

# РЕЛЯЦИОННАЯ АЛГЕБРА

Теоретико-множественные операторы

Доступ к реляционным данным осуществляется при помощи *реляционной алгебры*.

В реализациях конкретных реляционных СУБД сейчас не используется в чистом виде ни реляционная алгебра, ни реляционное исчисление. Фактическим стандартом доступа к реляционным данным стал язык SQL (Structured Query Language)

Язык SQL представляет собой смесь операторов реляционной алгебры и выражений реляционного исчисления, использующий синтаксис, близкий к фразам английского языка и расширенный дополнительными возможностями, отсутствующими в реляционной алгебре и реляционном исчислении. Вообще, язык доступа к данным называется реляционно-полным, если он по выразительной силе не уступает реляционной алгебре, т.е. любой оператор реляционной алгебры может быть выражен средствами этого языка. Именно таким и является язык SQL

Практически все операции реляционной модели предназначены для организации запросов к БД в терминах отношений. Эти запросы относятся к включению, соединению, выборке кортежей соответствующих отношений. Традиционно определяют восемь реляционных операторов, объединенных в две группы.

## ***Теоретико-множественные операторы:***

- Объединение
- Пересечение
- Вычитание
- Декартово произведение

## ***Специальные реляционные операторы:***

- Выборка
- Проекция
- Соединение
- Деление

Не все они являются независимыми, т.е. некоторые из этих операторов могут быть выражены через другие реляционные операторы.

## *Отношения, совместимые по типу*

Некоторые реляционные операторы (например, объединение) требуют, чтобы отношения имели одинаковые заголовки. Действительно, отношения состоят из заголовка и тела. Операция объединения двух отношений есть просто объединение двух множеств кортежей, взятых из тел соответствующих отношений. Но будет ли результат отношением?

Во-первых, если исходные отношения имеют разное количество атрибутов, то, очевидно, что множество, являющееся объединением таких разнотипных кортежей нельзя представить в виде отношения.

Во-вторых, пусть даже отношения имеют одинаковое количество атрибутов, но атрибуты имеют различные наименования. Как тогда определить заголовок отношения, полученного в результате объединения множеств кортежей?



В-третьих, пусть отношения имеют одинаковое количество атрибутов, атрибуты имеют одинаковые наименования, но определены на различных доменах. Тогда снова объединение кортежей не будет образовывать отношение.

## *Определение.*

**Будем называть отношения совместимыми по типу, если они имеют идентичные заголовки, а именно:**

**1. отношения имеют одно и то же множество имен атрибутов, т.е. для любого атрибута в одном отношении найдется атрибут с таким же наименованием в другом отношении;**

**2. атрибуты с одинаковыми именами определены на одних и тех же доменах (или типах, если домены не поддерживаются).**

Некоторые отношения не являются совместимыми по типу, но после переименования атрибутов могут ими стать, для этого можно использовать вспомогательный оператор переименования атрибутов

# Теоретико-множественные операторы

*Объединением* двух совместимых по типу отношений  $A$  и  $B$  называется отношение с тем же заголовком, что и у отношений  $A$  и  $B$ , и телом, состоящим из совокупности кортежей обоих отношений. Синтаксис операции объединения:

*$A \text{ UNION } B$*

*Замечание.* Объединение, как и любое отношение, не может содержать одинаковых кортежей. Поэтому, если некоторый кортеж входит и в отношение  $A$ , и отношение  $B$ , то в объединение он входит один раз.

Пусть даны два отношения А (таблица 1) и В (таблица 2) с информацией о сотрудниках:

*таблица 1*

Табельный номер	Фамилия	Зарплата
1	Иванов	10000
2	Петров	20000
3	Сидоров	30000

*таблица 2*

Табельный номер	Фамилия	Зарплата
1	Иванов	10000
2	Пушников	25000
3	Сидоров	30000

В результате операции объединения, будет получено отношение С с тем же заголовком что и у отношений А и В

*таблица 3*

Табельный номер	Фамилия	Зарплата
1	Иванов	10000
2	Петров	20000
3	Сидоров	30000
2	Пушников	25000
4	Сидоров	30000



*Пересечением* двух совместимых по типу отношений *A* и *B* называется отношение с тем же заголовком, что и у отношения *A* и *B*, и телом, состоящим из кортежей, принадлежащих одновременно обоим отношениям.

Синтаксис операции пересечения:

***A INTERSECT B***

Для исходных отношений (таблицы 1 и 2)  
пересечение примет вид:  
*таблица 4*

<b>Табельный номер</b>	<b>Фамилия</b>	<b>Зарплата</b>
1	Иванов	10000

***Вычитанием*** двух совместимых по типу отношений *A* и *B* называется отношение с тем же заголовком, что и у отношений *A* и *B*, и телом, состоящим из кортежей, принадлежащих отношению *A* и не принадлежащих отношению *B*.

Синтаксис операции вычитания:

***A MINUS B***

Для исходных отношений (таблицы 1 и 2)  
результат вычитания примет вид :  
*таблица 5*

<b>Табельный номер</b>	<b>Фамилия</b>	<b>Зарплата</b>
2	Петров	20000
3	Сидоров	30000

*Декартовым произведением* двух отношений А и В называется отношение С полученное сцеплением их заголовков и кортежей соответствующих отношений, причем каждому кортежу отношения А должны быть противопоставлены все кортежи отношения В

Синтаксис операции декартового произведения: *A TIMES B*

Пусть даны два отношения с информацией о поставщиках  $A$  и деталях  $B$ .

Пример. Пусть даны два отношения  $A$  и  $B$  с информацией о поставщиках и деталях (таблицы 6 и 7). Тогда декартово произведение отношений  $A$  и  $B$  примет вид указанный в таблице 8.

*таблица 6.* Отношение А (Поставщики)

<b>Номер поставщика</b>	<b>Название поставщика</b>
1	Иванов
2	Петров
3	Сидоров

*таблица 7. Отношение В (Детали)*

<b>Номер детали</b>	<b>Название детали</b>
1	Болт
2	Гайка
3	Винт



*таблица 8. Результирующие отношения*

<b>Номер поставщика</b>	<b>Название поставщика</b>	<b>Номер детали</b>	<b>Название детали</b>
1	Иванов	1	Болт
1	Иванов	2	Гайка
1	Иванов	3	Винт
2	Петров	1	Болт
2	Петров	2	Гайка
2	Петров	3	Винт
3	Сидоров	1	Болт
3	Сидоров	2	Гайка
3	Сидоров	3	Винт

## *Замечания:*

1. Мощность произведения  $A \text{ TIMES } B$  равна произведению мощностей отношений  $A$  и  $B$ , т.к. каждый кортеж отношения  $A$  соединяется с каждым кортежем отношения  $B$ .
2. Если в отношениях  $A$  и  $B$  имеются атрибуты с одинаковыми именами, то перед выполнением операции такие атрибуты необходимо переименовать.

3. Перемножать можно любые два отношения, совместимость по типу при этом не требуется.

4. Декартово произведение не дает никакой новой информации, по сравнению с предыдущими операциями, однако она важна для выполнения специальных реляционных операций

## *Задания для самостоятельной работы*

Задание 1.

Даны два отношения  $A$  (таблица 9) и  $B$  (таблица 10), содержащие данные о товарах, необходимо выполнить операции объединения, пересечения и вычитания. Попробуйте определить смысл результирующих отношений.

*Таблица 9. Отношение А*

<b>Код</b>	<b>Наименование</b>	<b>Единица</b>	<b>Цена единицы</b>
4640	Плитка «Неаполь»	шт	55.50
4778	Плитка «Экстра»	шт	25.50
4788	Клей «Монолит»	шт	100.00
4796	Гипс	кг	30.00
4899	Шпатель 201	шт	85.00

*Таблица 10 .* Отношение В

<b>Код</b>	<b>Наименование</b>	<b>Единица</b>	<b>Цена единицы</b>
4640	Плитка «Неаполь»	шт	55.50
4779	Плитка «Лазурь»	шт	26.00
4780	Клей «ПВА»	кг	145.00
4788	Клей «Монолит»	шт	100.00
4899	Шпатель 201	шт	85.00

# *Контрольные вопросы*

1. Какие отношения называются совместимыми по типу?
2. В чем смысл реляционного оператора «Объединение»?
3. В чем причины утраты первичного ключа при использовании реляционных операций?
4. В чем смысл реляционного оператора «Пересечение»?
5. В чем смысл реляционного оператора «Вычитание»?
6. Почему невозможно использование операций «Объединения», «Пересечения» и «Вычитания», если исходные отношения не совместимы по типу?
7. В чем смысл реляционного оператора «Декартово произведение»?
8. Чему равна мощность декартова произведения?

# *Лекция 7. Реляционная алгебра. Специальные реляционные операторы*

С практической точки зрения, специальные реляционные операции имеют большее практическое значение по сравнению с теоретико-множественными.



## *Выборкой (ограничением, селекцией или фильтрацией)*

на отношении  $A$ , с условием  $C$  называется отношение с тем же заголовком, что и у отношения  $A$ , и телом, состоящем из кортежей, значения атрибутов которых при подстановке в условие  $C$  дают значение ИСТИНА.

$C$  - логическое выражение, в которое могут входить атрибуты отношения  $A$  и (или) скалярные выражения.

В простейшем случае условие  $C$  имеет вид  $X \Theta Y$ , где  $\Theta$  — один из операторов сравнения ( $=$ ,  $\neq$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$  и т.д.), а  $X$  и  $Y$  — атрибуты отношения  $A$  или скалярные значения. Такие выборки называются  $\Theta$  - выборки (*тэта-выборки*) или  $\Theta$  - селекция,  $\Theta$  - ограничения.

Синтаксис операции выборки:

***A WHERE C,***

где  $C$  — условие выборки, или  $X \Theta Y$ .

Пусть дано отношение A с информацией о сотрудниках (таблица 1), необходимо выбрать всех сотрудников с зарплатой менее 3000, в этом случае выполняем выборку

A WHERE Зарплата < 3000,

результат выборки в таблице 11:

Таблица 11 - Результат операции  
A WHERE Зарплата<3000

<b>Табельный номер</b>	<b>Фамилия</b>	<b>Зарплата</b>
1	Иванов	10000
2	Петров	20000

Смысл операции выборки очевиден-выбрать кортежи отношения, удовлетворяющие некоторому условию.

Таким образом, операция выборки дает «горизонтальный срез» отношения по некоторому условию

*Проекцией* отношения  $A$  по атрибутам  
 $(X, Y, \dots, Z)$ ,

где каждый из атрибутов принадлежит отношению  $A$ ,

*называется отношение с заголовком  
 $(X, Y, \dots, Z)$  и телом, содержащим кортежи  
соответствующих атрибутов*

Синтаксис проекции:

$A[X, Y, \dots, Z]$

***Таблица 12 - Результат операции A  
[Фамилия, Зарплата]***

<b>Фамилия</b>	<b>Зарплата</b>
Иванов	10000
Петров	20000
Сидоров	30000

Видно, что операция проекции выполняет «*вертикальный срез*» отношения, в котором будут удалены все возникшие при таком срезе дубликаты кортежей.

# *Соединение.*

*Операция соединения отношений*, наряду с операциями выборки и проекции, является одной из наиболее важных реляционных операций. Обычно рассматривается несколько разновидностей операции соединения:

- **общая операция соединения;**
- **⋈ -соединение (тэта-соединение);**
- **ЭКВИ-соединение;**
- **естественное соединение.**



Наиболее важным из этих частных случаев является операция *естественного соединения*.

Все разновидности соединения являются частными случаями общей операции соединения

# *Соединением отношений A и B по условию C*

*называется отношение образованное  
последовательностью операций декартова  
произведения и выборки:*

*(A TIMES B) WHERE C,*

где C представляет собой логическое выражение, в которое могут входить атрибуты отношений A и B и (или) скалярные выражения.

Если в отношениях A и B имеются атрибуты с одинаковыми наименованиями, то перед выполнением соединения такие атрибуты необходимо переименовать.

## *Тэта – соединение*

Пусть отношение  $A$  содержит атрибут  $X$ , отношение  $B$  содержит атрибут  $Y$ , а  $\Theta$  - один из операторов сравнения ( $=, \neq, <, >, \leq, \geq$  и т.д.).

Тогда  $\Theta$  - соединением отношения  $A$  по атрибуту  $X$  с отношением  $B$  по атрибуту  $Y$  называют отношение

***(A TIMES B) WHERE X  $\Theta$  Y***

Это частный случай операции общего соединения. Иногда, для операции соединения применяют более короткий синтаксис

***A/X  $\Theta$  Y/B.***

## *Экви-соединение*

является наиболее важным частным случаем  
тэта-соединения,

*когда тэта является просто равенством и  
имеет следующий синтаксис:*

***A[X=Y]B или (A TIMES B) WHERE X=Y.***

Пусть даны два отношения А и В.

Отношение А (таблица 13) - данные о товарах, отношение В (таблица 14) - данные о продаже товаров.

Необходимо определить, когда и в каком количестве отпускались товары со склада.

*Таблица 13 - Отношение А, «Товары»*

<b>Код товара</b>	<b>Товар</b>	<b>Единица</b>	<b>Цена единицы</b>
1	Сахар	кг	56р.
2	Макаронны	кг	54р.

***Таблица 14 - Отношение В,  
«Отпуск товаров»***

<b>Код тов.</b>	<b>Дата продажи</b>	<b>Количество</b>
1	12.07.16	10
2	12.07.16	15
2	12.07.16	3

***Таблица 15 - Соединение (A TIMES B)  
WHERE A. Код товара = B. Код тов.***

Код товара	Товар	Единица	Цена единицы	Код тов.	Дата продажи	Количество
1	Сахар	кг	56р.	1	12.07.16	10
1	Сахар	кг	56р.	2	12.07.16	15
1	Сахар	кг	56р.	2	12.07.16	3
2	Макаронны	кг	54р.	1	12.07.16	10
2	Макаронны	кг	54р.	2	12.07.16	15
2	Макаронны	кг	54р.	2	12.07.16	3



Таблица 15 представляет собой декартово произведение двух отношений, в котором темным выделены кортежи, для которых не выполнится условие выборки  $A. \text{Код товара} = B. \text{Код тов.}$ , следовательно, они будут вычеркнуты из окончательного результата.

## *Естественное соединение*

Пусть даны отношения  $A(A_1, A_2, \dots, A_n, X_1, X_2, \dots, X_p)$  и  $B(X_1, X_2, \dots, X_p, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , имеющие одинаковые атрибуты  $X_1, X_2, \dots, X_p$  (т.е. атрибуты с одинаковыми именами и определенные на одинаковых доменах).

*Тогда естественным соединением отношений  $A$  и  $B$  называется отношение с заголовком  $(A_1, A_2, \dots, A_n, X_1, X_2, \dots, X_p, B_1, B_2, \dots, B_m)$ , и телом, содержащим множество соответствующих кортежей*

*Естественное соединение настолько важно,  
что для него используют специальный  
синтаксис:*

*A JOIN B.*

## *Замечания:*

- В синтаксисе естественного соединения не указываются, по каким атрибутам производится соединение. Естественное соединение производится по всем одинаковым атрибутам;

• Естественное соединение эквивалентно следующей последовательности реляционных операций:

1. Переименовать одинаковые атрибуты в отношениях
2. Выполнить декартово произведение отношений
3. Выполнить выборку по совпадающим значениям атрибутов, имевших одинаковые имена
4. Выполнить проекцию, удалив повторяющиеся атрибуты
5. Переименовать атрибуты, вернув им первоначальные имена

- Можно выполнять последовательное естественное соединение нескольких отношений.

Естественное соединение (как и соединение общего вида) обладает свойством ассоциативности, т.е.

$$(A \text{ JOIN } B) \text{ JOIN } C = A \text{ JOIN } (B \text{ JOIN } C),$$

поэтому его можно записать, опуская скобки

$$A \text{ JOIN } B \text{ JOIN } C.$$

Применяя естественное соединение, результат, полученный в таблице 15, можно было получить операцией A JOIN B, но с одним условием, атрибут отношения B используемый для связи с отношением A должен иметь имя совпадающее с атрибутом связи отношения A (т.е. Код товара).