



СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. Часть I

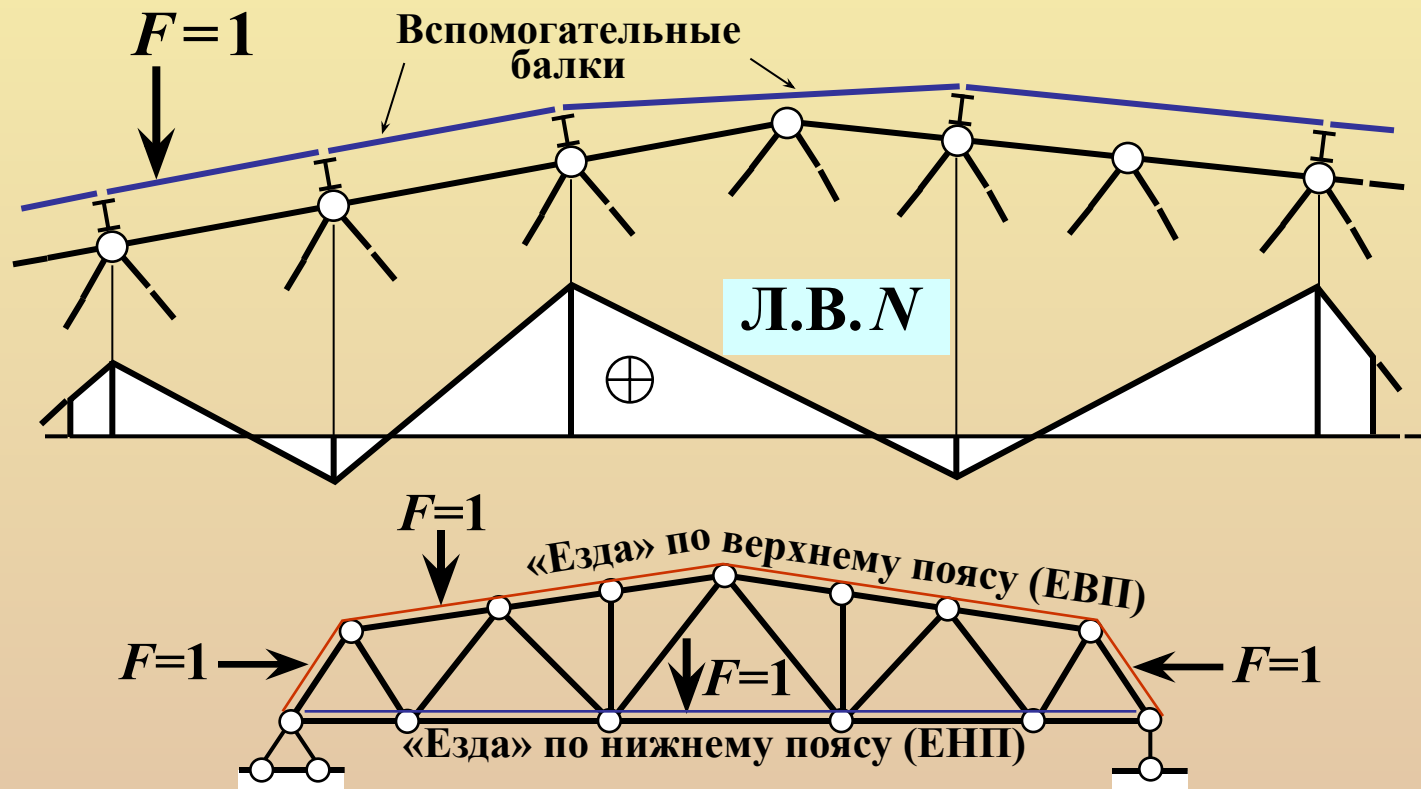
СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ПЛОСКИЕ ФЕРМЫ

ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ УСИЛИЙ
В СТЕРЖНЯХ ФЕРМ

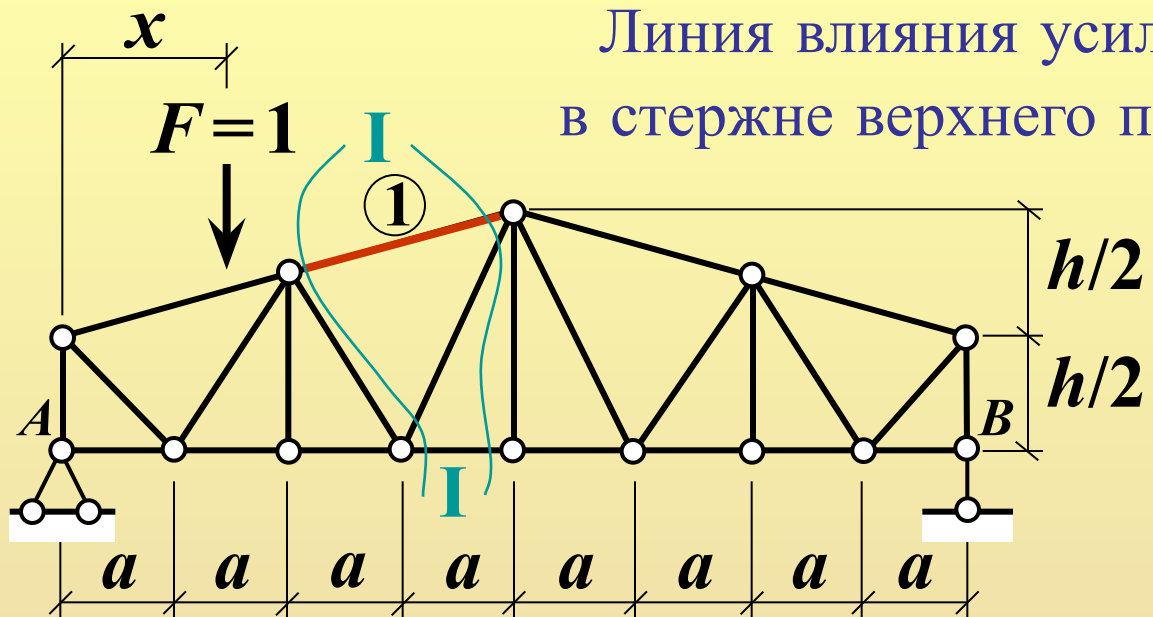
Построение линий влияния усилий (продольных сил) в стержнях ферм

Особенность линий влияния продольных сил в стержнях ферм -
кусочно-линейный (полигональный) характер.

Узловая передача нагрузки в фермах



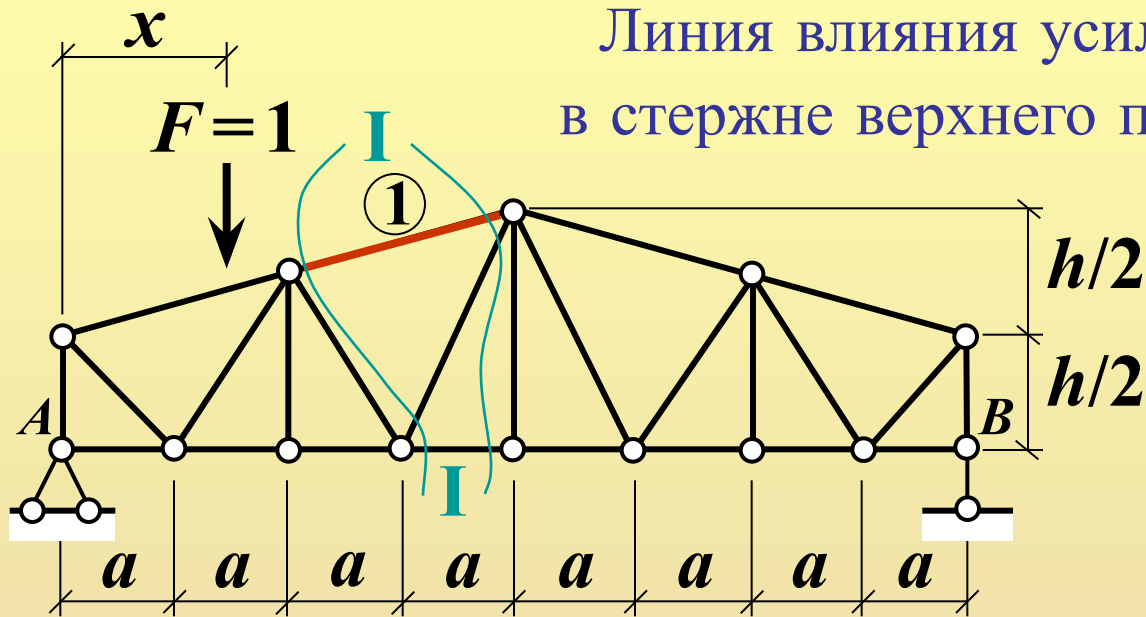
Построение
линий влияния
усилий в стержнях ферм
статическим методом
(типичные задачи для ферм
с простыми решётками)



Линия влияния усилия
в стержне верхнего пояса

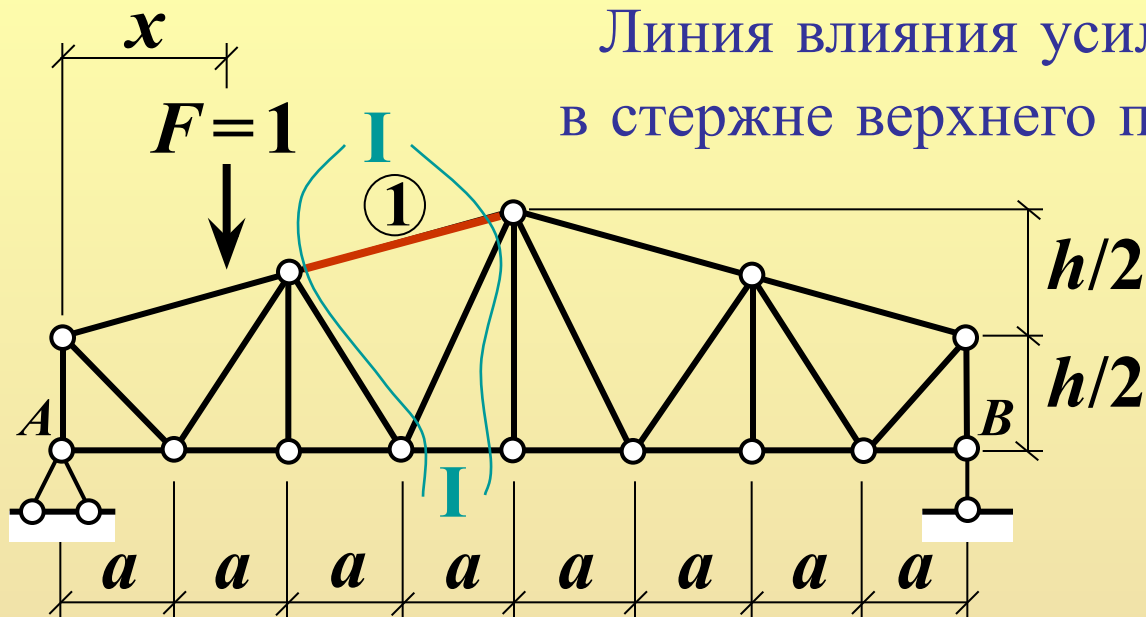
**Требуется построить
линии влияния усилий
в стержнях поясов и решётки
простой балочной фермы**

Линия влияния усилия
в стержне верхнего пояса



Груз $F = 1$ слева от сечения I-I: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2a & - \text{ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a & - \text{ЕНП} \end{cases}$

Линия влияния усилия
в стержне верхнего пояса



Груз $F=1$ слева от сечения I-I: $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \quad - \text{ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \quad - \text{ЕНП} \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$

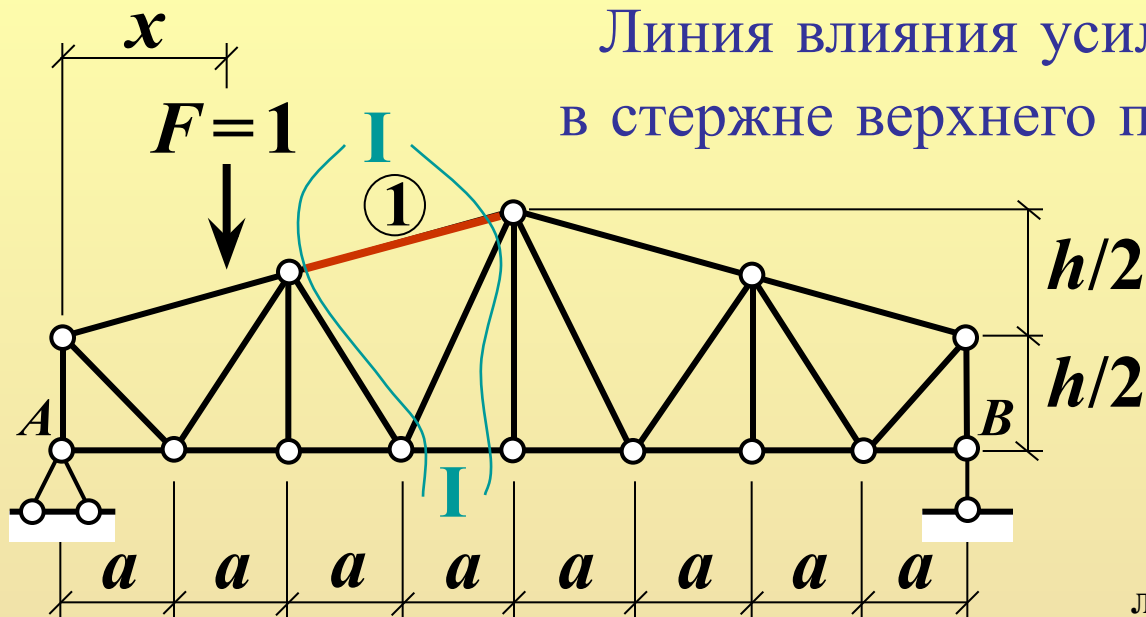
$\Sigma m_{K_1}(\text{прав}) = 0$

$N_1 = -V_B \cdot 5a/h_1 =$
 $= -x \cdot 5a / (h_1 \cdot l) = -5/8 \cdot x/h_1$

$V_B = 1 \cdot x/l$

The diagram shows a free body diagram of the truss section to the right of section I-I. It shows the reaction force V_B at support B, the internal force N_1 at section I-I, and the internal forces N' and N'' at the top chord member.

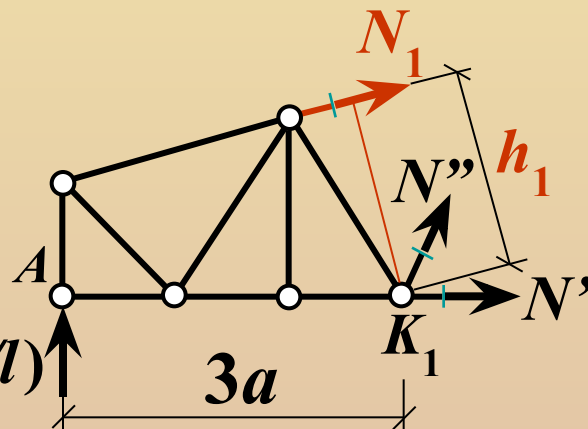
Линия влияния усилия в стержне верхнего пояса



Уравнение
левой прямой

Груз $F=1$ слева от сечения I-I: $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \quad - \text{ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \quad - \text{ЕНП} \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$

Груз $F=1$ справа от сечения I-I: $4a \leq x \leq 8a \quad - \text{ЕВП} = \text{ЕНП}$



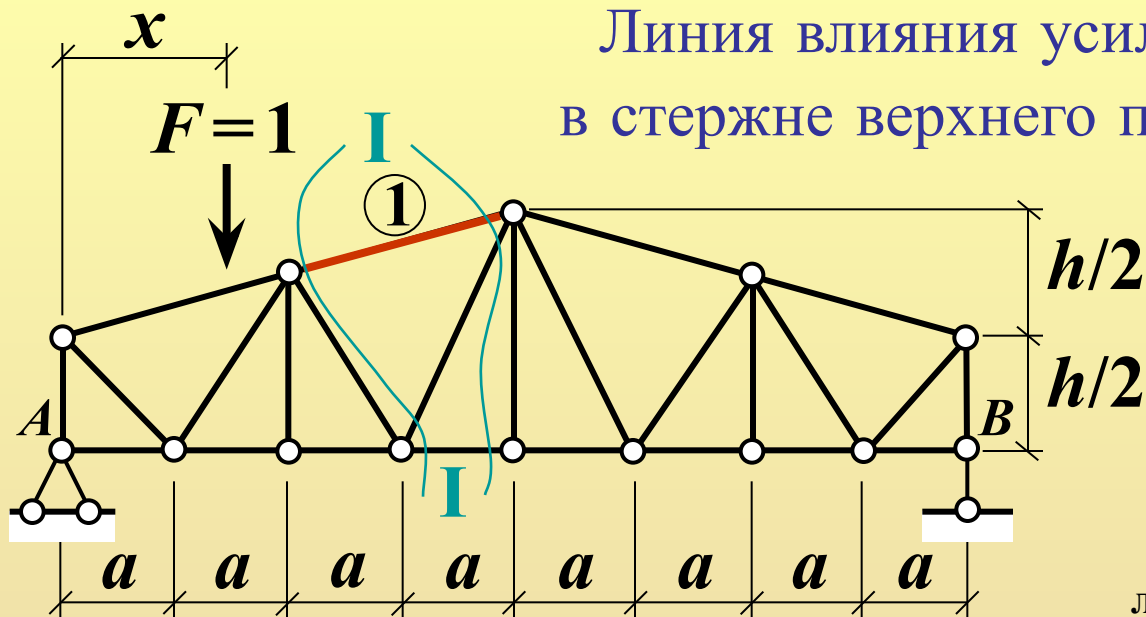
$$\sum m_{K_1}(\text{лев}) = 0 \rightarrow -\frac{3a}{h_1} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Уравнение правой прямой

$$N_1 = -V_A * 3a/h_1 = - (1 - x/l) * 3a/h_1$$

$$V_A = 1 * (1 - x/l)$$

Линия влияния усилия в стержне верхнего пояса



Уравнение
левой прямой

Груз $F=1$ слева от сечения I-I: $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \text{ — ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \text{ — ЕНП} \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$

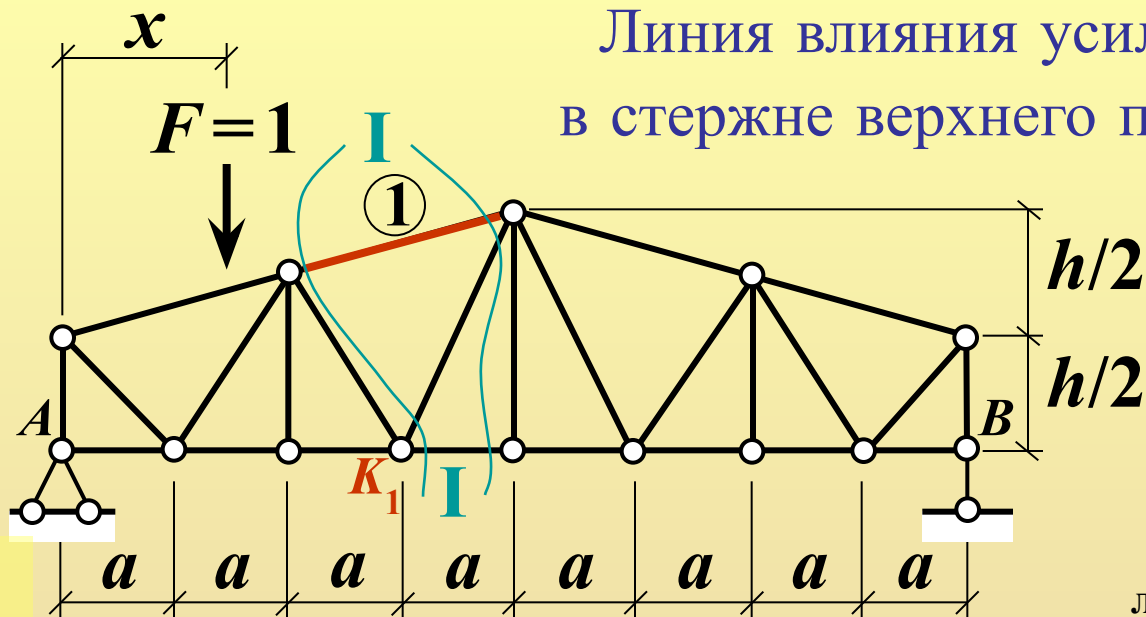
Груз $F=1$ справа от сечения I-I: $4a \leq x \leq 8a \text{ — ЕВП} = \text{ЕНП}$

Ординаты левой прямой: $\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2a \text{ — ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a \text{ — ЕНП} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x=0: N_1=0 \\ x=2a: N_1=-5a/(4h_1) \\ x=3a: N_1=-15a/(8h_1) \end{array} \right. \rightarrow N_1 = -\frac{3a}{h_1} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$

Уравнение правой прямой

Ординаты правой прямой: $\left\{ \begin{array}{l} 4a \leq x \leq 8a \text{ — ЕВП} = \text{ЕНП} \\ x=4a: N_1=-3a/(2h_1) \\ x=8a: N_1=0 \\ x=3a: N_1=-15a/(8h_1) \end{array} \right.$

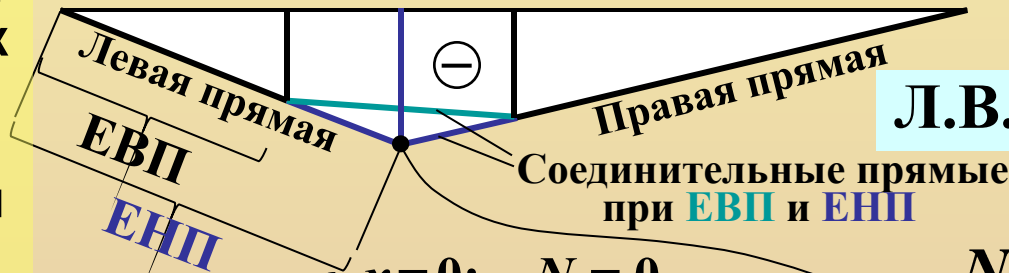
Линия влияния усилия в стержне верхнего пояса



Правило:
левая и правая
прямые (или их
продолжения)
пересекаются
под моментной
точкой K_1

Уравнение
левой прямой

$$N_1 = -\frac{5}{8} \frac{x}{h_1}$$



Л.В. N_1

$$N_1 = -\frac{3a}{h_1} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Уравнение правой прямой

Ординаты левой прямой:

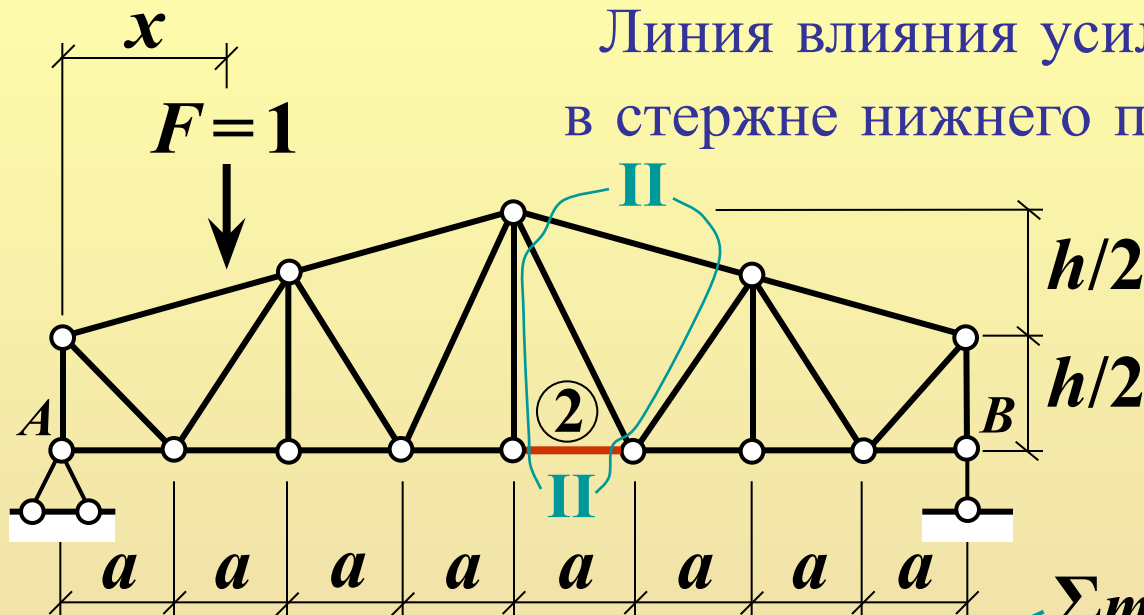
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2a & - \text{ЕВП} \\ 0 \leq x \leq 3a & - \text{ЕНП} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0: & N_1=0 \\ x=2a: & N_1=-5a/(4h_1) \\ x=3a: & N_1=-15a/(8h_1) \end{cases}$$

Ординаты правой прямой:
 $4a \leq x \leq 8a$ – ЕВП = ЕНП

$$\begin{cases} x=4a: & N_1=-3a/(2h_1) \\ x=8a: & N_1=0 \\ x=3a: & N_1=-15a/(8h_1) \end{cases}$$

Линия влияния усилия в стержне нижнего пояса

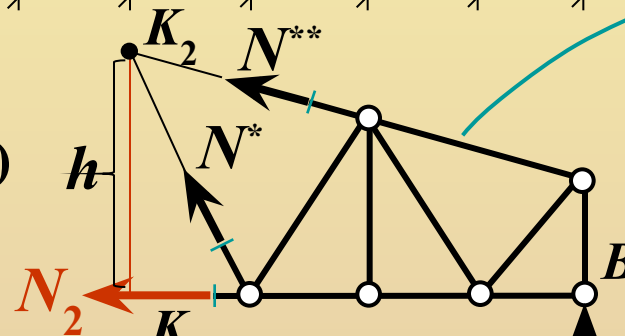


Груз $F=1$ слева
от сечения II-II:
 $0 \leq x \leq 4a$ (ЕВП = ЕНП)

Груз $F=1$ справа
от сечения II-II:

- $6a \leq x \leq 8a$ – ЕВП
- $5a \leq x \leq 8a$ – ЕНП

$$V_A = 1 \cdot (1 - x/l) \uparrow$$



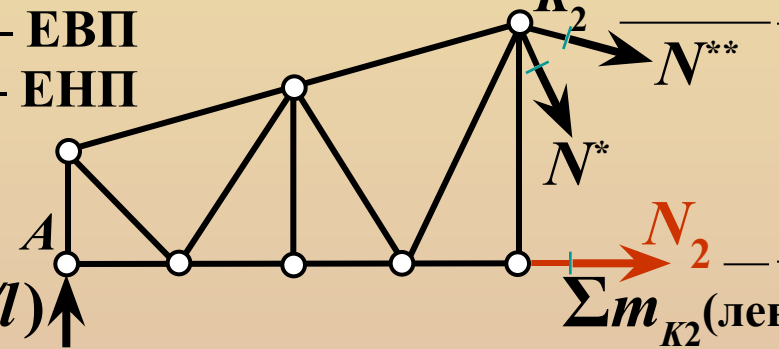
$$\sum m_{K_2}(\text{прав}) = 0$$

Уравнение
левой прямой

$$N_2 = \frac{x}{2h}$$

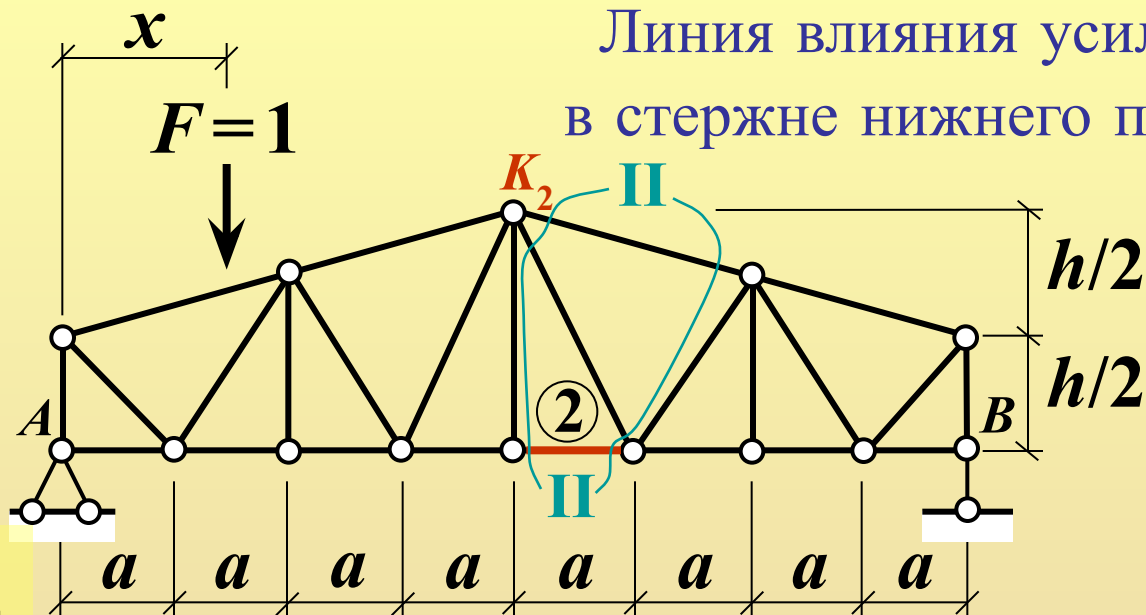
Уравнение правой прямой

$$V_B = 1 \cdot x/l$$



$$\sum m_{K_2}(\text{лев}) = 0 \implies N_2 = \frac{4a}{h} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Линия влияния усилия в стержне нижнего пояса



Правило:
левая и правая
прямые (или их
продолжения)
пересекаются
под моментной
точкой K_2

Соединительные прямые
при **ЕНП** и **ЕВП**



Ординаты левой прямой:
 $0 \leq x \leq 4a$ – ЕВП = ЕНП

$$\begin{cases} x=0: & N_2 = 0 \\ x=4a: & N_2 = 2a/h \end{cases}$$

Ординаты правой прямой:
 $\begin{cases} 6a \leq x \leq 8a & \text{– ЕВП} \\ 5a \leq x \leq 8a & \text{– ЕНП} \end{cases}$

$$\begin{cases} x=5a: & N_2 = 3a/(2h) \\ x=6a: & N_2 = a/h \\ x=8a: & N_2 = 0 \\ x=4a: & N_2 = 2a/h \end{cases}$$

Л.В. N_2

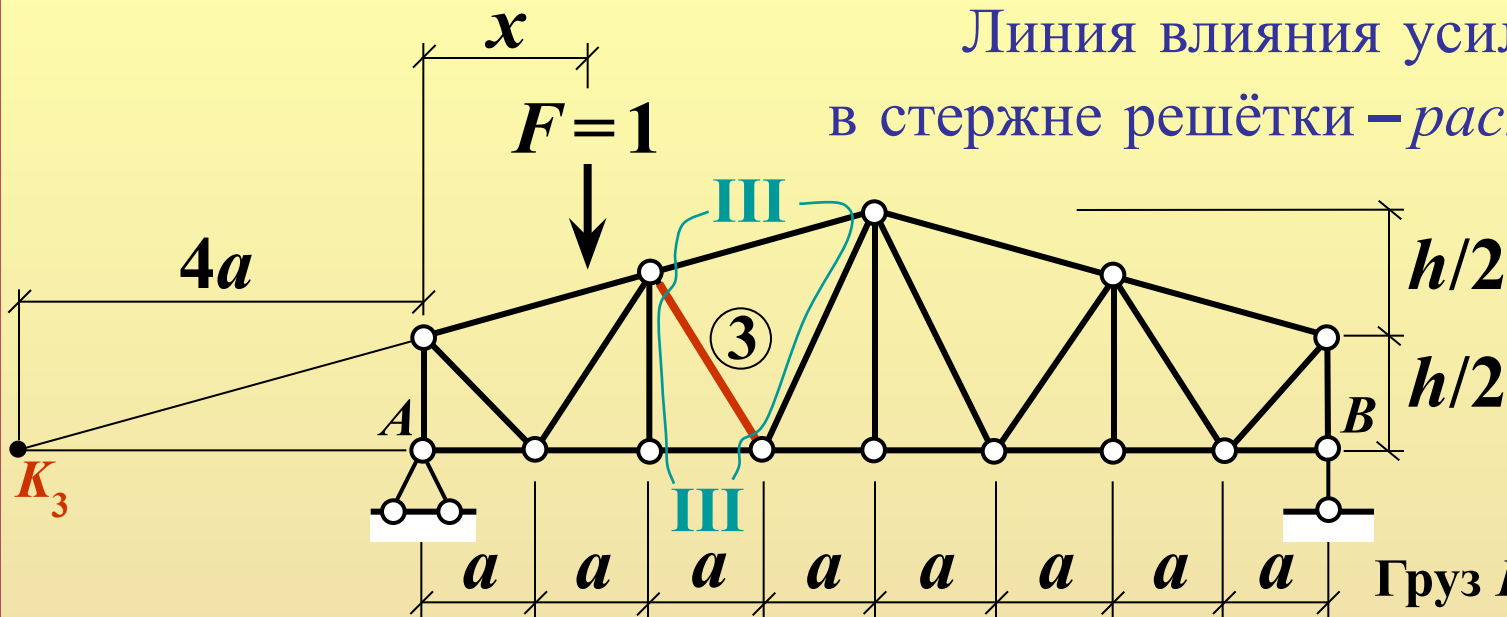
Уравнение
левой прямой

$$N_2 = \frac{x}{2h}$$

Уравнение правой прямой

$$N_2 = \frac{4a}{h} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

Линия влияния усилия в стержне решётки – раскосе

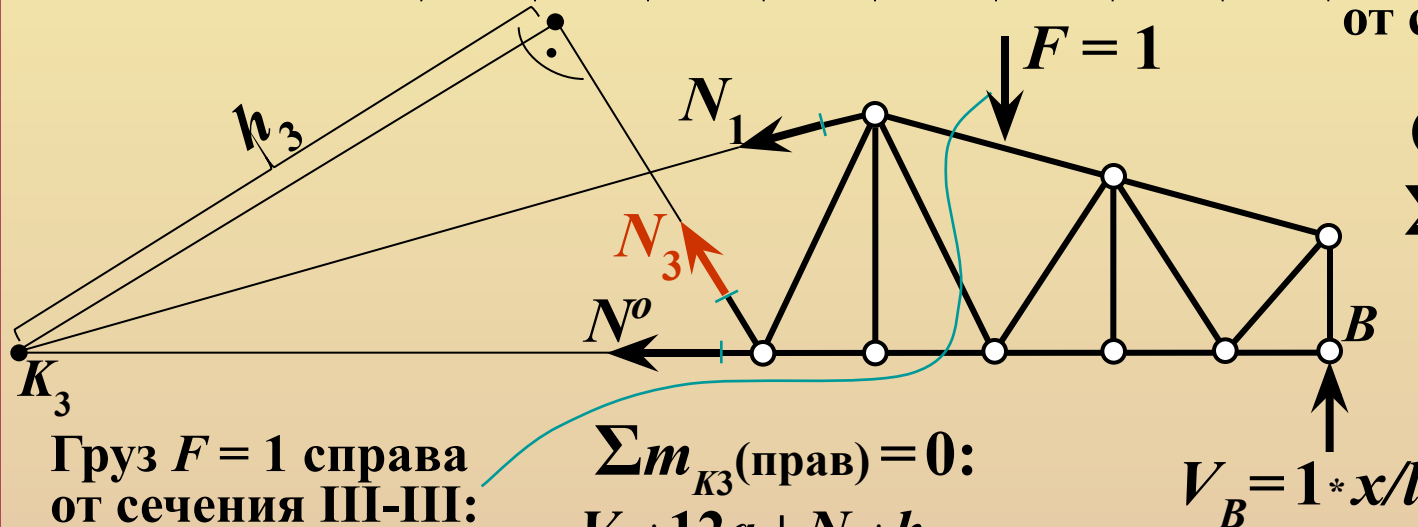


Груз $F=1$ слева
от сечения III-III:
 $0 \leq x \leq 2a$
(ЕВП = ЕНП)

$$\sum m_{K_3}(\text{прав}) = 0$$

Уравнение
левой прямой:

$$N_3 = -\frac{3x}{2h_3}$$



Груз $F=1$ справа
от сечения III-III:

$$\begin{cases} 4a \leq x \leq 8a - \text{ЕВП} \\ 3a \leq x \leq 8a - \text{ЕНП} \end{cases}$$

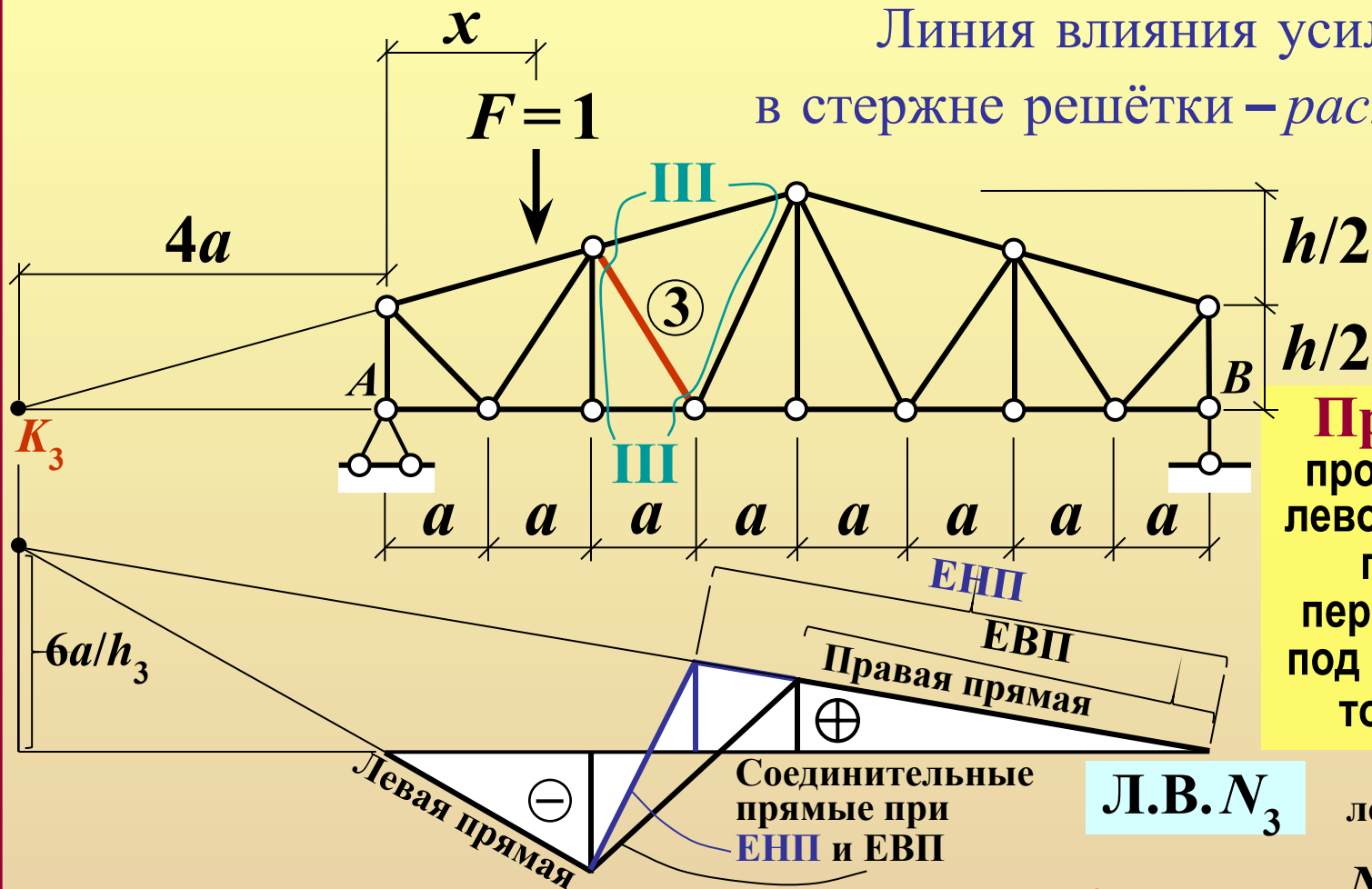
$$\sum m_{K_3}(\text{прав}) = 0:$$

$$V_B * 12a + N_3 * h_3 - F * (x + 4a) = 0$$

$$V_B = 1 * x/l$$

Уравнение
правой прямой: $N_3 = \frac{4a}{h_3} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$

Линия влияния усилия в стержне решётки – раскосе



Правило:
продолжения
левой и правой
прямых
пересекаются
под моментной
точкой K_3

Уравнение
левой прямой

$$N_3 = -\frac{3x}{2h_3}$$

Уравнение правой прямой

$$N_3 = \frac{4a}{h_3} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

Ординаты левой прямой:
 $0 \leq x \leq 4a$ – ЕВП = ЕНП

$$x=0: N_3 = 0$$

$$x=2a: N_3 = -3a/h_3$$

$$x=-4a: N_3 = 6a/h_3$$

Ординаты правой прямой:

$$x=3a: N_3 = 5a/(2h_3)$$

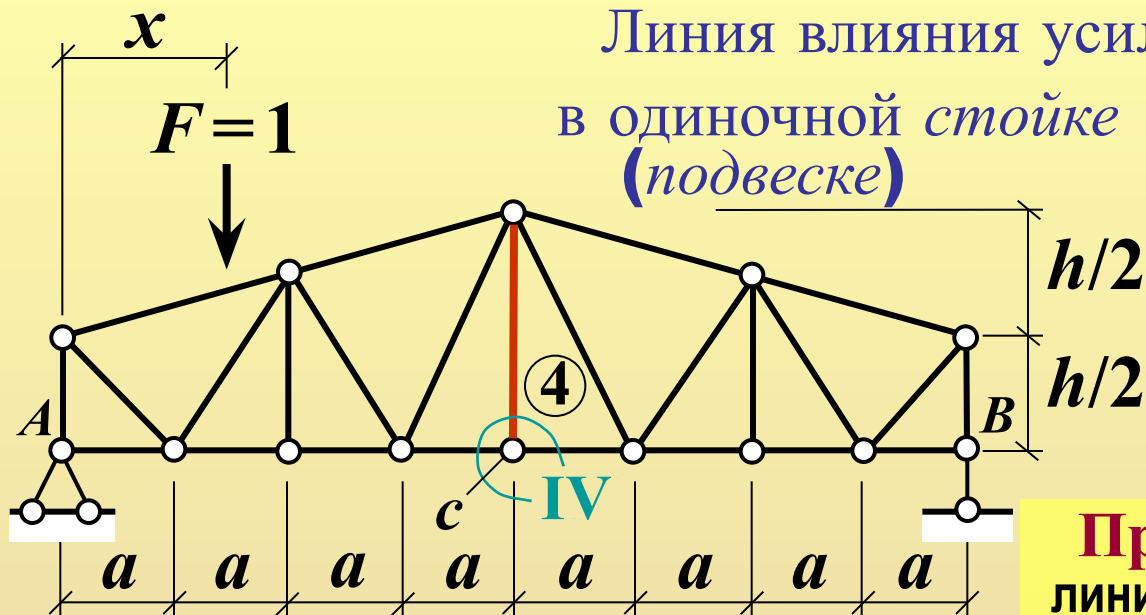
$$x=4a: N_3 = 2a/h_3$$

$$x=8a: N_3 = 0$$

$$x=-4a: N_3 = 6a/h_3$$

$4a \leq x \leq 8a$ – ЕВП
 $3a \leq x \leq 8a$ – ЕНП

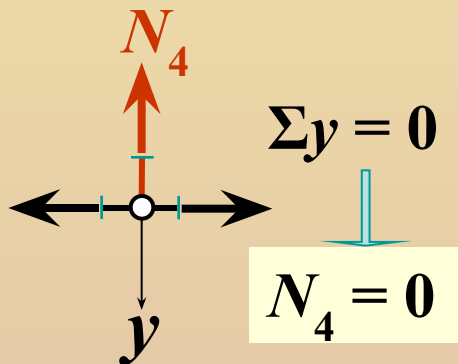
Линия влияния усилия в одиночной стойке (подвеске)



Случай 1:
груз $F=1$ не в узле $с$
(в любом узле ВП
или узлах НП,
кроме узла $с$):



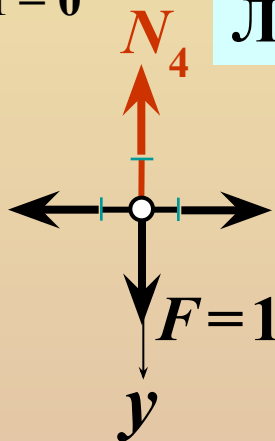
Л.В. N_4



Случай 2:
груз $F=1$
в узле $с$:

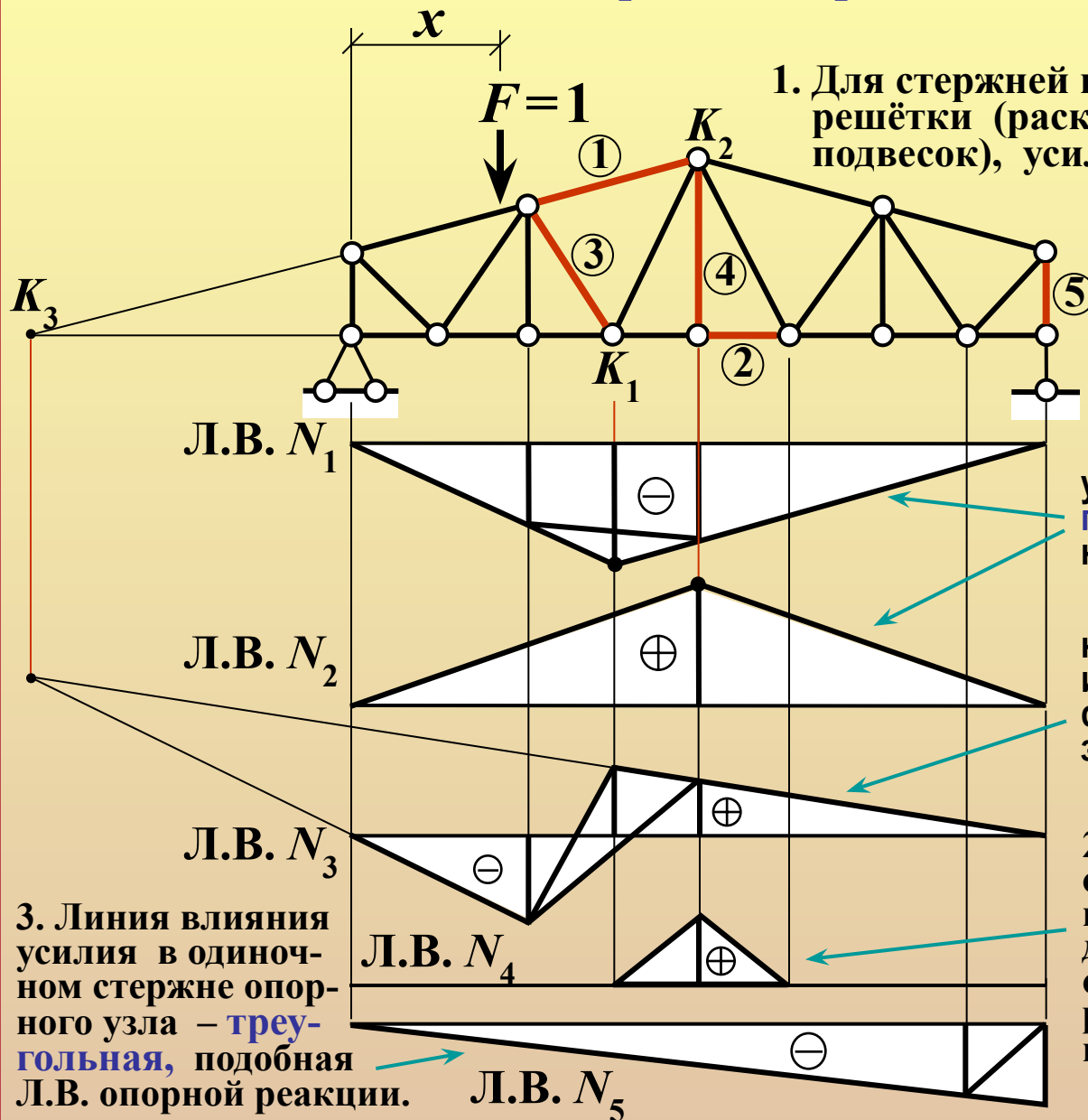
$$\Sigma y = 0$$

$$N_4 = 1$$



Правило:
линия влияния
имеет вид
треугольника
с вершиной
под узлом,
к которому
примыкает
одиночный
стержень,
и основанием
в пределах
двух смежных
панелей.

Типовые линии влияния усилий в стержнях ферм с простыми решётками



П р а в и л а :

1. Для стержней поясов и основных элементов решётки (раскосов и неединичных стоек / подвесок), усилия в которых рационально определяются **способом моментной точки**, левая и правая прямые линии влияния или их продолжения **пересекаются под моментной точкой**.

Общее очертание линии влияния усилия в стержне пояса – **треугольное**, с вершиной под моментной точкой или близкое к нему.

Линия влияния усилия в неединичном стержне решётки (раскосе или стойке) – «**зигзагообразная**», с двумя треугольными разнозначными участками.

2. Линия влияния усилия в одиночном стержне неопорного узла – **треугольная**, в пределах двух смежных панелей, с вершиной под узлом, к которому примыкает стержень, или **полностью нулевая**.

3. Линия влияния усилия в одиночном стержне опорного узла – **треугольная**, подобная Л.В. опорной реакции.

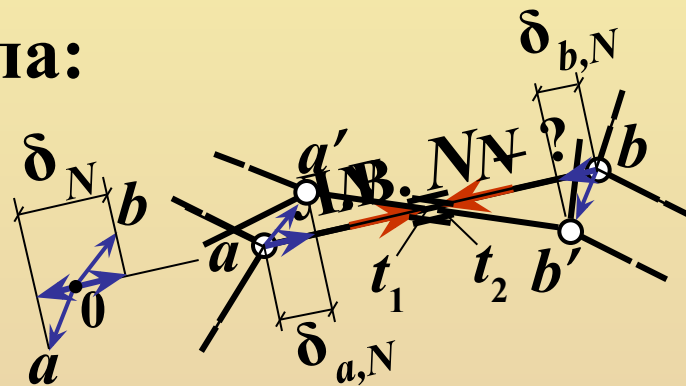
Л.В. N_5

Построение линий влияния усилий в стержнях ферм кинематическим методом

Основная расчётная формула:

$$N(x) = -\frac{\delta_F(x)}{\delta_N}$$

Определение $\delta_F(x)$ и δ_N
 с помощью мгновенных центров вращения дисков
 с помощью плана перемещений узлов
 $\delta_N > 0$ при **сближении** узлов a и b



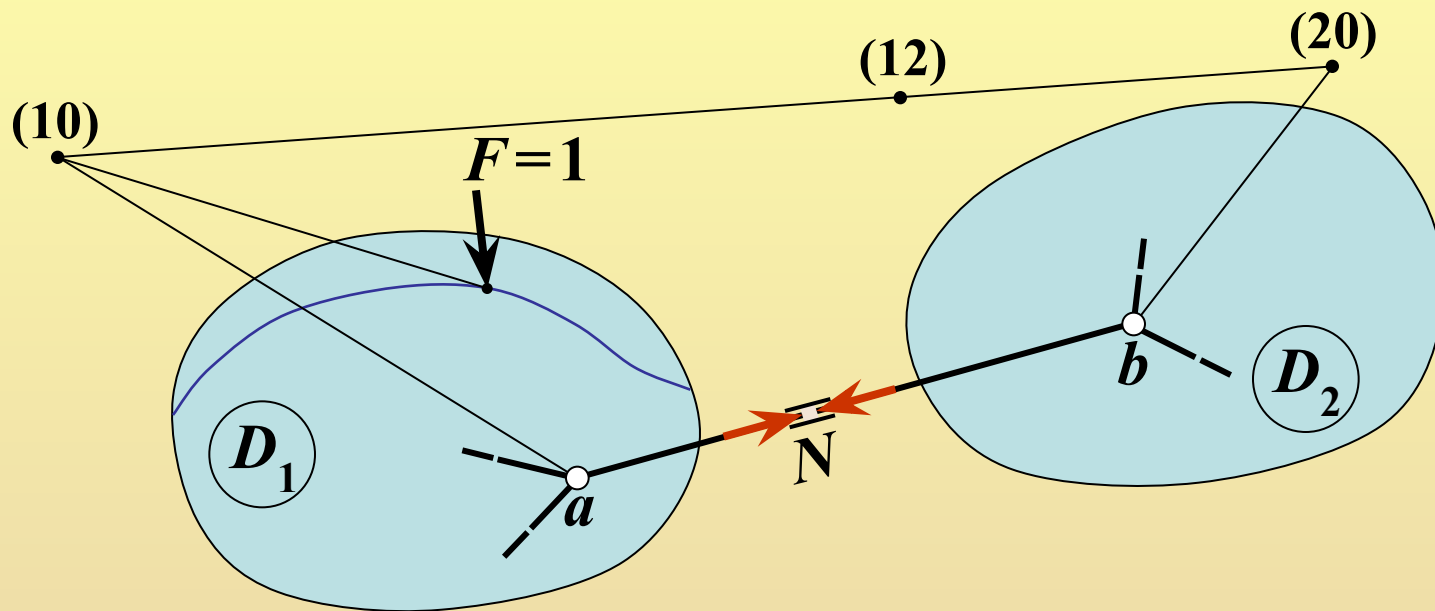
$$\delta_N = \delta_{t_1 t_2, N} = \delta_{t_1, N} + \delta_{t_2, N}$$

В статически определимой ферме:

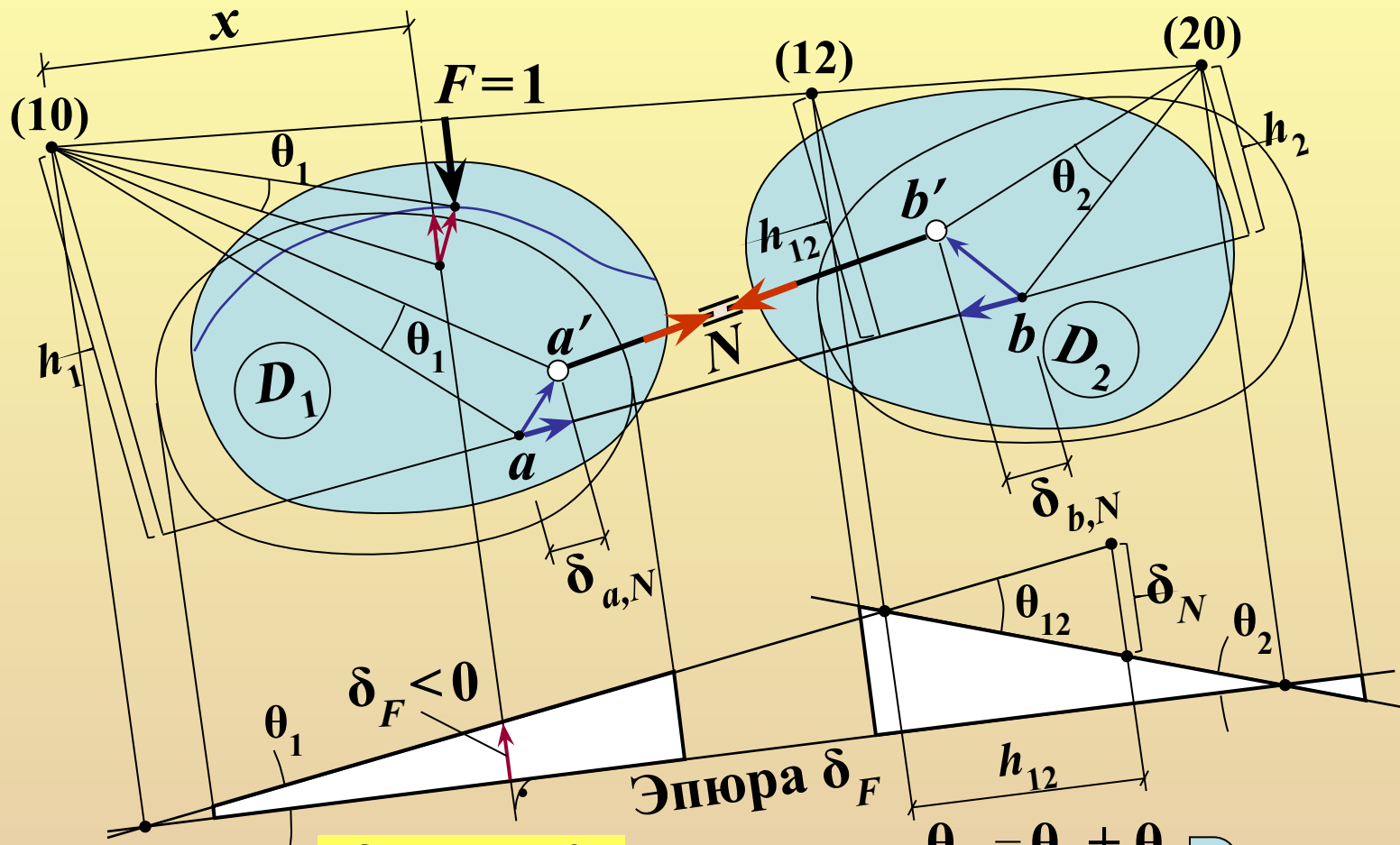
$$\delta_{t_1 t_2, N} = \delta_{ab, N}$$

$$\delta_N = \delta_{ab, N} = \delta_{a, N} + \delta_{b, N}$$

Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



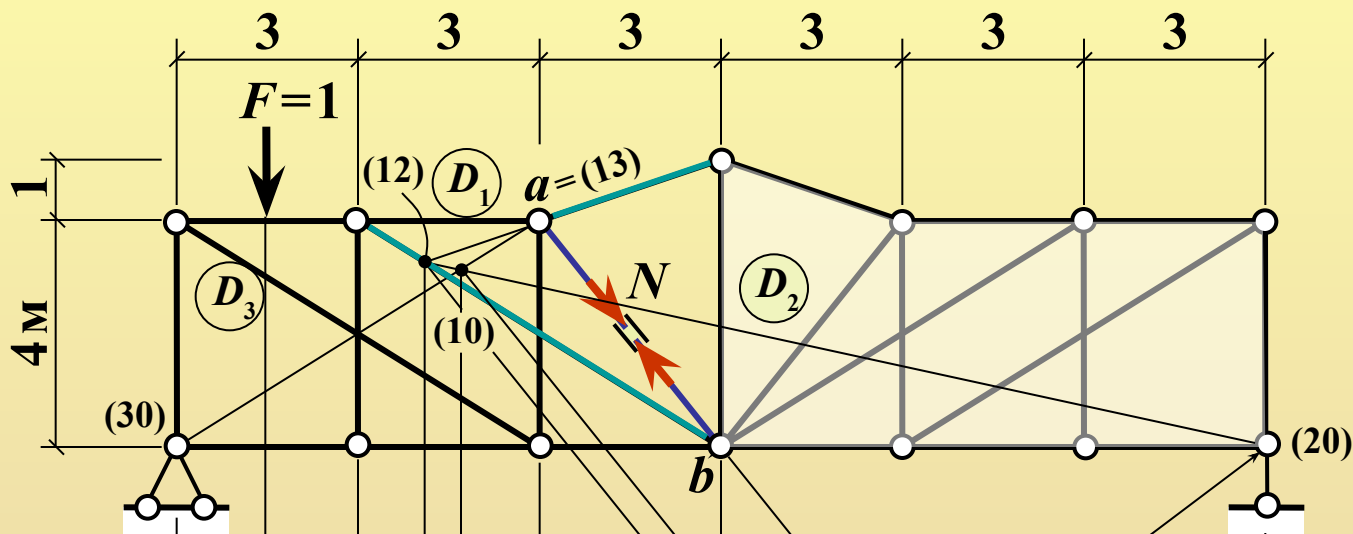
$$\delta_F = -x * \theta_1$$

$$\delta_{a,N} = h_1 * \theta_1$$

$$\delta_{b,N} = h_2 * \theta_2$$

$$\delta_{a,N} + \delta_{b,N} = \delta_N \rightarrow \begin{cases} h_{12} * (\pm\theta_1 \mp \theta_2) = \delta_N \\ \pm h_1 \theta_1 \pm h_2 \theta_2 = \delta_N \end{cases} \left(\begin{matrix} \delta_N = 1 \\ \delta_N = 1 \end{matrix} \right)$$

Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



$$(10) = (12)(20) + (13)(30)$$

$$N = -\frac{\delta_F}{\delta_N} \delta_F < 0$$

Эпюра δ_F
(ЕВП = ЕНП)

$$\begin{cases} 2(\theta_1 - \theta_2) = 1 \\ \frac{144}{95}\theta_1 + \frac{36}{5}\theta_2 = \delta_N \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_1 = 19/36 \\ \theta_2 = 1/36 \end{cases}$$

$$\theta_{12} = \theta_1 - \theta_2$$

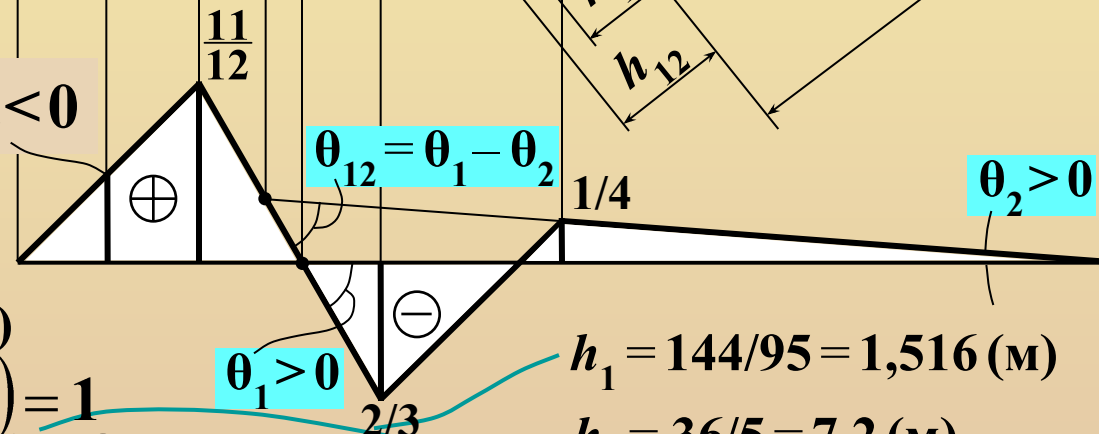
$$\theta_2 > 0$$

$$\theta_1 > 0$$

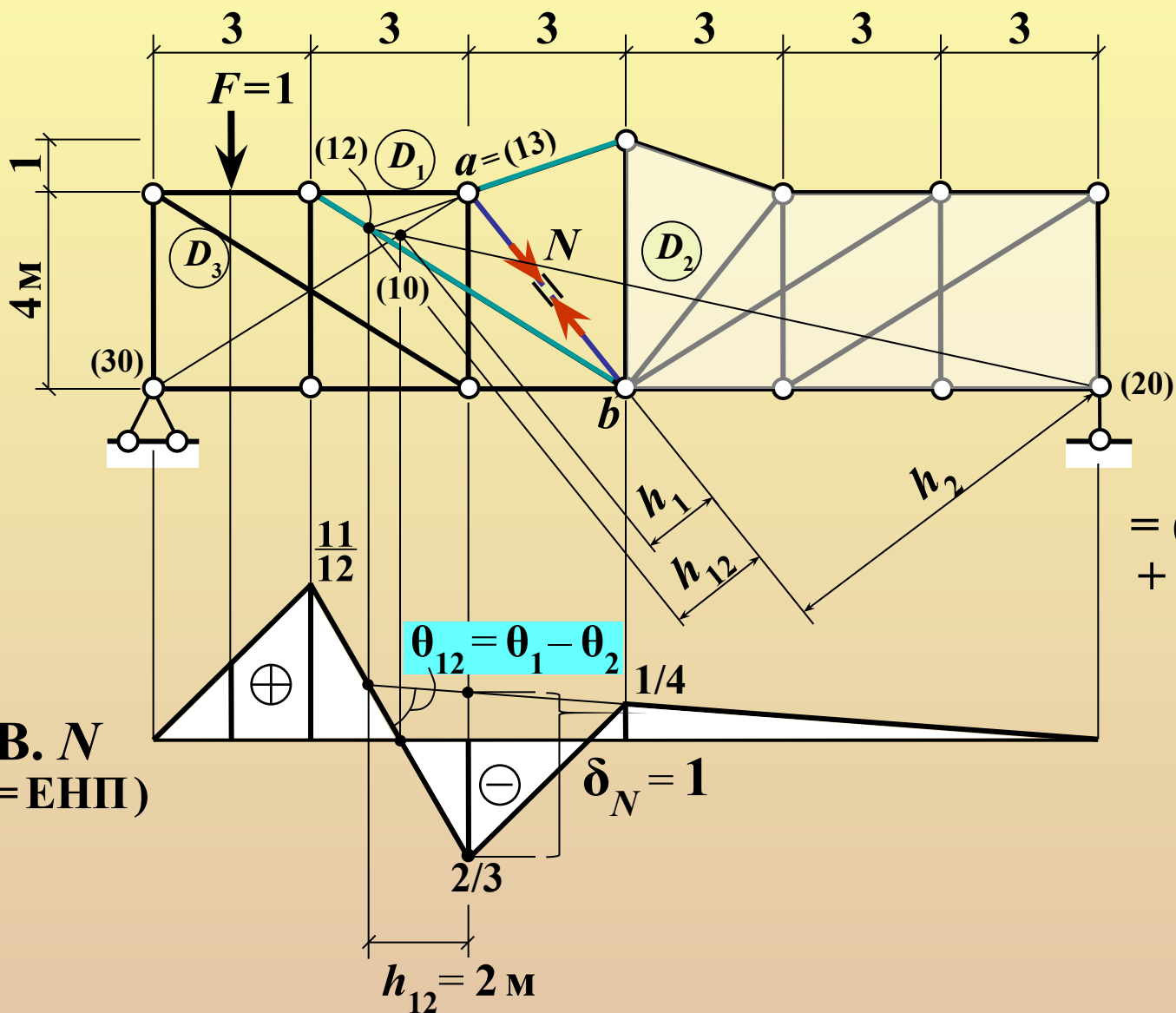
$$h_1 = 144/95 = 1,516 \text{ (м)}$$

$$h_2 = 36/5 = 7,2 \text{ (м)}$$

$$h_{12} = 2 \text{ м}$$



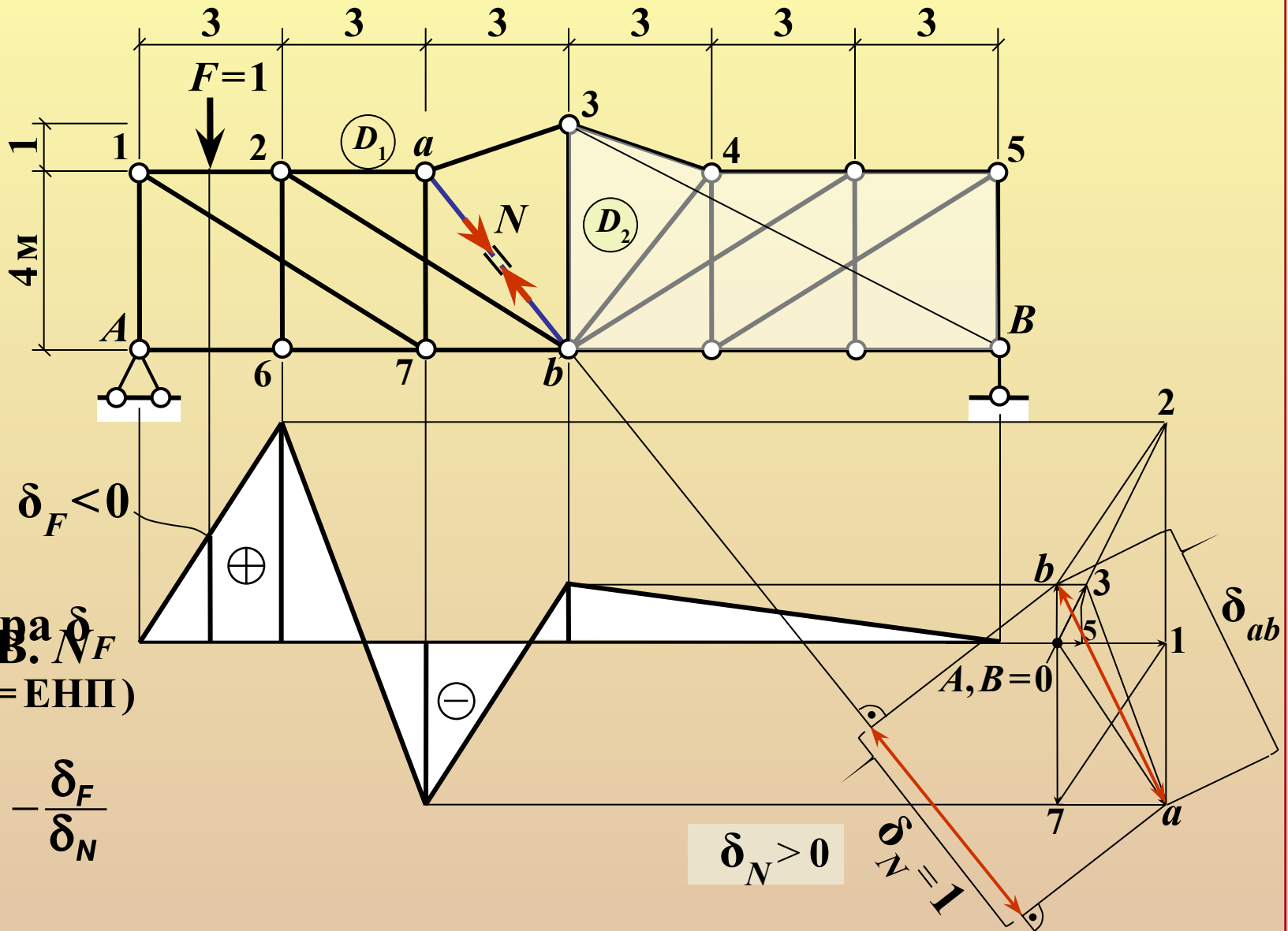
Способ мгновенных центров вращения дисков в построении л.в. усилий в стержнях ферм кинематическим методом



$$(10) = (12)(20) + (13)(30)$$

Л.В. N
(ЕВП = ЕНП)

Построение л.в. усилия в стержне фермы кинематическим методом с помощью плана перемещений узлов



Контрольные вопросы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках*); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 22»)

1. Особенности линий влияния усилий в стержнях ферм. (2)
2. Учёт узловой передачи нагрузки при построении линий влияния усилий в стержнях ферм. (2)
3. Как получаются соединительные прямые на линии влияния усилия в стержне фермы при езде поверху и понизу? (2) (9) (11) (13) 3. Как получаются соединительные прямые на линии влияния усилия в стержне фермы при езде поверху и понизу? (2) (9) (11) (13) (14)
4. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом вырезания узла. (14) 4. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом вырезания узла. (14) (15)
5. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом моментной точки. (9) (11) (13) 5. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом моментной точки. (9) (11) (13) (15)
6. Типовое правило построения линии влияния усилия в стержне фермы, определяемого способом проекций. (самостоятельно – как частный случай способа Риттера)
7. Чему равна разность ординат линии влияния усилия в стойке раскосной решётки при езде поверху и понизу? (самостоятельно)
8. Изобразить типовую линию влияния усилия в поясе балочной фермы. (9) 8. Изобразить типовую линию влияния усилия в поясе балочной фермы. (9) (11)
9. Изобразить типовую линию влияния усилия в раскосе балочной фермы с простой решёткой. (13)
10. Изобразить типовую линию влияния усилия в раскосе балочной фермы

Контрольные вопросы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках*); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 23»)

16. Основная расчётная формула кинематического метода для построения линий влияния усилий в стержнях ферм. (16)
17. Что такое δ_N при построении линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом? (16)
18. Как определяется знак δ_N при построении линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом? (16)
19. Использование мгновенных центров вращения дисков (МЦВД) для построения линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом. (17)
20. Как выбираются два основных диска «1» и «2» в способе МЦВД? (17) 20. Как выбираются два основных диска «1» и «2» в способе МЦВД? (17) (19)
21. Общий вид системы уравнений способа МЦВД для определения возможных углов поворота основных дисков «1» и «2» при построении Л.В. усилия в стержне фермы.
22. Как выбираются знаки в уравнениях способа МЦВД? (18)
23. Как найти единицу масштаба ($\delta_N = 1$) при построении линии влияния усилия в стержне фермы кинематическим методом с использованием плана перемещений узлов? (21)

*) Только в режиме «Показ слайдов»