

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
ПО ТЕМЕ:**

«ОКРУЖНОСТЬ»



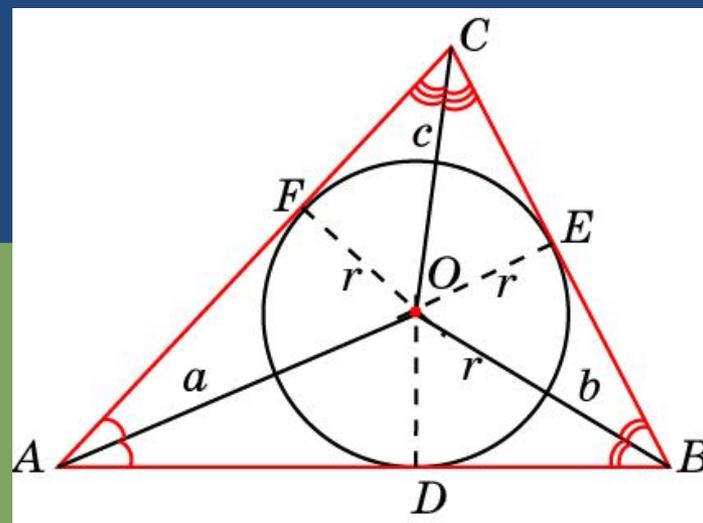
ОПИСАННЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Многоугольник называется *описанным* около окружности, если все его стороны касаются этой окружности

Сама окружность при этом называется *вписанной* в многоугольник

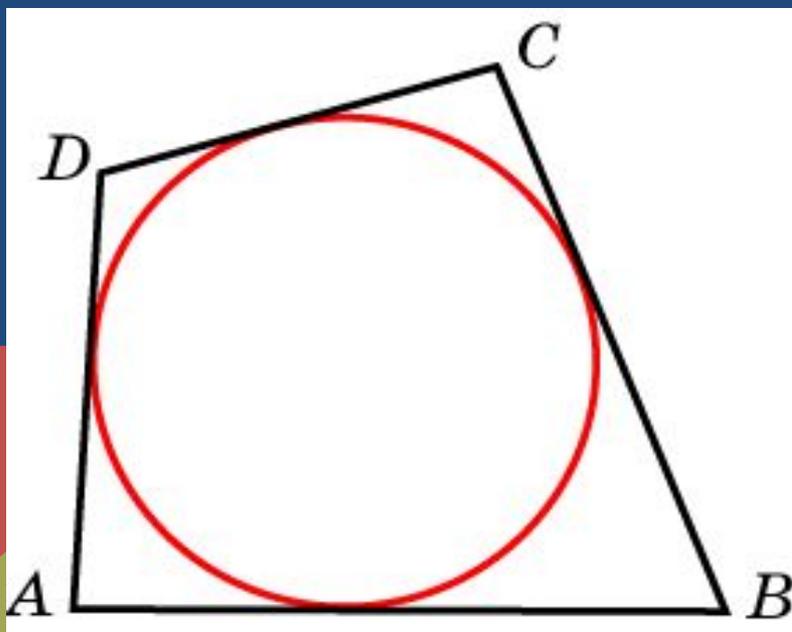
В любой треугольник можно вписать окружность

Ее центром будет точка пересечения *биссектрис* этого треугольника



ОПИСАННЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

Если суммы противоположных сторон четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность



$$DC+AB=AD+BC$$

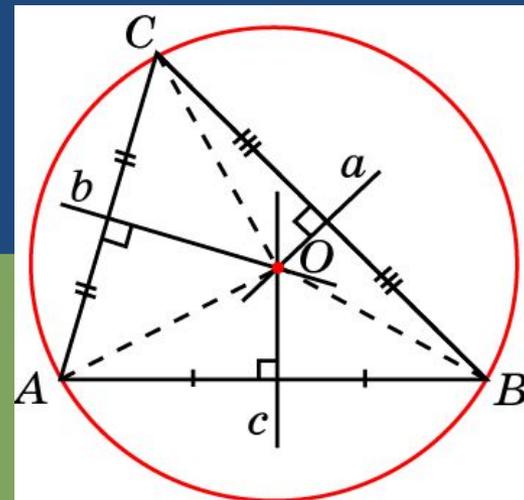
ВПИСАННЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Многоугольник называется *вписанным* в окружность, если все его вершины принадлежат окружности

Окружность при этом называется *описанной* около многоугольника

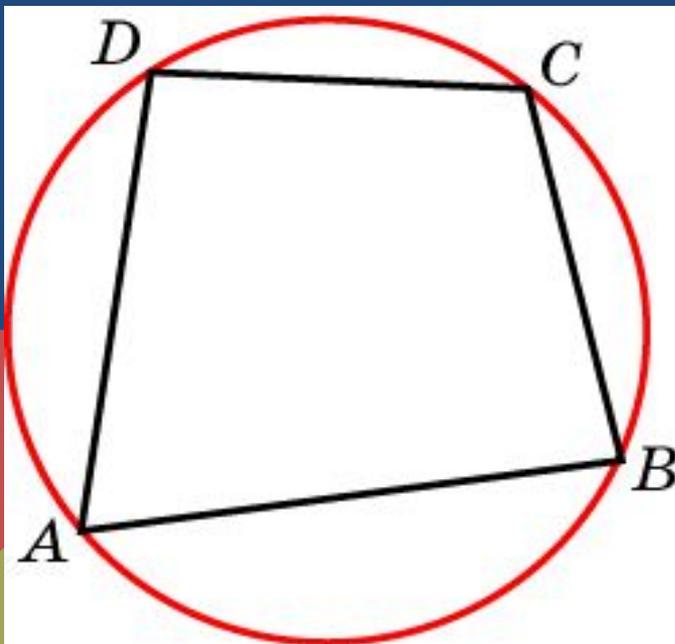
Около любого треугольника можно описать единственную окружность

Ее *центром* является точка пересечения *серединных перпендикуляров* к сторонам треугольника



ВПИСАННЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

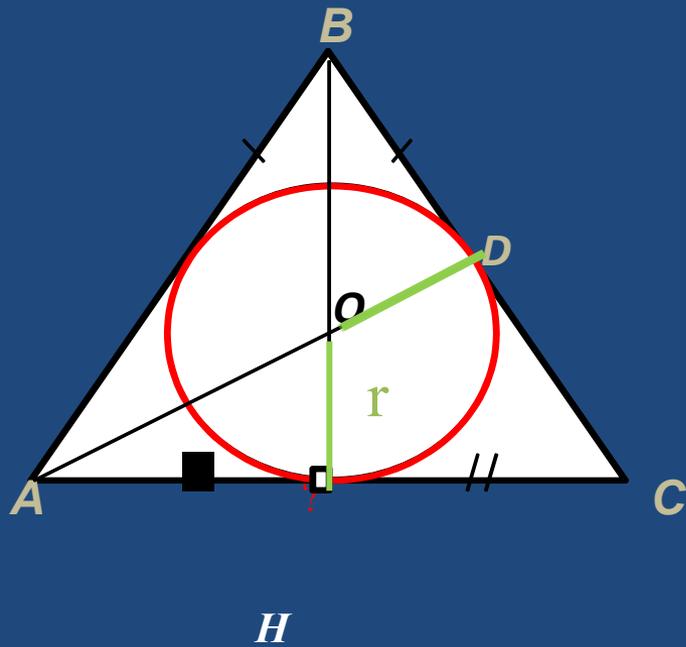
Если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180° , то около него можно описать окружность.



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

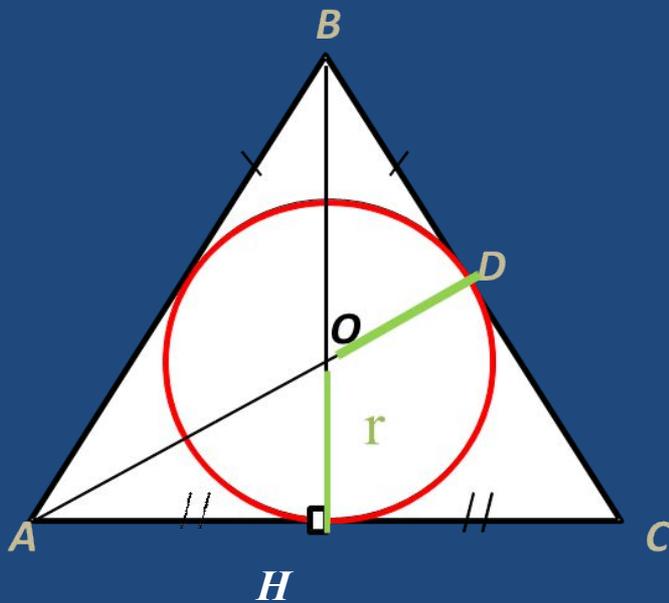
$$\angle D + \angle B = 180$$

ЗАДАЧА 1



Дан равносторонний треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. Найти радиус вписанной окружности.

Дан равносторонний треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. Найти радиус вписанной окружности.



1 способ:

1) ABC – равносторонний, значит $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$
биссектрисы BH и AD высоты и медианы, а следовательно

2) $AH = HC = \sqrt{3}$

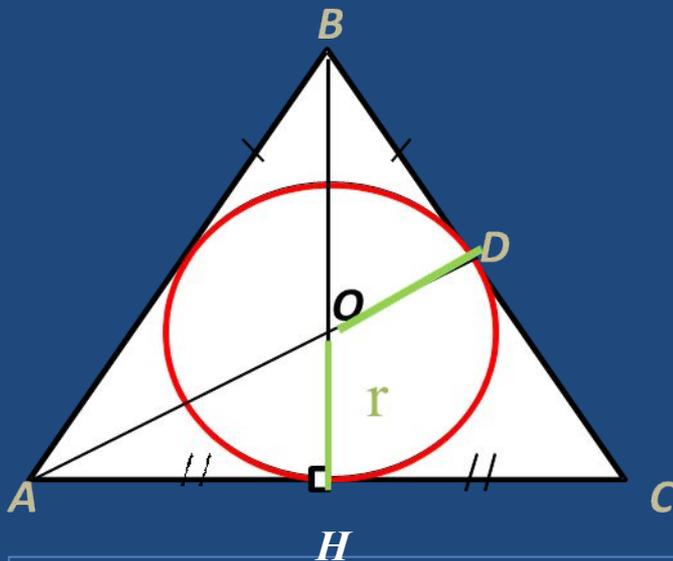
$\angle OAH = 30^\circ$ (так как AD – биссектриса)

3) OHA – прямоугольный:

$$\operatorname{tg} A = OH : AH$$

$$OH = AH * \operatorname{tg} A = \sqrt{3} * \operatorname{tg} 30^\circ = \sqrt{3} * \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 = r$$

Дан равносторонний треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. Найти радиус вписанной окружности.



2 способ:

1) Рассмотрим $\triangle BOD$ и $\triangle BHC$

1. $\angle B$ – общий;
2. $\angle BDO = \angle BHC = 90^\circ$

из (1) (2) следует, что $\triangle BOD \sim \triangle BHC$ (по 2 углам)

$$OD:HC=BD:BH=BO:BC$$

$$BD=DC=\sqrt{3} \Rightarrow OD:\sqrt{3}=\sqrt{3}:BH$$

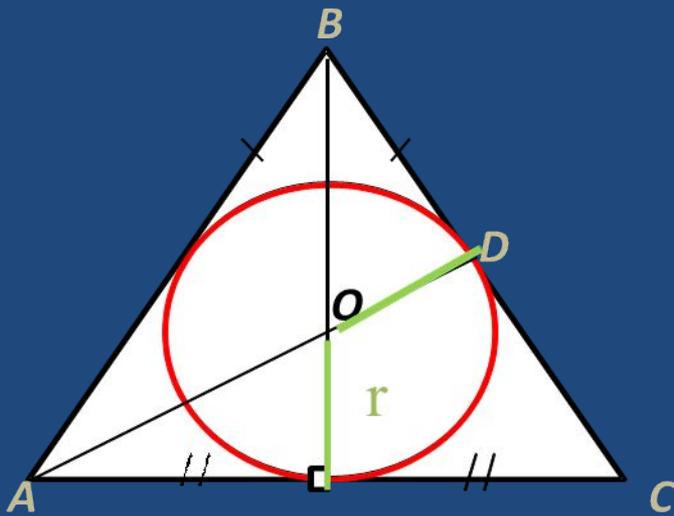
$\triangle BHC$ – прямоугольный, по теореме Пифагора:

$$BH^2 = BC^2 - HC^2$$

$$BH^2 = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2 = 9 \Rightarrow BH = 3$$

$$OD:\sqrt{3}=\sqrt{3}:3 \Rightarrow OD = \sqrt{3} * \sqrt{3}:3 = 1 = r$$

Дан равносторонний треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. Найти радиус вписанной окружности.



3 способ:

$$1) S_{\triangle p/c} = a^2 \sqrt{3} / 4 \quad S_{\triangle} = r * p, \text{ где } p = 1/2 P$$

$$S_{\triangle p/c} = a^2 \sqrt{3} / 4 = (2\sqrt{3})^2 \sqrt{3} : 4 = 4 * 3 \sqrt{3} / 4 = 3 \sqrt{3}$$

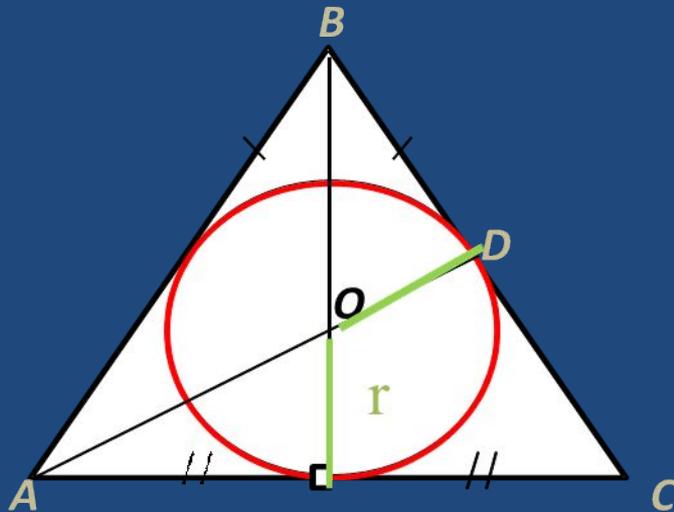
$$2) P_{\triangle} = AB + BC + AC = 3 AB = 3 * 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$3) p = P / 2 = 6\sqrt{3} : 2 = 3\sqrt{3}$$

$$4) S = r * p \quad r = S / p = 3\sqrt{3} / 3\sqrt{3} = 1$$

Ответ: 1

Дан равносторонний треугольник со стороной, равной $2\sqrt{3}$. Найти радиус вписанной окружности.



Найти: $BO=R$

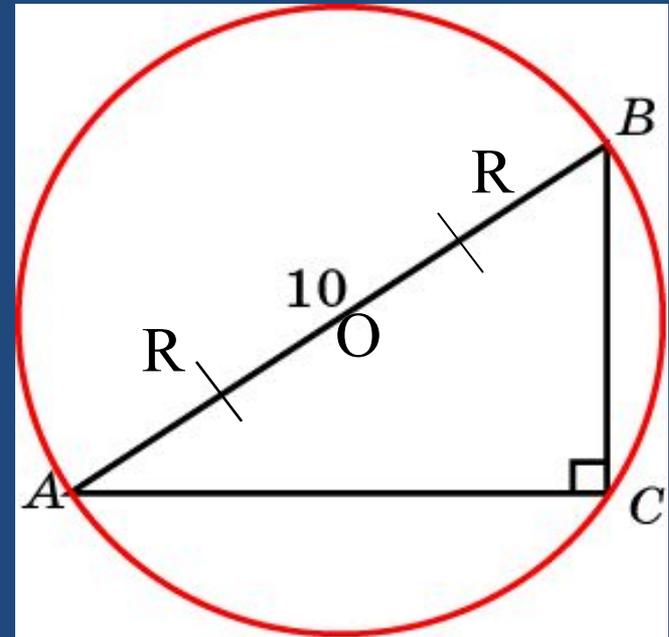
Решение: Т.к $\triangle ABC$ р/с BH и AD медианы

По свойству медиан: $BO/OH=2/1$, $OH=1 \Rightarrow BO=2=R$

Ответ: 2

ЗАДАЧА 2

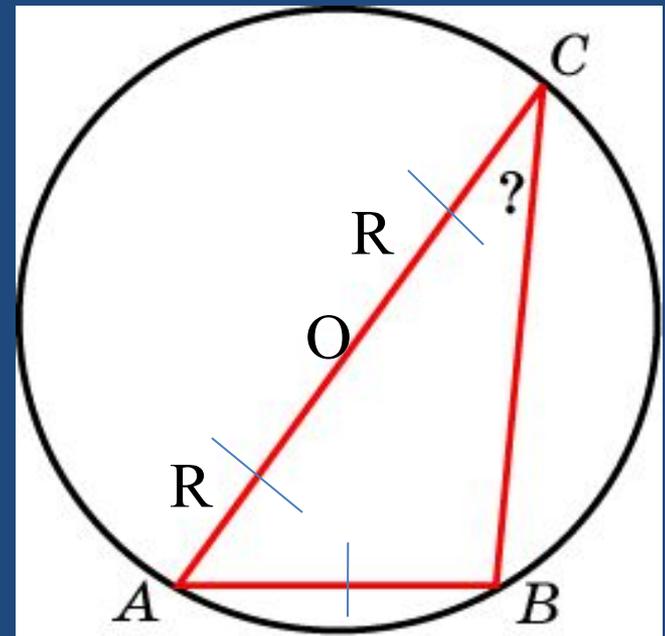
Гипотенуза
прямоугольного
треугольника равна
10 см. Найдите
радиус описанной
окружности



Ответ: 5

ЗАДАЧА 3

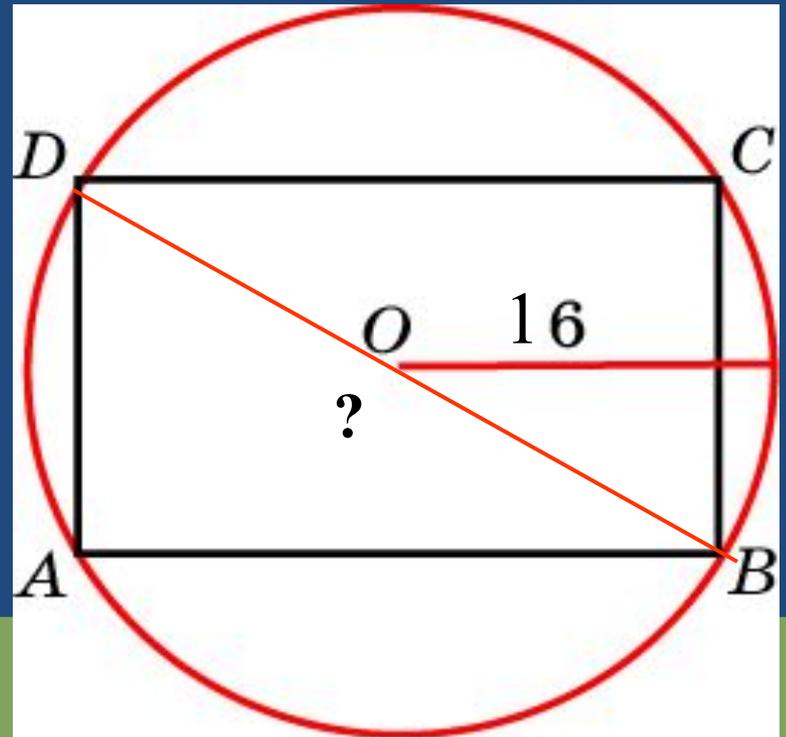
Одна сторона
треугольника равна
радиусу описанной
окружности. Найдите
угол треугольника,
противолежащий этой
стороне



Ответ: 30°

ЗАДАЧА 4

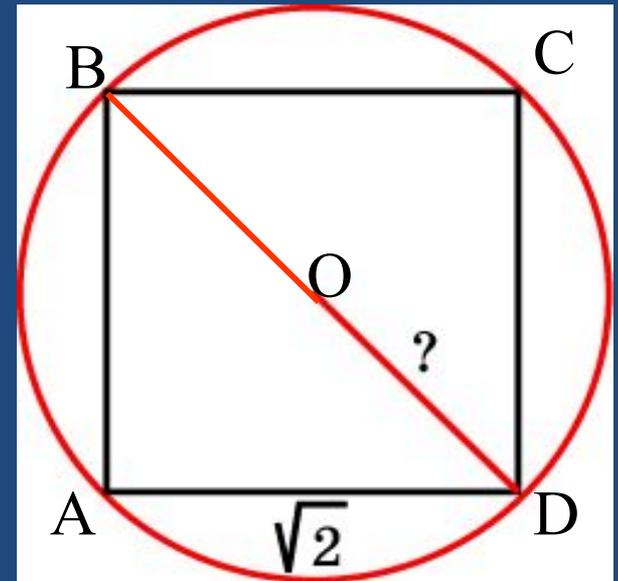
Найдите диагональ
прямоугольника,
вписанного в
окружность
радиуса 16



Ответ: 32

ЗАДАЧА 5

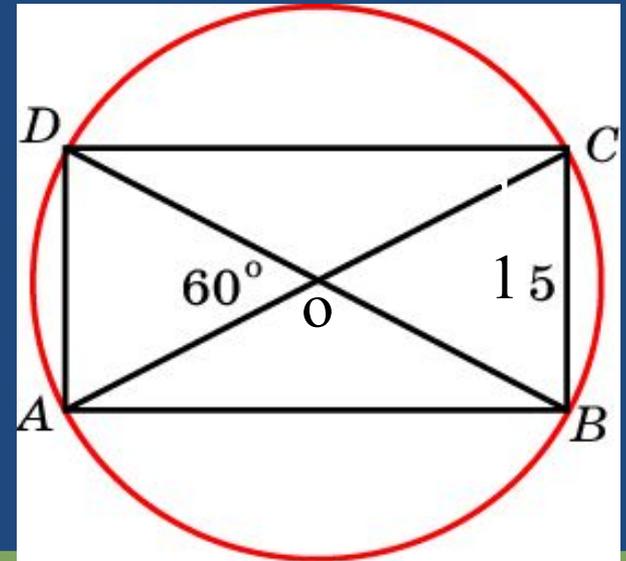
Найдите радиус
окружности,
описанной около
квадрата со стороной,
равной $\sqrt{2}$



Ответ: 1

ЗАДАЧА 5

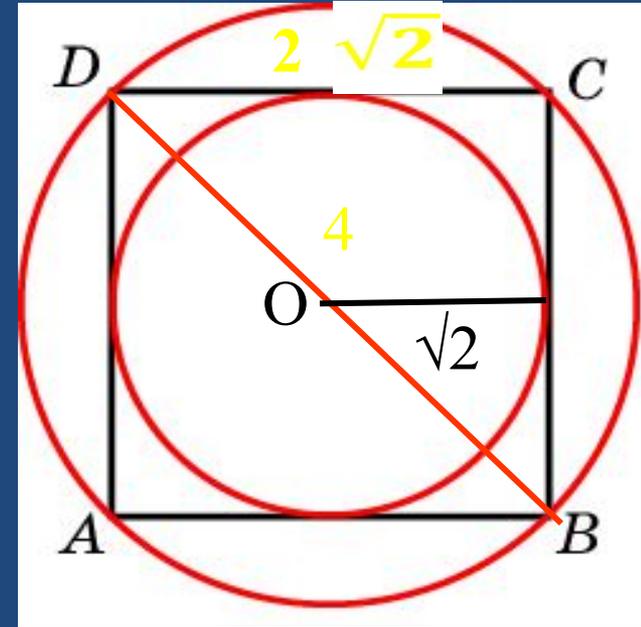
Меньшая сторона
прямоугольника равна
5 см. Угол между
диагоналями равен
 60° . Найдите радиус
описанной
окружности



Ответ: 15

ЗАДАЧА 6

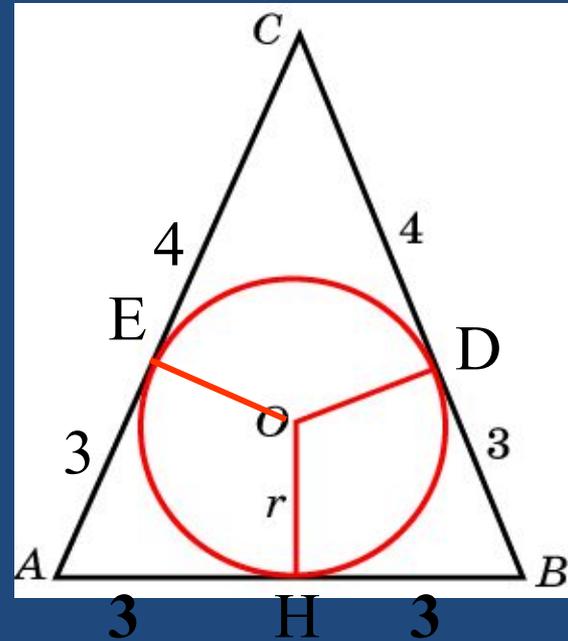
Около окружности радиуса, равного $\sqrt{2}$, описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанного около этого квадрата



Ответ: 2

ЗАДАЧА 7

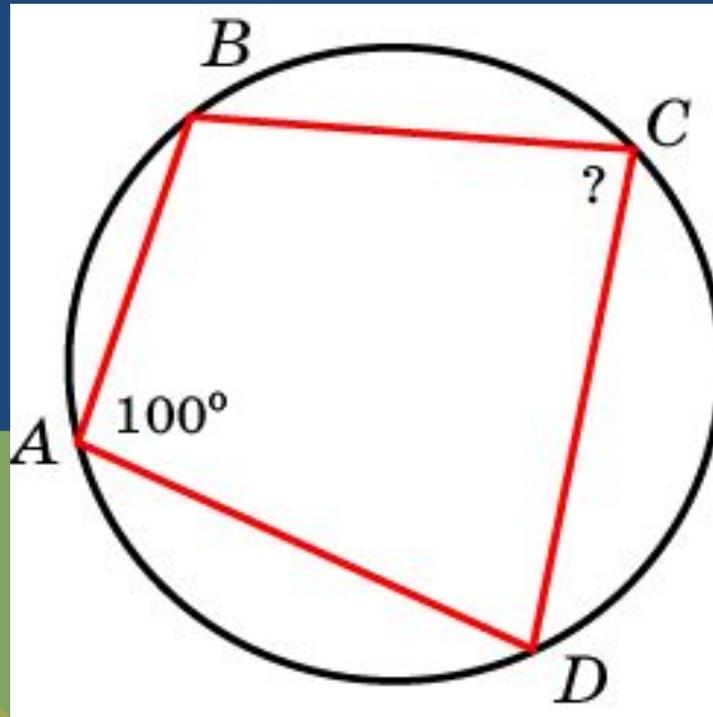
Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 4 и 3, считая от вершины. Найдите периметр треугольника



Ответ: 20

ЗАДАЧА 8

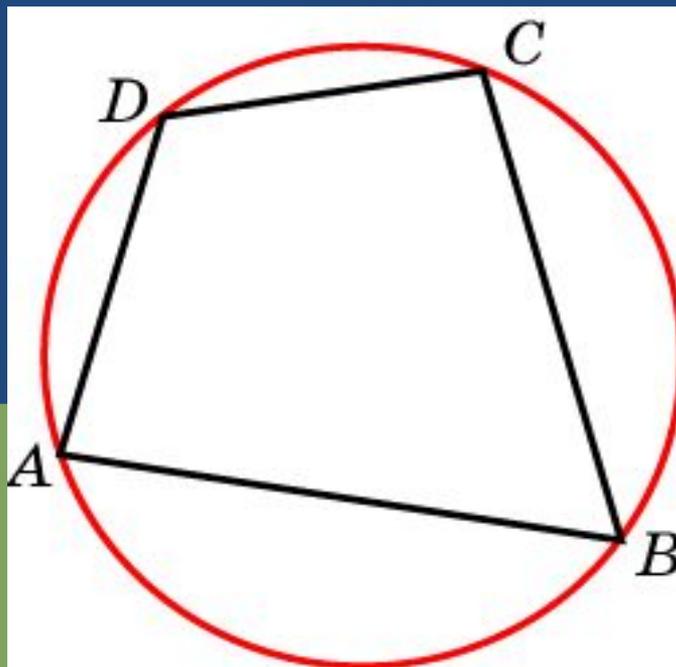
Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 100° . Найдите угол C



Ответ: 80°

ЗАДАЧА 9

Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 80° и 60° .
Найдите больший из оставшихся углов

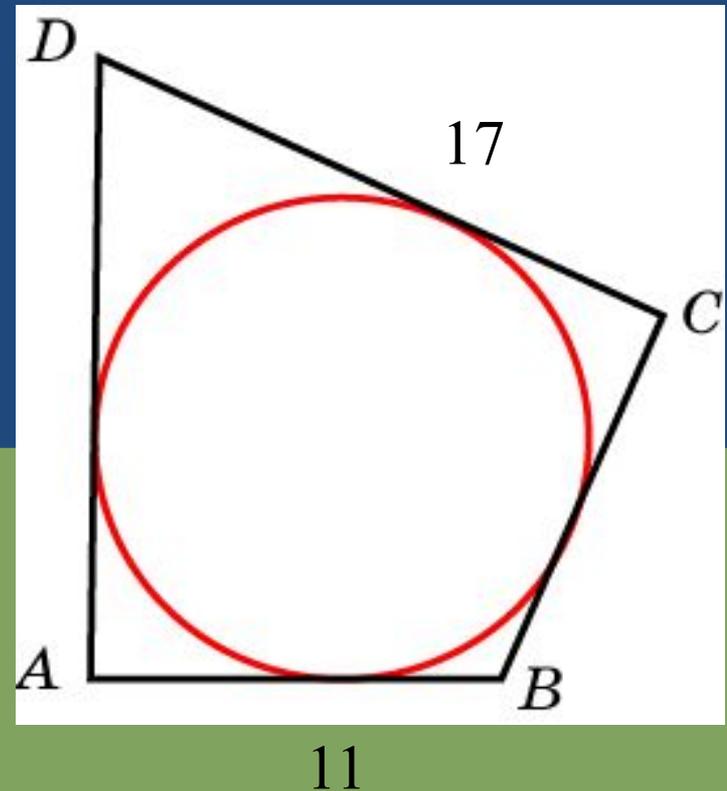


Ответ: 120°

ЗАДАЧА 10

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 11$, $CD = 17$.

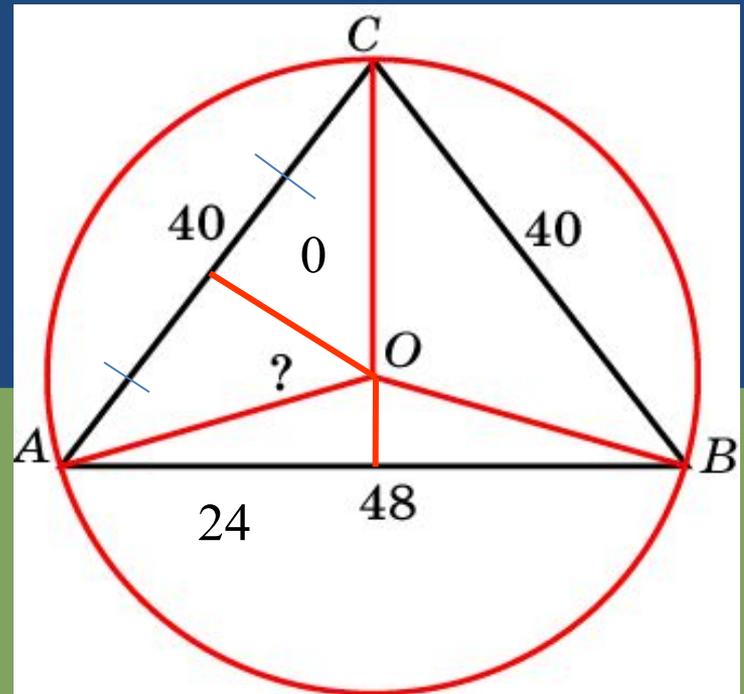
Найдите периметр четырехугольника



Ответ: 56

ЗАДАЧА 11

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности



Ответ: 25

СПАСИБО ЗА УРОК!