ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

Гармоническое колебание и способы его описания

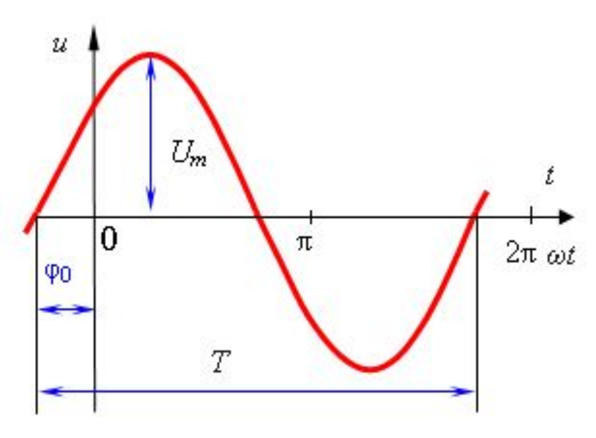
- В электротехнике простейшим переменным сигналом считают **гармонический** (ЭДС - $e(t)$, напряжение - ($u(t)$, ток - $i(t)$).
- **Способы представления гармонического сигнала**

1.Аналитически гармонический сигнал (например, напряжение) записывается выражением:

- $$u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)\ , \qquad (1.1)$$

- где $u(t)$ – мгновенное значение напряжения – напряжение в момент времени t.

2. Временная диаграмма гармонического сигнала приведена на рис.1. Он характеризуется следующими тремя основными параметрами:



$$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

1. Um – амплитуда, величина наибольшего отклонения от нуля, (В- вольт);

2. T – период, наименьший интервал времени, по истечении которого мгновенные величины повторяются, измеряется в (сек), с ним связаны $f=1/T$ – циклическая частота, измеряется в (Гц) и $\omega 0 = 2\pi f$ – угловая частота - (рад/с);

3. $\varphi_0 = \omega_0 \cdot t_0$ – начальная фаза, (рад). Выражение в скобках - $(\omega 0 t + \varphi 0) = \psi(t)$ называют полная фаза. Отсюда $\varphi_0 = \psi(t=0)$.

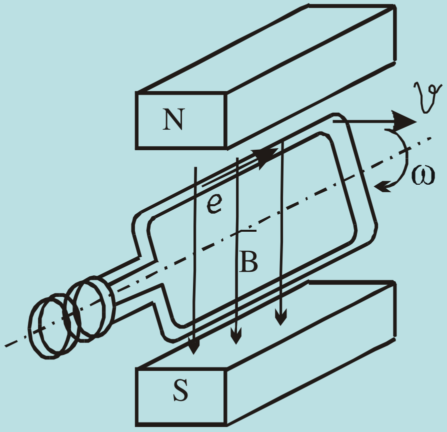
t_0 –временной сдвиг сигнала относительно $t=0$

Генерирование синусоидальной э.д.с.

- В современной технике используются переменные токи с частотой от долей герца до миллиардов герц. В наших промышленных энергосистемах применяется частота *f=50 Гц*. В зависимости от частоты источниками синусоидальной э.д.с. являются генераторы того или иного типа:
- Вращающиеся электрические машины генерируют э.д.с. промышленной частоты (50Гц); Ионные или полупроводниковые инверторы - промышленные и повышенные частоты.
- **Рассмотрим принцип действия генератора – электромагнитной машины.**
- В обмотке (витке), по закону Фарадея (правило правой руки), наводится э.д.с.,:

$$e = Blv,$$

где B – магнитная индукция поля, Вб; l – длина провода; v – линейная скорость перемещения проводника.



Величины гармонического сигнала

- Кроме амплитуд о величине периодических сигналов судят по их ***среднеквадратичным (действующим) значениям*** за период, *I*, *U*, *E* –

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} \qquad U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 dt} \qquad E = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T e^2 dt}$$

- Например, **действующее значение периодического тока** равно такому значению постоянного тока, который, проходя через сопротивление *r*, за период *T* выделяет то же количество тепла, что и данный переменный ток *i.*
- Связь между амплитудным и действующим значениями синусоидального тока равна

(1.3)

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \frac{1-\cos 2\omega t}{2} dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 I_m \qquad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

- Иногда гармонические сигналы характеризуют **средним значением.**

Среднее значение синусоидальной величины за период равно нулю, поэтому за среднее значением гармонического тока принимают среднее значение за положительный полупериод:

(1.4).

$$I_{cp} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} i(t) dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2I_m}{\omega T}\left[-\cos \omega t\right]_0^{T/2} = \frac{2}{\pi} I_m = 0{,}637 I_m$$

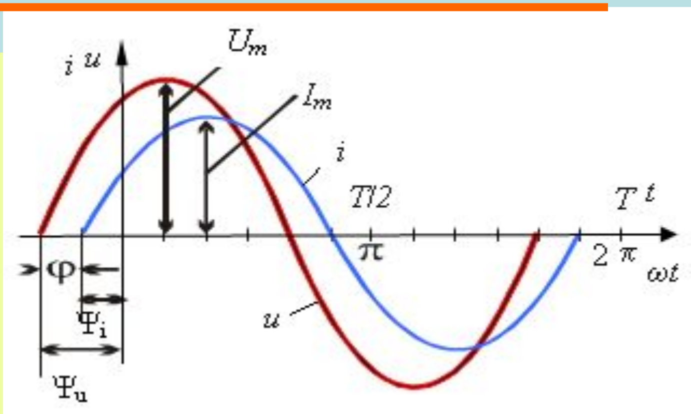
Разность фаз колебаний.

- *Разность фаз колебаний.*

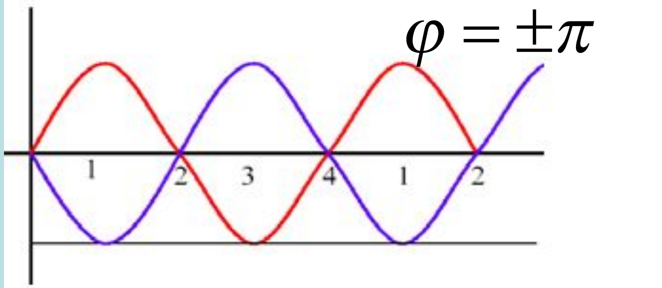
  При совместном рассмотрении двух гармонических сигналов одной частоты разность их начальных фаз называют сдвигом фаз и обозначают φ, $\varphi = \psi_u - \psi_i$

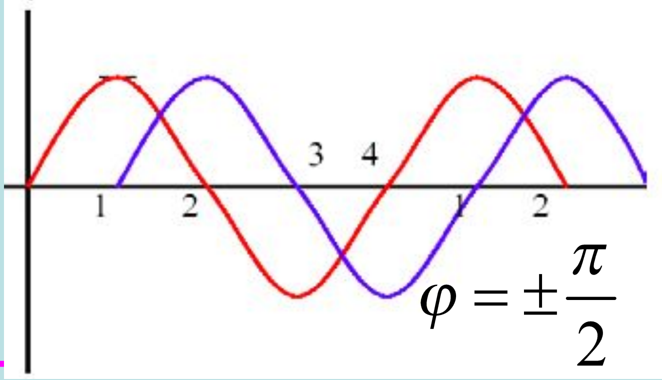
$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \qquad i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

- Если φ=0,то напряжение и ток совпадают по фазе,
- если $\varphi = \pm\pi$ - в противофазе,
- если $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$ - в квадратуре.
- Если $\boldsymbol{\varphi}$**>0,** то i(t) отстает от U(t) по фазе на угол φ,
- если $\boldsymbol{\varphi}$**<0**, то i(t) опережает U(t) по фазе на угол φ.



$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$





Примеры

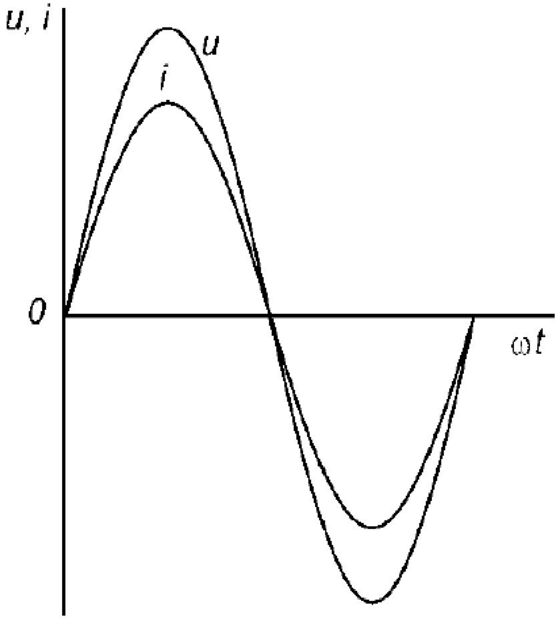


Рис. 2.5
Синусоидальные напряжение и ток, совпадающие по фазе

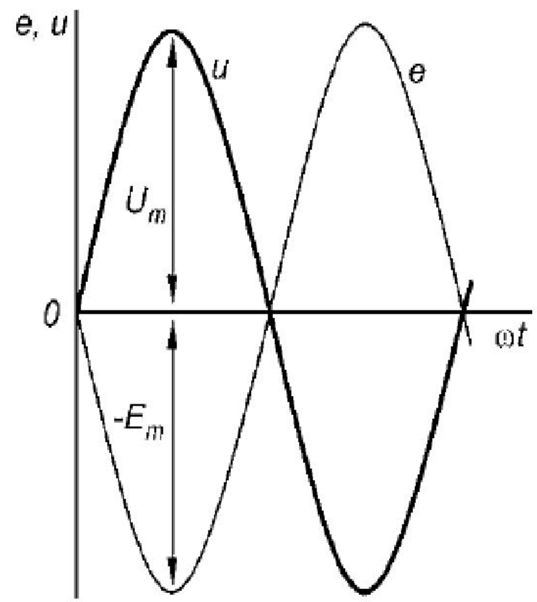


Рис. 2.6
Синусоидальные ЭДС и напряжение, находящиеся в противофазе

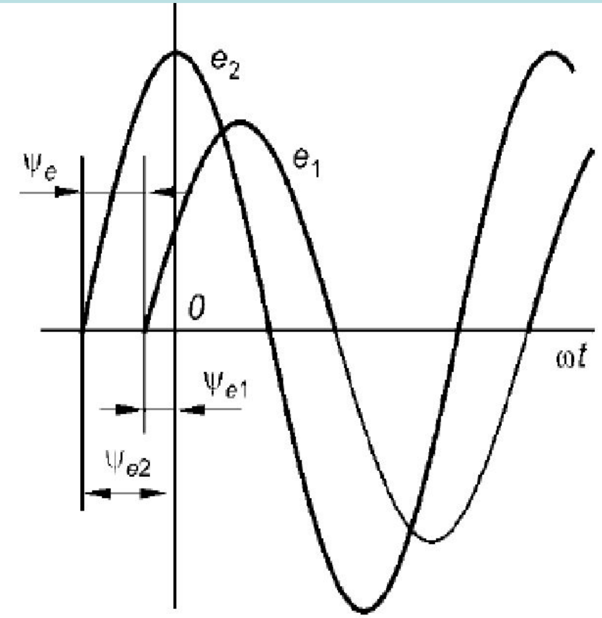


Рис. 2.7
Синусоидальные ЭДС, не совпадающие по фазе

3. Представление гармонического сигнала комплексной амплитудой

•**Комплексной амплитудой синусоидального тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$**
называют комплексное число $\acute{I}_m = I_m e^{j\varphi}$, где I_m - амплитуда тока или модуль, а угол **φ** - начальная фаза или аргумент комплексного тока.
При известной частоте ω между $\acute{I}_m$ и $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$ существует взаимнооднозначное

соответствие $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \acute{I}_m = I_m e^{j\varphi}$, т.е. зная одно можно записать другое.

Комплексную амплитуду можно записать в алгебраической, показательной и тригонометрической форме

$\acute{I}_m = I_m e^{j\varphi} = Re[\acute{I}_m] + jI_m[\acute{I}_m] = I_m e^{j\varphi} = I_m \cos\varphi + jI_m \sin\varphi$, где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица;

1. $Re[\acute{I}_m] = I_m \cos\varphi$ *и* $Im[\acute{I}_m] = I_m \sin\varphi$ - реальная и мнимая части комплексного числа;

2. $I_m = ((Re[\acute{I}_m]^2 + (Im[\acute{I}_m]^2)^{1/2}$ и $\varphi = arctg\ Im/Re$ - модуль и аргумент комплексной амплитуды.

Во многих случаях пользуются понятием комплексного действующего значения синусоидальной величины

$$\acute{I} = Ie^{j\varphi}, \qquad (1.2)$$

т.е. комплексного числа с модулем в виде действующего значения $\acute{I} = \acute{I}m/\sqrt{2}$ синусоидальной величины и аргументом в виде начальной фазы.

Использование комплексной формы представления позволяет:

•1. заменить операции над функциями времени на операциями над комплексными числами,

•2. применять для анализу цепей переменного тока все методы анализа цепей постоянного тока.

4. Векторное представление гармонического сигнала

- Комплексную амплитуду $\acute{I}_m = I_m e^{j\varphi}$ можно представить на комплексной плоскости **вектором** с длиной *Im* и углом поворота *ψ* относительно вещественной оси *Re* ***или***

  вектором проекции которого на Re и Im

оси равны: $Re[\acute{I}_m] = I_m \cos\varphi$ ***и*** $Im[\acute{I}_m] = I_m \sin\varphi$ - реальная и мнимая части комплексного числа;

- Совокупность векторов, отображающих комплексные амплитуды синусоидальных величин (ток, напряжение, ЭДС) одной и той же частоты называют векторной диаграммой.

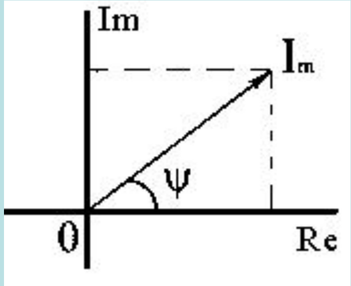


Рис. 1.5.

$$\underline{A} = Ae^{j\alpha}$$

$$\dot{A} = a + jb$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = arctg\,\frac{b}{a}$$

$$a = A\cos\alpha$$

$$b = A\sin\alpha$$

Операции над комплексными числами

1. При сложении и вычитании комплексных чисел удобно пользоваться алгебраической формой записи:

$$\underline{A}_1 \pm \underline{A}_2 = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$

2. При умножении, делении, возведении в степень удобно пользоваться показательной формой

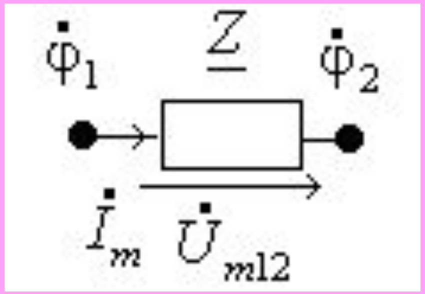
$$\underline{A}_1 \cdot \underline{A}_2 = A_1 e^{j\varphi_1} A_2 e^{j\varphi_2} = A_1 A_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \qquad \frac{\underline{A}_1}{\underline{A}_2} = \frac{A_1 e^{j\varphi_1}}{A_2 e^{j\varphi_2}} = \frac{A_1}{A_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Если комплексное число $\underline{A} = a + jb = Ae^{j\varphi}$, то

- $A^* = a - jb = Ae^{-j\varphi}$ называется комплексносопряженным числом.

1.3. Комплексное сопротивление элемента (участка цепи)

- Под комплексным сопротивлением элемента понимают отношения комплексной амплитуды входного напряжения к комплексной амплитуде входного тока:



$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}_{1m}}{\dot{I}_{1m}} = Z \cdot e^{j\varphi_z(\omega)} = R + jX$$

R – активное (резистивное) сопротивление, ***X***– реактивное сопротивление,

$Z = (R^2+X^2)^{1/2}$ –модуль комплексного сопротивления или полное сопротивление

$\varphi=\psi_u-\psi_i=arctg(X/R)$ – аргумент или начальная фаза комплексного сопротивления

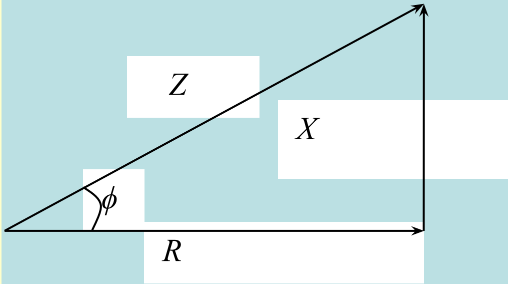
Взаимосвязь между полным, активным и реактивным сопротивлением графически представляется векторной диаграммой в виде ***«треугольника сопротивления».***

По виду записи комплексного сопротивления можно судить о характере участка цепи:

$\underline{Z}=R$ – активное (резистивное) сопротивление;

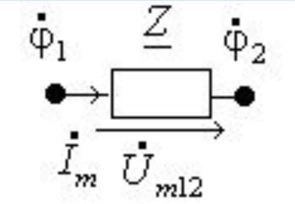
$\underline{Z}=R+jX$ — активно-индуктивное сопротивление;

$\underline{Z}=R-j\,X$ — активно-емкостное.



1.4. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме

- Они имеют совершенно такой же вид, как и соответствующие уравнения для цепей постоянного тока. Только токи, ЭДС, напряжения и сопротивления входят в уравнение в виде комплексных величин: комплексных амплитуд и комплексных сопротивлений.



- **1. Закон Ома.** Он устанавливает связь между комплексными амплитудами тока и напряжения на участке цепи. 1.8.

  Закон Ома для участка цепи, не содержащего источника ЭДС

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2}{\underline{Z}} = \frac{\dot{U}_{m12}}{\underline{Z}}$$

где $\dot{I}_m$ и $\dot{U}_{m12}$ - комплексные амплитуды тока и напряжения на участке цепи; $\underline{Z}$ – комплексное сопротивление участка цепи, – комплексные амплитуды потенциалов на данном участке цепи.

- **2. Первый закон Кирхгофа**: Алгебраическая сумма комплексных амплитуд (действующих значений) токов в узле равна нулю

$$\sum_{n} \pm \dot{I}_n = 0$$

- **3. Второй закон Кирхгофа:** В замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма комплексных амплитуд (действующих значений, ЭДС) равна алгебраической сумме комплексных падений напряжений в нём.

  .

$$\sum_{k=1}^{n} \pm \dot{E}_k = \pm \sum_{k=1}^{m} \dot{U}_k$$

Эквивалентные преобразования в цепях переменного тока

Все правила эквивалентных преобразований имеют совершенно такой же вид, как и соответствующие уравнения для цепей постоянного тока. Только все резистивные сопротивления заменены на комплексные сопротивления элементов.

1.5 Мощность в цепях синусоидального тока.

•Для характеристики мощности в цепи синусоидального тока используются следующие понятия :

1.Мгновенная мощность, характеризует скорость изменения энергии в цепи в момент времени *t*

$$p(t)=u(t)i(t)=U_m\mathrm{Sin}\,(\omega t+\psi_u)\ I_m\mathrm{Sin}(\omega t+\psi_i)= UI\mathrm{Cos}(\psi_u-\psi_i)- UI\mathrm{Cos}(2\omega t+\psi_u+\psi_i).$$

Мгновенная мощность содержит постоянную составляющую и переменную составляющую с частотой 2 ω,

2. Активная мощность –средняя мощность за период «Т» : $P=UI\mathrm{Cos}\varphi \rightarrow$ **[Вт].**

Она характеризует энергию, рассеиваемую за период питающего напряжения в виде тепла в резистивных элементах цепи. Активная мощность всегда положительна и равна постоянной составляющей мгновенной мощности.

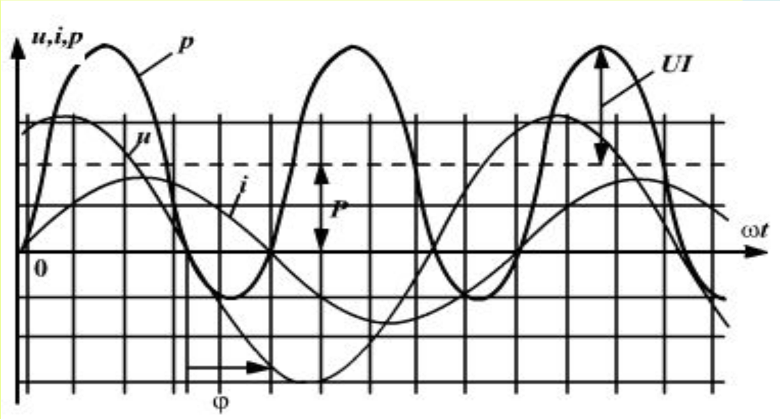
3. Реактивноая мощность Q, вычисляется по формуле: $Q = UI\mathrm{Sin}\varphi \rightarrow$ **[ВАР].**

Эта мощность не совершает полезной работы, а характеризует интенсивность обмена энергией между генератором и реактивными элементами цепи *L* и *C, что приводит к дополнит. потерям энергии..* Поэтому она должна быть по возможности минимальной.

Реактивная мощность может быть:

положительной, если φ >0 в цепи с индуктивной нагрузкой

и отрицательной, если φ<0. в цепи с емкостной нагрузкой



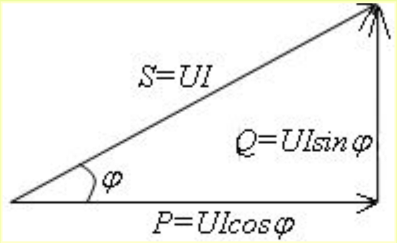
4. Полная или кажущаяся мощность

$$S = U_m \cdot I_m/2 = UI \rightarrow [\text{ВА}].$$

Между полной, активной и реактивной мощностью существует

связь

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



•Графически ее можно представить в виде «треугольника мощностей» (рис.1.6).

•Коэффициент $\kappa=P/S=\cos\varphi$ называется «коэффициентом мощности» (К→1).

Условия согласования источника сигнала с нагрузкой

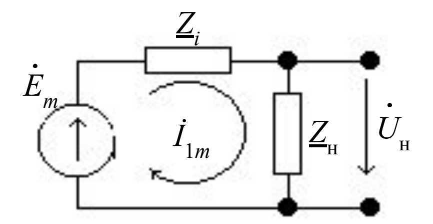


Рис. 7.5

Рассмотрим передачу сигнала от источника сигнала в нагрузку.

Источник E с Zi = Ri + jXi, и нагоузка *Z*н = *R*н + *jX*н.

Обычно рассматривают два условия (режима) согласования:

1) на нагрузке создается максимальное напряжения и кпд цепи (кпд = *U*н/*U*1=1)- согласование по напряжению;

2) на нагрузке выделяется максимальная мощность –согласования по мощности.

Установим условие согласования по напряжению:

Запишем выражение для выходного напряжения

$$U_н = \frac{\underline{Z}_н}{\underline{Z}_н + \underline{Z}_i} U_1$$

Из него следует, что *U*н → max, когда **|Zн| >> |Z*i*|.**

Такой режим согласования используют в энергетических установках. Кпд=1

Установим условие согласования по мощности:

Мощность выделяется на резистивной составляющей *R*н сопротивления нагрузки Zн

$$P_н = \frac{1}{2} I_m^2 R_н$$

Амплитуду тока *Im*

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_m}{Z_i + Z_н} = \frac{\dot{E}_m}{(R_i + R_н) + j(X_i + X_н)}$$

найдем модуль комплексной амплитуды

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{(R_i + R_н)^2 + (X_i + X_н)^2}}$$

Активная мощность, выделяемая в нагрузке

$$P_н = \frac{1}{2} \frac{R_н E_m^2}{(R_i + R_н)^2 + (X_i + X_н)^2}$$

Найдем условия, когда . $P_н = f(R_н, X_н) \to max$

Во-первых, потребуем *X*н = –*Xi.*

Во-вторых, найдем максимум по второй переменной (по *R*н)

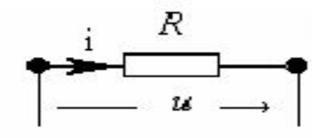
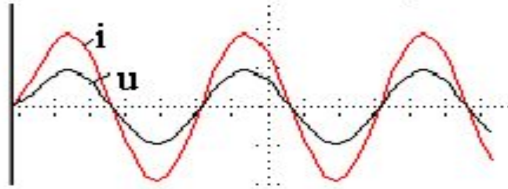
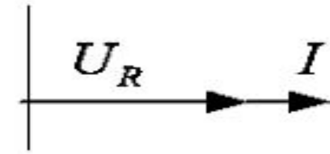
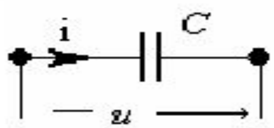
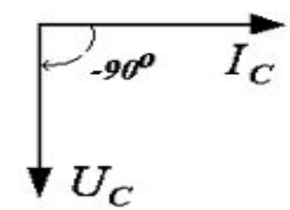
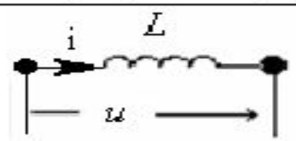
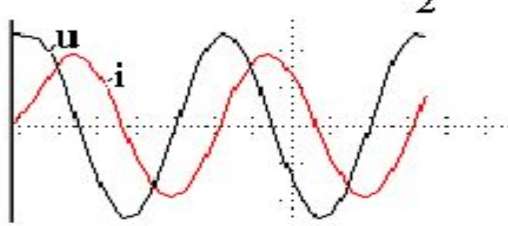
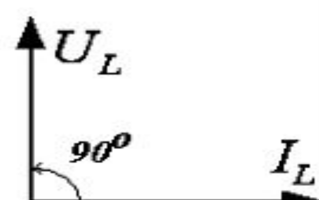
$$P_{н\,max}\Big|_{X_н = -X_i} = \frac{R_н E_m^2}{2(R_i + R_н)^2}$$

Возьмем производную и приравняем ее к нулю. Получим **Rн = Ri.**

Условие согласования по мощности

$$\begin{cases} R_i = R_н; \\ x_н = -x_н \quad \text{или} \quad Z \quad {}_i = {}^*, \end{cases}$$

Элементы в цепи переменного тока

УГО элемента и уравнение элемента	Напряжение на элементе при гармоническом токе $i_{(t)} = I_m sin(\omega t + \psi_i)$	Закон Ома в комплексной форме. Комплексное сопротивление.	Векторная диаграмма напряжения и тока.
 $u = Ri$	$u\ (t) = U_m \sin(\omega t + \psi_i)$  $U_m = RI_m;\ \varphi = \psi_u - \psi_i = 0°.$	$\dot{U}_{mR} = \underline{Z}_R \dot{I}_m,$ $\underline{Z}_R = R,\ \ \varphi_R = 0;$ $\varphi = \psi_u - \varphi_i = 0°.$ $R = R,\ X = 0$	
 $i = C\dfrac{du}{dt}$ или $u_C = \dfrac{1}{C}\int idt + U_C(-0);$ $U_{C(-0)} = U_{C(+0)}$	$u_C\ (t) = U_m \sin\left(\omega t + \psi_i - \dfrac{\pi}{2}\right)$  $U_{mC} = (1/\omega C) I_{mC};$ $\varphi = \psi_u - \psi_i = -90°.$	$\dot{U}_m = \underline{Z}_C \dot{I}_m$ $\underline{Z}_C = \dfrac{1}{j\omega C}$ $\lvert Z_C \rvert = \dfrac{1}{\omega C}$ $\varphi = \psi_u - \psi_i = -90°$ $\mathrm{R=0,\ X=}\dfrac{1}{\omega C}$	
 $u_L = \dfrac{d\Psi}{dt} = \dfrac{d(Li)}{dt} = L\dfrac{di}{dt}$ $I_L(t) = \dfrac{1}{L}\int_0^t u_L dt + I_{L(-0)}$ $I_{L(+0)} = I_{L(-0)}$	$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi + \dfrac{\pi}{2})$  $U_{mL} = \omega L I_m$ $\varphi = \psi_u - \psi\ \varphi_i = 90°.$	$\dot{U}_m = \underline{Z}_L \dot{I}_m;$ $\underline{Z}_L = j\omega L.$ $\lvert \underline{Z}_L \rvert = \omega L = X_L$ $\varphi = \psi_u - \psi_i = 90°.$ $R = 0,\ X_L = \omega L$	

1.7. Анализ цепи при последовательном соединение *RLC*-элементов.

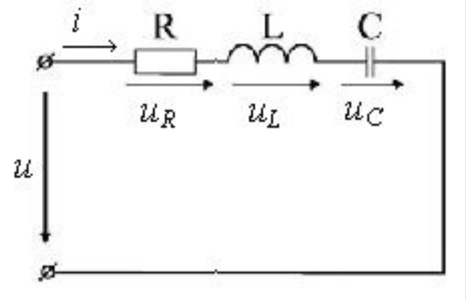


Рис.1.9

- Для схемы рис. 1.9. уравнение по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений запишем в виде:
- $$u(t) = u_r + u_L + u_C = ir + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt \qquad (1.7)$$
- Пусть $i(t) = I_m \sin\omega t$,тогда:
- $$u(t) = I_m R \sin\omega t + L\omega I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{C\omega} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin(\omega t \pm \psi) \qquad (1.8)$$
- Вектор тока и векторная диаграмма напряжений приведены на рис. 1.10. Векторы напряжений на активном и реактивном элементах ортогональны, а векторы напряжений на *L* и *C* смещены на +-90^0.

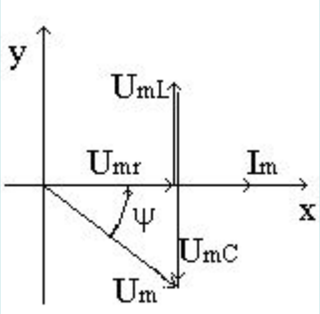


Рис.1.10

- В комплексной форме уравнение (1.8) примет вид:
- $$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}(R + j\omega L - j1/\omega C) = \dot{I}(R + jX) = \dot{I}\,\underline{Z} \qquad (1.9)$$
- Здесь: $\underline{Z}=R+j(X_L-X_C)=Ze^{j\varphi}$ - комплексное сопротивление, - модуль комплексного сопротивления; - фаза комплексного сопротивления; $X=(X_L-X_C)$ – реактивное сопротивление.
- На комплексной плоскости сопротивления R, jX_L, $-jX_C$, $\underline{Z}$ - образуют треугольник сопротивления, рис. 1.11. Если сопротивления умножить на , получим диаграмму напряжений, рис. 2.12 – треугольник напряжений.

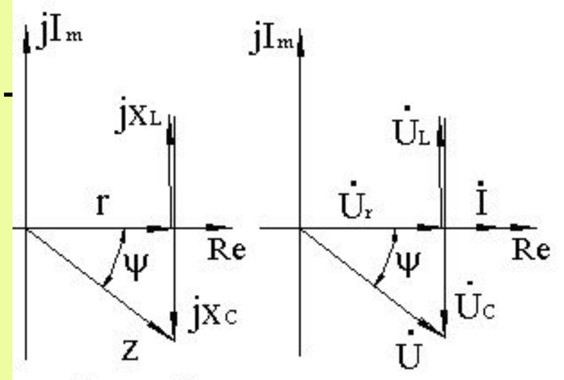


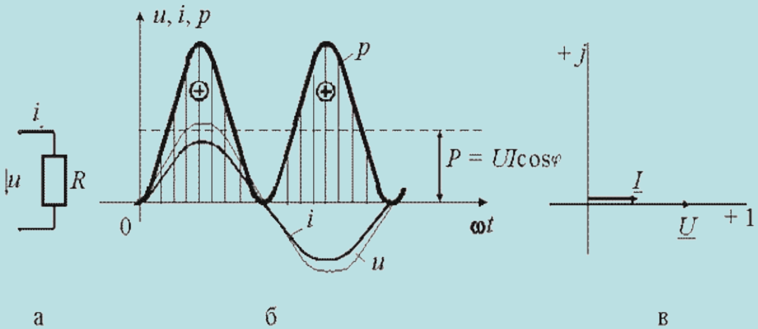
Рис. 1.11

Рис. 1.12

Цепь синусоидального тока с идеальным резистором

•Рассмотрим электрические процессы, возникающие в цепи, состоящей из идеального резистора.

• В резисторе происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую. Параметром, характеризующим это свойство резистора, является сопротивление **R**.



•Рис. 3.4 – а) схема замещения; б) временная; в) векторная диаграммы

•Пусть напряжение на резисторе изменяется по закону **u** = **U**$_m$·sin**ω**·**t**, где начальная фаза для простоты принята равной нулю, **ψ**$_u$ = 0.

•Ток в цепи определяется по закону Ома:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \cdot \sin \omega \cdot t}{R} = I_m \cdot \sin \omega \cdot t.$$

•В этом выражении начальная фаза тока равна нулю (**ψ**$_i$ = 0), т. е. На резисторе ток и напряжение совпадают по фазе, **φ** = 0. Амплитудные (как и действующие) значения связаны законом Ома

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad \text{или} \quad I = \frac{U}{R}.$$

•Мгновенная мощность, потребляемая резистором:

$$\mathbf{p = u \cdot i = U_m \cdot I_m} \sin 2\boldsymbol{\omega \cdot t} = \mathbf{U_m \cdot I_m} \cdot (1 - \cos 2 \cdot \boldsymbol{\omega \cdot t})/2 = \mathbf{U \cdot I} \cdot (1 - \cos 2 \cdot \boldsymbol{\omega \cdot t}).$$

•Мгновенная мощность является положительной, рис.3.4, б. Это означает, что вся энергия, поступающая от источника, потребляется активной нагрузкой с сопротивлением **R**.

•На практике пользуются средним значением мощности за период, которое называют активной мощностью

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p dt = \frac{1}{T}\int_0^T U \cdot I \cdot (1 - \cos 2 \cdot \omega \cdot t) dt = U \cdot I.$$

•Активная мощность выражается в Вт. Учитывая, что **U = R·I**, получаем **P = R·I**^{2}.

•Запишем электрические величины в комплексной форме.

•Напряжение и ток (действующие значения)

$$\underline{U} = U \cdot e^{j \cdot \psi_u}; \qquad \underline{I} = I \cdot e^{j \cdot \psi_i}; \qquad \psi_u = \psi_i.$$

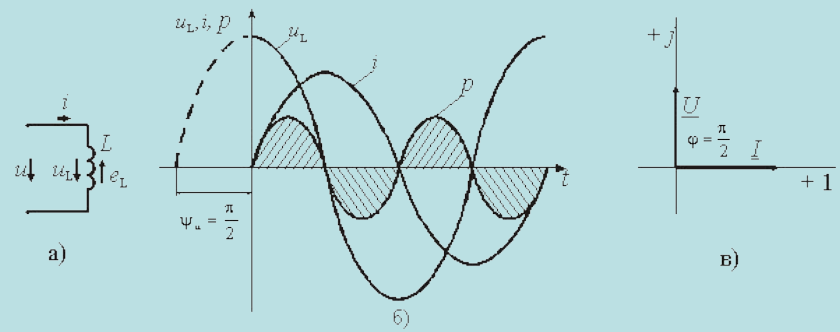
•Комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j \cdot \psi_u}}{I \cdot e^{j \cdot \psi_i}} = R \cdot e^{j \cdot (\psi_u - \psi_i)} = R \cdot e^{j \cdot 0} = R.$$

•Активное сопротивление **R** является положительным действительным числом (мнимая часть комплексного сопротивления **Z** равна нулю).

3.3. Цепь синусоидального тока с идеальной индуктивностью

- Катушка индуктивности при протекании по ней тока обладает способностью создавать магнитное поле.
- Это свойство характеризуется параметром катушки, называемым индуктивностью **L** =ψ/I.



Напряжение источника **u = u**$_L$ уравновешивается ЭДС самоиндукции **e**$_L$ катушки

$$u_L = -e_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{dI_m \sin\omega t}{dt} = \omega L I_m \cos\omega t =$$

$$= \omega L I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Из выражения видно, что начальная фаза напряжения напряжения на идеальной катушке индуктивности опережает синусоиду тока по фазе на угол **π**/2

Амплитуда напряжения **U**$_m$ = **ωLI**$_m$, откуда имеем $I_m = \frac{U_m}{\omega L}$. или $I = \frac{U}{\omega L}$.

Это выражение представляет закон Ома для идеальной индуктивности.
Индуктивное сопротивление ω**L** выражается в омах и обозначается **X**$_L$, т. е. **X**$_L$ = ω **L** = 2 π **f L**.

Индуктивное сопротивление катушки имеет место только в том случае, когда происходит изменение тока во времени и зависит от скорости его изменения. При постоянном токе (**f** = 0) индуктивное сопротивление равно нулю.

Мгновенная мощность в индуктивном элементе $p = u\cdot i = U_m\cdot I_m\cdot\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\cdot\sin\omega t = \frac{U_m\cdot I_m}{2}\sin 2\omega t = U\cdot I\sin 2\omega t.$

Активная мощность в такой цепи, определяемая как средняя мощность за период, равна нулю, рис. 3.5, б. P_A=0
Реактивная мощность P_Q=UI. Полная мощность равна реактивной S=P_Q
С энергетической точки зрения такой характер графика мгновенной мощности отражает накопление энергии в магнитном поле катушки (когда мощность положительная) и возврат её обратно источнику питания (когда мощность отрицательная). Приёмники, которые получают энергию от источника, а затем возвращают её источнику, называют реактивными.

Запишем электрические величины в комплексной форме. Напряжение и ток в цепи имеют вид (действующие значения) $\underline{U}$ = U·$e^{j\cdot\psi u}$, $\underline{I}$ = I·$e^{j\cdot\psi i}$, ψ_u = π/2, ψ_i = 0, φ = π/2. Индуктивное сопротивление является положительным мнимым числом.

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U\cdot e^{j\psi_u}}{I\cdot e^{j\psi_i}} = \omega L e^{j\pi/2} = j\omega L = jX_L.$$

Комплексное сопротивление цепи

1.2. Расчет цепей при гармоническом воздействии методом векторных диаграмм

- Определим, как связаны между собой ток *i* и напряжение *u* в электрической цепи, схема замещения которой представлена на рис. 10.
- Для схемы рис. 1.9. уравнение по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений запишем в виде:

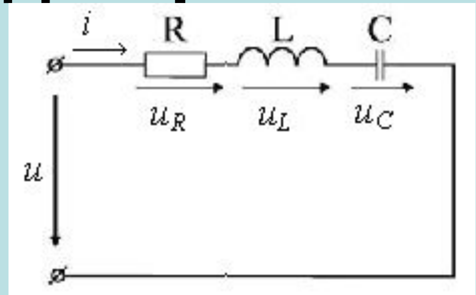


Рис.1.9

1.2. Расчет цепей при гармоническом воздействии методом комплексных амплитуд (МКА)

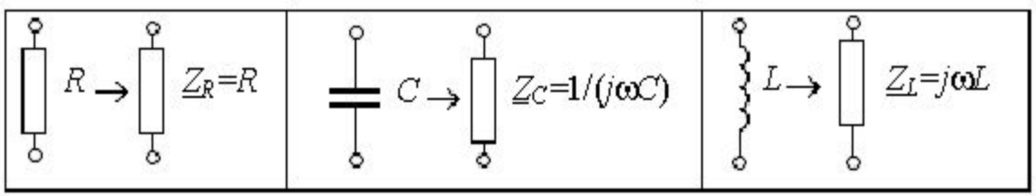
Метод комплексных амплитуд состоит в следующем:

1) Исходная схема электрической цепи заменяется комплексной схемой замещения, в которой:

а) все пассивные элементы заменяют их комплексными сопротивлениями, как показано на рис.

б) все токи и напряжения в схеме заменяются их комплексными амплитудами, т.е.

$x(t) = Xm\cos(\omega_0 t - \phi x) \rightarrow \underline{X}m = Xm\, e^{-j\phi x}$ и $Ym\cos(\omega_0 t - \phi y) \rightarrow \underline{Y}_m = Y_m\, e^{-j\phi y}$.



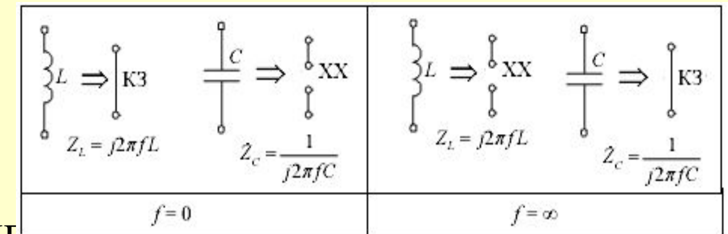


Рис. 1.3. Замена пассивных элементов цепей их комплексными сопротивлениями

2) Расчет электрической цепи сводится к составлению уравнений на основе законов Ома и Кирхгофа в комплексной форме и нахождению комплексных амплитуд токов или напряжений на интересующих нас участках цепи, т.е. $\underline{Y}_m = Y_m\, e^{-j\phi y}$ методами анализа линейных цепей по постоянному току

3) Запись окончательного решения состоит в замене рассчитанных комплексных амплитуд на гармонические функции времени, т.е. $\underline{Y}_m = Y_m\, e^{-j\phi y} \rightarrow y(t) = Ym\cos(\omega_0 t - \phi y)$.

4) определить комплексную частотную характеристику по формуле (1).

На рис.1.4 приведены схемы замещения реактивных элементов, когда частота входного сигнала стремится к 0 или ∞. Ими удобно пользоваться при расчете входных и передаточных параметров цепи на этих частотах.

Дисциплина:

Электротехника и электроника

Лектор: Погодин Дмитрий Вадимович
Кандидат технических наук,
доцент кафедры РИИТ
(кафедра Радиоэлектроники и информационно-измерительной техники)