Основы теории размерных цепей

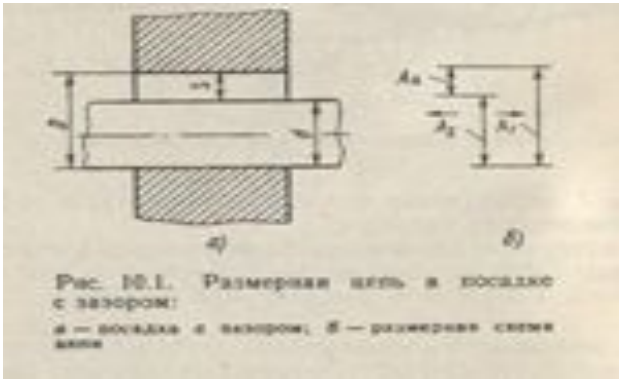


Рис. 10.1. Размерная цепь в посадке с зазором:

а — посадка с зазором; б — размерная схема цепи

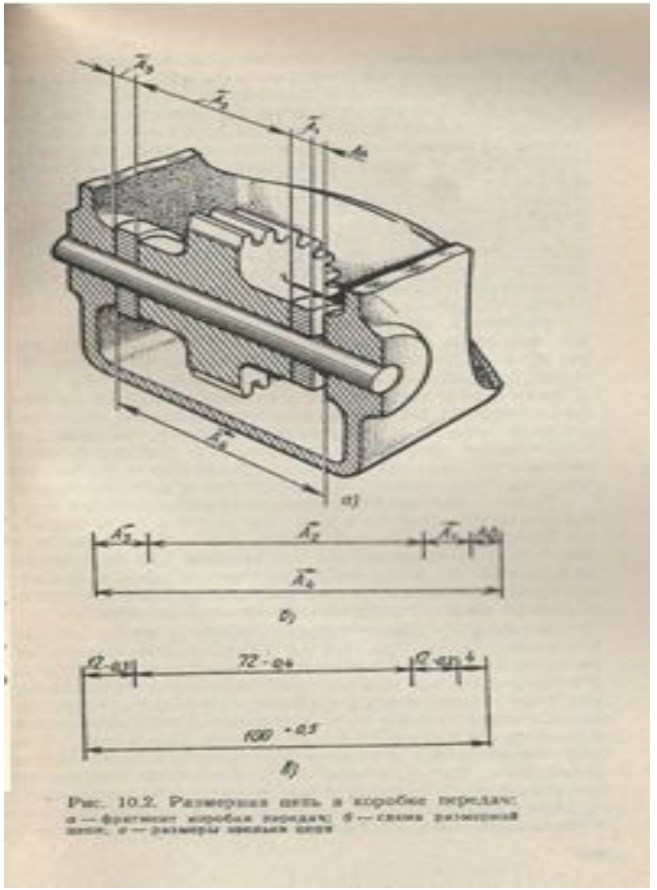


Рис. 10.2. Размерная цепь в коробке передач:

а — фрагмент коробки передач; б — схема размерной цепи; в — размеры звеньев цепи

Термины, определения и обозначения

Размерной цепью называется совокупность размеров, образующих замкнутый контур и непосредственно участвующих в решении задачи обеспечения необходимого допуска размера замыкающего звена.

Различают конструкторские, технологические и измерительные размерные цепи, которые используются для обеспечения требуемой точности деталей и узлов соответственно при конструировании, изготовлении и измерении изделий.

Размерная цепь, размеры которой определяют взаимное положение поверхностей или осей одной детали, называется подетальной.

Если же размеры, входящие в цепь определяют взаимное положение нескольких деталей узла или механизма, то такая *размерная цепь называется сборочной или узловой*.

Простейшей элементарной сборочной размерной цепью является посадка.

Размеры, образующие размерную цепь называются звеньями размерной цепи.

Причем величина конструктивного зазора или натяга, несовпадение осей или поверхностей в сборочной размерной цепи рассматриваются как отдельное самостоятельное звено, хотя номинальный размер этого звена часто равен нулю.

Замыкающим называется звено, являющееся исходным при постановке задачи или получающееся последним в результате ее решения.

Составляющим называется звено размерной цепи, функционально связанное с замыкающим звеном.

Все составляющие звенья подразделяются на увеличивающие и уменьшающие.

Увеличивающим называется звено, с увеличением которого замыкающее звено увеличивается.

Уменьшающим называется звено, с увеличением которого замыкающее звено уменьшается.

Компенсирующим или увязочным называется составляющее звено размерной цепи, изменением значения которого достигается требуемая точность замыкающего звена.

Увязочное звено предназначено для согласования отклонений замыкающего и составляющих звеньев размерной цепи. В результате расчёта отклонения увязочного звена получаются нестандартными, поэтому в качестве увязочного рекомендуется выбирать одно из легкодоступных звеньев простой геометрической формы.

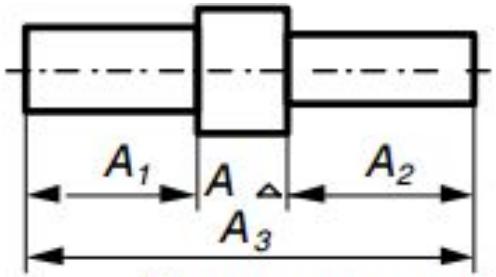
Изменение размеров составляющих звеньев по-разному влияет на размер замыкающего звена.

Передаточным отношением ξ называется коэффициент, характеризующий степень влияния отклонения составляющего звена на отклонение замыкающего.

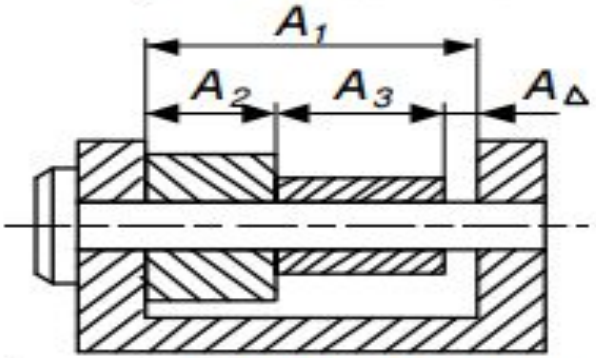
Определяется ξ как отношение отклонения замыкающего звена, вызванного отклонением составляющего, к величине отклонения этого составляющего звена. Для размерных цепей с параллельными звеньями передаточные отношения $\xi = +1$ для увеличивающих и $\xi = -1$ для уменьшающих звеньев.

Виды размерных цепей

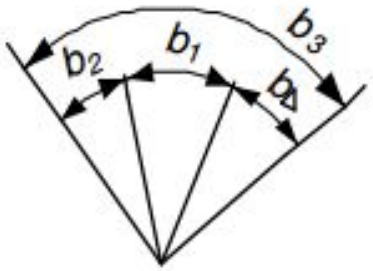
В приборостроении наиболее применяемыми являются две группы размерных цепей,
различающиеся по месту в агрегате – (*по)детальные и сборочные* и различающиеся по расположению звеньев в цепи – *линейные, угловые, плоские и пространственные*.



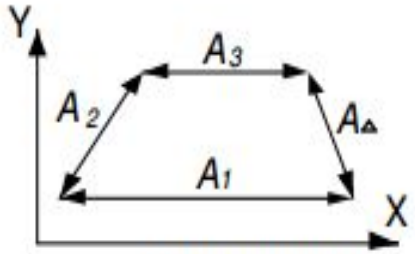
Подетальная цепь



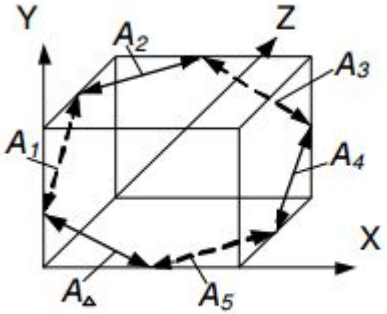
Сборочная цепь



. Угловая цепь



Плоская цепь



. Пространственная цепь

(По)детальная размерная цепь – это цепь, звеньями которой являются размеры одной детали.

Сборочная размерная цепь – это цепь, звеньями которой являются размеры отдельных деталей. Такая цепь определяет точность расположения заданных поверхностей данной сборочной единицы или всего агрегата.

Линейная размерная цепь – это цепь, звеньями которой являются линейные размеры, расположенные на параллельных прямых линиях. Составляющие звенья линейной размерной цепи обозначаются прописными буквами русского алфавита (кроме К, М, О, Р, Т).

Угловая размерная цепь – это цепь, звеньями которой являются угловые размеры, расположенные в одной плоскости и имеющие общую вершину. Составляющие звенья линейной размерной цепи обозначаются строчными буквами греческого алфавита (кроме α , β , ξ , λ , ω).

Плоская размерная цепь – это цепь, звеньями которой являются линейные и угловые размеры, расположенные в одной или нескольких параллельных плоскостях.

Пространственная размерная цепь – это цепь, звеньями которой являются линейные и угловые размеры, расположенные в пространстве произвольно.

Расчет размерных цепей заключается в установлении связей между размерами, их допусками и отклонениями всех звеньев. При этом решается либо прямая, либо обратная задача.

При решении прямой задачи по установленным предельным размерам или номинальному размеру с предельными отклонениями замыкающего звена определяют наиболее рациональные значения номинальных размеров, допусков и предельных отклонений всех составляющих звеньев размерной цепи.

При решении обратной задачи по известным значениям номинальных размеров с предельными отклонениями всех составляющих звеньев рассчитывают номинальный размер, допуск и предельные отклонения замыкающего звена.

Решение прямой задачи применяется при проектировании изделий или технологических процессов;

решая обратную задачу, проверяют правильность решения прямой задачи.

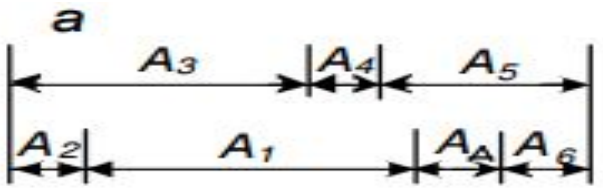
Требуемая точность замыкающего звена может быть достигнута *способами полной, неполной, групповой взаимозаменяемости, а также методами пригонки или регулирования.*

При способе полной взаимозаменяемости детали соединяются при сборке без подбора, пригонки или регулирования. При этом значения замыкающего звена не выходят за установленные пределы у всех объектов (обеспечивается 100%-я сборка при любом самом неблагоприятном сочетании размеров годных деталей). Расчет носит название *«расчет на максимум-минимум».*

При методе неполной взаимозаменяемости детали также соединяются при сборке без подбора, пригонки или регулирования, но при этом у небольшой заранее обусловленной части объектов значения замыкающего звена могут выйти за установленные пределы. Расчет ведётся с применением положений теории вероятностей и носит название «*вероятностный метод».*

Последовательность расчета сборочной размерной цепи

1. *Формулируется задача и устанавливается замыкающее звено.* Ставится задача обеспечения работоспособности изделия, устанавливается замыкающее звено, влияющее на эксплуатационные показатели и собираемость изделия.
2. *Устанавливаются предельные значения размеров замыкающего звена.* Предельные значения АΔmax – наибольшее и АΔmin – наименьшее устанавливаются исходя из теоретических исследований или на основе опыта эксплуатации аналогичных изделий.
3. *Составляется замкнутый контур размерной цепи*



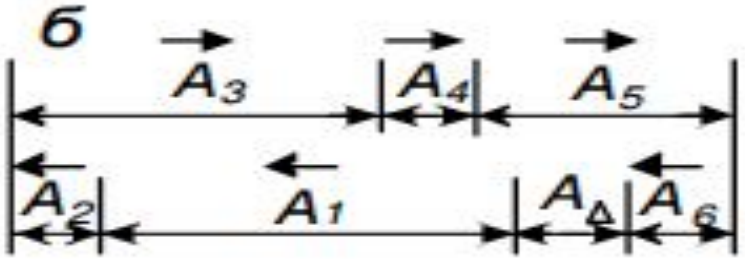
Последовательно, начиная от поверхности (или оси) детали, ограничивающей замыкающее звено, проставляют размеры деталей до их основных баз (поверхности, соприкасающейся с другой деталью). Последним звеном, образующим замкнутый контур размерной цепи, будет размер детали от ее основной базы (сопрягаемой поверхности, с которой сопрягается предыдущая деталь) до поверхности (или оси) этой детали, ограничивающей замыкающее звено с другой стороны.

4. *Выявляются увеличивающие и уменьшающие звенья.*

В сложных размерных цепях эти звенья легко определить, применяя правило обхода по контуру, Замыкающему звену присваивается определенное направление (стрелка направлена влево). Над остальными составляющими звеньями также проставляются стрелки так, чтобы получился замкнутый контур направления. Все составляющие звенья, имеющие то же направление стрелок, что и у замыкающего звена, будут уменьшающими, остальные – увеличивающими.

5. *Определяются передаточные отношения составляющих звеньев (в размерных цепях с параллельными звеньями передаточное отношение* $\xi = 1$*).*

6. *Строится схема (графическое изображение) размерной цепи.*



Вместо стрелок над буквенными обозначениями звеньев (например, ← A1 , ← A2 и т.д.) составляющие звенья можно изображать размерными линиями со стрелками, направленными у увеличивающих звеньев вправо, а у уменьшающих – влево.

7. *Определяются номинальные размеры Aj составляющих и замыкающих звеньев.* Номинальные размеры определяют по чертежу с учетом масштаба и округляют в соответствии с действующими стандартами.

8. *Составляется основное уравнение размерной цепи.*

Исходя из условия замкнутости контура размерной цепи, сумма размеров увеличивающих звеньев равна сумме размеров уменьшающих и замыкающего звеньев.

Для цепи, изображенной выше, имеем:

$A3 + A4 + A5 = A6 + A1 + A2 + A\Delta$

Распространив уравнение на произвольное число составляющих звеньев и решая его относительно замыкающего звена, получают основное уравнение размерной цепи с параллельными звеньями:

(1) $$A_{\Delta} = \sum_{j=1}^{k} \overrightarrow{A_j} - \sum_{k+1}^{m-1} \overleftarrow{A_j},$$

где k – число увеличивающих составляющих звеньев, (m-1) – число составляющих звеньев размерной цепи.

9. Выявляются звенья с известными предельными отклонениями. Такими звеньями являются размеры стандартных, покупных и заимствованных изделий (например, шарикоподшипников).

10. Определяются предельные отклонения (верхнее $E_s A_\Delta$ и нижнее $E_i A_\Delta$) замыкающего звена:

$$E_s A_\Delta = A_{\Delta\max} - A_\Delta ;\ E_i A_\Delta = A_{\Delta\min} - A_\Delta$$

11. Определяется координата середины поля допуска (среднее отклонение) замыкающего звена:

$$E_m A_\Delta = (E_s A_\Delta + E_i A_\Delta)/2 .$$

12. Определяется допуск замыкающего звена:

$$T_\Delta = A_{\Delta\max} - A_{\Delta\min} , \text{ или } T_\Delta = E_s A_\Delta - E_i A_\Delta$$

13.Выбирается метод достижения требуемой точности замыкающего звена, экономически приемлемый для данного производства:

1) метод полной взаимозаменяемости (обеспечивается расчетом «на максимум-минимум»;
2) вероятностный метод (обеспечивается теоретико-вероятностным расчетом);
3) метод пригонки;
4) метод селекции.

Основные соотношения параметров, составляющих размерную цепь

Исходя из формулы 1, предельные размеры замыкающего звена:

$$A_{\Delta max} = \sum_{j=1}^{k} \overrightarrow{A}_{j max} - \sum_{k+1}^{m-1} \overleftarrow{A}_{j min} \quad (2)$$

$$A_{\Delta min} = \sum_{j=1}^{k} \overrightarrow{A}_{j min} - \sum_{k+1}^{m-1} \overleftarrow{A}_{j max} \quad (3)$$

Вычитая почленно из уравнения (2) уравнение (3) и учитывая, что разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами есть допуск, получим зависимость между допусками замыкающего T_Δ и составляющих T_j звеньев.

Для размерной цепи с параллельными звеньями:

$$T_\Delta = \sum_{j=1}^{m-1} T_j \quad (4)$$

Вычитая почленно из уравнения (2) или (3) уравнение (1) и учитывая, что разность между наибольшим (или наименьшим) предельным и номинальным размерами есть верхнее (или нижнее), отклонение, получим следующие уравнения для размерной цепи с параллельными звеньями:

$$E_s A_\Delta = \sum_{j=1}^{k} E_s \overrightarrow{A}_j - \sum_{k+1}^{m-1} E_i \overleftarrow{A}_j \quad (5)$$

$$E_i A_\Delta = \sum_{j=1}^{k} E_i \overrightarrow{A}_j - \sum_{k+1}^{m-1} E_s \overleftarrow{A}_j \quad (6)$$

При решении обратной задачи по формулам (1), (4)÷(7) легко определяются номинальный размер, допуск и предельные отклонения замыкающего звена. Сложнее решается прямая задача. При конструировании (прямая задача), возникает необходимость определить параметры составляющих звеньев размерной цепи при известном замыкающем звене. Решением данной задачи может быть большое количество вариантов сочетаний допусков и предельных отклонений составляющих звеньев. Обычно в прикидочных расчетах пользуются способом равных допусков,

т.е.

$$T_1 = T_2 = \ldots = T_{m-1} = \frac{T_\Delta}{m-1}$$

При большой разнице в номинальных размерах составляющих звеньев такой способ является *некорректным*, так как к большим звеньям будут предъявляться более жесткие требования по точности.

Решение прямой задачи методом «на максимум-минимум».

Известно, что допуск T есть произведение единицы допуска i_j на коэффициент k_j. Это справедливо для любого звена размерной цепи: $T_j = k_j i_j$,

где k_j – число единиц допуска (величина постоянная для данного квалитета);

i_j – единица допуска, характеризующая ту часть допуска, которая меняется с изменениями размера:

$$i_j = 0.45\sqrt[3]{D_j} + 0.001 D_j,$$

где D_j – среднегеометрический размер интервала.

Итак, чтобы добиться одинаковых требований к точности изготовления

где D_j – среднегеометрический размер интервала.

Итак, чтобы добиться одинаковых требований к точности изготовления составляющих звеньев, необходимо, чтобы коэффициенты k_j были бы одинаковыми у всех звеньев размерной цепи:

$$\sum_{j=1}^{m-1} T_j = k\,i_1 + k\,i_2 + \ldots + k\,i_{m-1} \text{ или}$$

$$\sum_{j=1}^{m-1} T_j = k \sum_{j=1}^{m-1} i_j .$$

Так как разброс размеров замыкающего звена должен быть равен сумме разбросов составляющих звеньев:

$$T_\Delta = \sum_{j=1}^{m-1} T_j,$$

получаем:

$$T_\Delta = k \sum_{j=1}^{m-1} i_j$$

откуда

$$k = \frac{T_\Delta}{\sum_{j=1}^{m-1} i_j} \qquad (8)$$

Значения k характеризуют точность, с какой следует получать все составляющие звенья размерной цепи. Рассчитанное по формуле (8) значение $k_{расч}$ заменяется ближайшим k из дискретного ряда значений (таблица 23), соответствующих установленным стандартом квалитетам (уровням точности).

Число единиц допуска k

Число единиц допуска k

Таблица

Квалитет	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
k	7	10	16	25	40	64	100	160	250	400	640	1000	1600

Значения единицы допуска i для размеров до 500 мм в соответствии с принятым разбиением на 13 интервалов, приведено в таблице .

Значения единицы допуска $\boldsymbol{i}$

Таблица

Интервал размеров, мм	i_j, мкм	Интервал размеров, мм	i_j, мкм	Интервал размеров, мм	i_j, мкм
До 3	0,55	Св. 30 до 50	1,56	Св.250 до 315	3,22
Св. 3 до 6	0,73	Св. 50 до 80	1,86	Св. 315 до 400	3,54
Св.6 до10	0,90	Св.80 до 120	2,17	Св. 400 до 500	3,89
Св. 10 до 18	1,08	Св.120 до 180	2,52		
Св. 18 до 30	1,31	Св.180 до 250	2,89		

Если в результате расчёта цепи получается, что расчётное число единиц допуска $k_{расч.}$ не равно числу k, соответствующему определённому уровню точности (квалитету), целесообразно назначать допуски составляющих элементов по двум соседним квалитетам, причём для больших по величине размеров – по более грубым квалитетам, и наоборот.

Если при этом не удаётся обеспечить строгого равенства суммы допусков составляющих звеньев заданной величине допуска замыкающего звена, то одно из составляющих звеньев (простое по конструкции, легко обрабатываемое) выбирают в качестве увязочного, вычисляя отдельно его допуск и предельные отклонения.

Требуемая точность замыкающего звена при изложенном способе решения задачи достигается при любом сочетании действительных размеров, составляющих размерную цепь. Обеспечивается полная взаимозаменяемость без каких-либо воздействий на составляющие размеры. При этом предполагается, что в размерной цепи одновременно могут оказаться все звенья с предельными значениями, причем в самых неблагоприятных сочетаниях: все увеличивающие звенья с верхними предельными размерами, а уменьшающие с нижними; или наоборот.

Предельные отклонения размеров составляющих звеньев рекомендуется назначать: на охватываемые («валы») – по h , на охватывающие («отверстия») – по H, на остальные размеры – по $\pm\frac{IT}{2}$, то есть симметричные отклонения.

Примеры решения задач

1. Рассчитанное значение замыкающего звена $A_\Delta = 1.5^{-0.1}_{-0.4}$. При выборе стандартных номинальных значений для составляющих звеньев получено другое номинальное значение замыкающего звена. Если $A_\Delta = 1.6$ мм, чему должны быть равны предельные отклонения?

Решение. Максимальное значение замыкающего звена 1.5+(-0.1)=1.4; минимальное значение замыкающего звена 1.5+(-0.4)=1.1. Для номинального значения 1.6 верхнее предельное отклонение 1.4-1.6=-0.2; нижнее предельное отклонение 1.1-1.6 =-0.5. В итоге новое значение замыкающего звена может быть обозначено: $A'_\Delta = 1.6^{-0.2}_{-0.5}$.

2. Для размерной цепи, изображённой на рис. 61, определите квалитет, по которому необходимо назначать допуски составляющих звеньев.

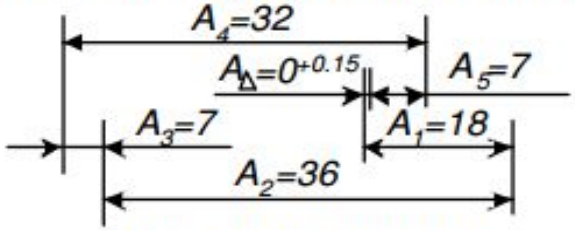


Рис. 61. К примеру 2

Решение. Из справочных данных или расчётом ($i_j = 0.45\sqrt[3]{D} + 0.001D$) определяем единицы допуска для составляющих номинальных размеров:

$$i_1 = 1.08;\ i_2 = 1.56;\ i_3 = 0.9;\ i_4 = 1.56;\ i_5 = 0.9$$

Вычисляем число единиц допуска, соответствующее квалитету (уровню точности), обеспечивающему получение замыкающего звена с заданной точностью:

$$k = \frac{T_\Delta}{\sum i_j} = \frac{150}{1.08 + 1.56 + 0.9 + 1.56 + 0.9} = 25,$$

что соответствует восьмому уровню точности (квалитету).

Контрольные вопросы

1. Что называют размерной цепью? Для решения, каких задач используют расчёты размерных цепей?
2. Что такое замыкающее, компенсирующее и составляющие звенья размерной цепи?
3. Какие виды размерных цепей встречаются в машинах и механизмах?
4. Чему равен допуск замыкающего звена размерной цепи?
5. В чём суть и различия основных методов расчёта размерных цепей?
6. Для чего при решении размерной цепи одно составляющее звено принимается в качестве увязочного?
7. Какое преимущество имеет расчёт размерной цепи вероятностным методом по сравнению её с расчётом на максимум-минимум?
8. Как распределяется допуск между составляющими звеньями при решении размерных цепей способом назначения допусков одного квалитета?
9. Какой параметр определяется при решении обратной задачи расчёта размерной цепи?
   Варианты ответа: а) допуски составляющих звеньев; б) предельные размеры составляющих звеньев; в) предельные размеры составляющего звена; г) номинальные размеры составляющих звеньев; д) предельные отклонения составляющих звеньев.
10. Какие параметры определяются при решении прямой задачи расчёта размерной цепи?
11. Какие звенья размерной цепи являются увеличивающими?
    Выберите правильный ответ из следующих вариантов: а) увеличение которых вызывает уменьшение замыкающего звена; б) уменьшение которых вызывает уменьшение замыкающего звена; в) уменьшение которых вызывает увеличение замыкающего звена; г) имеющие поле допуска с положительными отклонениями.
12. Какое звено размерной цепи рекомендуется использовать в качестве увязочного и почему?