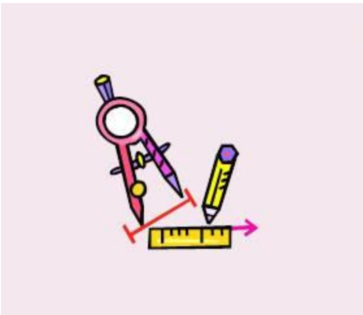
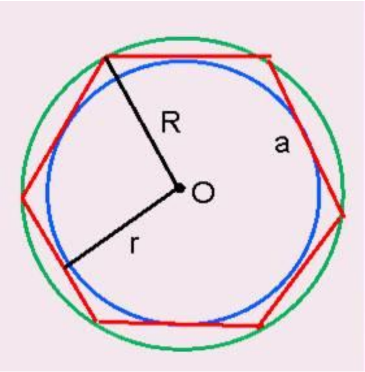
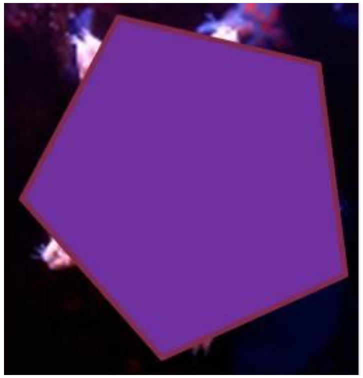
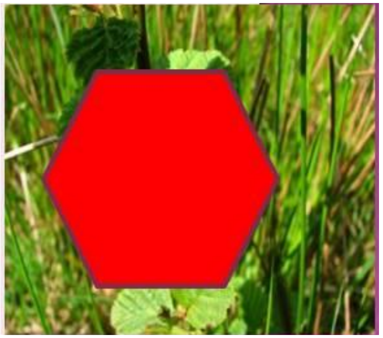




ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ



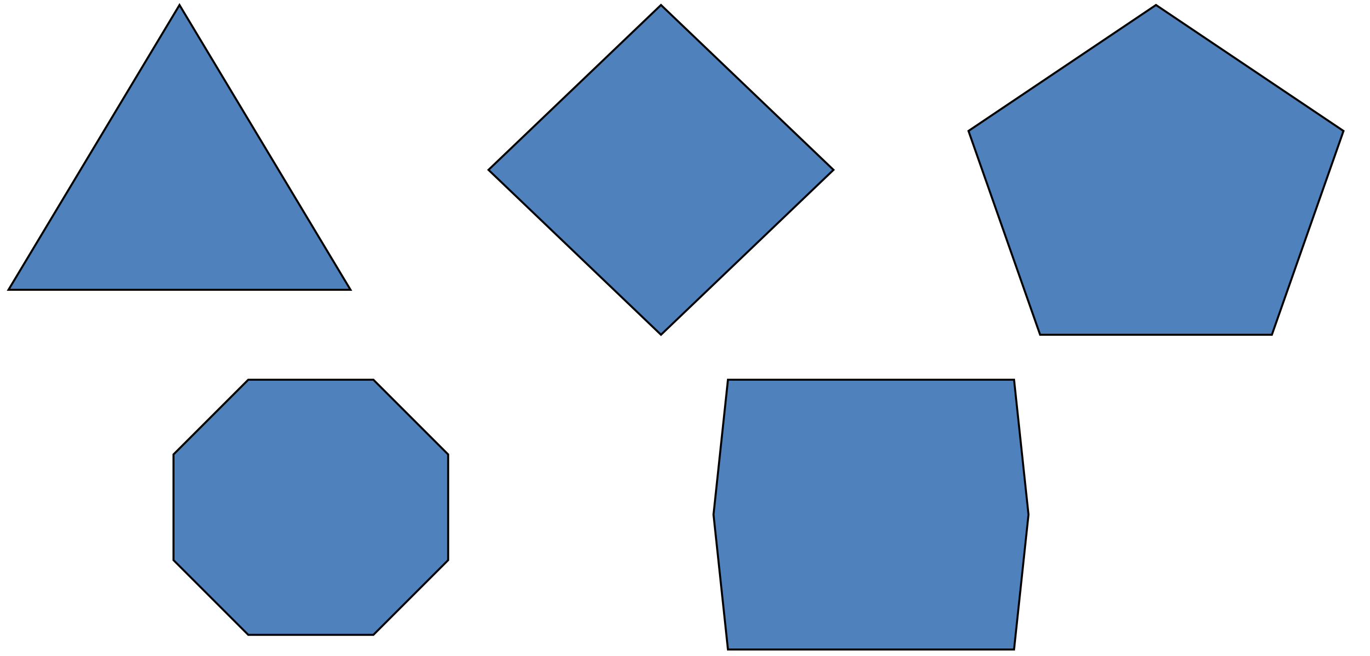


Из истории

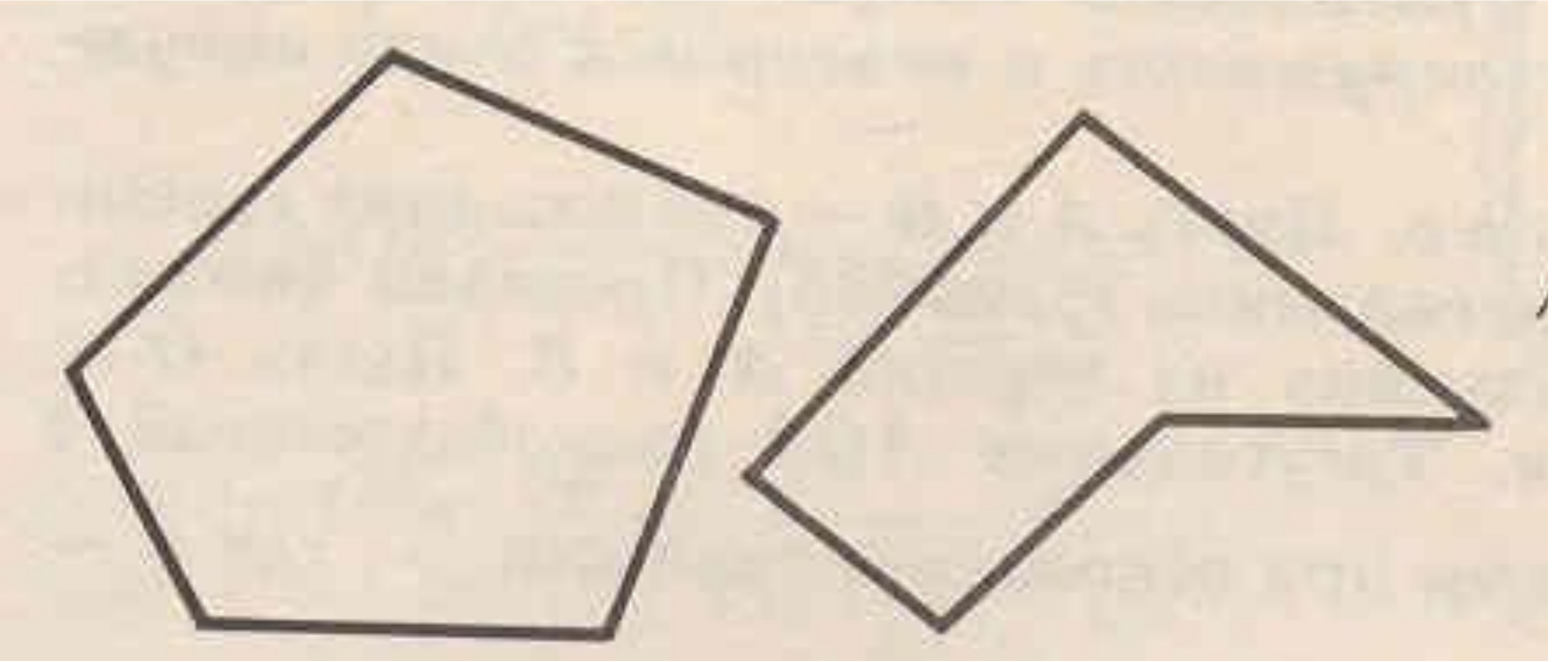
- Правильные многоугольники были известны еще в глубокой древности. В египетских и вавилонских старинных памятниках встречаются правильные четырехугольники, шестиугольники и восьмиугольники в виде изображений на стенах и украшений, высеченных из камня.
- Древнегреческие ученые стали проявлять большой интерес к правильным многоугольникам еще со времен Пифагора.
- Учение о правильных многоугольниках было систематизировано и изложено в 4 книге «Начал» Евклида.

ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.



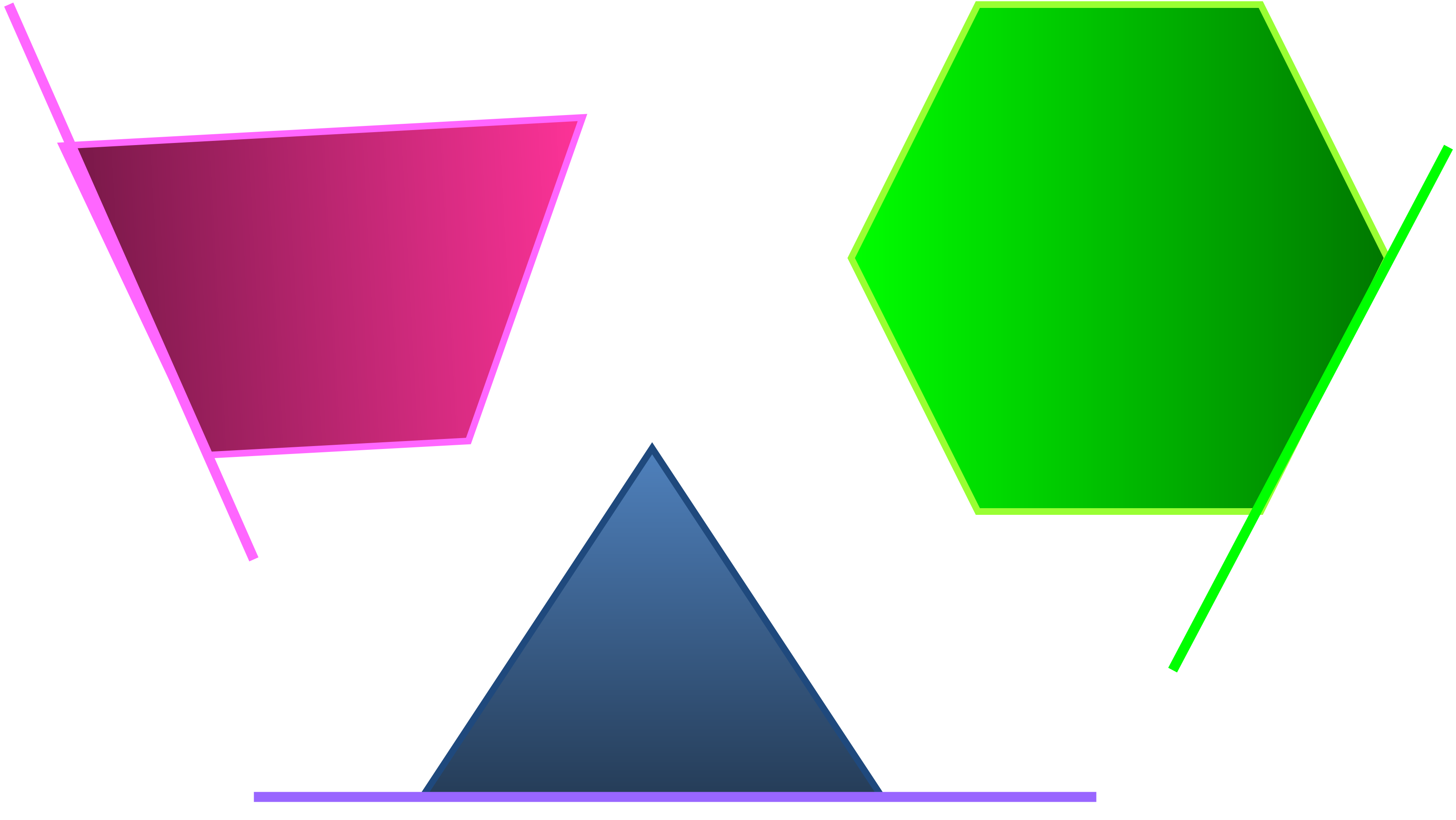
Виды многоугольников



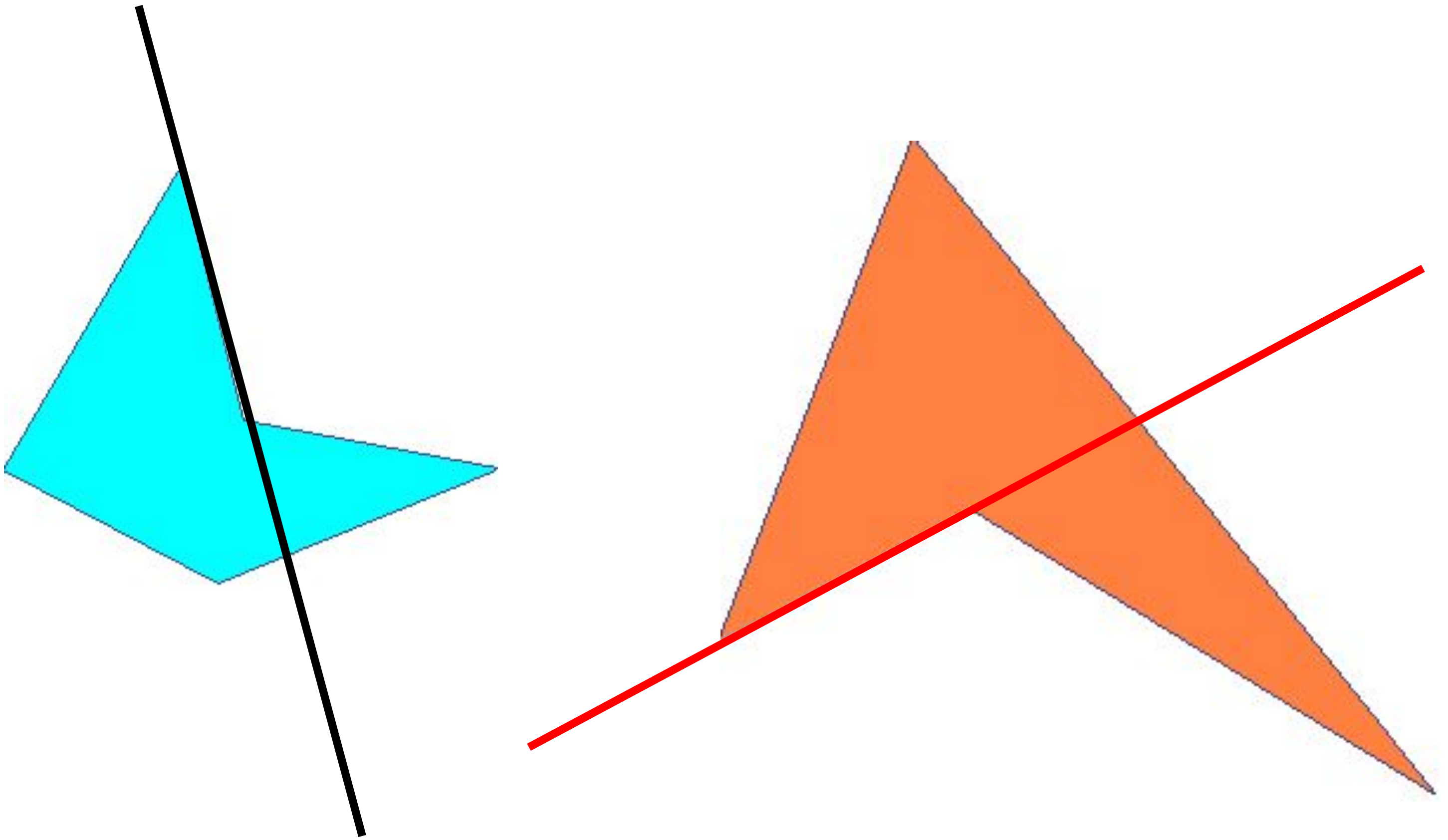
Выпуклый

Невыпуклый

Выпуклые многоугольники



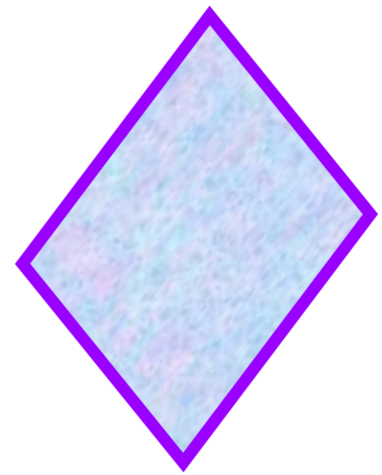
Невыпуклые многоугольники



Правильные многоугольники

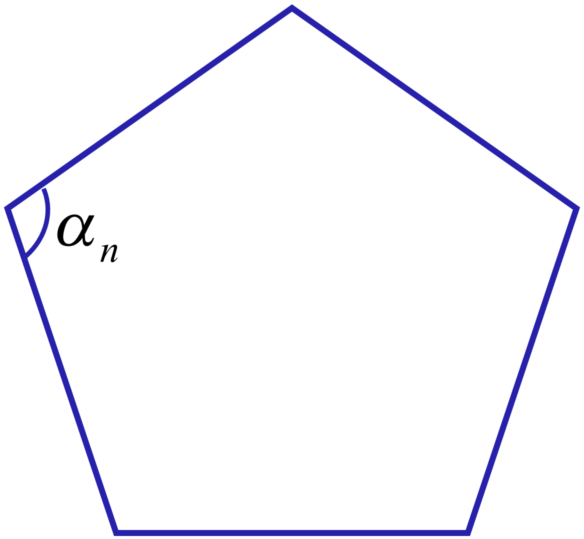
все углы равны

все стороны равны



все углы равны и все стороны равны

Сумма углов правильного n-угольника



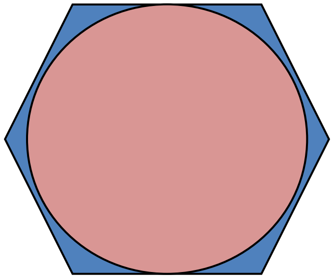
$$(n-2)\cdot 180^0$$

$$\alpha_n = \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}$$

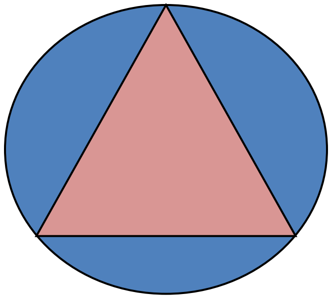
Угол правильного n-угольника

Решаем задания №1

Вписанная и описанная окружность



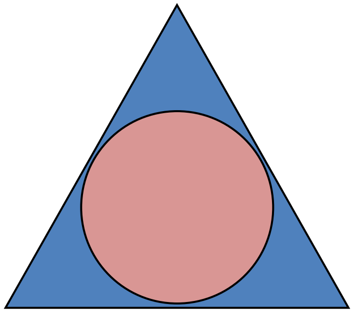
Окружность называется вписанной в многоугольник,
если все стороны многоугольника касаются этой окружности.



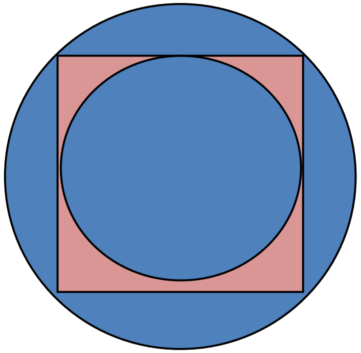
Окружность называется описанной около многоугольника, если все его вершины лежат на этой окружности.

Вписанная и описанная окружность

Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах.



Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник.



ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Площадь правильного многоугольника

$$S = \frac{1}{2}\mathrm{Pr}$$

Сторона правильного многоугольника

$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

Радиус вписанной окружности

$$r = R\cos\frac{180^0}{n}$$

Группа 1 *Дано: R, n=3* *Найти: а*

Группа 2 *Дано: R, n=4* *Найти: а*

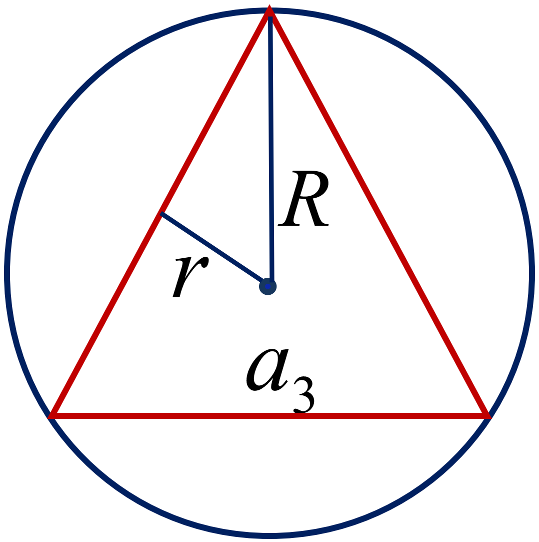
Группа 3 *Дано: R, n=6* *Найти: а*

Группа 4 *Дано: r, n=3* *Найти: а*

Группа 5 *Дано: r, n=4* *Найти: а*

Группа 6 *Дано: r, n=6* *Найти: а*

Группа 1 Дано: R, n=3 Найти: a

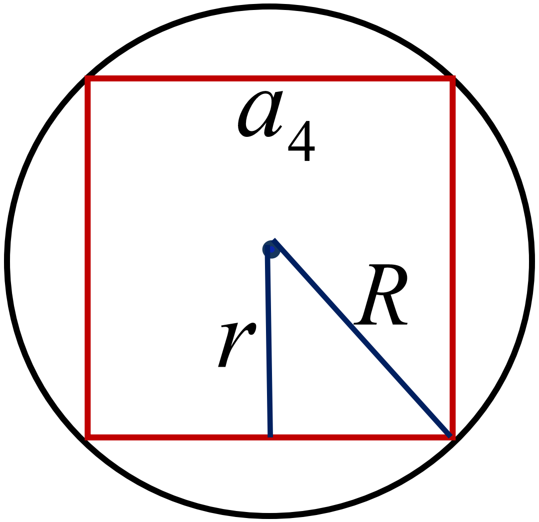


$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_3 = 2R\sin\frac{180^0}{3} = 2R\sin 60^0 = 2R\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

$$\boxed{a_3 = R\sqrt{3}}$$

Группа 2 **Дано: R, n=4** **Найти: a**

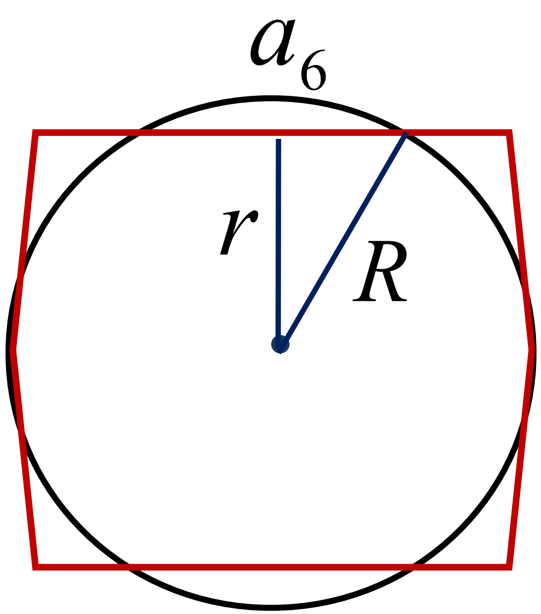


$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_4 = 2R\sin\frac{180^0}{4} = 2R\sin 45^0 = 2R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$$

$$a_4 = R\sqrt{2}$$

Группа 3 **Дано: R, n=6** **Найти: a**

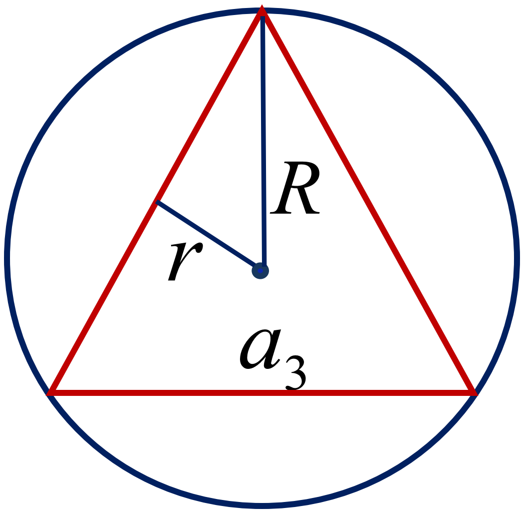


$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_6 = 2R\sin\frac{180^0}{6} = 2R\sin 30^0 = 2R\cdot\frac{1}{2} = R$$

$$a_6 = R$$

Группа 4 Дано: r, n=3 Найти: a



$$R = \frac{r}{\cos\frac{180^0}{n}}$$

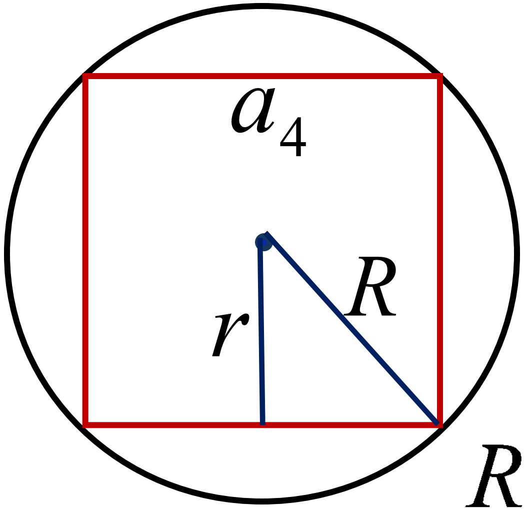
$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$R_3 = \frac{r}{\cos 60^0} = \frac{r}{\frac{1}{2}} = 2r$$

$$a_3 = 2R\sin\frac{180^0}{3} = 2\cdot 2r\sin 60^0 = 4r\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}r$$

$$a_3 = 2\sqrt{3}r$$

Группа 5 Дано: r, n=4 Найти: a



$$R = \frac{r}{\cos\frac{180^0}{n}}$$

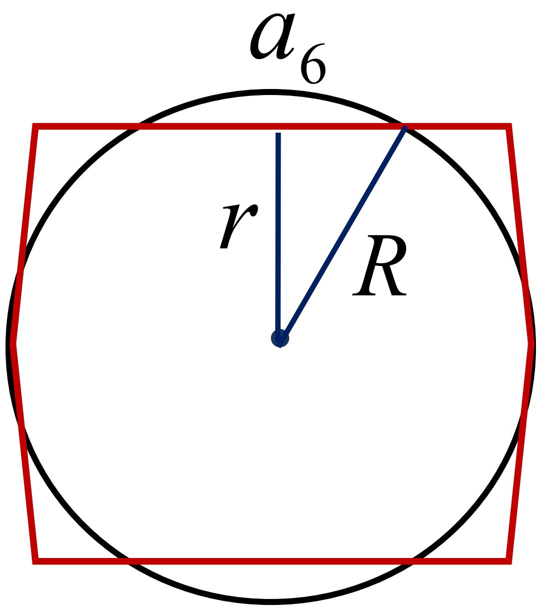
$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$R_4 = \frac{r}{\cos 45^0} = \frac{r}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}r$$

$$a_4 = 2R\sin\frac{180^0}{4} = 2\cdot\sqrt{2}r\sin 45^0 = 2\sqrt{2}r\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 2r$$

$$a_4 = 2r$$

Группа 6 **Дано: r, n=6** **Найти: a**



$$R = \frac{r}{\cos \frac{180^0}{n}}$$

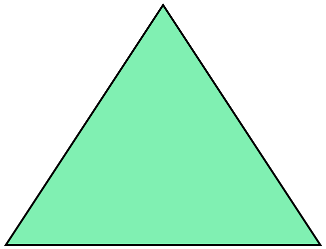
$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$R_6 = \frac{r}{\cos 30^0} = \frac{r}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

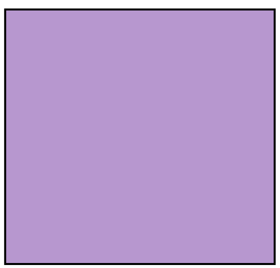
$$a_6 = 2R\sin\frac{180^0}{6} = 2\cdot\frac{2r}{\sqrt{3}}\sin 30^0 = \frac{4r}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

$$a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

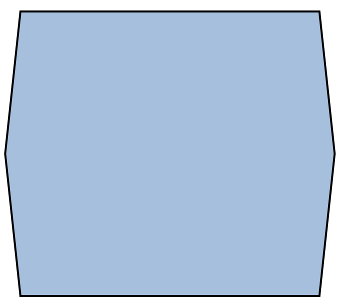
ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ



$$a_3 = R\sqrt{3} \qquad a_3 = 2\sqrt{3}r$$



$$a_4 = R\sqrt{2} \qquad a_4 = 2r$$



$$a_6 = R \qquad a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

Подведем итог

Мы знаем формулы:

$$a_n = 2R\sin\frac{180^0}{n}$$

$$a_3 = R\sqrt{3} \quad a_3 = 2\sqrt{3}r$$

$$r = R\cos\frac{180^0}{n}$$

$$a_4 = R\sqrt{2} \quad a_4 = 2r$$

$$S = \frac{1}{2}\mathbf{Pr}$$

$$a_6 = R \quad a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$


videouroki.net
http://videouroki.net

Решаем задания №3

Паркеты из правильных многоугольников

- В математике паркетом называют «замощение» плоскости повторяющимися фигурами без пропусков и перекрытий. Простейшие паркеты были открыты пифагорейцами около 2500 лет тому назад.

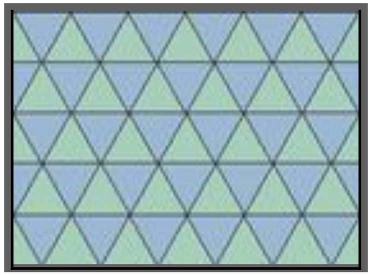
Они установили, что вокруг одной точки могут лежать либо шесть правильных многоугольников (360^0: 60^0 = 6), либо четыре квадрата (360^0: 90^0 = 4), либо три правильных шестиугольника (360^0: 120^0 = 3), так как сумма углов с вершиной этой точки равна 360^0.

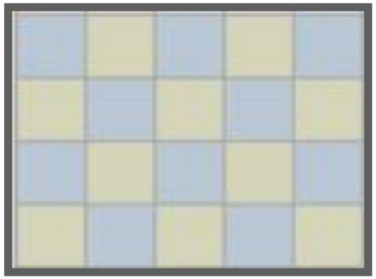
Паркеты из правильных многоугольников

- Паркет называется **правильным**, если он составлен из равных правильных многоугольников и вокруг каждой вершины правильные многоугольники расположены одним и тем же способом.
- Если при составлении паркета использовать несколько правильных многоугольников с различным числом сторон, то такой паркет называется **полуправильным.**

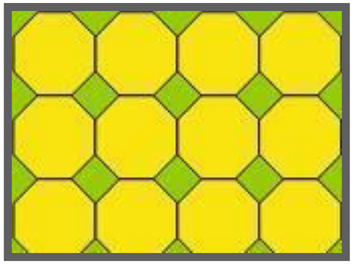
ПАРКЕТЫ ИЗ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

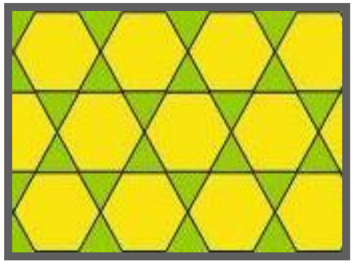
Паркеты из одинаковых правильных многоугольников

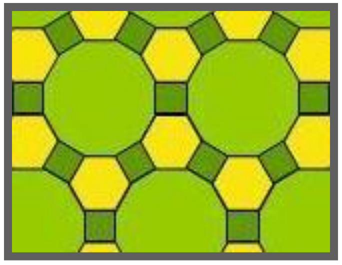


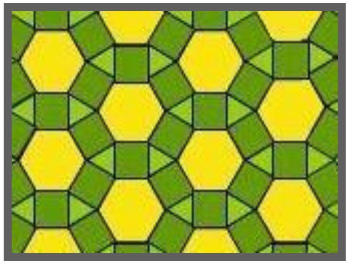


Паркеты из разных правильных многоугольников

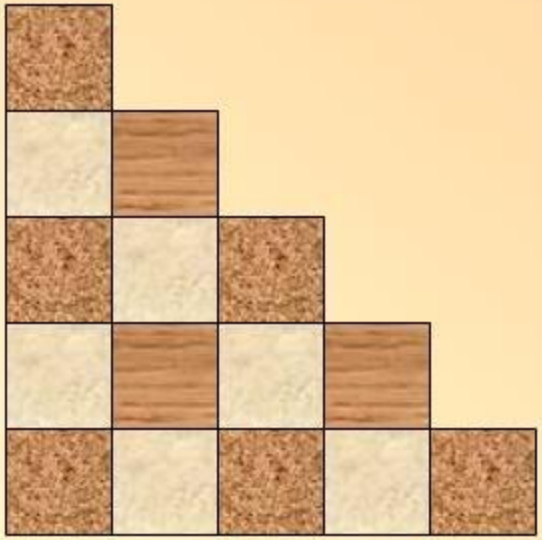


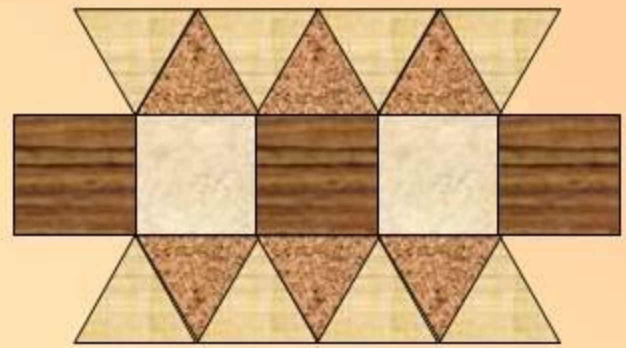


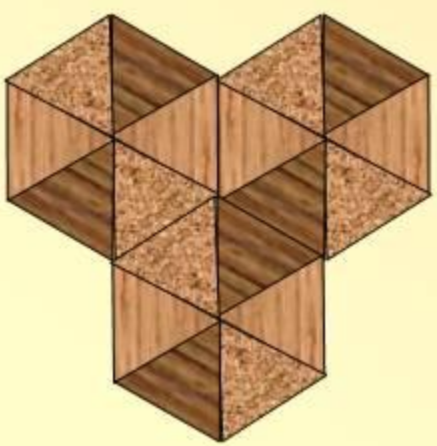


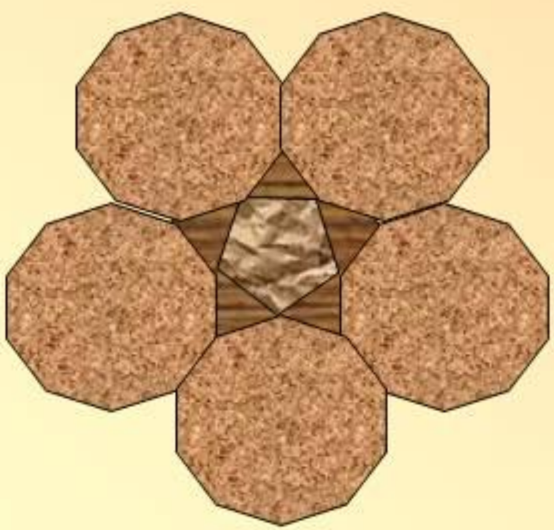


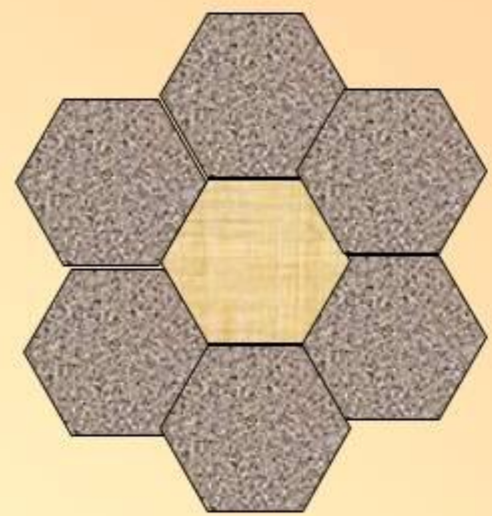
Паркеты
из правильных
многоугольников









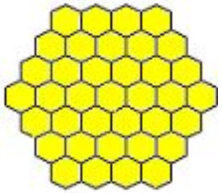



CERAMICA
KS.UA

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ В ПРИРОДЕ

Правильные многоугольники встречаются в природе. Один из примеров – это пчелиные соты, которые представляют собой прямоугольник, покрытый правильными шестиугольниками. На этих шестиугольниках пчелы выращивают из воска ячейки, представляющие собой прямые шестиугольные призмы. В них пчелы и откладывают мед, а затем снова покрывают сплошным прямоугольником из воска.

Правильные многоугольники в природе



Почему пчелы «выбрали» себе для ячеек на сотах форму правильного шестиугольника?

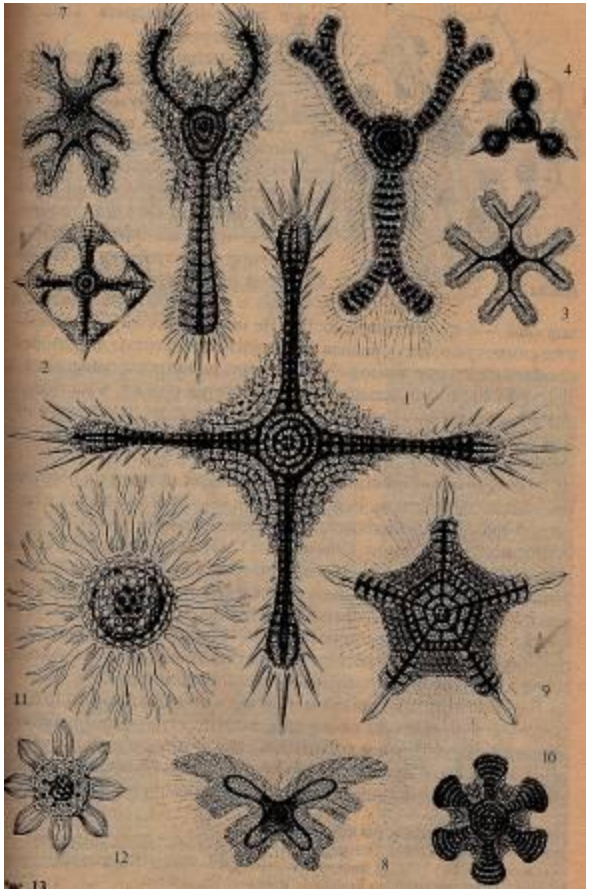
Строя шестиугольные ячейки пчелы наиболее экономно используют площадь внутри небольшого улья и воск для изготовления ячеек.

Причем пчелиные соты представляют собой не плоский, а пространственный паркет, поскольку заполняют пространство так, что не остается просветов.

И как не согласиться с мнением пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»: *«Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию моих сот».*

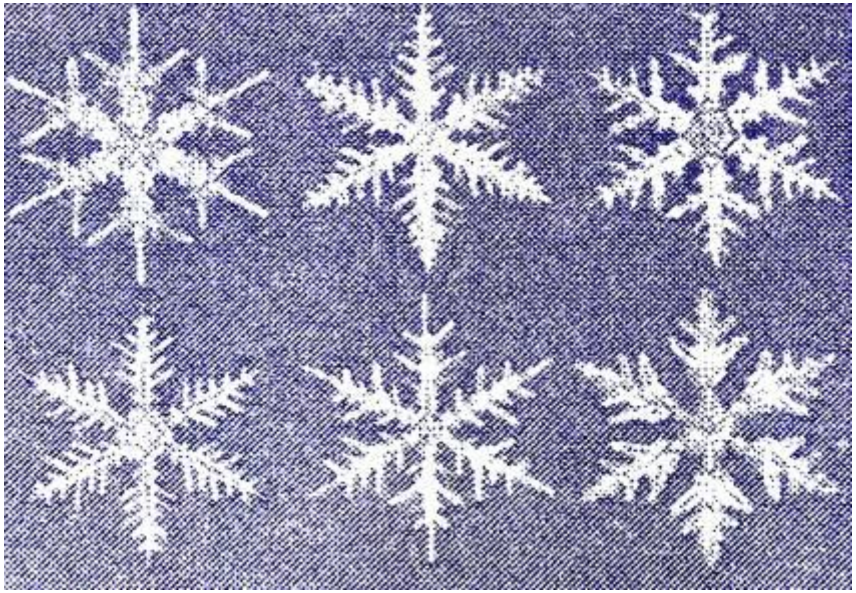
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ В ПРИРОДЕ

Многие простейшие морские организмы (радиолярии) имеют форму правильных многоугольников



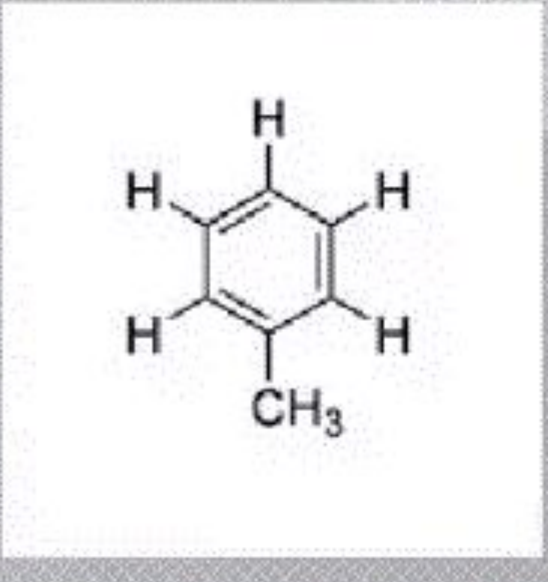
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ В ПРИРОДЕ

Снежинки имеют форму правильных многоугольников

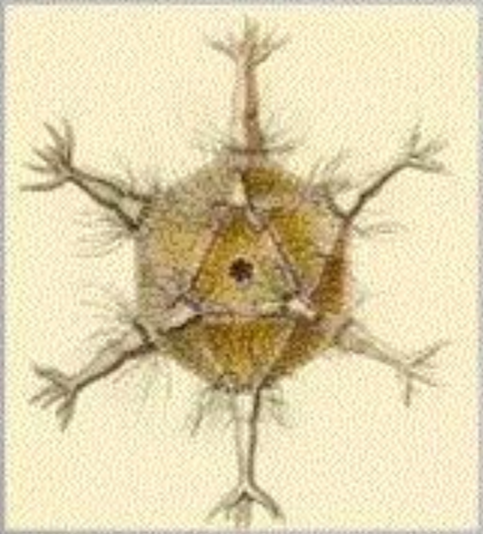


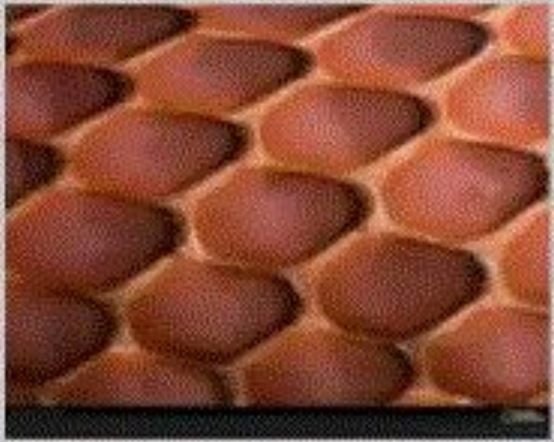
Сложные молекулы углерода.

Также примером многоугольников в природе могут служить некоторые сложные молекулы углерода.



- Наиболее экономичной в отношении затраты материала является конструкция, составленная из плотно сомкнутых правильных шестиугольников или шестигранников. Она очень часто встречается в природе: в панцирях черепах, чешуе змей, проводящих сосудах растений, в радиоляриях, диатомеях и т. д.

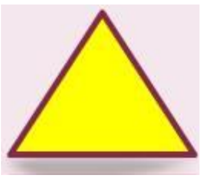




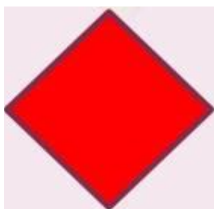
В мире растений правильные многоугольники тоже встречаются, но гораздо реже.

Эти удивительные правильные многоугольники

Правильные многоугольники – воплощение красоты и изящества. Они заслуживают пристального внимания и изучения.



Мне понравился урок и я узнал много интересного.



Мне понравился урок, но я испытывал затруднения.

Мне не понравился урок.