

**Основні поняття  
позиційної і  
непозиційної  
системи  
числення.**

# Поняття про системи числення

- Система числення – це спосіб зображення чисел і відповідні йому правила дій над числами.
- Розрізняють непозиційні та позиційні системи числення.

## Системи числення

```
graph TD; A[Системи числення] --> B[Непозиційні]; A --> C[Позиційні];
```

**Непозиційні** – значення цифри не залежить від місця в записі числа.

Прикладом є римська система числення.

**XXXV**

**Позиційні** – значення цифри залежить від позиції в записі числа.

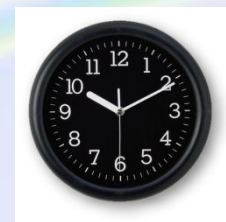
Прикладом позиційної системи числення є десяткова.

**$1234 = 1000 + 200 + 30 + 4$**
















# Історичний екскурс



- У різні історичні періоди користувалися системами числення, відмінними від десяткової. Широке застосування мала дванадцяткова система, її походження пов'язують з рахунками на чотирьох вказівних пальцях руки, які мають 12 фаланг. До нашого часу ця система дійшла у виразах:
  - «дюжина»,
  - «грос» — дюжина дюжин,
  - «маса» — дюжина гросів,
  - 1 фут = 12 дюймів,
  - 1 шилінг = 12 пенсів.
- У давньому Вавилоні існувала шістдесяткова система числення. Ця система також дійшла до наших днів:
  - 1 година = 60 хвилин,
  - 1 хвилина = 60 секунд,
  - 1 градус = 60 хвилин.
- У деяких африканських народів існувала чотиріткова система числення, а в ацтеків і майя була двадцяткова система.



# Єгипетська нумерація

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
								
10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000			

	
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

- Розрядні знаки писали групами справа наліво, в одній групі — не більше як чотири однакових знаки. Наприклад, число 3247 зображалося так:



- Кожен знак означає одне й те саме число, де б він не стояв. У непозиційній десятковій нумерації для запису одного розрядного числа потрібно від одного до дев'яти розрядних знаків. Число 847 записувалося так:



# Слов'янське алфавітне позначення чисел

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
Тисяща				Леодр	Ворон	Колода		

- Слов'янське алфавітне позначення чисел виникло в X ст. і застосовувалося без істотних змін до XVII ст. включно.
- Над буквою, яка позначала певне число, ставили особливий знак — титло. Для позначення багатоцифрових чисел знаки записували підряд: тисячі, сотні, десятки, одиниці. Слов'янська алфавітна нумерація була десятковою.
- Для позначення тисячі застосовувався особливий знак — перекреслена риска, який записували ліворуч від букви. Наприклад, число 2873 записували так:

2873

# Римська нумерація



- Зі стародавніх нумерацій збереглася лише римська. Вона застосовується для позначення століть, запису чисел на циферблаті годинників.
- Римська нумерація — десяткова, але із залишками п'ятіркової; вона непозиційна, без знака нуль.
- За допомогою вузлових чисел та принципів додавання й віднімання записують інші натуральні числа.
- Одна й та сама цифра може повторюватися не більше як три рази. Менше число ліворуч від більшого може бути записане лише один раз.
- Наприклад, число 1985 записують так: MCMLXXXV.
- Головний недолік римської нумерації у тому, що вона не пристосована для письмового виконання арифметичних дій.

# Алфавіт римської системи

<b>I</b>	<b>V</b>	<b>X</b>	<b>L</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>M</b>
1	5	10	50	100	500	1000

Якщо менша цифра стоїть праворуч від більшої, то вона додається до більшої.

<b>VI</b>	<b>XI</b>	<b>LX</b>	<b>CX</b>	<b>DC</b>	<b>MC</b>
6	11	60	110	600	1100

Менша цифра, що стоїть ліворуч від більшої, віднімається від більшої. Перед більшою цифрою може стояти тільки одна менша цифра.

<b>IV</b>	<b>IX</b>	<b>XL</b>	<b>XC</b>	<b>CD</b>	<b>CM</b>
4	9	40	90	400	900

# **Перетворіть римські числа у десяткові та назвіть подію, що відбулася цього року:**

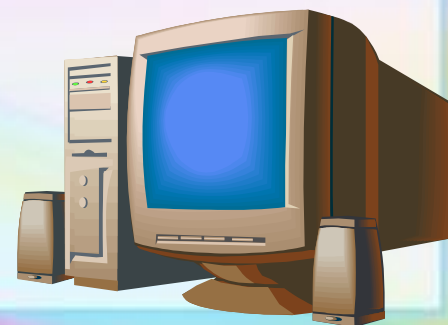
*Події з історії  
України:*

- a) *CMLXXXVIII*
- b) *MDCLI*
- c) *MDCCCXIV*
- d) *MDCCCLXXVIII*
- e) *MCMXLV*
- f) *MCMXCI*



*Події з історії  
розвитку ОТ:*

- a) *MDCXLII*
- b) *MDCLXXIII*
- c) *MDCCCXXXIV*
- d) *MCMXLVI*
- e) *MCMLI*
- f) *MCMXCV*





# Позиційні системи числення

- У позиційній системі числення значення цифри залежить від позиції, яку вона займає в зображенні числа. В цілих числах позиції нумеруються справа наліво, починаючи з нульової. Наприклад, число 4321 можна подати у вигляді такої суми:

$$4321_{10} = 4 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 = 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

- Число 10 називається основою десяткової системи числення.
- Алфавіт системи числення з основою  $p$  складається з  $p$  цифр:

$$0, 1, 2, \dots, p - 1.$$

- Інші цифри використовувати не можна. На практиці застосовують системи числення з основами 2, 8, 10, 16.
- Алфавіт двійкової системи складається з двох цифр: 0, 1.
- У системі числення з основою  $p = 8$  алфавіт такий:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

- Алфавіт системи з основою  $p = 16$  складається із символів:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F,$$

де  $A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15$ .

# Переведення чисел з системи числення з основою $p$ у десяткову систему

- Десяткове значення числа, записаного в системі числення з основою  $p$ , знаходять за формулою:

$$(a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0)_p = a_k \cdot p^k + a_{k-1} \cdot p^{k-1} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0$$

**Приклади.**

$$\begin{array}{cccccccc} & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ (1100101)_2 & = & 1 \cdot 2^6 & + & 1 \cdot 2^5 & + & 0 \cdot 2^4 & + & 0 \cdot 2^3 & + \\ & + & 1 \cdot 2^2 & + & 0 \cdot 2^1 & + & 1 \cdot 2^0 & = & 64 & + & 32 & + & 4 & + & 1 & = & 101_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & 1 \quad 0 \\ (37)_8 & = 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 24 + 7 = 31_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ (321)_8 & = 3 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 192 + 16 + 1 = 209_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} & 1 \quad 0 \\ (7D)_{16} & = 7 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 = 125_{10} \end{array}$$

# Вправи

1. Розташуйте за спаданням

$125_8$     $216_8$     $75_8$     $37_8$     $257_8$     $711_8$     $463_8$

2. Переведіть числа у десяткову систему числення:

a)  $34_5$

b)  $23_8$

c)  $127_8$

d)  $10011_2$

e)  $1110100_2$

f)  $1AE_{16}$

g)  $B4_{16}$

# Переведення чисел з десяткової системи в іншу

- Щоб перевести ціле число з десяткової системи в систему з основою  $p$ , треба здійснити послідовне ділення даного числа на число  $p$  за таким алгоритмом:
  - Число поділити на  $p$ .
  - Знайти остачу і частку.
  - Якщо частка менша за  $p$ , то виконати пункт 6; якщо ні, то виконати пункт 4.
  - Розглянути частку як нове число.
  - Виконати пункти 1, 2, 3.
  - Прочитати результат.
- Результат — це ланцюжок цифр, який складається з останньої частки та всіх остач, починаючи від останньої.
- Приклад 1. Перевести  $(125)_{10}$  у вісімкову систему числення.  
 $(125)_{10} = (175)_8$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 8 \\ \hline 120 & 15 & 8 \\ \hline & 5 & 8 & 1 \\ & & & & 7 \end{array}$$

# Вісімкова система числення (метод триад)

- Правило переведення двійкового числа у вісімкове:
  - розбити запис двійкового числа справа наліво по 3 цифри;
  - доповнити нулями до 3 цифр крайній лівий запис (якщо необхідно);
  - кожну групу з 3 двійкових цифр замінити відповідною вісімковою цифрою.

Вісімкові цифри	0	1	2	3	4	5	6	7
Двійкові числа	000	001	010	011	100	101	110	111

**Приклад 1.** Перевести у вісімкову систему двійкове число:

$$11001110_2 = 011\ 001\ 110_2 = 316_8$$

**Приклад 2.** Перевести у двійкову систему вісімкове число:

$$172_8 = 001\ 111\ 010_2 = 1111010_2$$

# Шістнадцяткова система числення (метод тетрад)

- Правило переведення двійкового числа у шістнадцяткове:
  - розбити запис двійкового числа справа наліво по 4 цифри;
  - доповнити нулями до 4 цифр крайній лівий запис (якщо необхідно);
  - кожену групу з 4 двійкових цифр замінити відповідною шістнадцятковою цифрою.

16-ові цифри	0	1	2	3	4	5	6	7
Двійкові числа	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
16-ові цифри	8	9	A	B	C	D	E	F
Двійкові числа	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

# Вправи

1. Переведіть числа з десяткової системи у вісімкову:

- а)  $5_{10}$ ; б)  $25_{10}$ ;  
в)  $64_{10}$ ; г)  $100_{10}$ .

Отримані числа переведіть у двійкову систему.

2. Переведіть десятковий запис у двійкову, а потім вісімкову та шістнадцяткову системи, використовуючи методи тріад та тетрад:

- а)  $94_{10}$ ; б)  $13_{10}$ ;  
в)  $48_{10}$ ; г)  $57_{10}$ .

3. Перетворіть вісімкові записи чисел на шістнадцяткові (спочатку переведіть число в двійкову систему за допомогою тріад, а потім у шістнадцяткову, використовуючи тетради)

- а)  $37_8$ ; б)  $41_8$ ;  
в)  $252_8$ ; г)  $161_8$ .

10-ва	2-ва	8-ва	16-ва
0	000	0	0
1	001	1	1
2	010	2	2
3	011	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10