

Фінансова математика

Коржова Ольга Володимирівна

Основна література:

- 1. Гадецька С.В., Савченко Г.О. Фінансова математика**
- 2. Лапішко М.Л. Основи фінансово-статистичного аналізу економічних процесів**
- 3. Четыркин Е.М. Финансовая математика**
- 4. Машина Н.І. Вищі фінансові обчислення**
- 5. Самаров К.Л. Финансовая математика**

Тема.

Прості та складні відсотки

План

1. Нарощення за простими та складними відсотками.
2. Дисконтування за простими та складними відсотками.

**Формули нарощення
за простими ставками:**

1) *Загальний спосіб*

$$S = P(1 + ni)$$

2) *Для короткотермінових позичок*

$$S = P \left(1 + \frac{g}{K} \cdot i \right)$$

g – кількість днів користування грошима

K – кількість днів у році (база)

Основні способи розрахунку

- Точні відсотки (англ. практика) 365/365

$$\frac{g_m}{365}$$

- Комерційні відсотки (фр. практи.) 365/360

$$\frac{g_m}{360}$$

- Звичайні відсотки (нім. практи.) 360/360

$$\frac{g_H}{360}$$

ПОРЯДКОВІ НОМЕРИ ДНІВ У РОЦІ

місяць число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29	60	88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30	61	89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31	62	90	121	151	182	212	243	274	304	335	365

Приклад. Позика у розмірі 10 000 грн., видана з 7.03 по 5.10 (рік не високосний) під 18 % простих річних. Яку суму повинен виплатити боржник за різними способами розрахунку?

$$1) \text{ 365/365: } S = 10000 \left(1 + \frac{278 - 66}{365} \cdot 0,18 \right) = 11045,48 \text{ (грн)}$$

$$2) \text{ 365/360: } S = 10000 \left(1 + \frac{212}{360} \cdot 0,18 \right) = 11060 \text{ (грн)}$$

$$3) \text{ 360/360: } \begin{array}{r} 5.10 \\ -7.03 \\ \hline -2.07 \end{array} \quad g_H = 7 \cdot 30 - 2 = 208 \text{ (днів).}$$

$$S = 10000 \left(1 + \frac{208}{360} \cdot 0,18 \right) = 11040 \text{ (грн)}$$

Формули нарощення за складними ставками:

1) *Загальний спосіб*

$$S=P(1+i)^n;$$

2) *Змішаний спосіб*

$$S=P(1+i)^a \cdot (1+b \cdot i),$$

$n=a+b$ – строк позики;

a – ціле число років,

b – дробова частина року.

Формула нарощення за номінальною ставкою відсотків j :

$$S = P \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{m \cdot n}$$

n – кількість років,

m – кількість нарахувань на рік

Приклад. Яка сума боргу буде через 25 місяців, якщо його початкова величина 500 тис.грн., проценти складні, ставка 20% річних, нарахування щоквартальне?

$$S = 500000 \left(1 + \frac{0,2}{4} \right)^{\frac{25}{12} \cdot 4} = 750840,17 \text{ грн}$$

Приклад. Розрахуйте, яка сума буде на рахунку, якщо внесок 10000 грн. покладений на 2,5 років під 15 % річних. Відсотки складні і нараховуються:

1) раз у рік; 2) раз у півріччя; 3) щомісячно.

Порівняння методів нарощення відсотків: Прості та Складні

Параметри вкладу	Од. вим.	Значення
Початкова сума вкладу	грн.	1 000
Ставка	% в рік	20

	Баланс на кінець періоду	
Термін, місяці	складні %	прості %
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

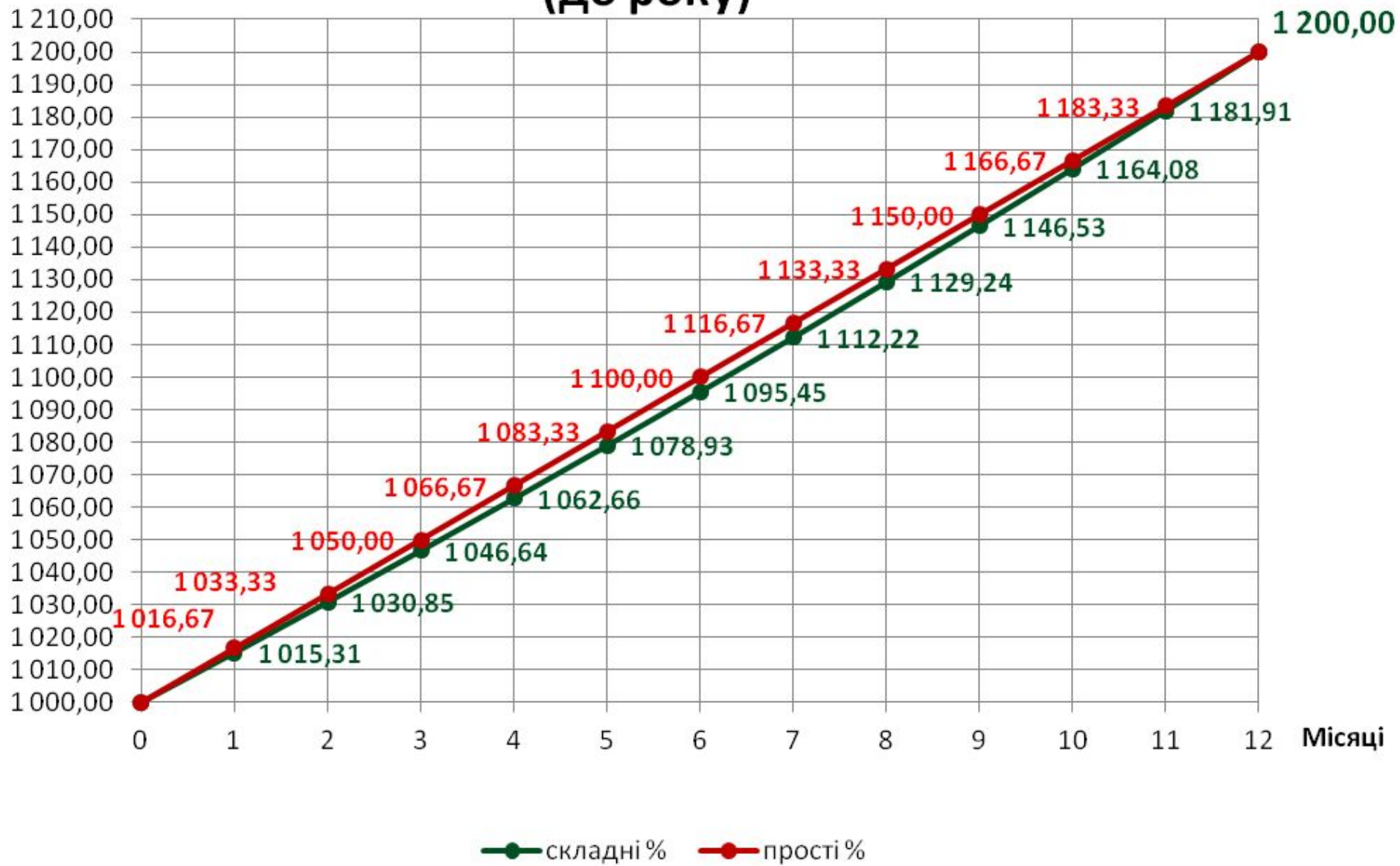
	Баланс на кінець періоду	
Термін, місяці	складні %	прості %
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

	Баланс на кінець періоду	
Термін, роки	складні %	прості %
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Термін, місяці	Баланс на кінець періоду	
	складні %	прості %
0	1 000,00	1 000,00
1	1 015,31	1 016,67
2	1 030,85	1 033,33
3	1 046,64	1 050,00
4	1 062,66	1 066,67
5	1 078,93	1 083,33
6	1 095,45	1 100,00
7	1 112,22	1 116,67
8	1 129,24	1 133,33
9	1 146,53	1 150,00
10	1 164,08	1 166,67
11	1 181,91	1 183,33
12	1 200,00	1 200,00

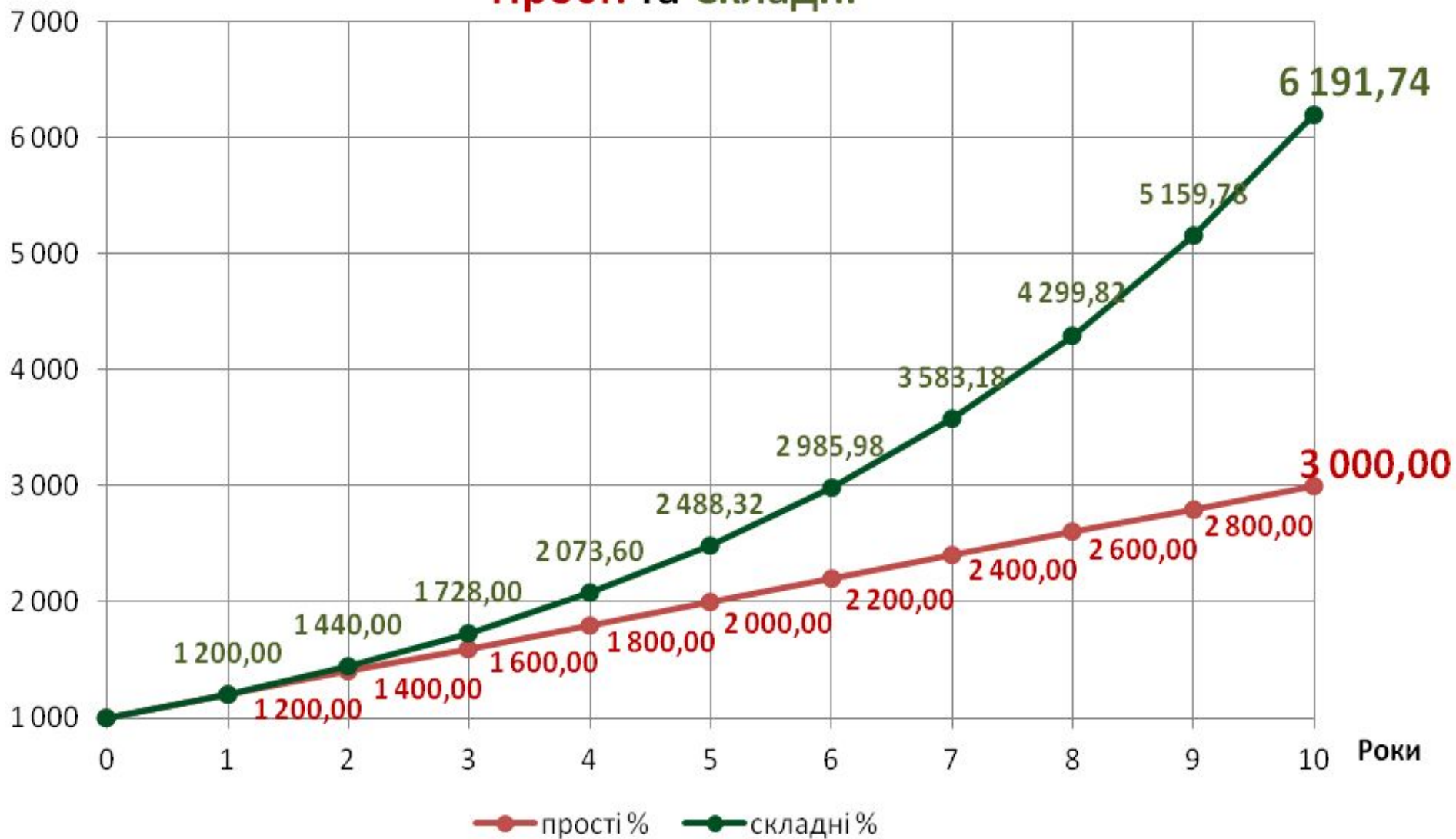
Термін, роки	Баланс на кінець періоду	
	складні %	прості %
0	1 000,00	1 000,00
1	1 200,00	1 200,00
2	1 440,00	1 400,00
3	1 728,00	1 600,00
4	2 073,60	1 800,00
5	2 488,32	2 000,00
6	2 985,98	2 200,00
7	3 583,18	2 400,00
8	4 299,82	2 600,00
9	5 159,78	2 800,00
10	6 191,74	3 000,00

Порівняння методів нарощення відсотків: Прості та Складні (до року)



Порівняння методів нарощення відсотків:

Прості та Складні



Дисконтування

математичне
дисконтування



ставка
нарощення

банківський
облік



дисконтна
ставка

Математичне дисконтування

$$1) P = \frac{S}{(1 + ni)}$$

$$2) P = \frac{S}{(1 + i)^n}$$

$$3) P = \frac{S}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n}}$$

Банківське дисконтування

$$1) P = S(1 - n \cdot d)$$

$$2) P = S(1 - d)^n$$

$$3) P = S \left(1 - \frac{f}{m} \right)^{m \cdot n}$$

Приклад. Математичне дисконтування

Скільки грошей потрібно покласти на рахунок, щоб отримати через 180 днів 310 000 грн?
 $i_{пр}=16\%$, $K=365$.

$$Pr_{\#} \frac{310000}{1 + \frac{180}{365} \cdot 0,16} \approx 287328,59 (\quad)$$

Приклад. Банківське дисконтування

Вексель виданий на 1 млн грн. Власник векселя облікував його у банку за 55 днів до терміну погашення за простою дисконтною ставкою 20%. Визначити суму, яку отримає власник векселя та суму, яку отримає банк.

Отримана власником сума на день обліку:

$$Pr = 1000000 \cdot \left(1 - \frac{55}{360} \cdot 0,2 \right) = 969444,44 \text{ ()}$$

Дисконт:

$$D = S - P =$$

$$= 1\ 000\ 000 - 969\ 444,44 = 30\ 555,56 \text{ (грн)}$$

Приклад. Розв'яжіть самостійно.

Підприємець прогнозує майбутню власну діяльність і йому необхідна сума 500 000 грн. через 3 роки для вдосконалення певних видів діяльності його бізнесу. Допоможіть підприємцю у визначенні суми, яку слід зараз внести до банку за умови, що річна ставка складних відсотків 15% та нарахування відсотків здійснюється щомісячно.

Ставка	Нарощення	Дисконтування
$i_{пр}$	$S = P(1 + ni)$	$P = \frac{S}{1 + ni}$
$d_{пр}$	$S = \frac{P}{1 - nd}$	$P = S(1 - nd)$
$i_{скл}$	$S = P(1 + i)^n$	$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$
j	$S = P \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{nm}$	$P = S / \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{nm}$
$d_{скл}$	$S = \frac{P}{(1 - d)^n}$	$P = S(1 - d)^n$