



КУРС ЛЕКЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

ст. преподаватель кафедры РК-1

ГОРЯЧКИНА АЛЕКСАНДРА ЮРЬЕВНА



Московский государственный
технический университет
им. Н.Э. Баумана



Кафедра
"Инженерная графика"

ПРЕДМЕТ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

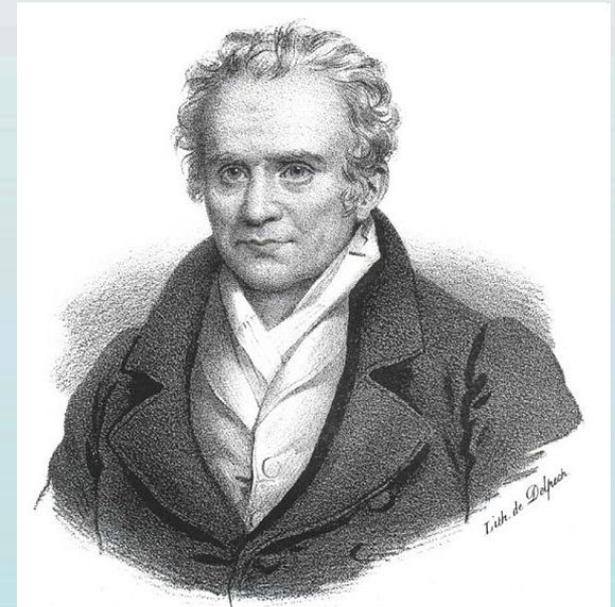
Начертательная геометрия является одним из разделов геометрии, в котором пространственные фигуры, представляющие совокупность точек, линий, поверхностей и тел, изучаются по их проекционным изображениям.

Начертательная геометрия изучает:

- **Методы графического отображения** пространственных фигур на поверхностях отображения;
- **Способы решения позиционных и метрических задач**, связанных с этими фигурами, по их графическим изображениям.



Как сформировавшаяся наука
начертательная геометрия
возникла в результате трудов
французского ученого и
общественного деятеля
Гаспара Монжа,
который свел в стройную систему
весь разрозненный материал по
способу ортогонального
проецирования.



Гаспар Монж
(1746 – 1818)



Литература

- Фролов С.А. **Начертательная геометрия: Учебник.** – 3-изд., перераб и доп. – М.:ИНФА-М, 2012. – 286 с.
- Шарикян Ю.Э. Одинцова А.Е. Кашу А.А. **Методические указания к выполнению домашнего задания по начертательной геометрии.** – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 60 с.
- **Рабочая тетрадь** по начертательной геометрии для записи лекций/ Сост. Б.Г. Жирных, Л.В. Новоселова.– 3-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016 – 44 с.
- **Рабочая тетрадь** по начертательной геометрии для семинарских занятий/ Сост. Б.Г. Жирных, Л.В. Новоселова, А.Д. Савина.– 6-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016 – 36 с.



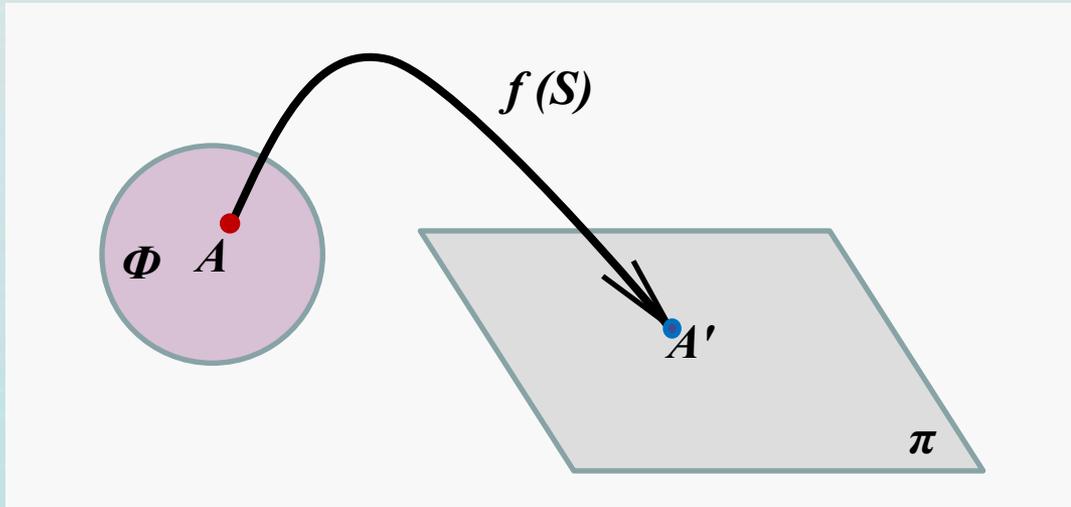
Принятые обозначения:

В пространстве	На плоскости проекций
<u>ТОЧКИ</u>	
$A, B, C...$	$A'; B'; C'; A''; B''; C''...$
<u>ЛИНИИ</u>	
$a, b, c, l...$	$a'; b'; ... a''; b''...$
<u>ПОВЕРХНОСТИ</u>	
$\alpha, \beta, \gamma...$	$\alpha'; \beta'; \gamma'...$



МЕТОД ПРОЕКЦИЙ

Проецирование – **отображение фигур пространства на поверхности проекций**, причем такое, что каждой точке фигуры ставится в соответствие единственная точка – ее проекция



Аппарат проецирования :

- что отображаем
- на что отображаем
- каким способом отображаем

Две основные задачи проецирования:

- 1. Прямая задача** – по оригиналу получить изображение
- 2. Обратная задача** – по проекции получить оригинал



Проекции с использованием прямых линий – проецирующих лучей

Проекция точки – точка пересечения проецирующей прямой, проходящей через данную точку, с плоскостью проекций.

Проекция геометрической фигуры – множество проекций ее точек.

След геометрической фигуры – фигура ее пересечения с плоскостью проекций.

Конкурирующие точки – точки, лежащие на одной проецирующей прямой.



Центральное проецирование

– отображение, при котором **все проецирующие прямые проходят через одну точку – центр проецирования**

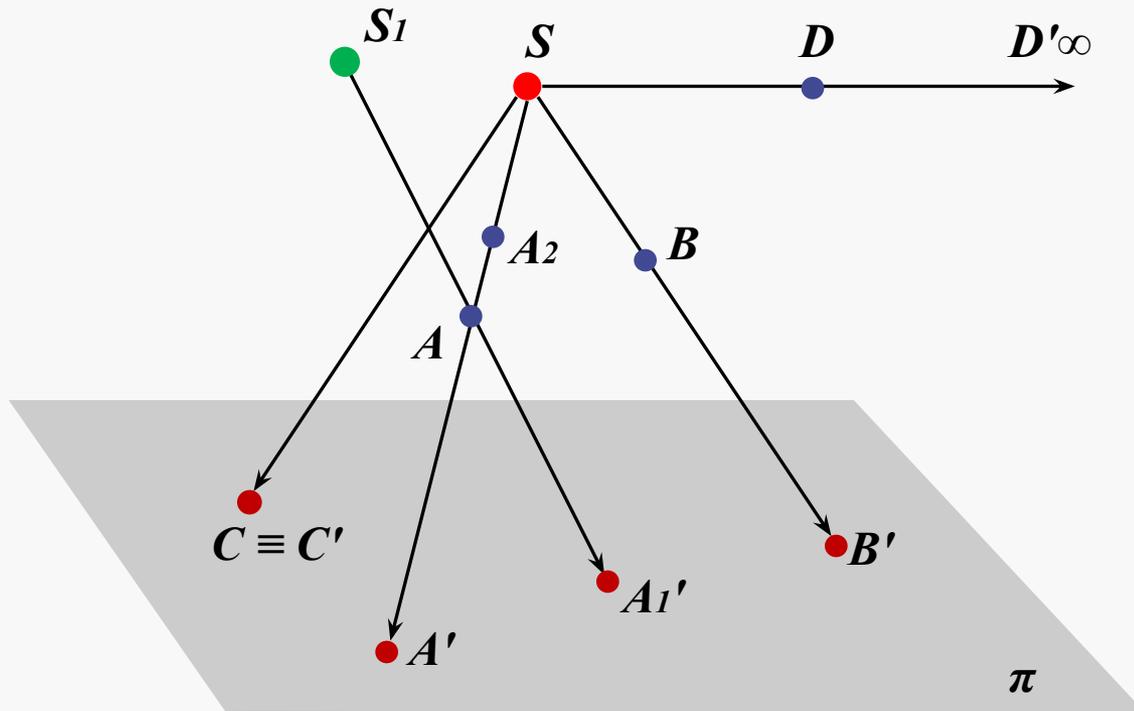


Рис. 1.1

π – плоскость проекций

S – центр проецирования

S_1 – центр проецирования

SA' – проецирующий луч

S_1A_1' – проецирующий луч

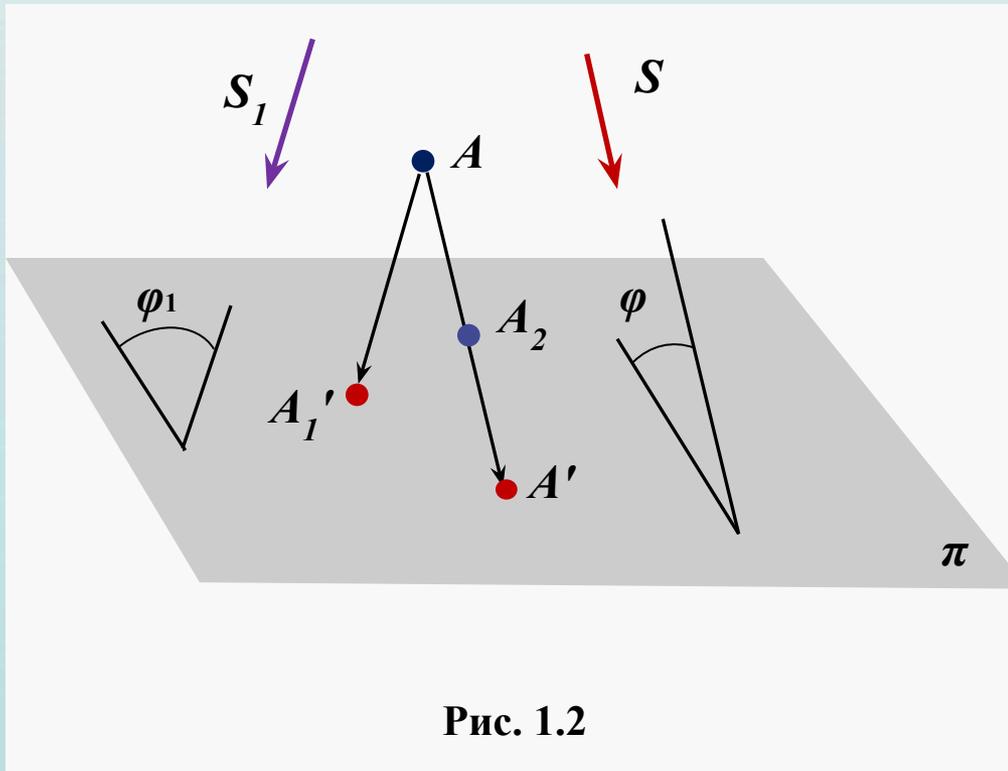
A' – центральная проекция точки A

A_1' – центральная проекция точки A



Параллельное проектирование

– отображение, при котором **все проецирующие прямые проходят параллельно заданному направлению**



π – плоскость проекций

S – направление проецирования,
 $\phi \neq 90^\circ$

S_1 – направление проецирования,
 $\phi_1 \neq 90^\circ$

AA' – проецирующий луч, $AA' \parallel S$
 AA_1' – проецирующий луч, $AA_1' \parallel S_1$

A' – параллельная проекция точки A

A_1' – параллельная проекция точки A



Ортогональное проектирование

– отображение, при котором все проектирующие прямые перпендикулярны плоскости проекций

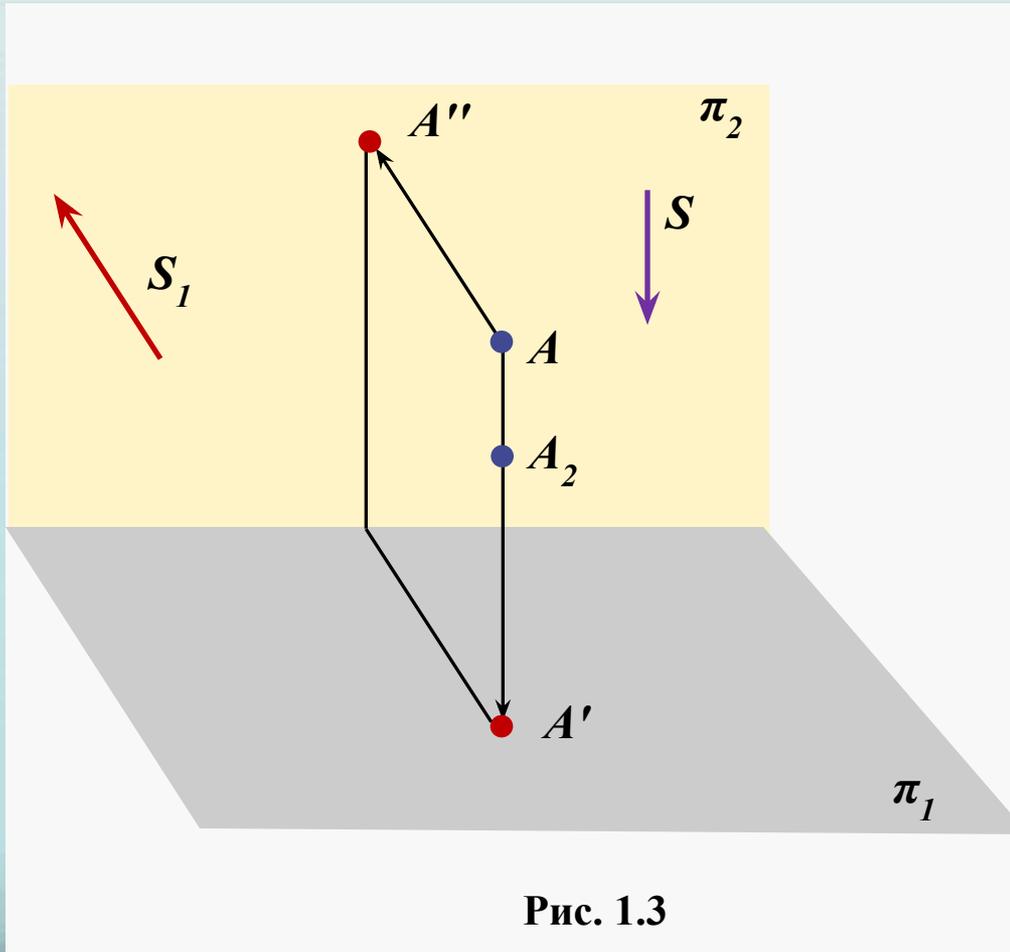


Рис. 1.3

π_1, π_2 – плоскости проекций, $\pi_1 \perp \pi_2$

S – направление проектирования,

$$\phi = 90^\circ \quad S \perp \pi_1$$

S_1 – направление проектирования,

$$\phi_1 = 90^\circ \quad S_1 \perp \pi_2$$

AA', AA'' – проектирующие лучи,

$$AA' \perp \pi_1, AA'' \perp \pi_2$$

A', A'' – ортогональные проекции точки A

Две проекции точки однозначно определяют положение точки в пространстве



ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

Свойства ортогонального проектирования

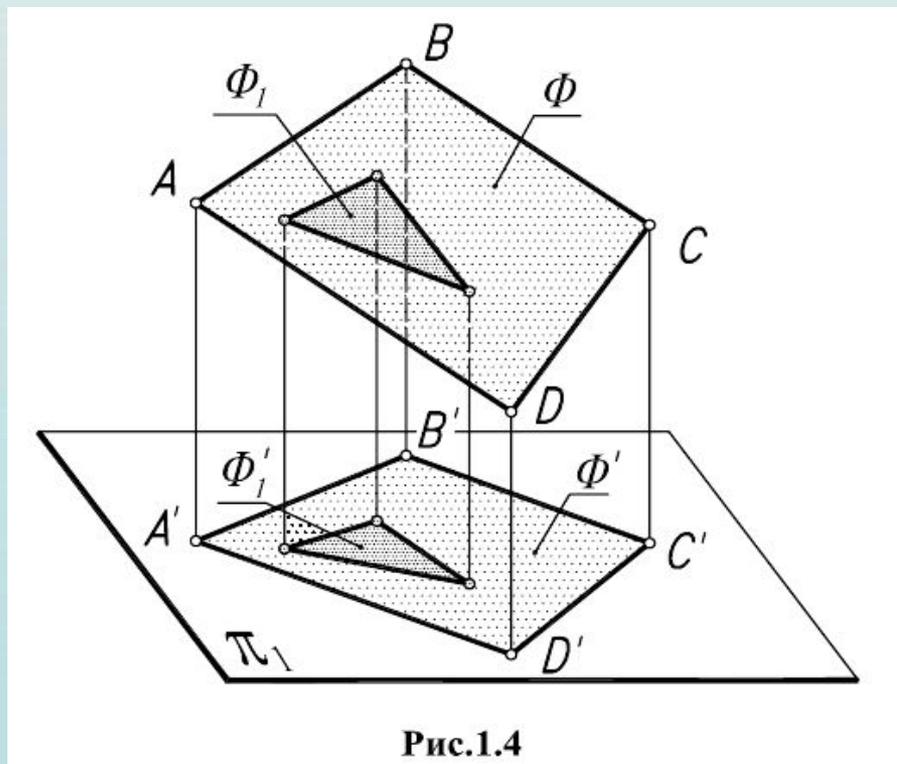
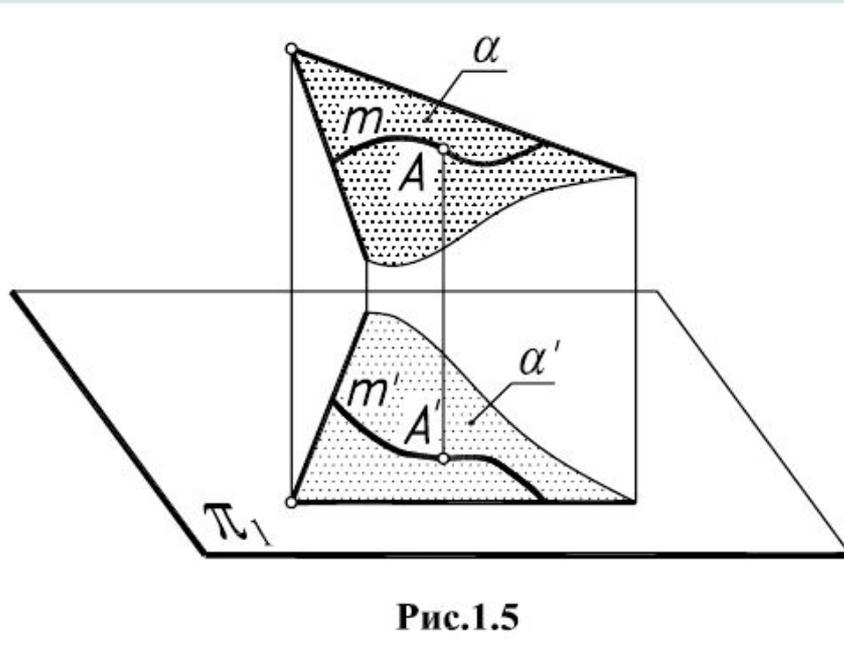


Рис.1.4

1. Проекция точки – есть точка
 A' – проекция точки A
 B' – проекция точки B
2. Проекция прямой, в общем случае, есть прямая
 $A'B'$ – проекция прямой AB
 $C'D'$ – проекция прямой CD
3. Если фигура Φ_1 принадлежит фигуре Φ , то проекция фигуры Φ_1 принадлежит проекции фигуры Φ

$$\Phi_1 \subset \Phi \Rightarrow \Phi_1' \subset \Phi'$$





– Если точка A принадлежит линии m , то проекция точки A принадлежит проекции линии m

$$A \in m \Rightarrow A' \in m'$$

– Если линия m принадлежит поверхности α , то проекция линии m принадлежит проекции поверхности α

$$m \in \alpha \Rightarrow m' \in \alpha'$$

– Если точка A принадлежит линии m , которая принадлежит поверхности α , то проекция точки A принадлежит проекции поверхности α

$$A \in m \in \alpha \Rightarrow A' \in \alpha'$$



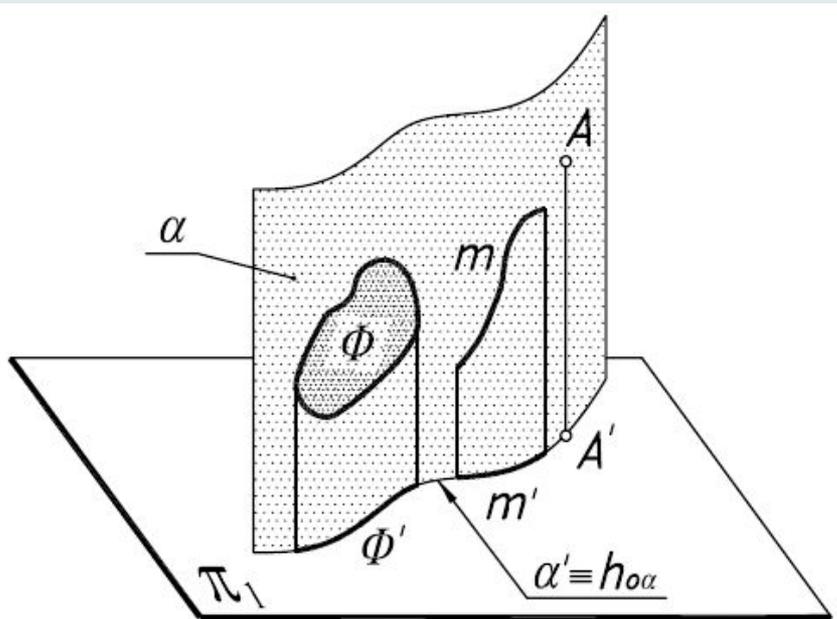


Рис.1.6

– Если фигура Φ принадлежит поверхности α , перпендикулярной плоскости проекций, то **проекция фигуры Φ принадлежит линии пересечения поверхности α с плоскостью проекций – следу $h_{0\alpha}$ поверхности α**

$$\Phi \subset \alpha \wedge \alpha \perp \pi_1 \Rightarrow \Phi' \subset h_{0\alpha}$$



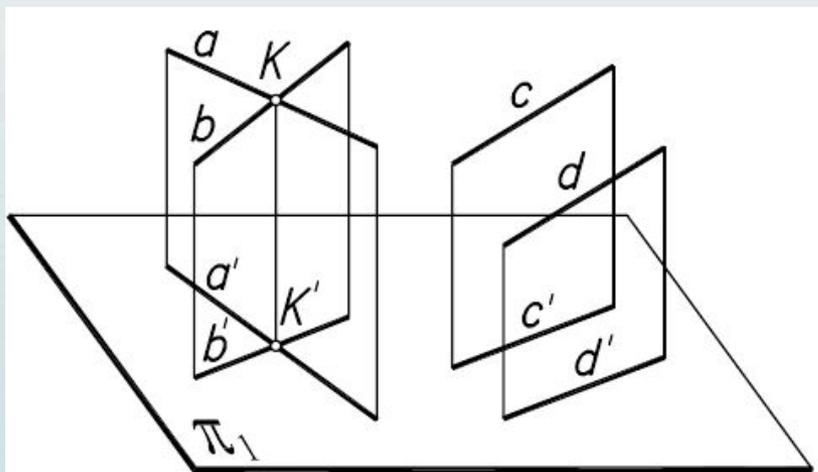


Рис.1.7

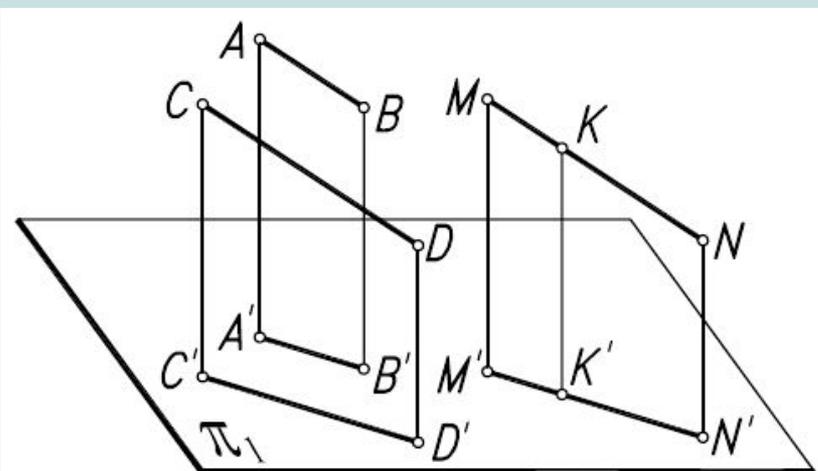


Рис.1.8

– Параллельные прямые проецируются в параллельные прямые

$$c \parallel d \Rightarrow c' \parallel d'$$

– Точка пересечения проекций пересекающихся прямых K' есть проекция точки пересечения самих прямых

$$a \cap b = K \Rightarrow a' \cap b' = K'$$

– Отношение длин отрезков параллельных прямых равно отношению длин их проекций

$$\frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|A'B'|}{|C'D'|}$$

– Если точка K делит отрезок в данном отношении, то и проекция точки K разделит проекции отрезка в том же отношении

$$\frac{|MK|}{|KN|} = \frac{|M'K'|}{|K'N'|}$$



– Если фигура принадлежит плоскости, параллельной плоскости проекций, то на эту плоскость проекций данная фигура проецируется без искажения

$$\Phi \subset \alpha \wedge \alpha \parallel \pi_1 \Rightarrow \Phi = \Phi'$$

Теорема о проецировании прямого угла:

Если **одна сторона** прямого угла **параллельна** плоскости проекций, а **другая** сторона **не перпендикулярна** к ней, то прямой угол проецируется **без искажения** на данную плоскость проекций

$$a \cap b; a \perp b; b \parallel \pi_1; a \cap \pi_1 \neq 90^\circ$$

$$\Rightarrow a' \perp b'$$

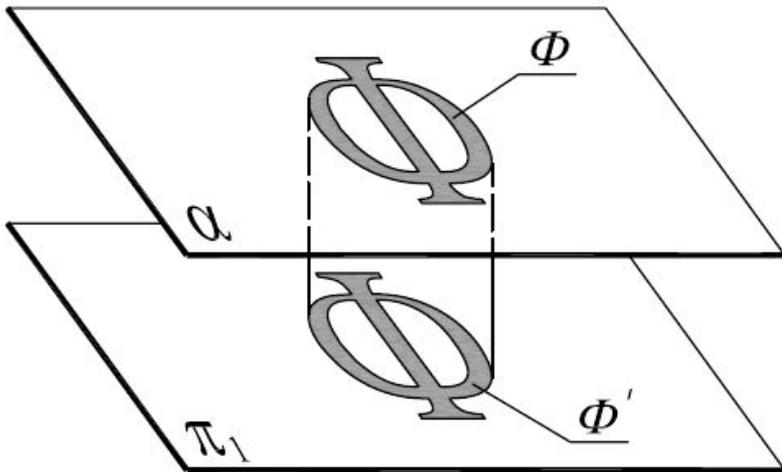


Рис.1.9

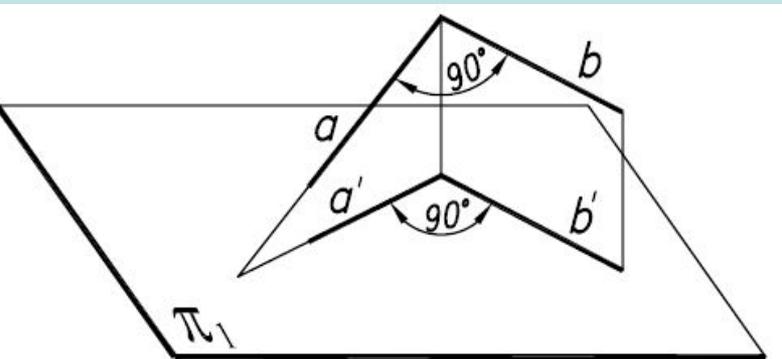
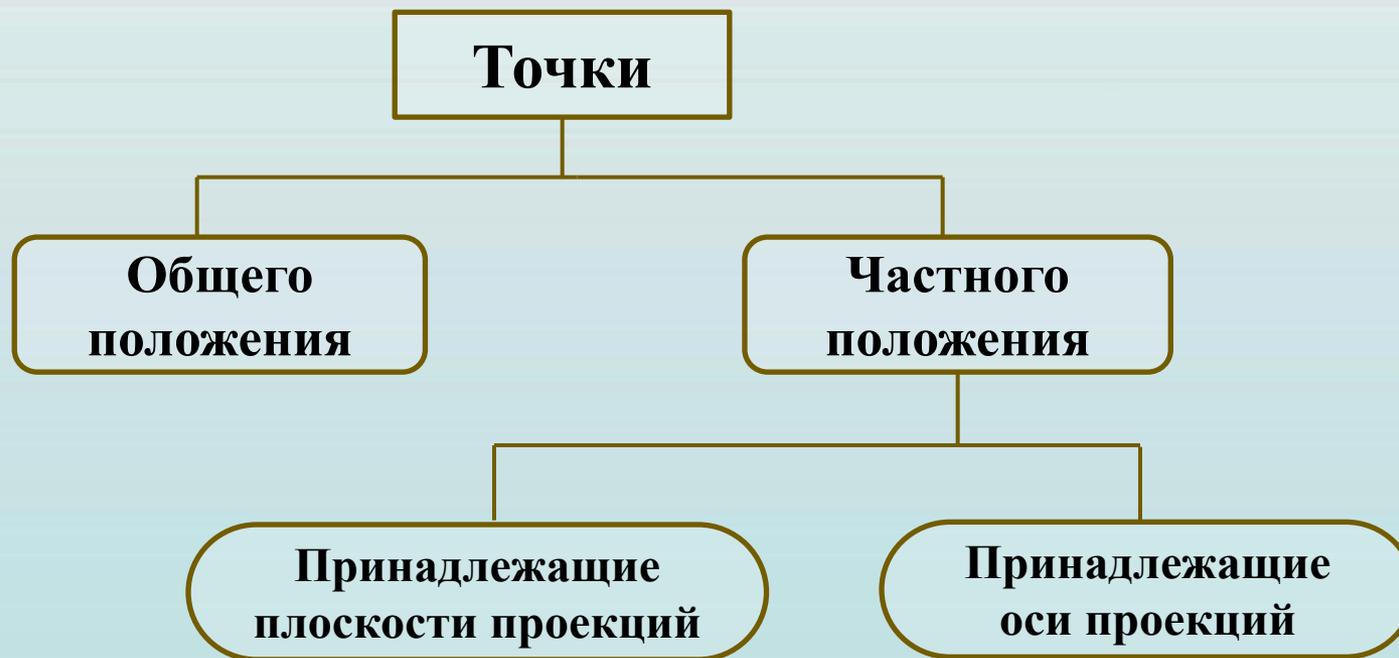


Рис.1.10



ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

Точка – неопределяемое понятие геометрии

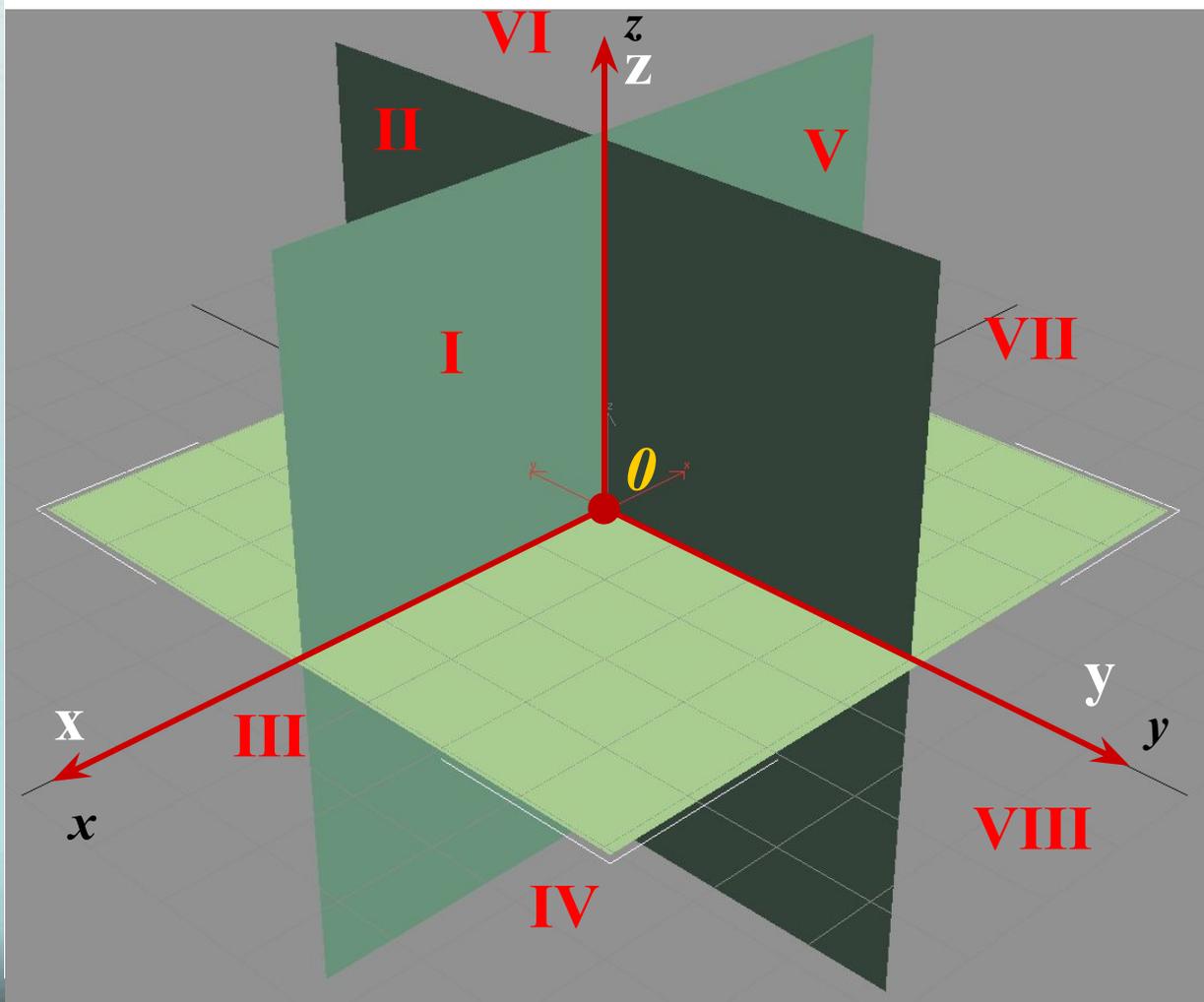


Точки общего положения – точки, у которых **ни одна из координат не равна нулю**

Точки частного положения – точки, у которых **одна, две или три координаты равны нулю**



Плоскости проекций – взаимно перпендикулярные плоскости, на которых получают отображения геометрических фигур



Оси проекций – взаимно перпендикулярные прямые, по которым пересекаются плоскости проекций

Начало координат – точка пересечения осей проекций

Четверти пространства – четыре подпространства, получаемые в результате деления пространства двумя взаимно перпендикулярными плоскостями проекций

Октанты пространства – восемь подпространств, получаемые в результате деления пространства тремя взаимно перпендикулярными плоскостями проекций

В пространстве точка задается **ее координатами $A(x, y, z)$**

На чертеже точка задается **двумя ее проекциями**

Координаты точки – упорядоченные **числа**, определяющие **положение точки** в пространстве

Ортогональная проекция точки – **основание перпендикуляра**, опущенного из **данной точки на плоскость проекций**

Комплексный чертеж (Эпюр Монжа) – **чертеж**, получаемый **разворотом плоскостей проекций до совмещения их с фронтальной плоскостью** и содержащий **упорядоченные проекции геометрических фигур**

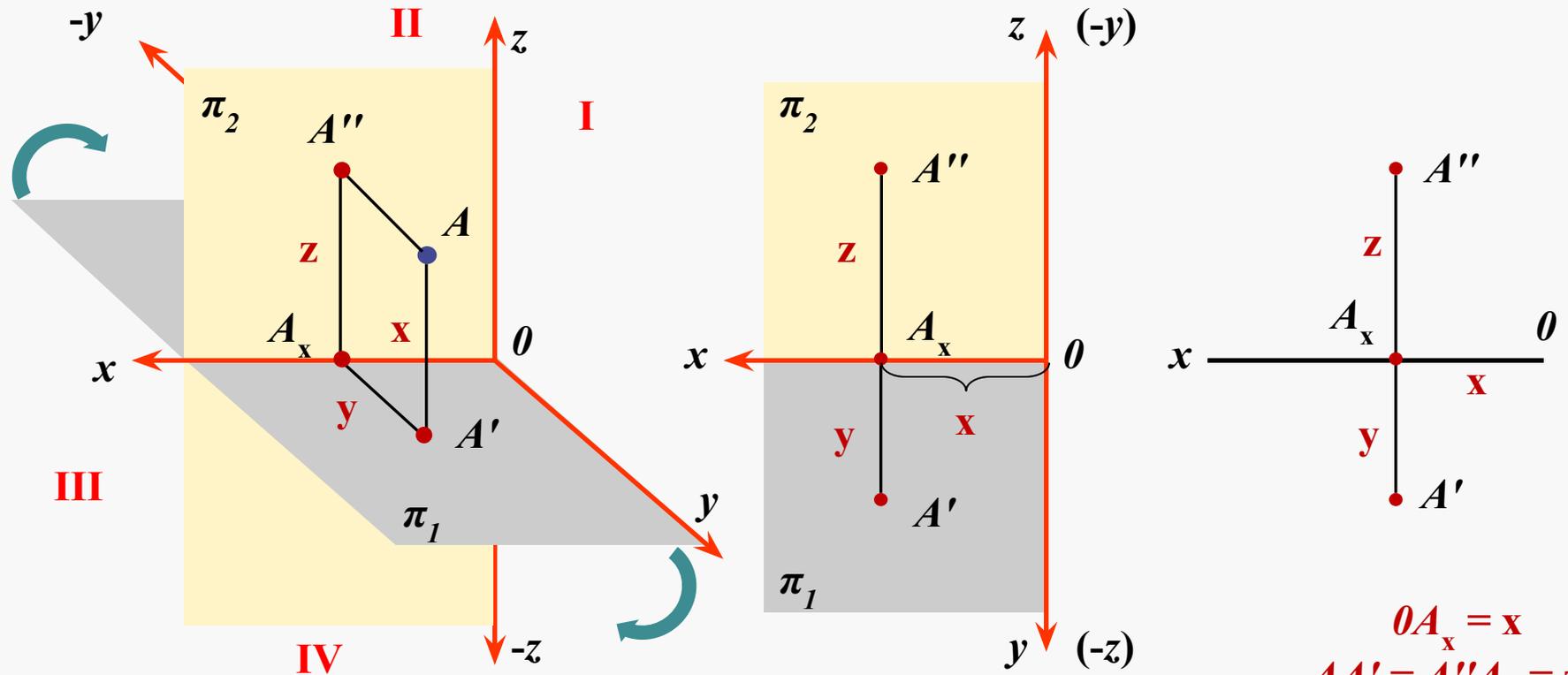
Линия связи – **перпендикуляр к оси проекций**, на котором располагается **упорядоченная пара проекций точки** на **комплексном чертеже**



Ортогональное проектирование точки на две плоскости проекций

π_1 – горизонтальная плоскость проекций
 A' – горизонтальная проекция точки A

π_2 – фронтальная плоскость проекций
 A'' – фронтальная проекция точки A



$$0A_x = x$$

$$AA' = A''A_x = z$$

$$AA'' = A'A_x = y$$

$$A'(x, y), A''(x, z) \Rightarrow A(x, y, z) !!!$$



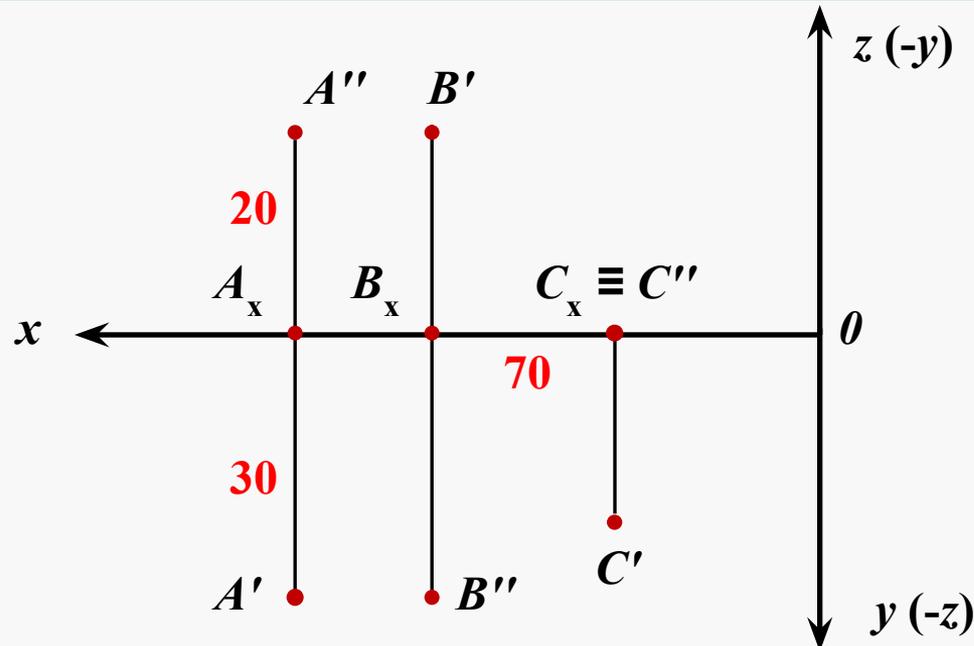
Правило построения горизонтальной и фронтальной проекции точки $A(x, y, z)$ по заданным координатам

1. Отложить от начала координат 0 на оси x отрезок, равный координате x_A , и отметить на оси точку A_x .
2. Провести через точку A_x линию связи перпендикулярную к оси x .
3. Отложить на линии связи от точки A_x отрезок, равный y_A с учетом знака (вниз от оси, если y_A положительно), и отметить проекцию A' .
4. Отложить на линии связи от точки A_x отрезок, равный z_A с учетом знака (вверх, если z_A положительно), и отметить проекцию A'' .

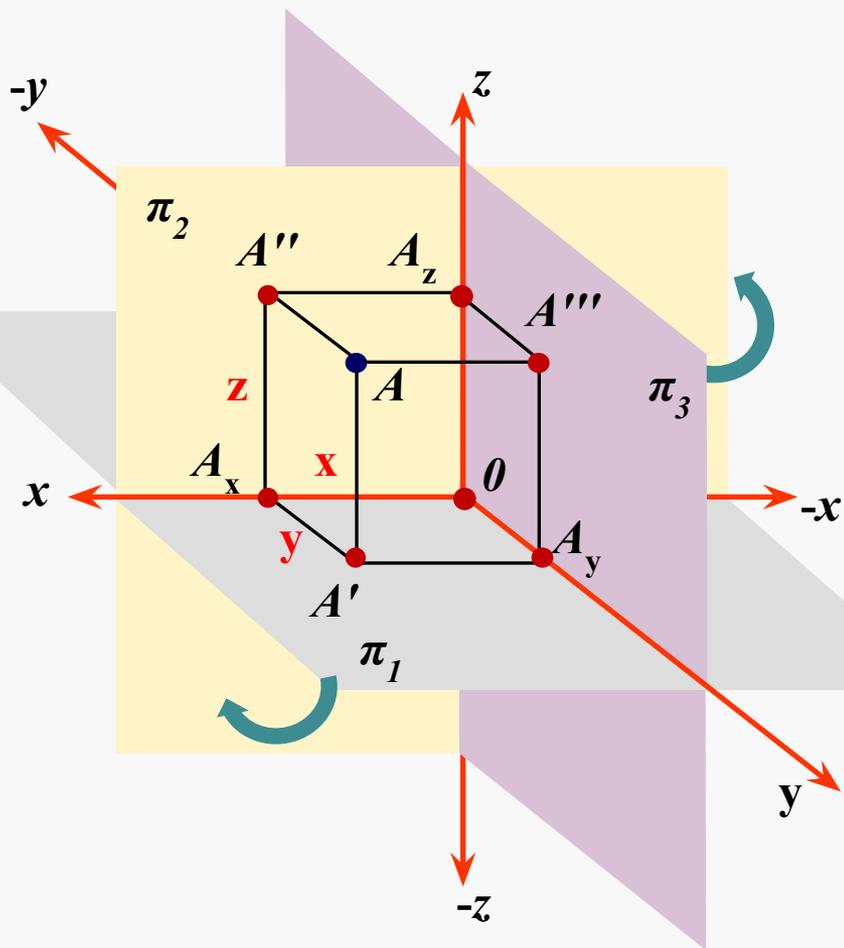
$A(70, 30, 20)$

$B(50, -20, -30)$

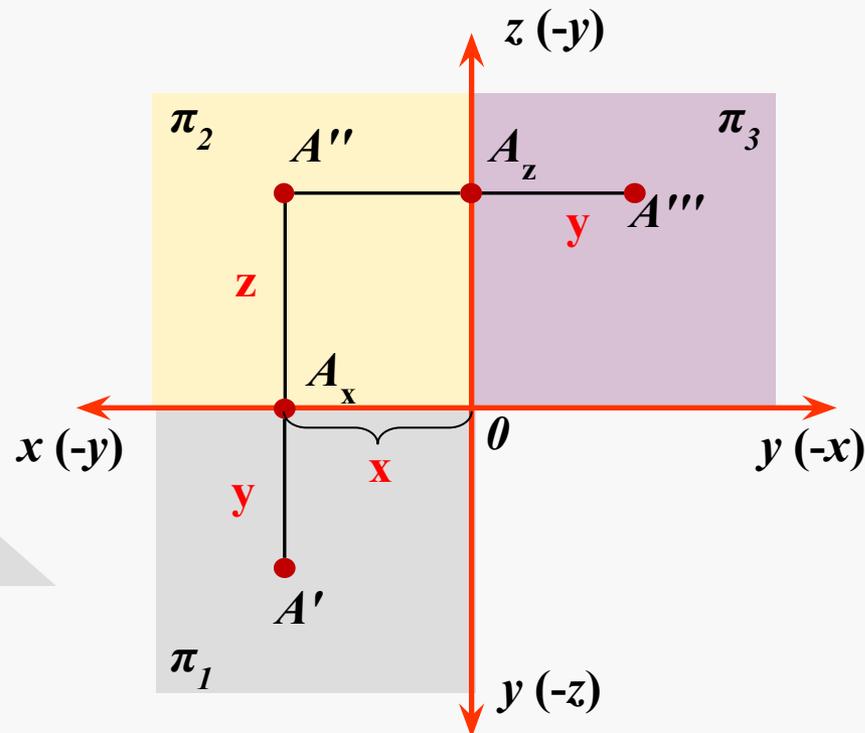
$C(25, 20, 0)$



Ортогональное проектирование точки на три плоскости проекций



π_3 – профильная плоскость проекций
 A''' – профильная проекция точки A



$$A_x O = A'' A_z = A' A_y = A A''' = x$$

$$A A'' = A' A_x = A_y O = A''' A_z = y$$

$$A A' = A'' A_x = A_z O = A''' A_y = z$$



Правило построения профильной проекции точки по заданным горизонтальной и фронтальной проекциям

1. Провести линию связи перпендикулярно к оси координат z через точку A'' и отметить точку A_z на оси z .
2. Измерить координату y_A , равную расстоянию от точки A_x до точки A' .
3. Отложить на линии связи от точки A_z отрезок, равный измеренной координате y точки с учетом знака (вправо от оси z , если y положительный), и отметить проекцию A''' .

$A(x, y, z)$

