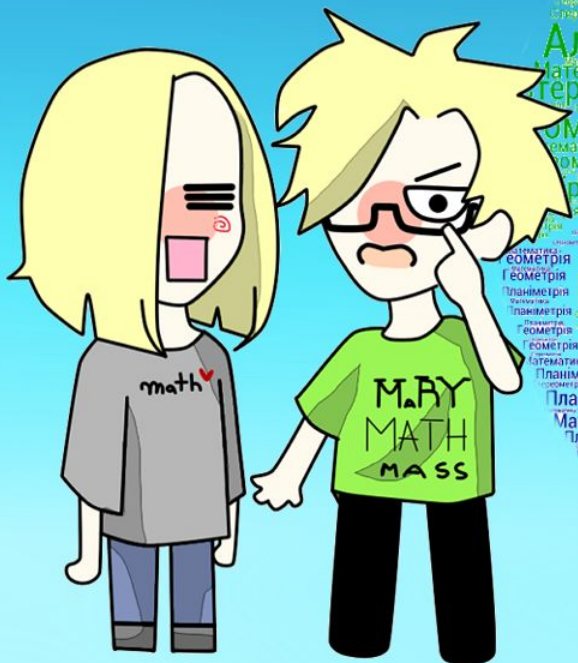
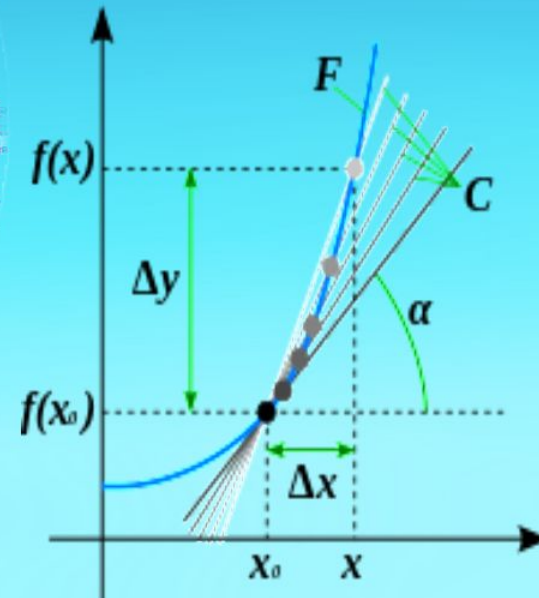
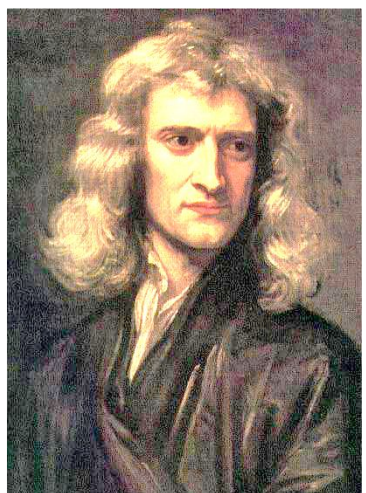
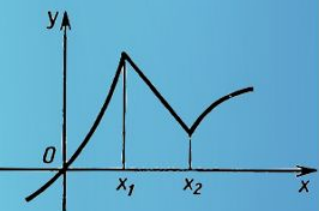
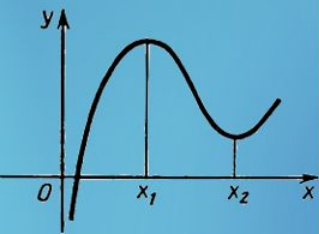


Геометричний і механічний зміст похідної. Рівняння дотичної



Алгебра 10 клас

$$y = f(x)$$



Ісак Ньютон
1643-1727

Фізичний зміст похідної

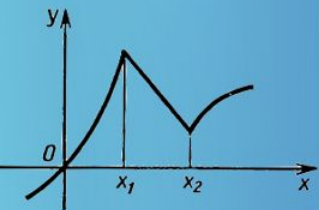
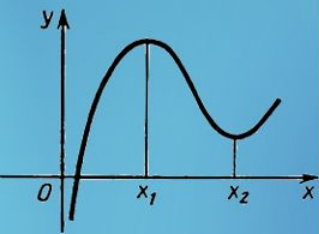
Ньютон сформулював дві основні проблеми математичного аналізу:

- 1.** Довжина шляху, який долається, є постійною (тобто в будь-який момент часу); необхідно знайти швидкість руху у запропонований час;
- 2.** Швидкість руху постійно дана; необхідно знайти довжину пройденого у запропонований час шляху.

Ньютон прийшов до поняття похідної, розв'язуючи задачі про миттєву швидкість.

$\int_a^x f(x) dx$

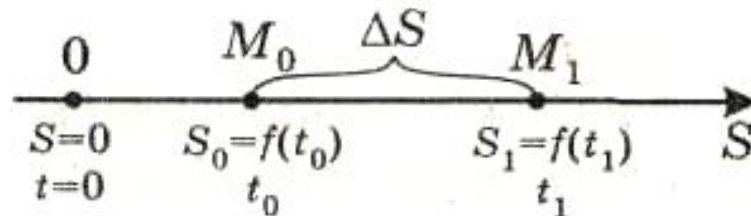
$$y = f(x)$$



$$\int_a^x f(t) dt$$

Механічний зміст похідної

Нехай матеріальна точка M рухається прямолінійно по закону



$$v_{\text{сеп}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t} \quad v_{\text{мим}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{сеп}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Отже, миттєвою швидкістю точки, яка рухається прямолінійно, є границя відношення приросту шляху до відповідного приросту часу, коли приріст часу наближається до нуля.

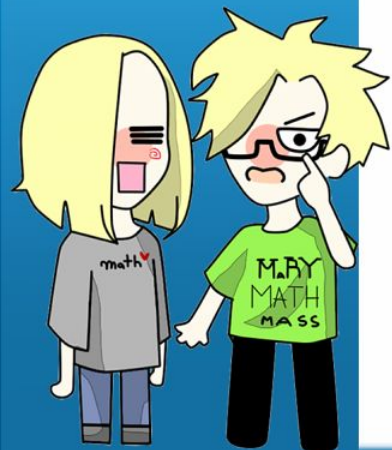
Висновок:

Якщо матеріальна точка рухається прямолінійно і її координата змінюється по закону $s=s(t)$, то швидкість її руху $v(t)$ в момент часу t дорівнює похідній $V(t)=S'(t)$

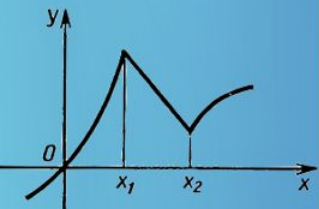
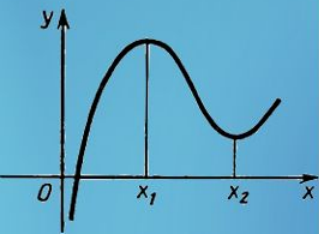
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$
$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$
$$(u + v)' = u' + v'$$
$$c' = 0$$

Виконання вправ

1. Точка рухається прямолінійно по закону $s(t) = 5t^2 + t + 3$ (s – шлях в метрах, t – час в секундах). Знайдіть швидкість точки:
а) в довільний момент t_0 ;
б) в момент часу $t = 2c$.
Відповідь: а) $10t_0 + 1$; б) 2м/с .
2. Точка рухається прямолінійно по закону $s(t) = \frac{gt^2}{2}$ (вільне падіння). Знайдіть швидкість точки:
а) в довільний момент t_0 ;
б) в момент часу $t = 1c$.
3. **Додатково.** Точка рухається прямолінійно по закону $s(t) = 3t^2 - 4t + 2$ Знайдіть швидкість точки: а) в довільний момент t_0 ; б) в момент часу $t = 1c$.



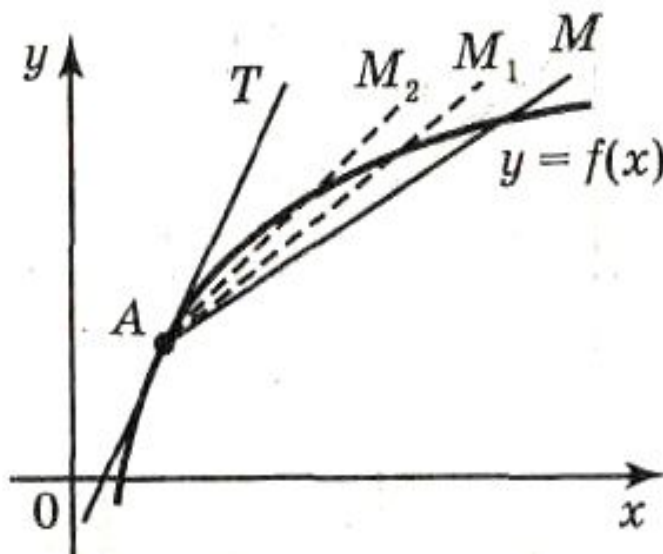
$$y = f(x)$$



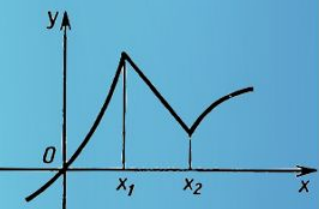
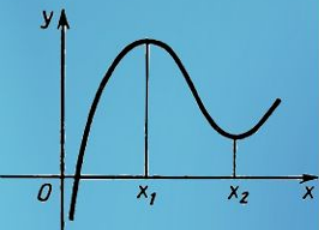
$$\int_a^x f(t) dt$$

Поняття дотичної до кривої

Дотичною до кривої в даній точці A , називається граничне положення січної AM , коли точка M прямує вздовж кривої до точки A .



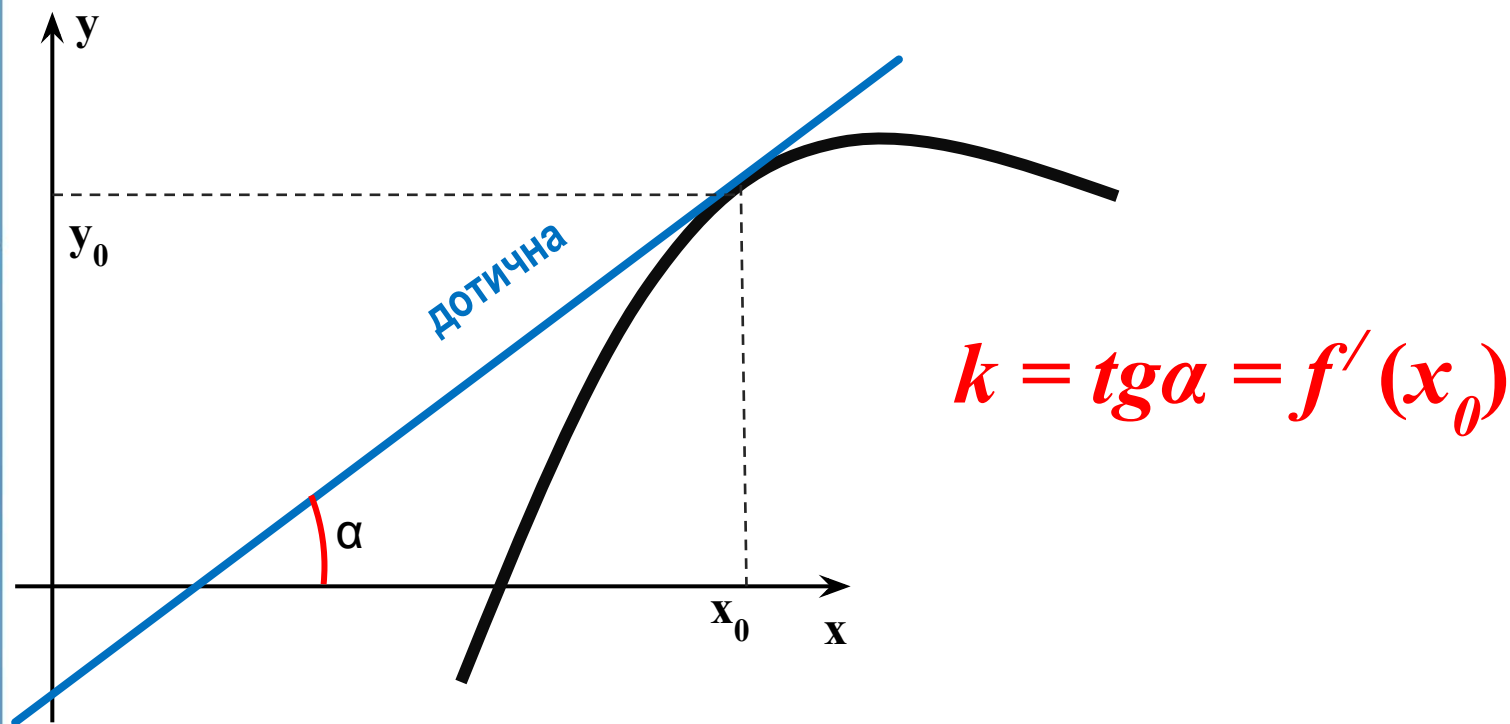
$$y = f(x)$$



$$\int_a^x f(t) dt$$

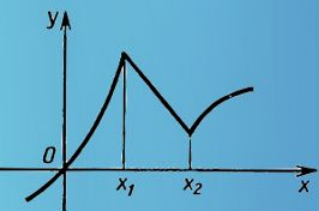
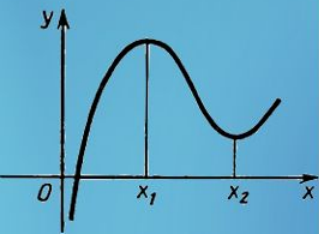
Геометричний зміст похідної

Кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ в точці $(x_0; y_0)$ дорівнює значенню похідної в точці x_0 .



α – кут між дотичною та додатним напрямом осі Ox

$$y = f(x)$$

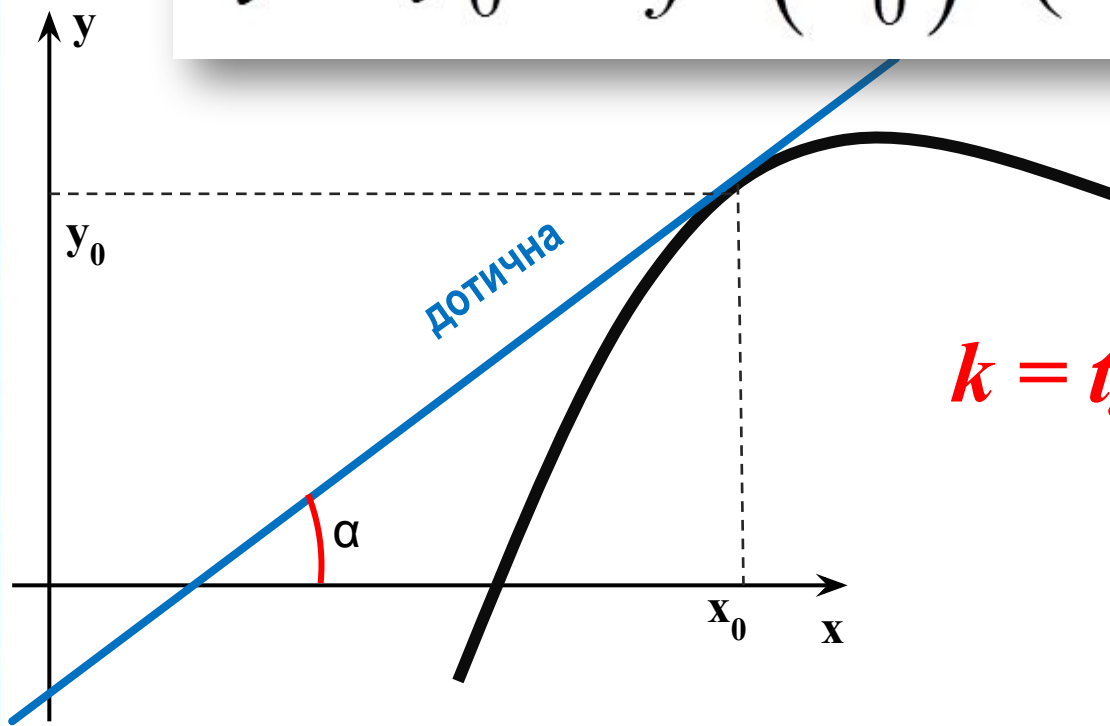


$$\int_a^x f(t) dt$$

Рівняння дотичної

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$



$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$
$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$
$$(u + v)' = u' + v'$$
$$c' = 0$$

Алгоритм складання рівняння дотичної

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Рівняння дотичної до кривої $y = f(x)$ у заданій точці x_0 можна знаходити за таким планом (схемою):

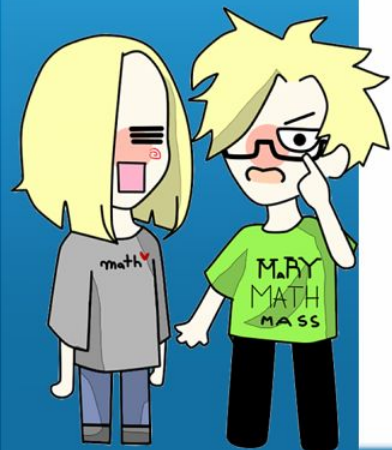
1. Записуємо рівняння дотичної:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0);$$

2. Знаходимо $y_0 = f(x_0)$;

3. Знаходимо значення $f'(x)$ у точці x_0 : $f'(x_0)$;

4. Підставляємо значення x_0 , y_0 , $f'(x_0)$ у рівняння дотичної.



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$
$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$
$$(u + v)' = u' + v'$$
$$c' = 0$$

Виконання вправ

Запишіть рівняння дотичної до парабол $y = 3x^2 - 2$

в точці : $x_0 = -3$.

$$y_0(-3) = 3 \cdot (-3)^2 - 2 = 3 \cdot 9 - 2 = 27 - 2 = 25,$$

$$y'(x) = (3x^2 - 2)' = 3 \cdot 2x - 0 = 6x,$$

$$y'(x_0) = y'(-3) = 6 \cdot (-3) = -18,$$

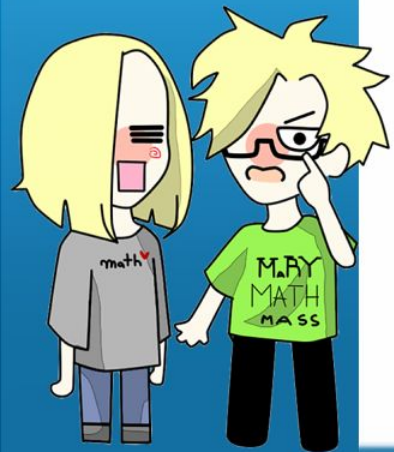
$$\text{Маємо: } y = -18 \cdot (x - (-3)) + 25,$$

$$y = -18 \cdot (x + 3) + 25,$$

$$y = -18x - 54 + 25,$$

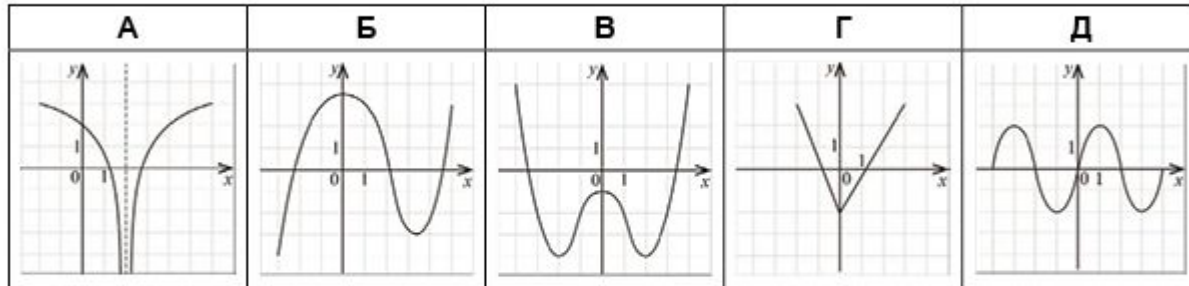
$$y = -18x - 29.$$

Відповідь: $y = -18x - 29$.



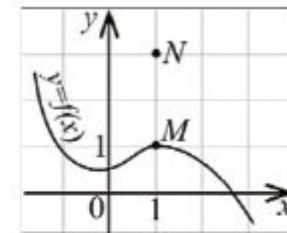
Підготовка до ЗНО

Укажіть рисунок, на якому зображено графік парної функції.



Відповідь: **В**

Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $M(1;1)$ (див. рисунок). При якому значенні a графік функції $y = f(x) + a$ проходить через точку $N(1;3)$?



А	Б	В	Г	Д
$a = 2$	$a = -2$	такого значення не існує	$a = \frac{1}{3}$	$a = 3$

Відповідь: **А**

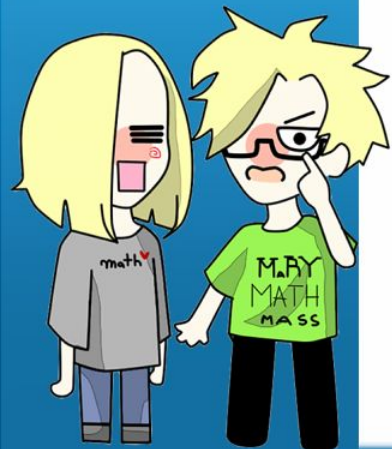
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$c' = 0$$



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$u' \cdot v - u \cdot v'$$

Дякую за

увагу!

