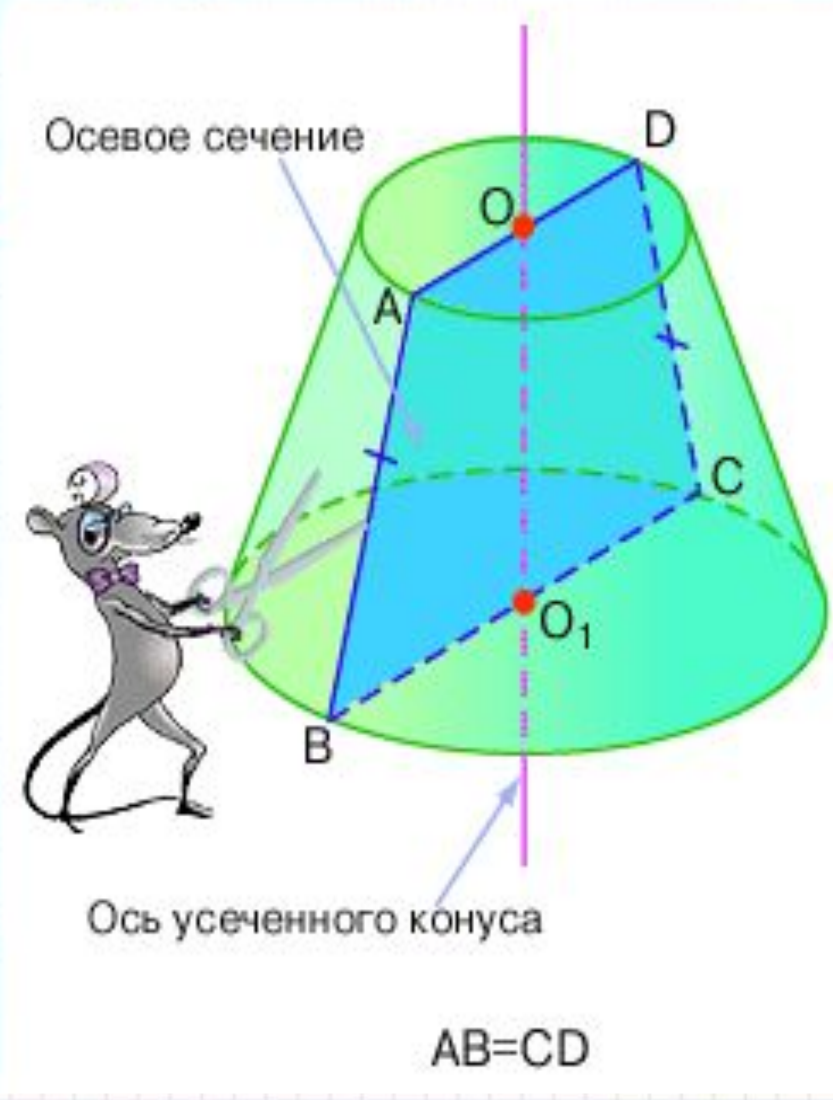
Образующей **усеченного конуса называется часть образующей полного конуса, заключенная между основаниями.**

Высотой **усеченного конуса называется расстояние между основаниями.**



ABO1O – прямоугольная трапеция

Усеченный конус можно рассматривать как тело, *полученное при вращении прямоугольной трапеции вокруг боковой стороны*, перпендикулярной основанию.



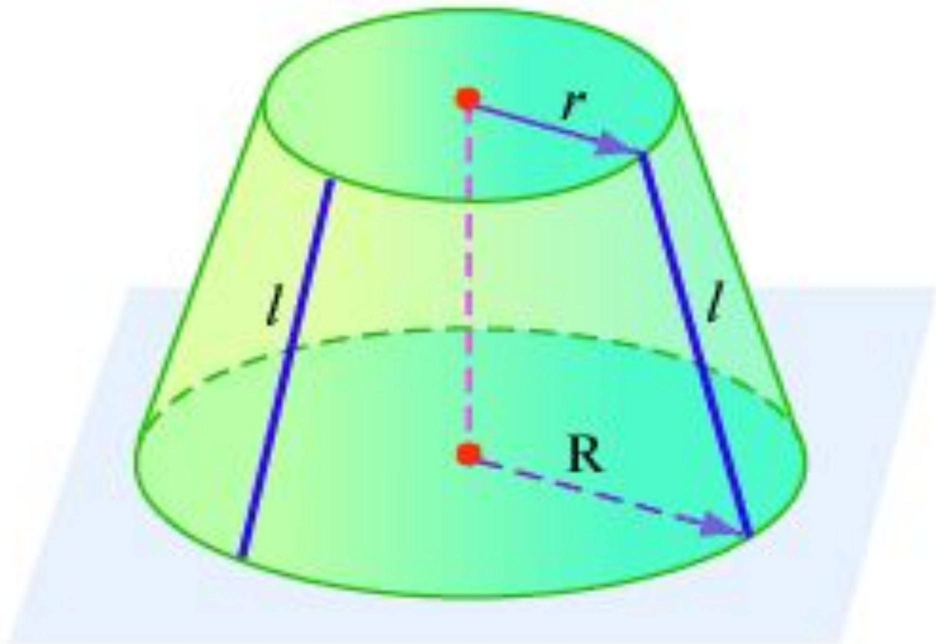
Прямая, соединяющая центры оснований, называется *осью* усеченного конуса.

Сечение, проходящее через ось, называется *осевым*.

Осевое сечение является *равнобедренной трапецией*.

Боковая поверхность усеченного конуса. Площадь боковой поверхности усеченного конуса.

Площадь боковой поверхности усеченного конуса ***равна*** ***произведению полусуммы длин окружностей оснований на образующую.***



Дано: r – радиус меньшего основания

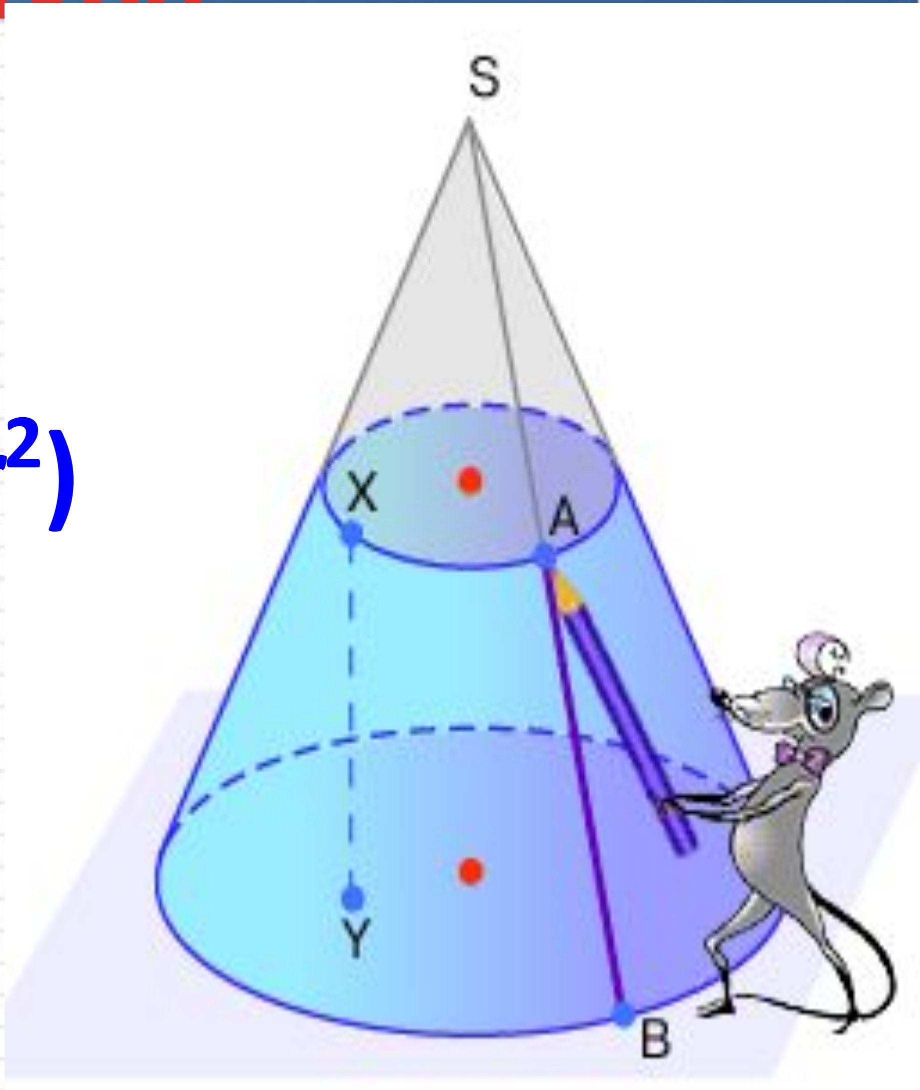
R – радиус большего основания

l – образующая

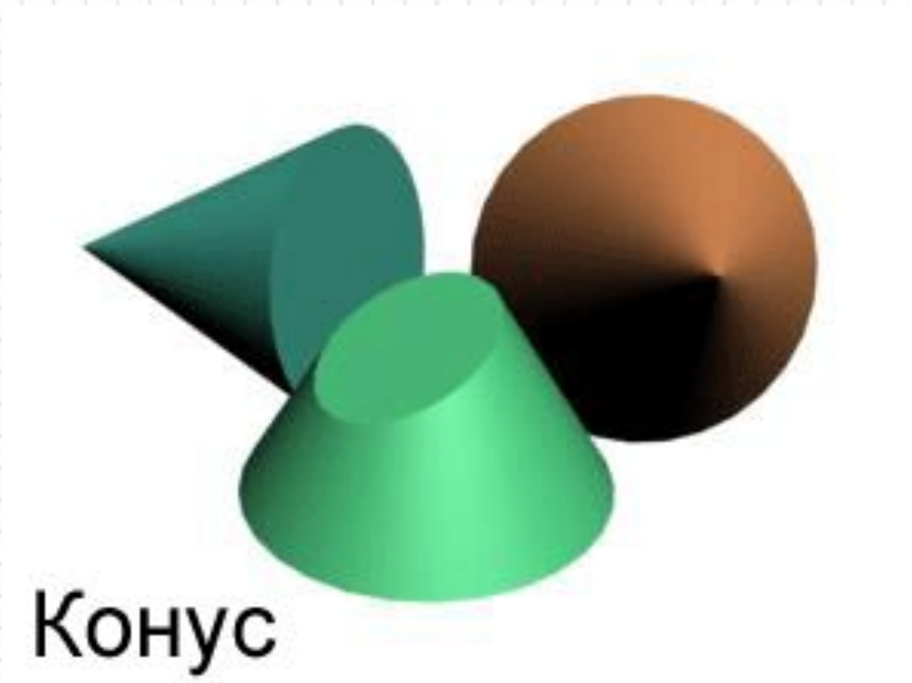
Докажем: $S_{бок} = \pi(R + r)\cdot l$

Площадь полной поверхности усеченного конуса

$$S_п = \pi(Rl + rl + R^2 + r^2)$$



Решение задач

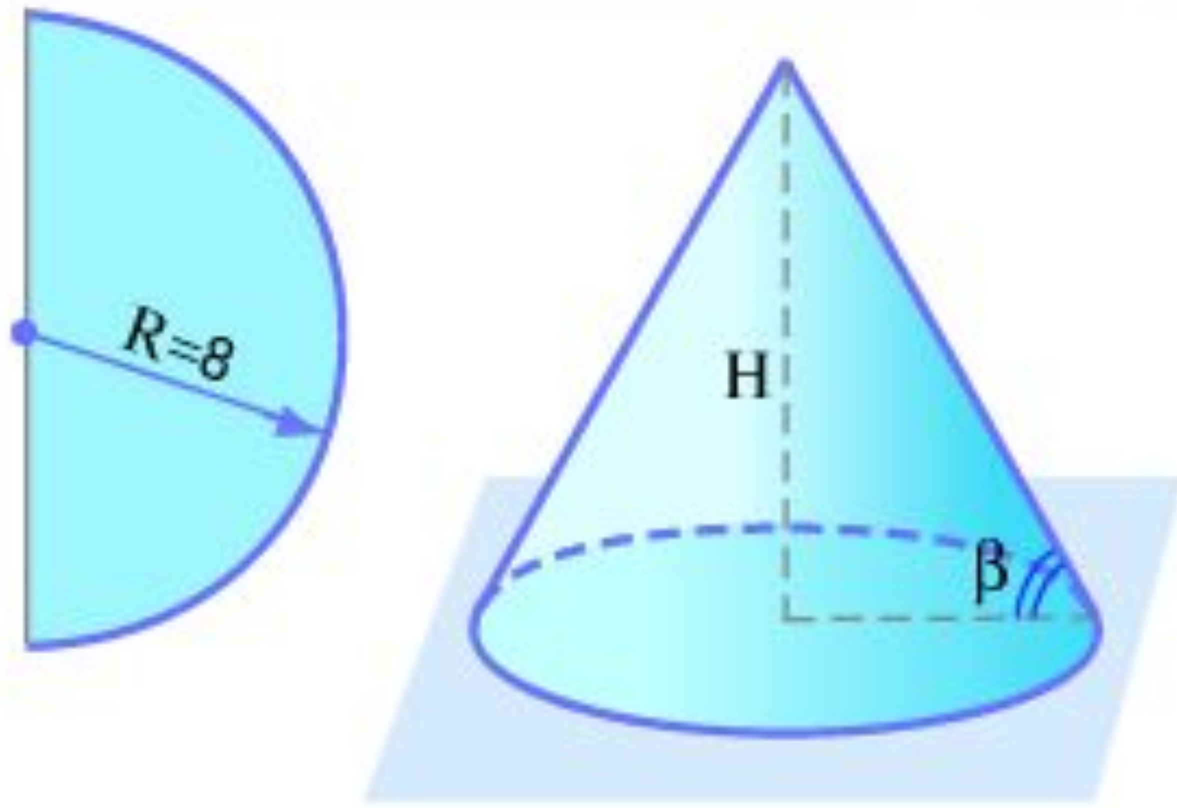


Задача.

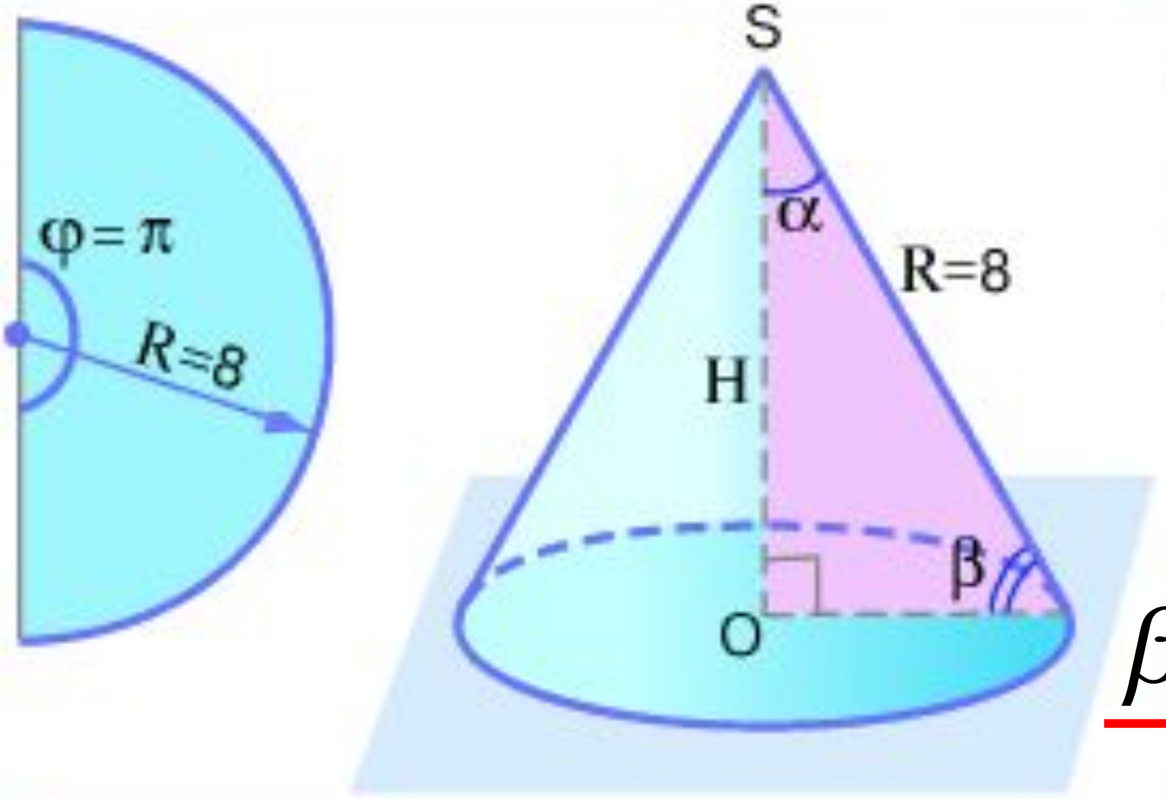
Дано: *полукруг радиусом R = 8.*

Найти: *H,*

β (угол между образующей и основанием.)



1) Используем формулу, связывающую угол кругового сектора развертки с углом между высотой и образующей конуса. Получим угол между высотой и образующей, а затем найдем угол между образующей и основанием конуса.



$$\varphi = \pi$$

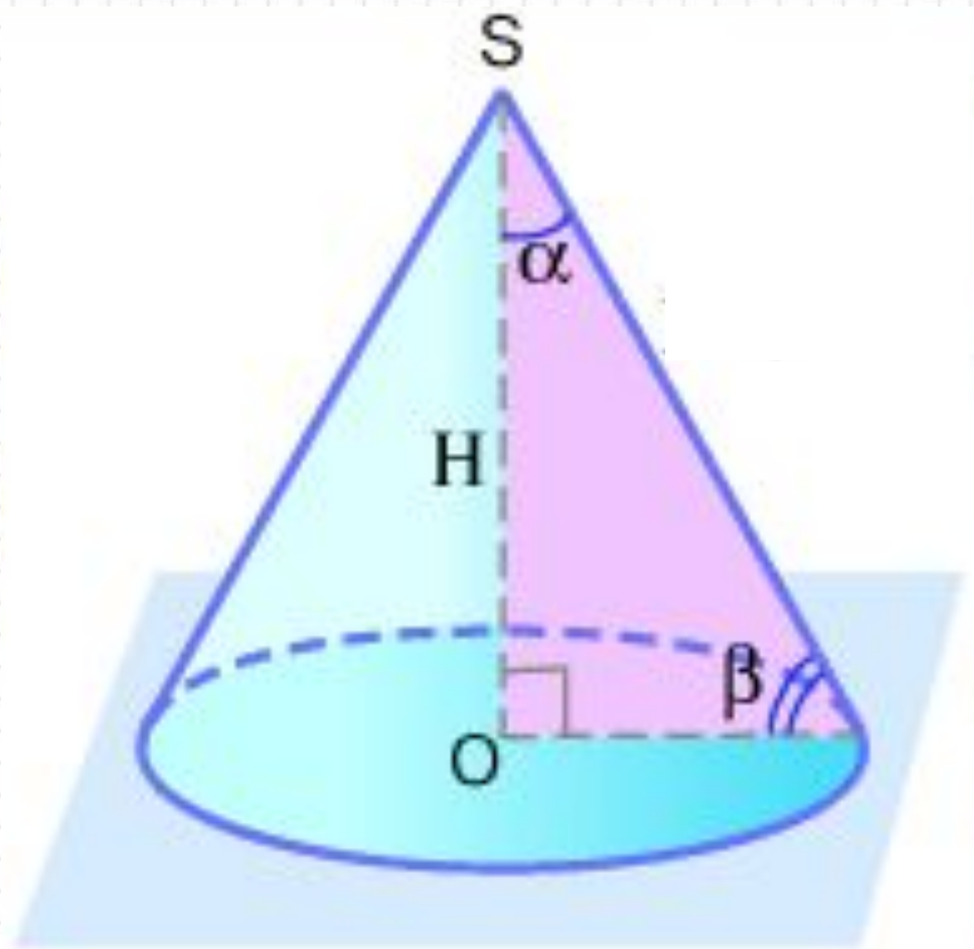
$$\pi = 2\pi \cdot \sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30^0$$

$$\beta = 90^0 - \alpha = 60^0$$

2) Найдем высоту конуса, используя определение тангенса угла в прямоугольном треугольнике.



$$tg\beta = \frac{H}{R}$$

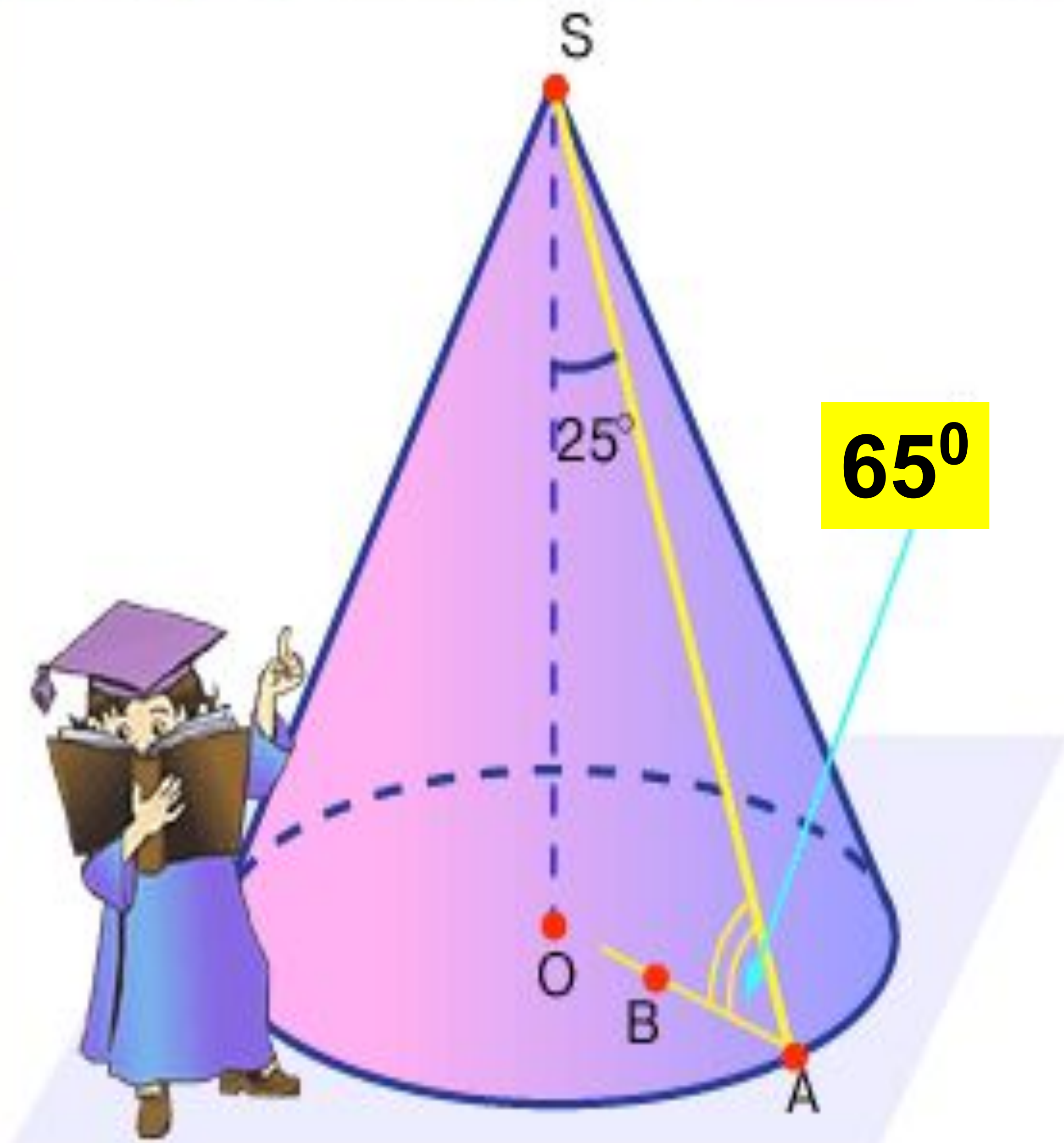
$$tg60^0 = \sqrt{3}$$

$$H = R \cdot tg\beta$$

$$H = 8\sqrt{3}$$

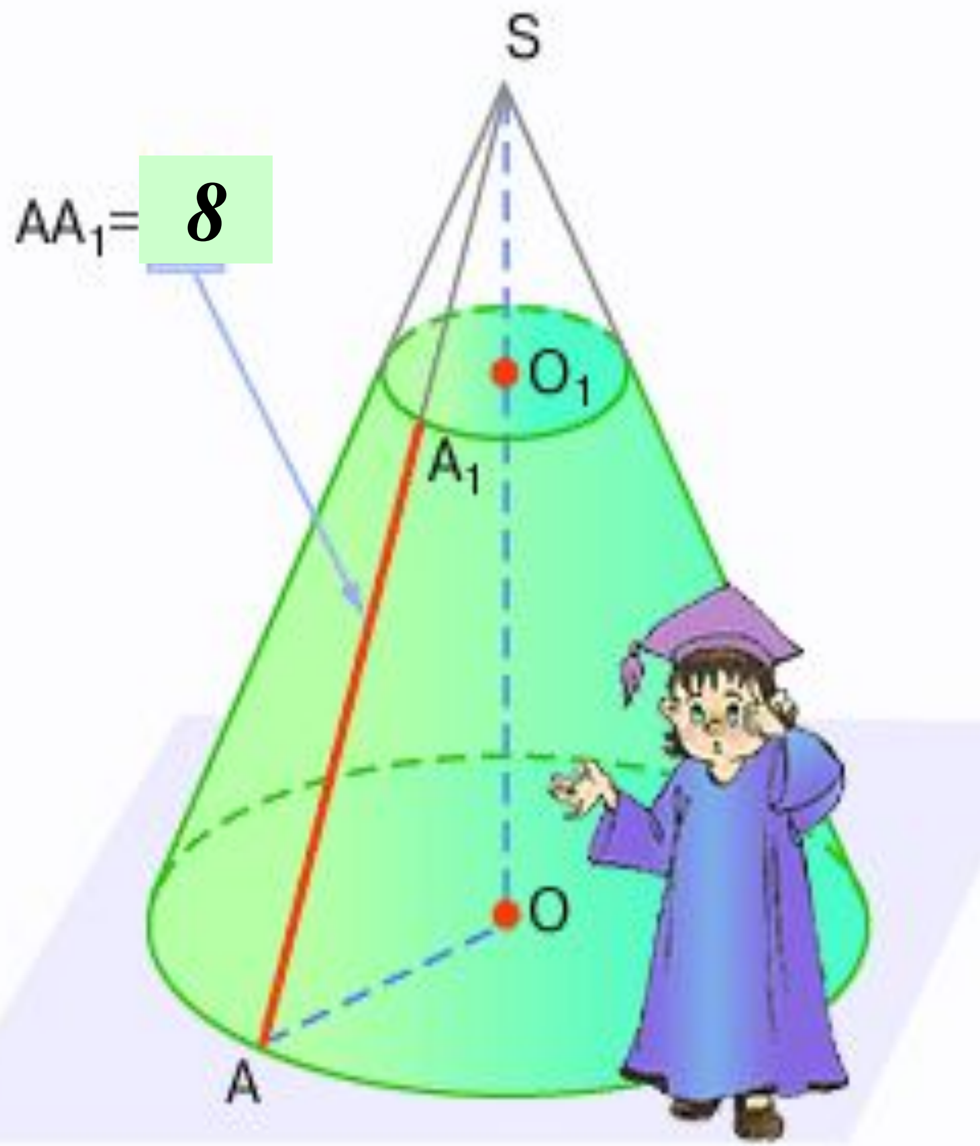
?

- ***Чему равен угол между образующей и основанием конуса, если известен угол между высотой и образующей.***



?

Пусть в конусе, высота которого известна, проведено сечение, находящееся на расстоянии три от вершины. ***Чему равна образующая получившегося усеченного конуса, если известна образующая полного конуса?***



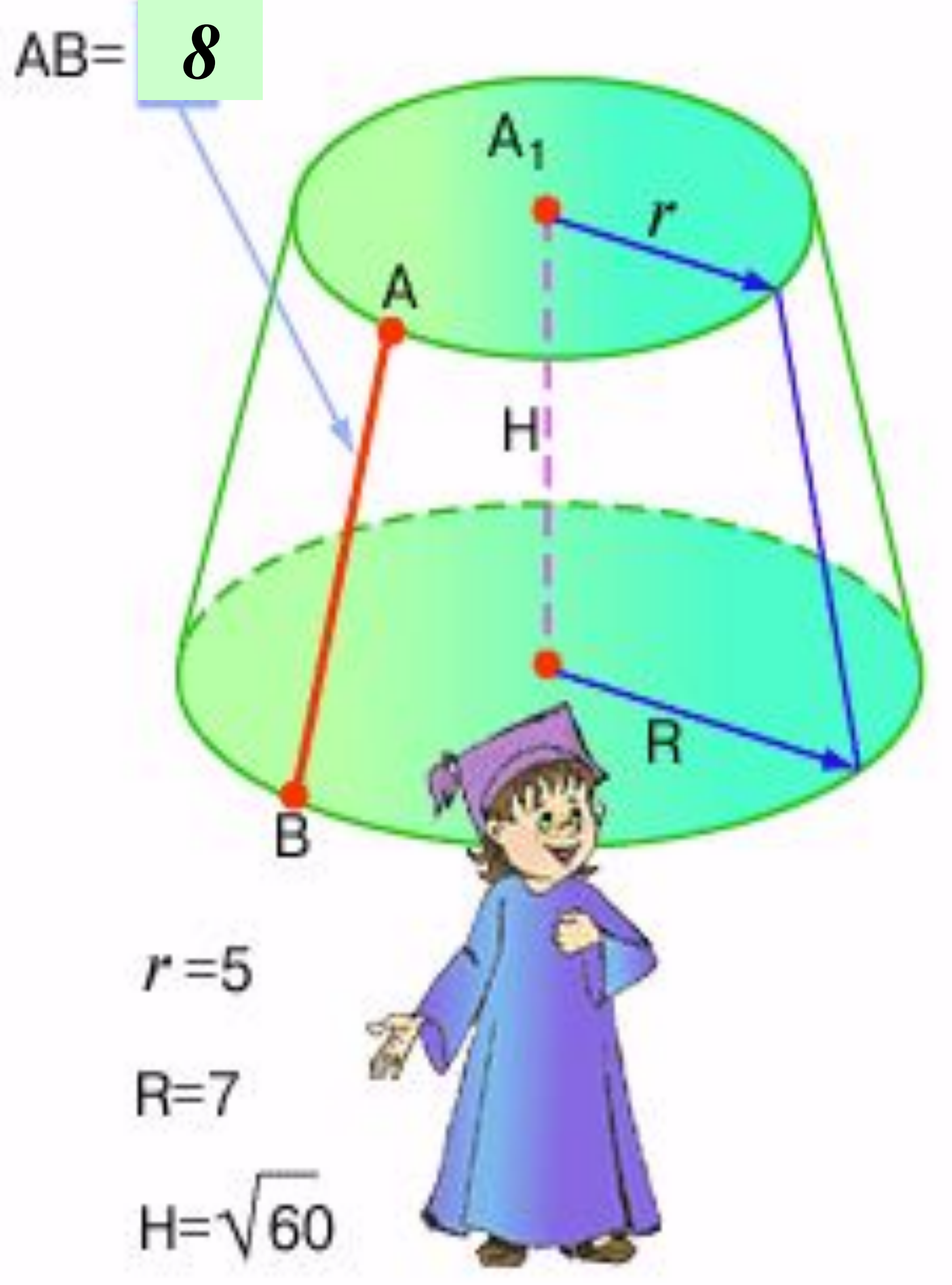
$SO=9$

$SO_1=3$

$SA=12$

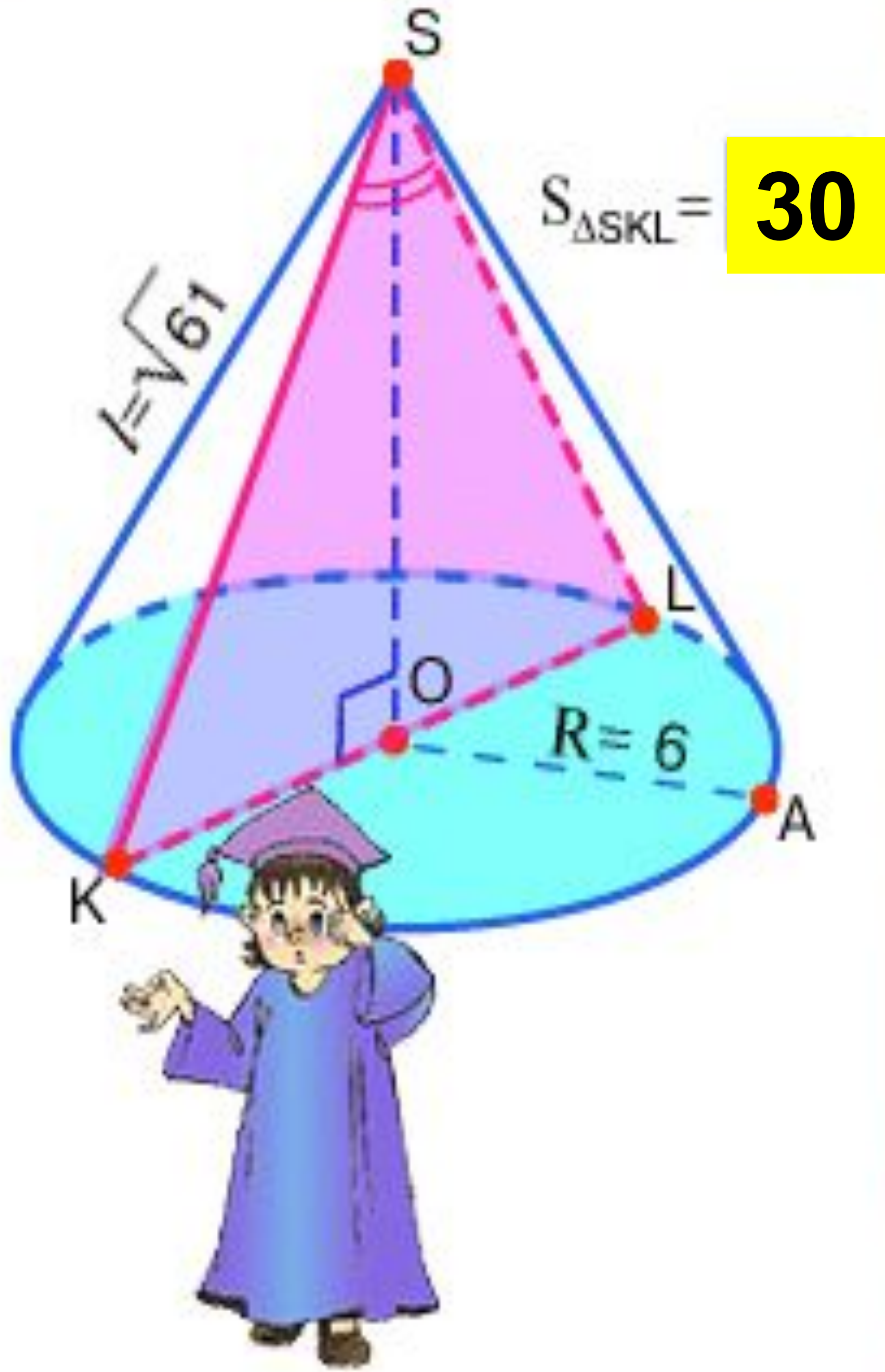
?

Пусть дан усеченный конус, радиусы оснований и высота которого известны. *Найдите образующую усеченного конуса*.



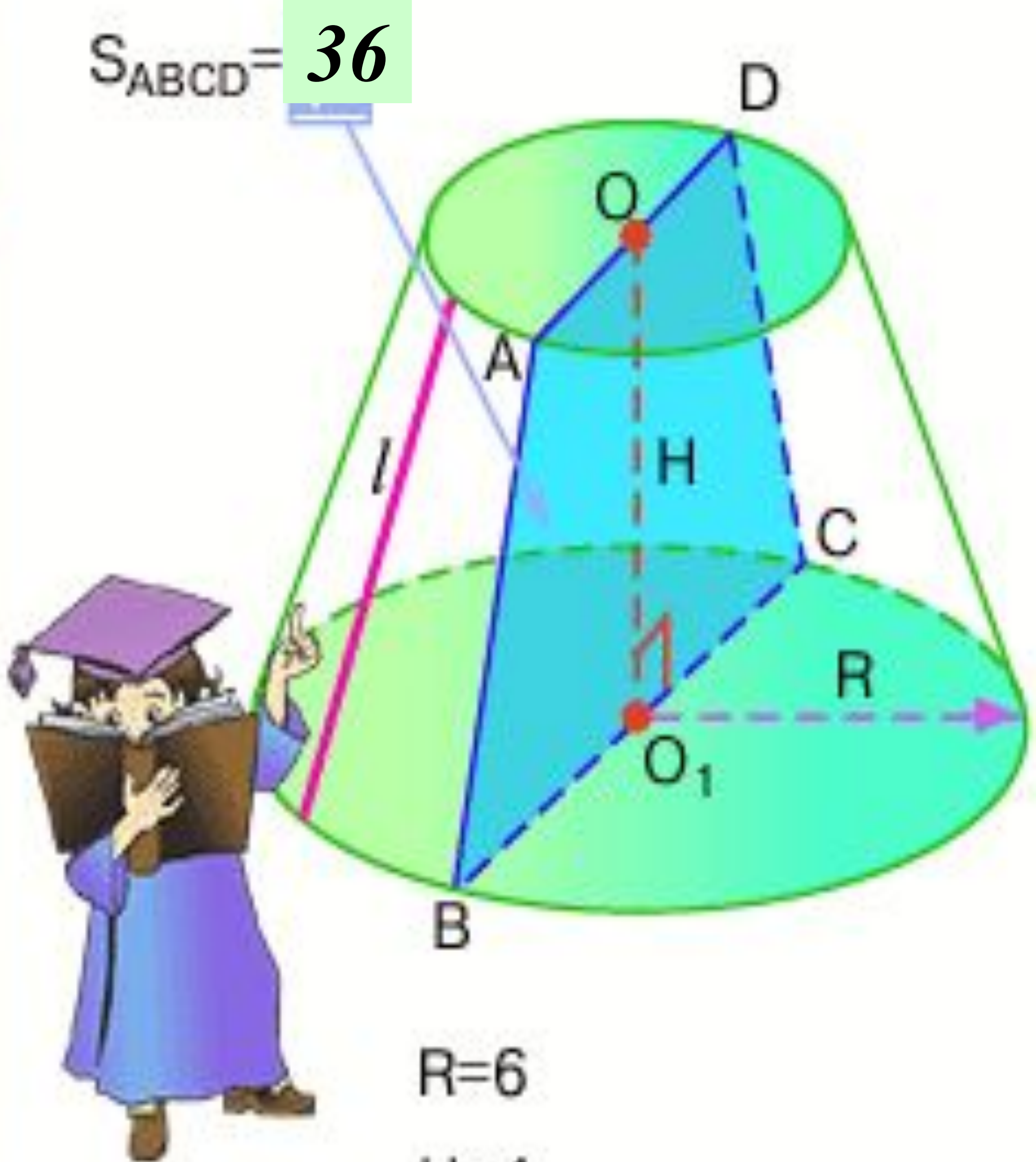
?

- ***Найдите площадь осевого сечения*, если известны радиус основания конуса и образующая.**



?

Найдите площадь осевого сечения, если известны радиус нижнего основания, высота и образующая.



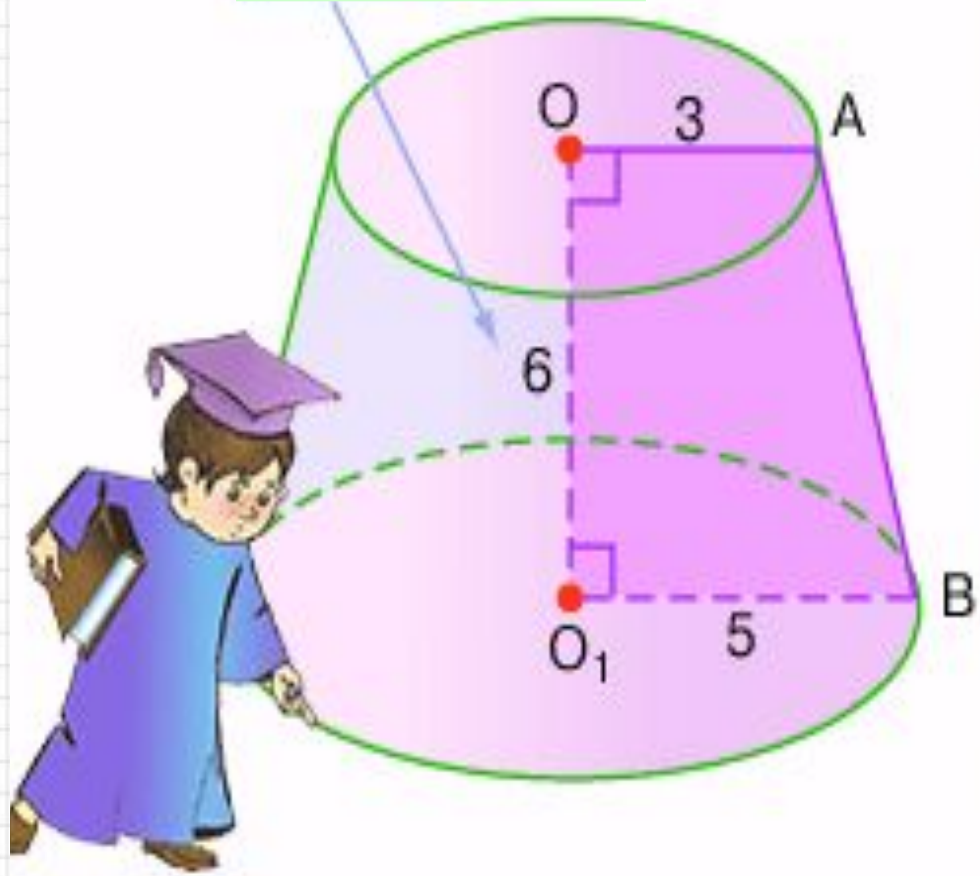
R=6

H=4

l =5

?

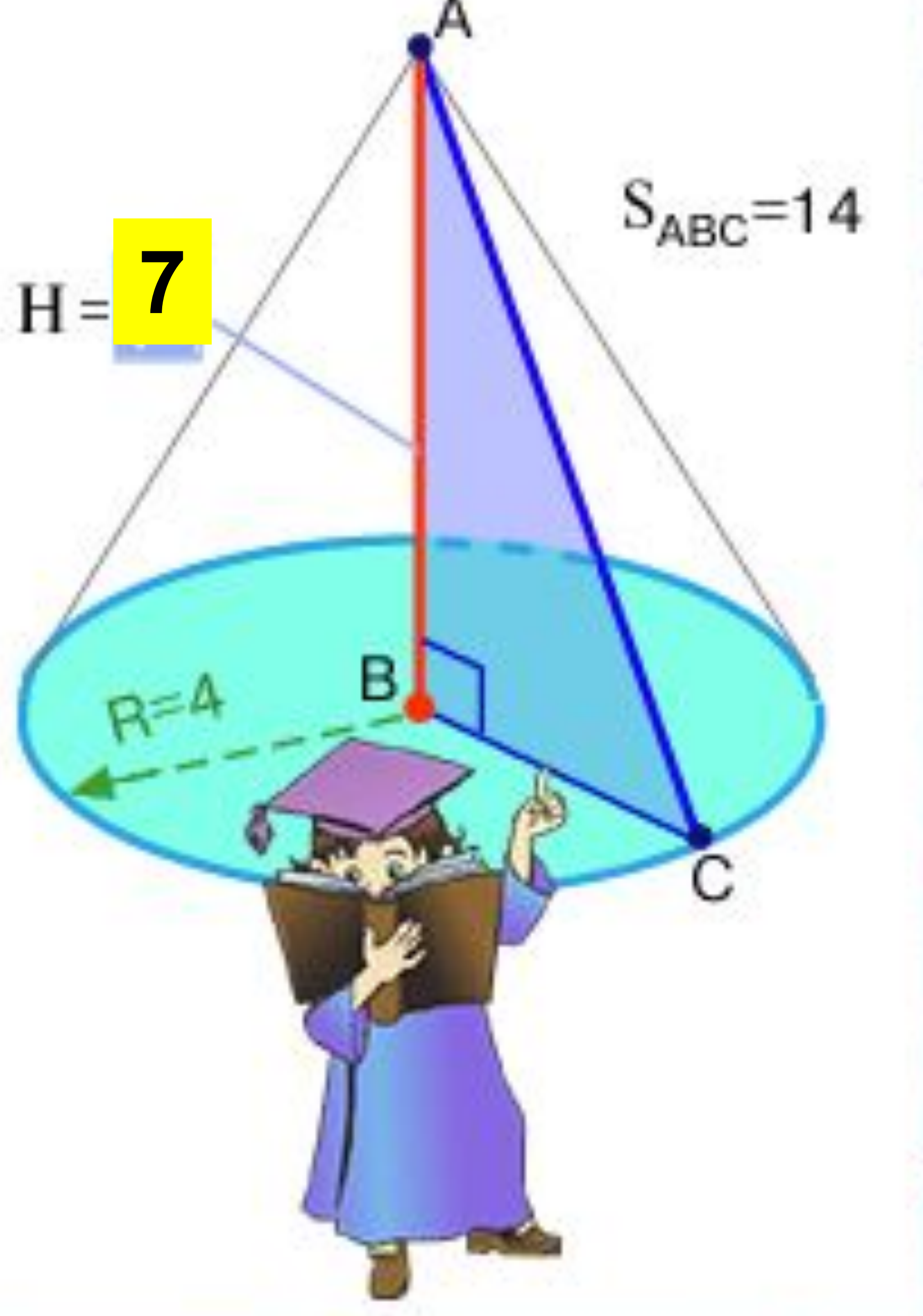
$S_{бок.пов.} = 16\sqrt{10} \cdot \pi$



Усеченный конус получен от вращения прямоугольной трапеции вокруг боковой стороны, перпендикулярной основаниям. *Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса*, если известны основания и боковая сторона трапеции.

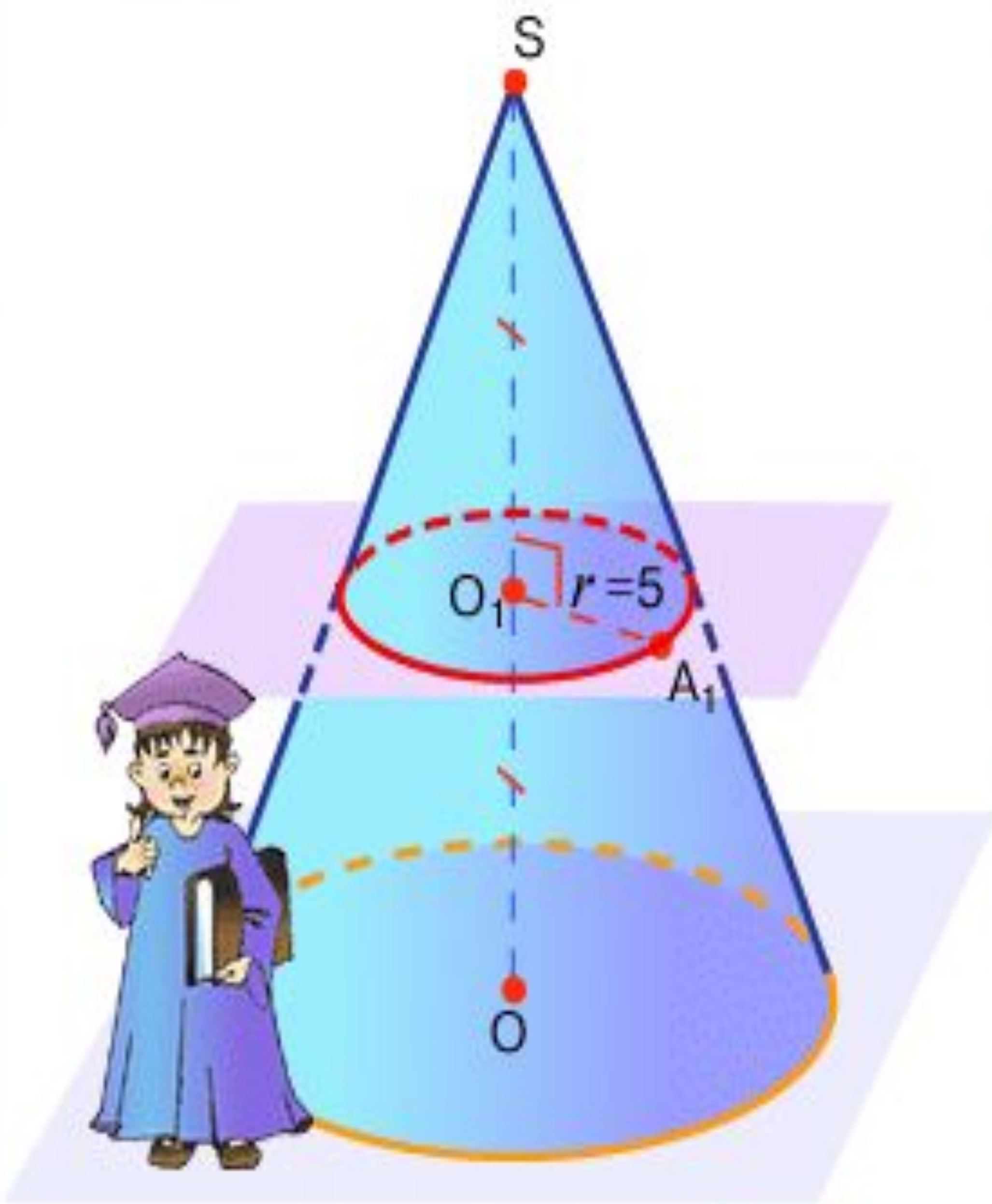
?

- ***Конус получен при вращении прямоугольного треугольника*** ***S = 14*****.** ***Радиус основания конуса равен 4*****.** ***Определите высоту этого конуса*****.**



?

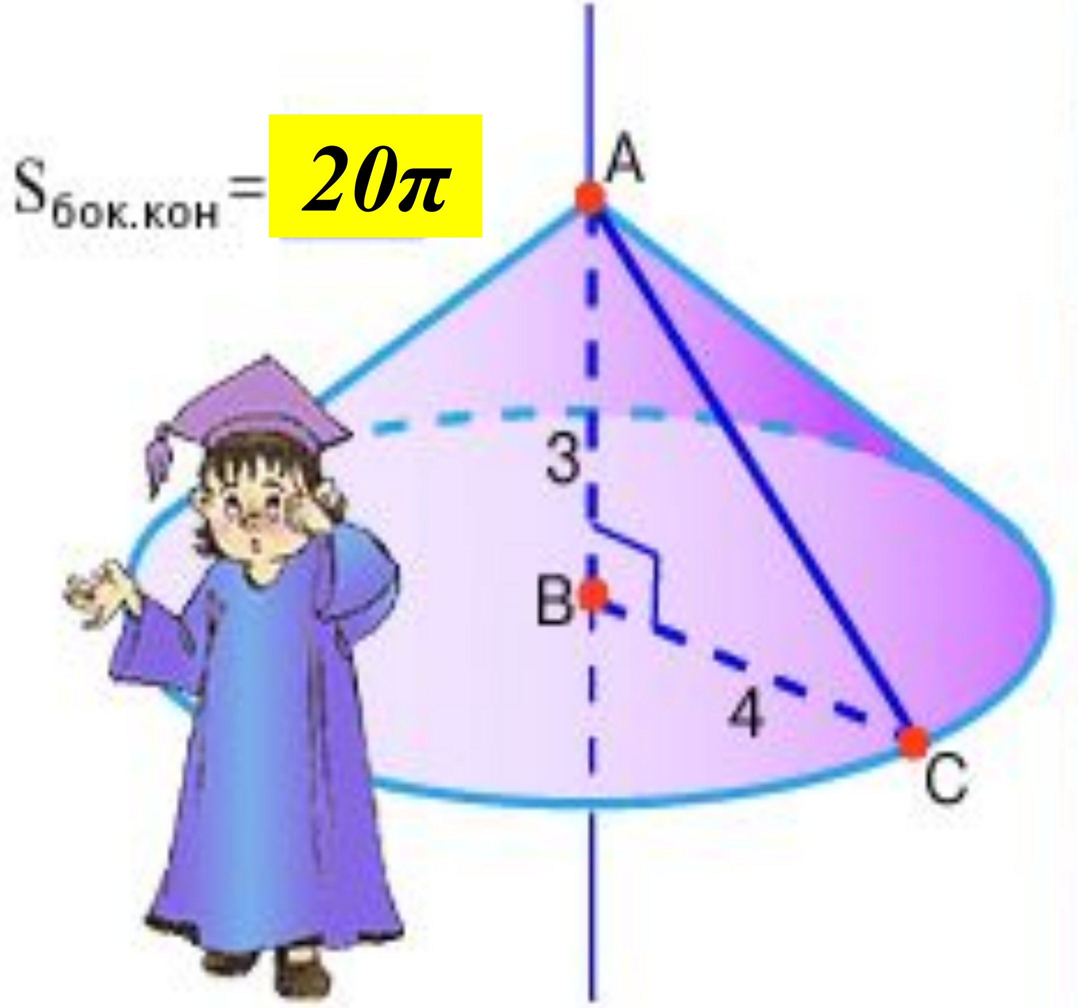
- ***Через середину высоты конуса провели плоскость, перпендикулярную оси, и получили круг R = 5. Чему равна площадь основания конуса?***



$S_{осн}$= **100π**

?

- **Пусть конус будет получен от вращения прямоугольного треугольника с известными катетами.** ***Найдите боковую поверхность этого конуса*****.**



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

- ***УЧЕБНИК ГЕОМЕТРИЯ /АТАНАСЯН/***
- ***ГЛ.6 §1 (П.53 - 54) , §2 (П.55 – 57), ВОПРОСЫ: 1 – 6 (СТР.135)***
- ***№ 522, 524, 548, 550, 558.***