

*Критерии для
принятия
решений*

Матрица рисков

Пример: Планируется операция в заранее неясных условиях, касающихся, например, рыночной конъюнктуры. Относительно этих условий можно сделать предположения: П1, П2, П3, П4. Выгодность операции (ожидаемая прибыль) при наших стратегиях A_i для разных условий P_j задана матрицей (a_{ij}) выигрышей:

	П1	П2	П3	П4
A1	1	4	5	9
A2	3	8	4	3
A3	4	6	6	2

Построим матрицу рисков.

	П1	П2	П3	П4
А1	1	4	5	9
А2	3	8	4	3
А3	4	6	6	2

4 8 6 9

3	4	1	0
1	0	2	6
0	2	0	7

Средний риск $\bar{r}_i = \sum_{j=1}^n Q_j \cdot r_{ij} \rightarrow \min$

$$\bar{a}_i + \bar{r}_i = \sum_{j=1}^n Q_j \cdot a_{ij} + \sum_{j=1}^n Q_j \cdot (\beta_j - a_{ij}) = \sum_{j=1}^n Q_j \cdot \beta_j = c - \text{const}$$

Средний риск $\bar{r}_i = c - \bar{a}_i$

$\bar{r}_i \rightarrow \min$ т.т.т. $\bar{a}_i \rightarrow \max$

Критерий Лапласа

$\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$. Выгодность операции (ожидаемая прибыль) при наших стратегиях A_i для разных условий Π_j задана матрицей (a_{ij}) выигрышей:

$$Q_1 = P(\Pi_1), \dots, Q_n = P(\Pi_n) \qquad \sum_{j=1}^n Q_j = 1$$

$$\overline{a}_i = M_i = Q_1 \cdot a_{i1} + \dots + Q_n \cdot a_{in} = \sum_{j=1}^n Q_j \cdot a_{ij}$$

Нужно выбрать ту из стратегий A_i , для которой $\overline{a}_i \rightarrow \max$

Максиминный критерий Вальда

$$W = \max_i \min_j a_{ij}$$

«Всегда надо рассчитывать на худшее!»

Критерий минимаксного риска Сэвиджа

$$S = \min_i \max_j r_{ij}$$

«Любыми путями избежать большого риска при принятии решения!»

Критерий пессимизма-оптимизма

Гурвица

$$H = \max_i \left\{ \varepsilon \cdot \min_j a_{ij} + (1 - \varepsilon) \cdot \max_j a_{ij} \right\} \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

$$\varepsilon = 1 \quad H = \max_i \min_j a_{ij} \quad - \text{критерий Вальда}$$

$$\varepsilon = 0 \quad H = \max_i \max_j a_{ij} \quad - \text{критерий «крайнего оптимизма»}$$

Оптимальный вариант электростанции

В данном регионе имеются возможности:

A1 - построение большого водохранилища и гидроэлектростанции;

A2 - сооружение тепловой электростанции на основном (газовом) топливе и резервном (мазуте);

A3 - сооружение атомной электростанции.

Возможные решения $A = \{A1, A2, A3\}$.

Экономическая эффективность каждого варианта рассчитана проектным институтом, который учитывал затраты на строительство и эксплуатационные расходы.

На эксплуатационные расходы **гидроэлектростанции** влияют климатические условия, например, такие, как погодные условия, определяющие уровень воды в водохранилищах.

Большое число случайных факторов воздействует на экономическую эффективность **тепловой станции**: цены на мазут и газ, срывы поставок мазута из-за неритмичности работы транспорта в зимнее время, особенно во время снегопадов и продолжительных морозов.

Экономическая эффективность **атомной электростанции** будет зависеть от больших затрат на строительство и устойчивости агрегатов и системы управления во время эксплуатации.

Таким образом, погодные условия будут в основном сказываться на расходах по эксплуатации гидроэлектростанции и тепловой электростанции.

Следовательно, на эффективность тепловой электростанции будут влиять как погодные условия, так и цены на газ и мазут.

Случайные факторы, от которых зависит экономическая эффективность вариантов капиталовложения, объединим в четыре возможных **состояния природы** - $W = (Q1, Q2, Q3, Q4)$ с учетом окупаемости:

Q1 - цены на газ и мазут низкие и климатические условия благоприятные;

Q2 - цены на газ и мазут высокие и климатические условия благоприятные;

Q3 - цены на газ и мазут низкие и климатические условия неблагоприятные;

Q4 - цены на газ и мазут высокие и климатические условия неблагоприятные.

Представим в таблице полученные **расчеты** эффективности $W(Q, A)$.

	Q1	Q2	Q3	Q4
A1	50	50	25	25
A2	40	25	35	20
A3	30	30	30	30

По данным многолетней статистики цен и состояний получены оценки апостериорного (получены после опыта) распределения состояний природы:

$$P(Q1) = 0,15; \quad P(Q2) = 0,3; \quad P(Q3) = 0,2; \quad P(Q4) = 0,35$$

Задача. Необходимо построить в регионе электростанцию большой мощности.

	Q1	Q2	Q3	Q4
A1	50	50	25	25
A2	40	25	35	20
A3	30	30	30	30

$$P(Q1) = 0,15; \quad P(Q2) = 0,3;$$
$$P(Q3) = 0,2; \quad P(Q4) = 0,35.$$

$$M(A1) = 50*0,15 + 50*0,3 + 25*0,2 + 25*0,35 = 36,25;$$

$$M(A2) = 40*0,15 + 25*0,3 + 35*0,2 + 20*0,35 = 27,5;$$

$$M(A3) = 30*0,15+30*0,3+30*0,2+30*0,35=30.$$

$$\max M(A_i) = M(A1) = 36,25$$

A1 - построение гидроэлектростанции

Оптимальный вариант электростанции

Упражнение: Найти оптимальный вариант электростанции, если дана таблица эффективностей:

$$\begin{pmatrix} 10 & 8 & 4 & 11 \\ 9 & 9 & 5 & 10 \\ 8 & 10 & 3 & 14 \\ 7 & 7 & 8 & 12 \end{pmatrix}$$