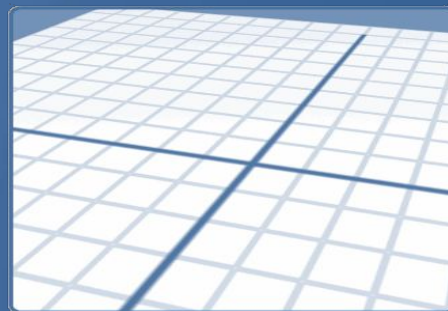
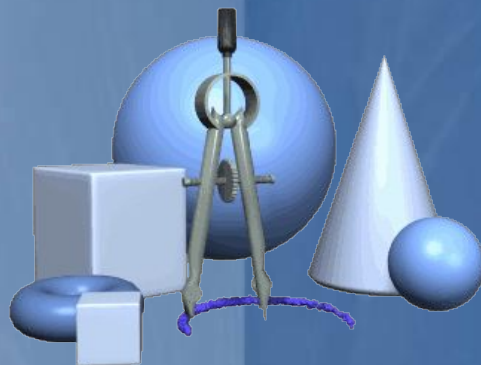


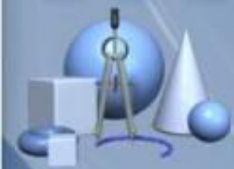


Пирамида



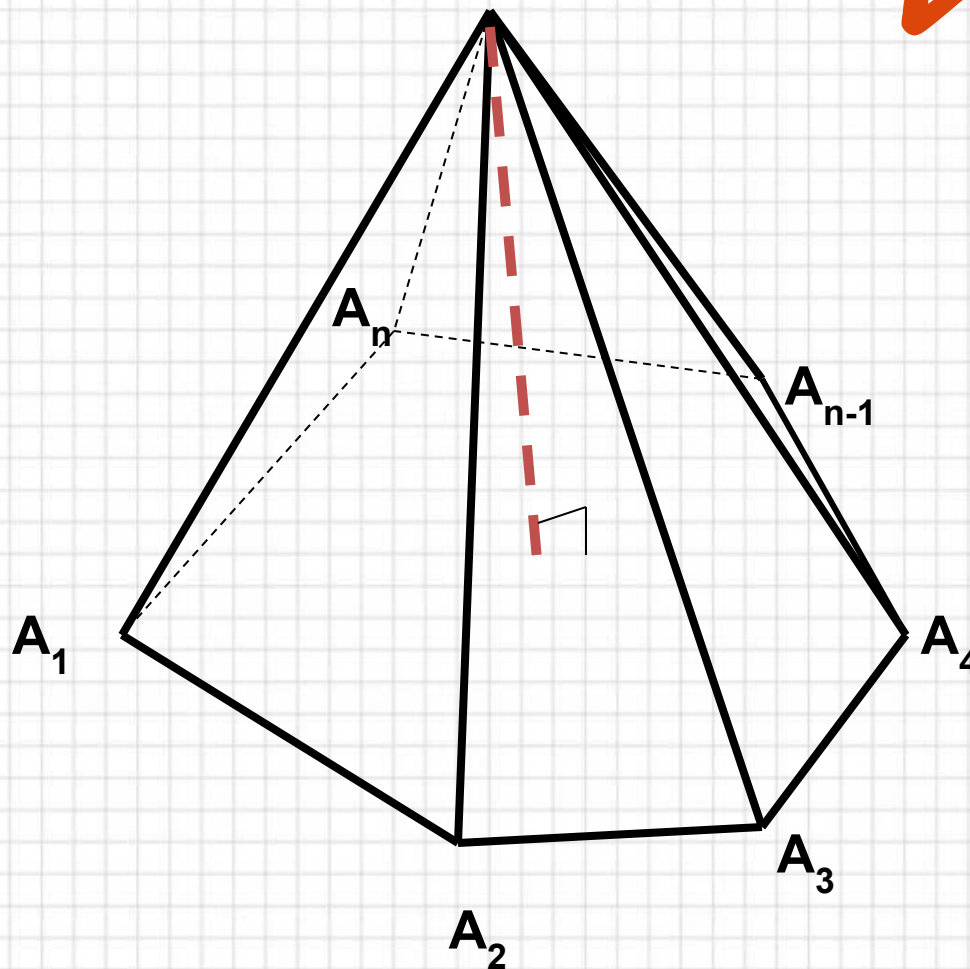
Основные вопросы:

- Определение **пирамиды** и её элементов: основания, вершины, боковых ребер и граней, высоты.
- Определение **n** – угольной пирамиды: тетраэдра.
- **Правильная** пирамида.
- Площадь поверхности пирамиды.
- **Усеченная** пирамида и её элементы. Свойства параллельных сечений в пирамиде.



Определение

S

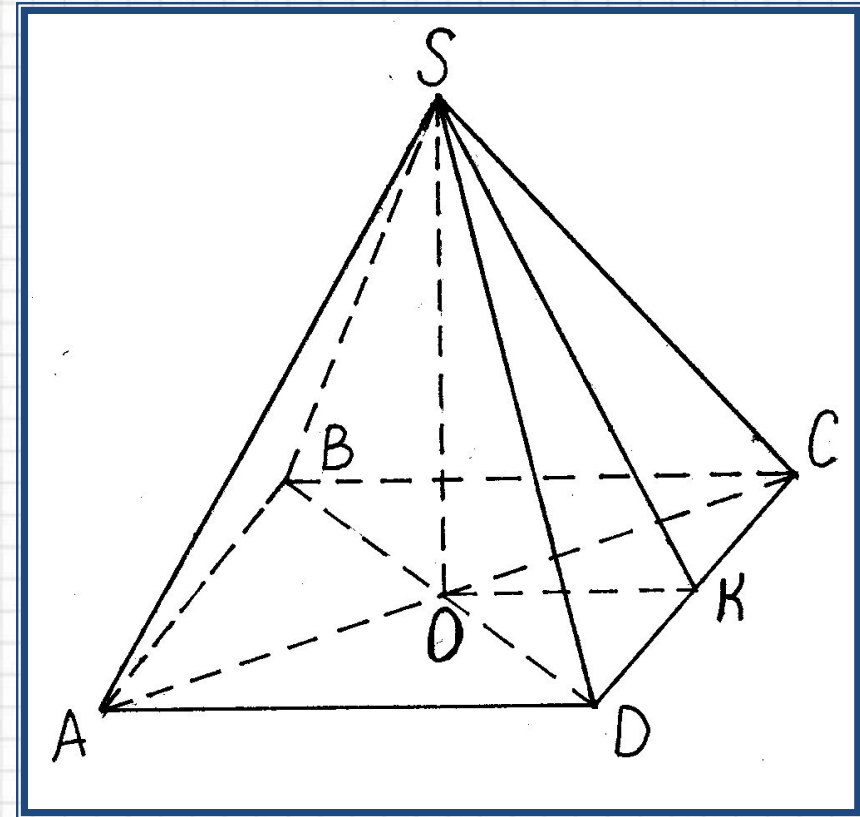


✓ **Пирамидой** называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника – **основания пирамиды**, **точки S** , не лежащая в плоскости основания, – **вершины пирамиды** и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.



Элементы пирамиды

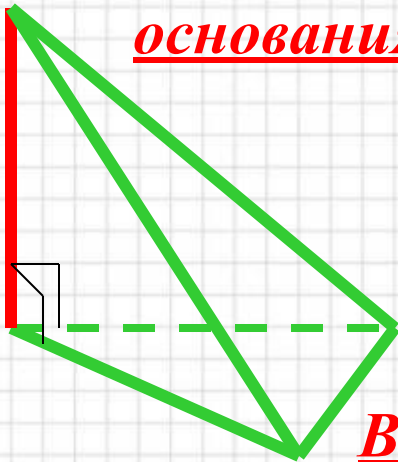
- ✓ Треугольники **SAB**, **SBC**, **SCD**, **SDA** - боковые грани.
- ✓ Прямые **SA**, **SB**, **SC**, **SD** - боковые ребра пирамиды.
- ✓ Перпендикуляр **SO**, опущенный из вершины на основание, называется высотой пирамиды и обозначается **H**.



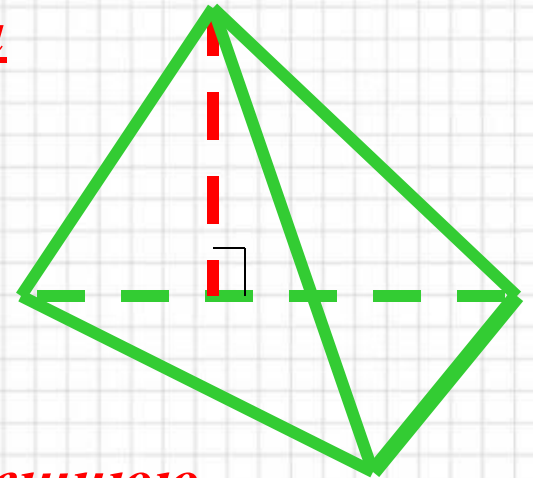


Высота проецируется

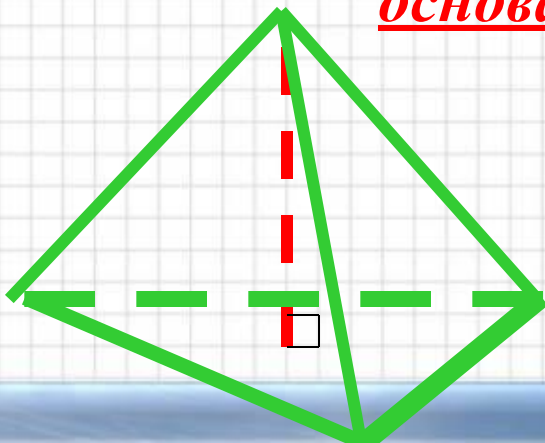
В вершину
основания



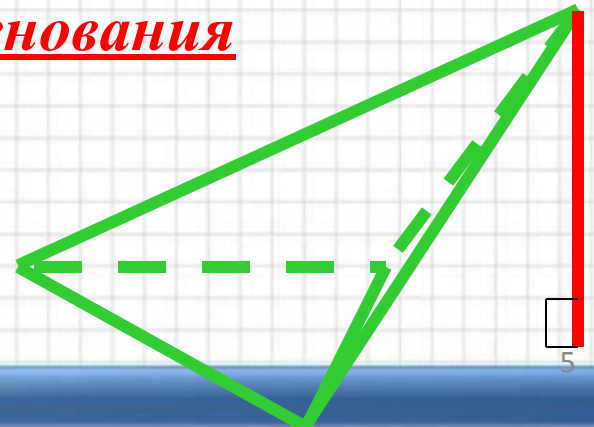
На сторону
основания



Во внутреннюю
область
основания



Во внешнюю
область
основания

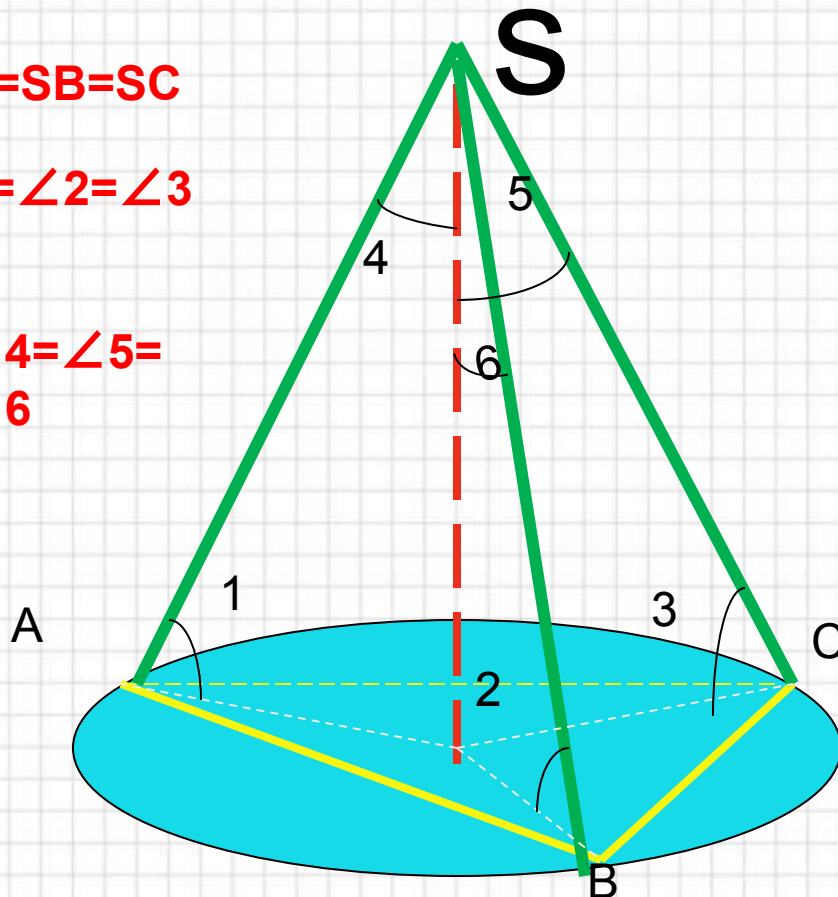




Высота проецируется в центр описанной окружности,

Свойства

1. $SA=SB=SC$
2. $\angle 1=\angle 2=\angle 3$
3. $\angle 4=\angle 5=\angle 6$



если все
боковые ребра
пирамиды
равны

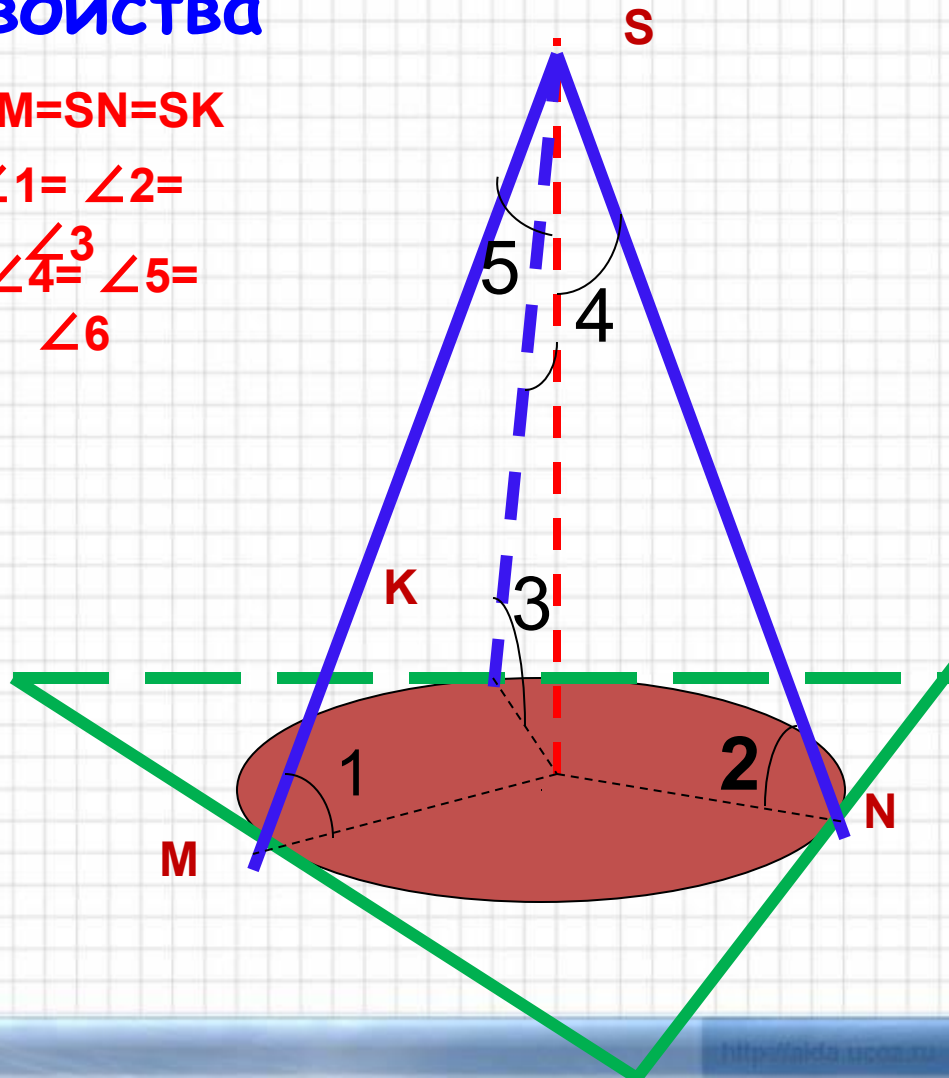
Высота проецируется в центр вписанной окружности,

Свойства

1. $SM = SN = SK$

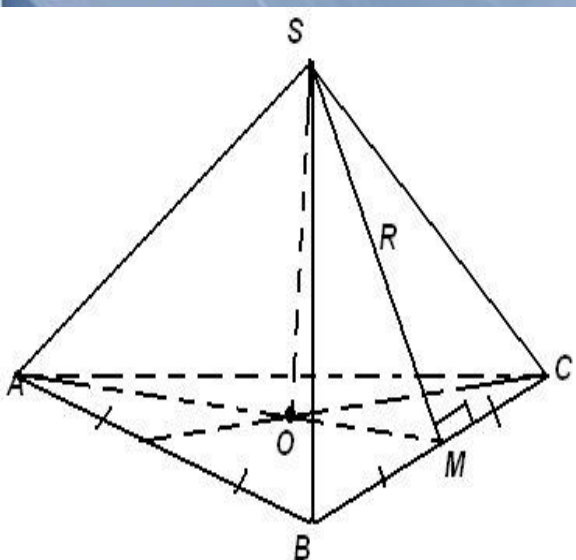
2. $\angle 1 = \angle 2 =$

3. $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 6$

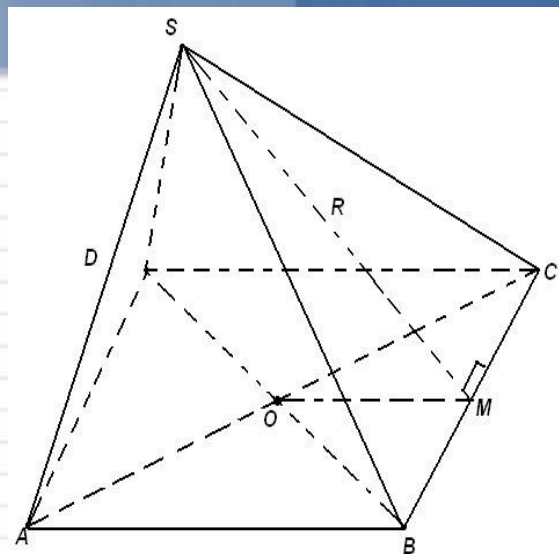


если все
боковые грани
пирамиды
одинаково
наклонены к
плоскости
основания

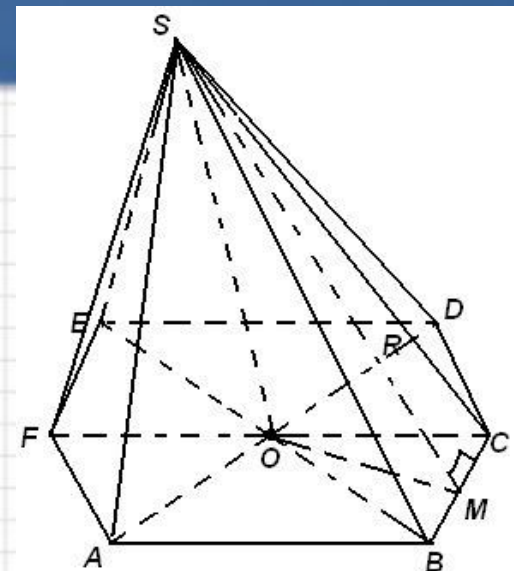
Треугольная



Четырехугольная



Шестиугольная



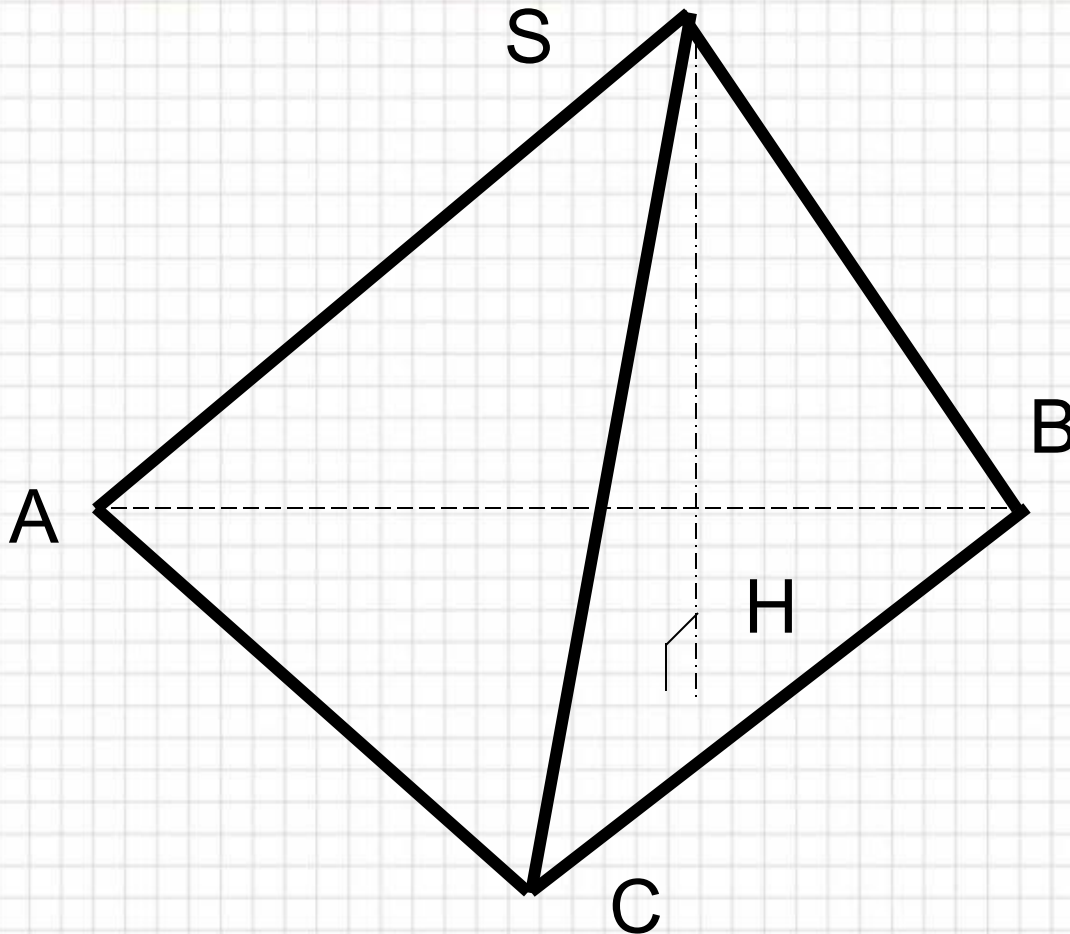
ABC – правильный;
O – точка пересечения
медиан (высот и
биссектрис), центр
вписанной и описанной
окружностей.

ABCD – квадрат;
O – точка пересечения
диагоналей.

ABCDEF – правильные
шестиугольник;
O – точка пересечения
диагоналей AD, BE и FC.



Тетраэдр -

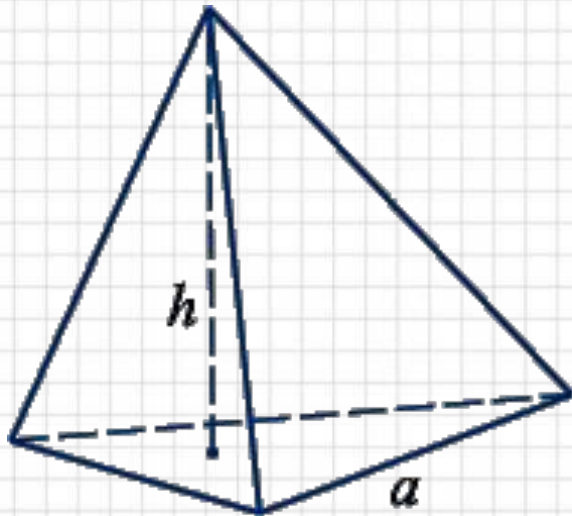


SABC - тетраэдр

**треугольная
пирамида,
все четыре
грани
которой –
треугольники
, и любая из
них может
быть
принята за**



Свойства тетраэдра



Высота правильного тетраэдра равна

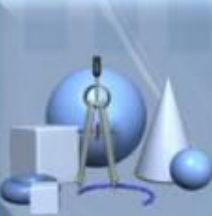
$$SO = a\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

*Площадь правильного треугольника –
основания тетраэдра –*

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

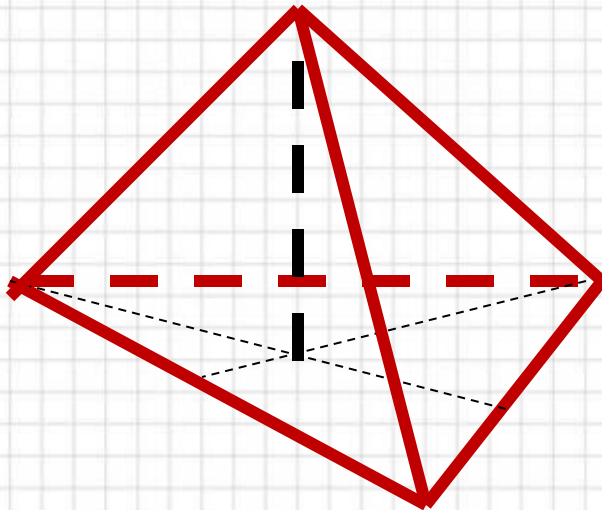
*Площадь полной поверхности
тетраэдра*

$$S_{\text{полн}} = a^2\sqrt{3}.$$

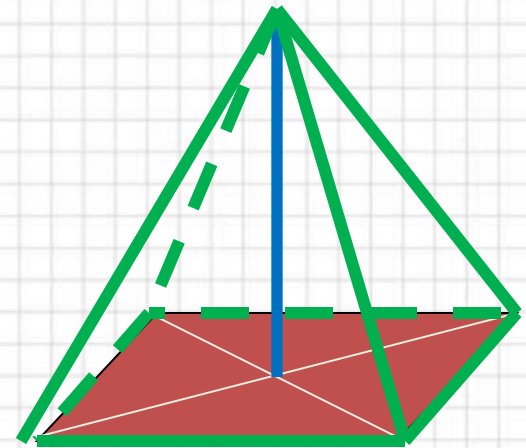


Правильная пирамида

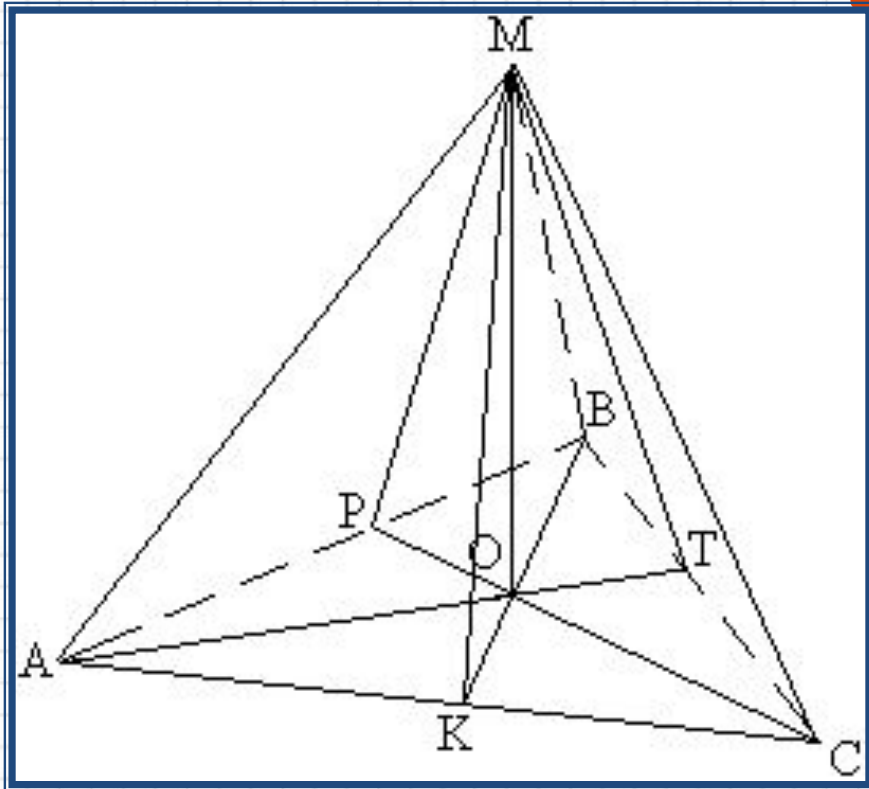
*в основании правильный
многоугольник*



*высота проецируется в
центр основания*

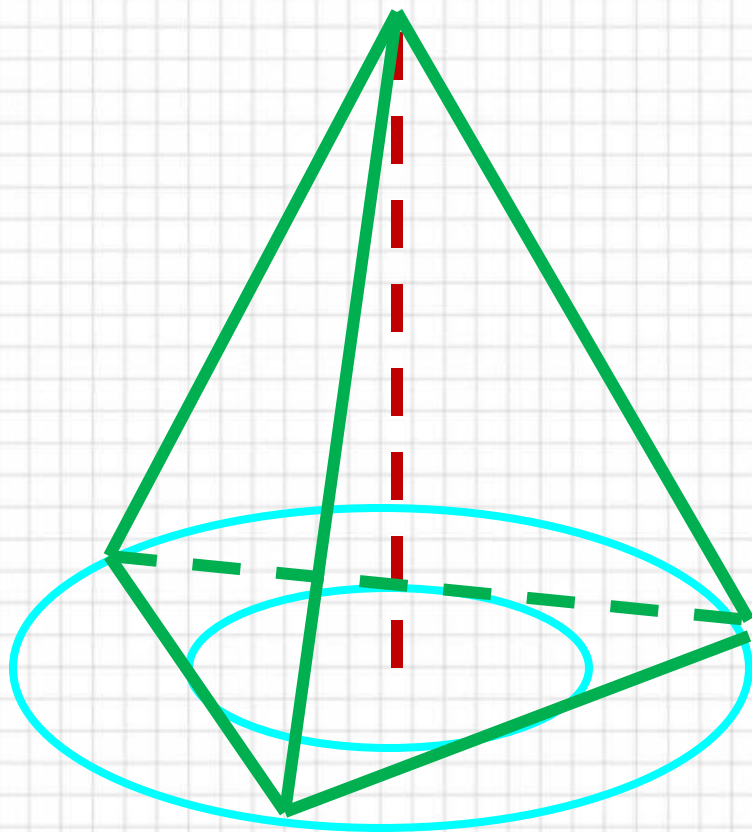


Правильная пирамида



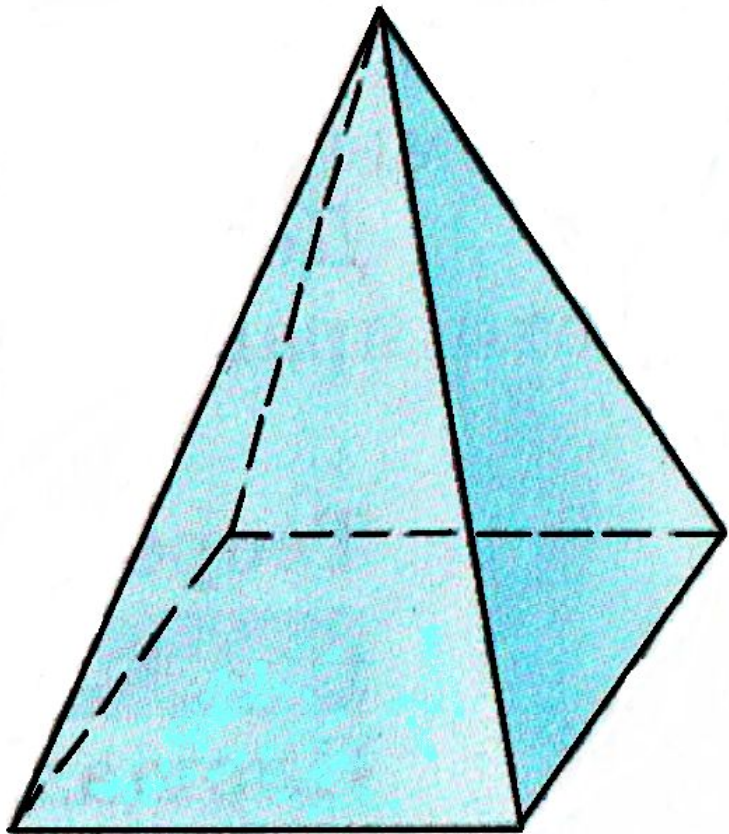
- ✓ Боковые грани правильной пирамиды - **равнобедренные треугольники**, равные между собой.
- ✓ Высота боковой грани правильной пирамиды - **апофема** пирамиды.

Свойства правильной пирамиды



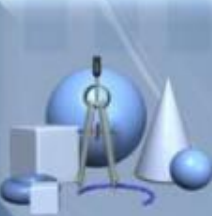
1. Боковые ребра равны
 $SA=SB=SC$
2. Боковые ребра образуют равные углы с плоскостью основания
3. Боковые ребра образуют равные углы с высотой
4. Боковые грани образуют равные углы с основанием
5. Высота пирамиды образует равные углы с высотами боковых граней

Теорема



*Площадь боковой
поверхности*
правильной пирамиды
равна половине
произведения
периметра основания
на апофему.

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} d$$



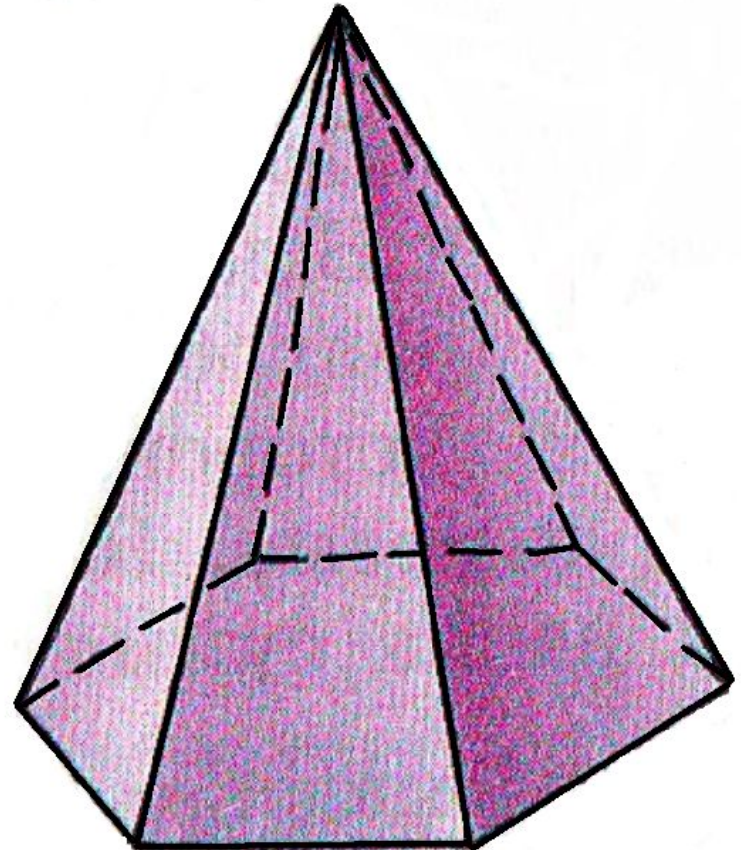
Площадь пирамиды

✓ *Площадью полной поверхности*

пирамиды называется сумма площадей всех его граней

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

✓ *Площадь боковой поверхности пирамиды равна*
сумма площадей ее боковых граней



Теорема

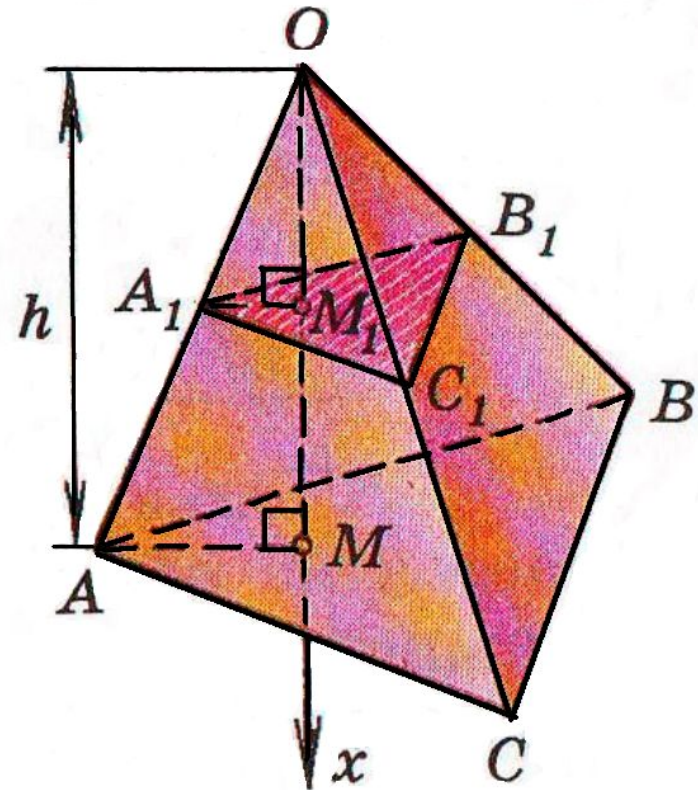
Если пирамиду пересечь плоскостью, параллельной плоскости основания, то:

боковые ребра и высота делятся этой плоскостью на пропорциональные отрезки в отношении :

$$\frac{OA_1}{OA} = \frac{OM_1}{OM} = k$$

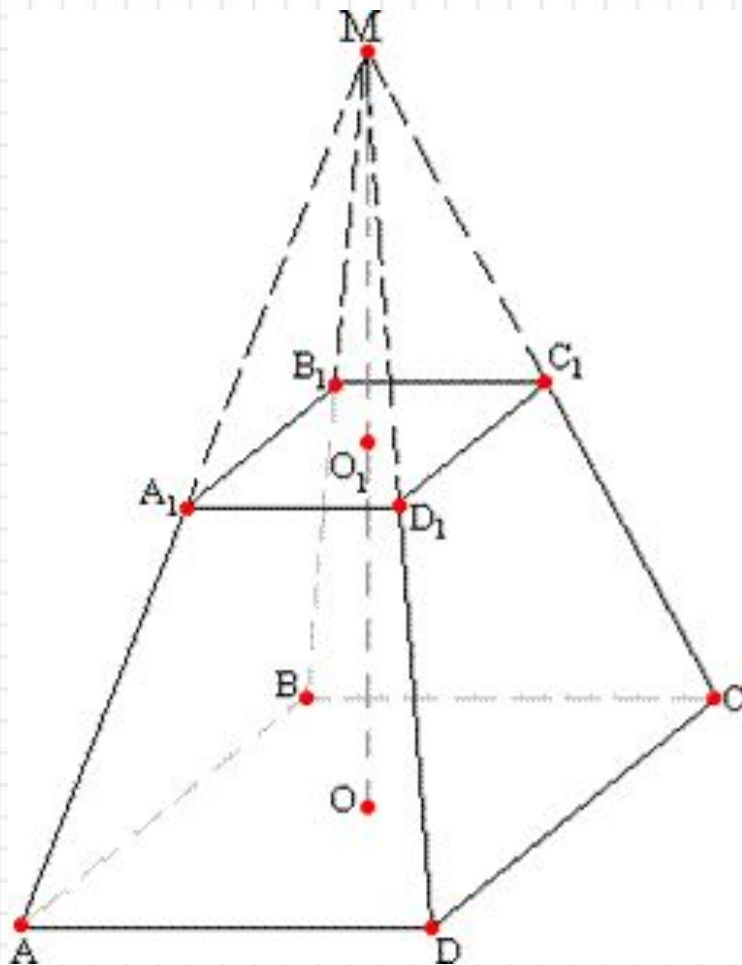
площади сечения и основания пирамиды относятся как квадраты их расстояний до вершины пирамиды:

$$\frac{S_1}{S} = \left(\frac{OM_1}{OM} \right)^2 = k^2$$





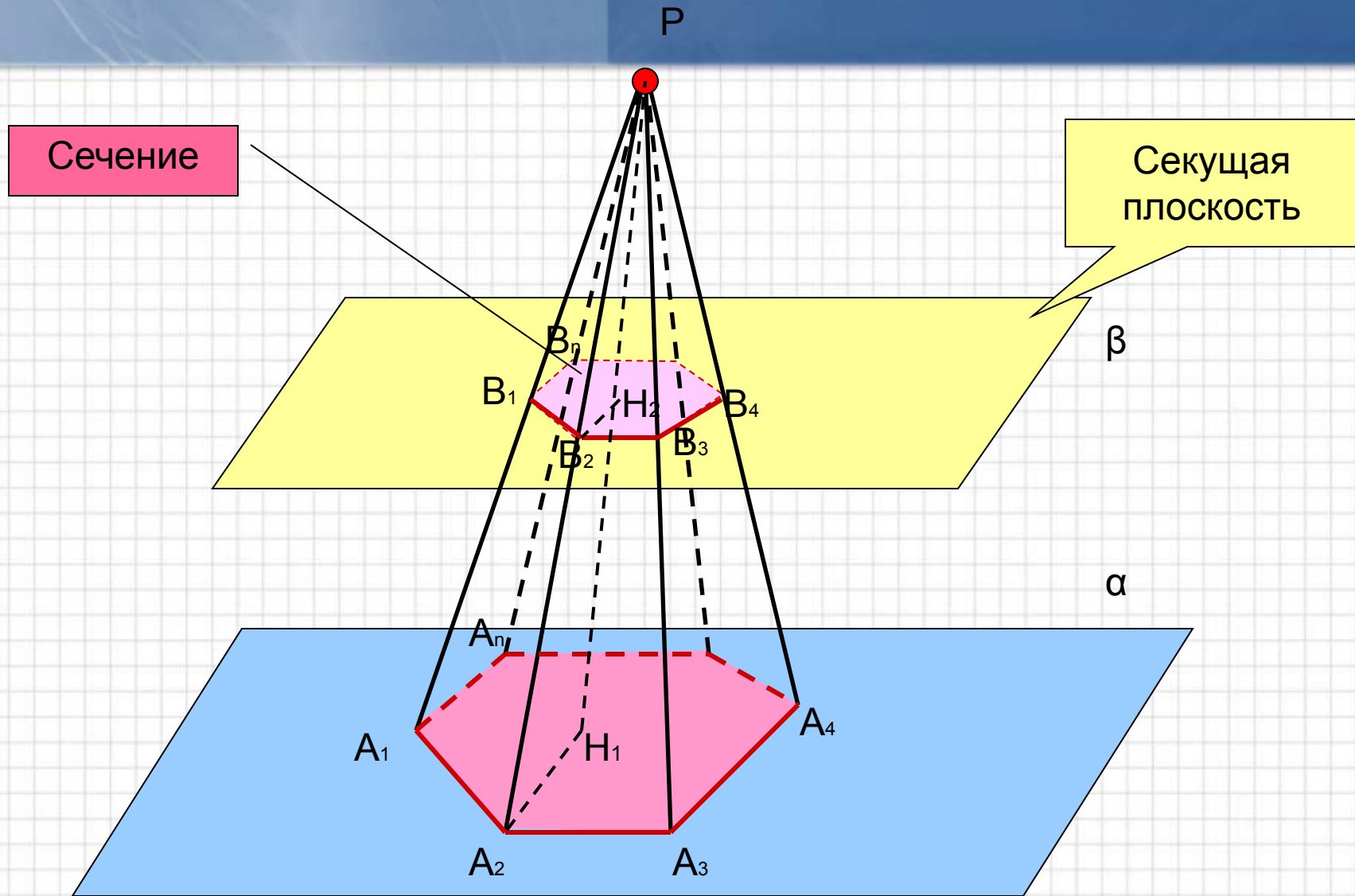
Усеченная пирамида



*Часть пирамиды,
лежащая между
основанием и
параллельным основанию
сечением, называется
**УСЕЧЕННОЙ
ПИРАМИДОЙ.***



Усеченная пирамида

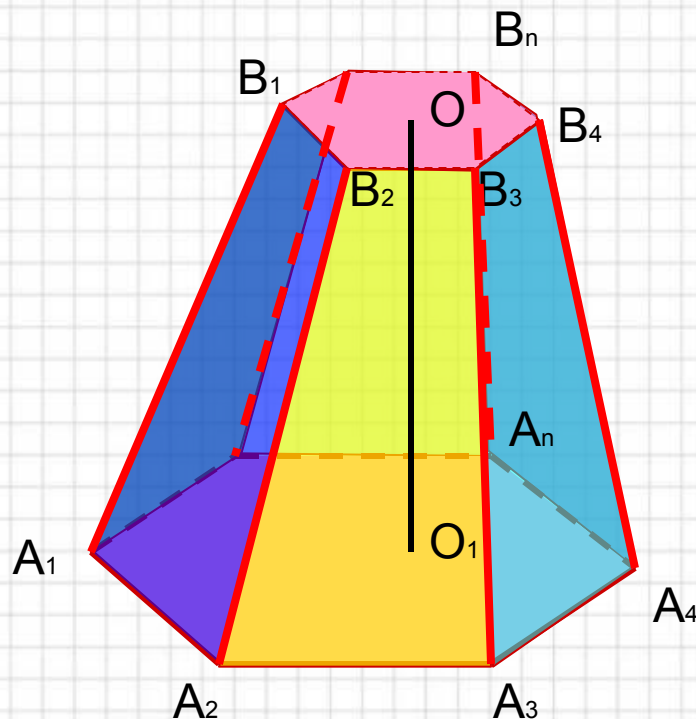




Усеченная пирамида

Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4, \dots, A_nB_n$ – НАЗЫВАЮТСЯ **БОКОВЫМИ РЕБРАМИ**

Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **ВЫСОТОЙ** усеченной пирамиды

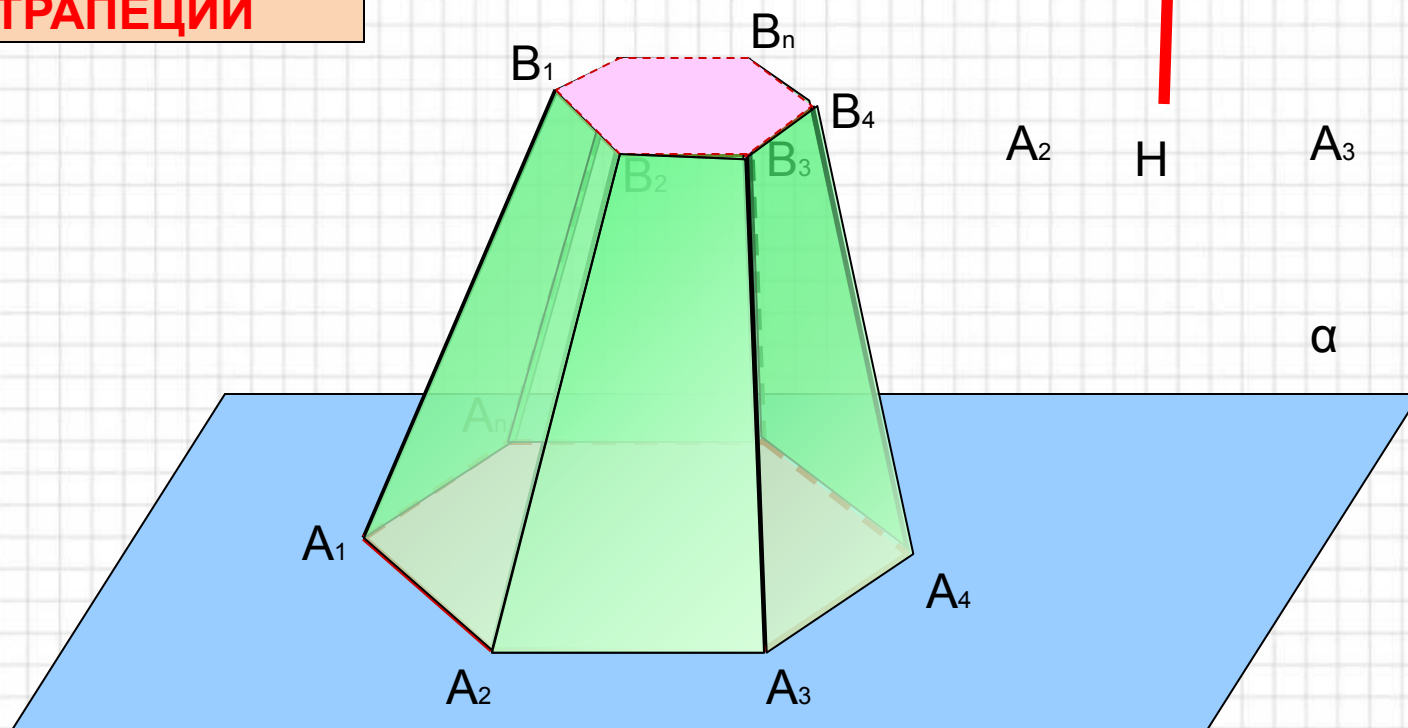


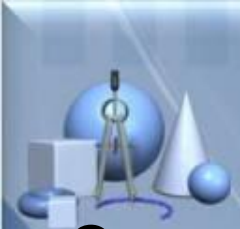
УСЕЧЕННУЮ ПИРАМИДУ
ОБОЗНАЧАЮТ
 $A_1 A_2, A_3 \dots A_n B_1 B_2 B_3 \dots B_n$.



Высота B_2H трапеции $A_2A_3B_2B_3$,
называется **АПОФЕМОЙ**

Боковые грани
усеченной
пирамиды -
ТРАПЕЦИИ



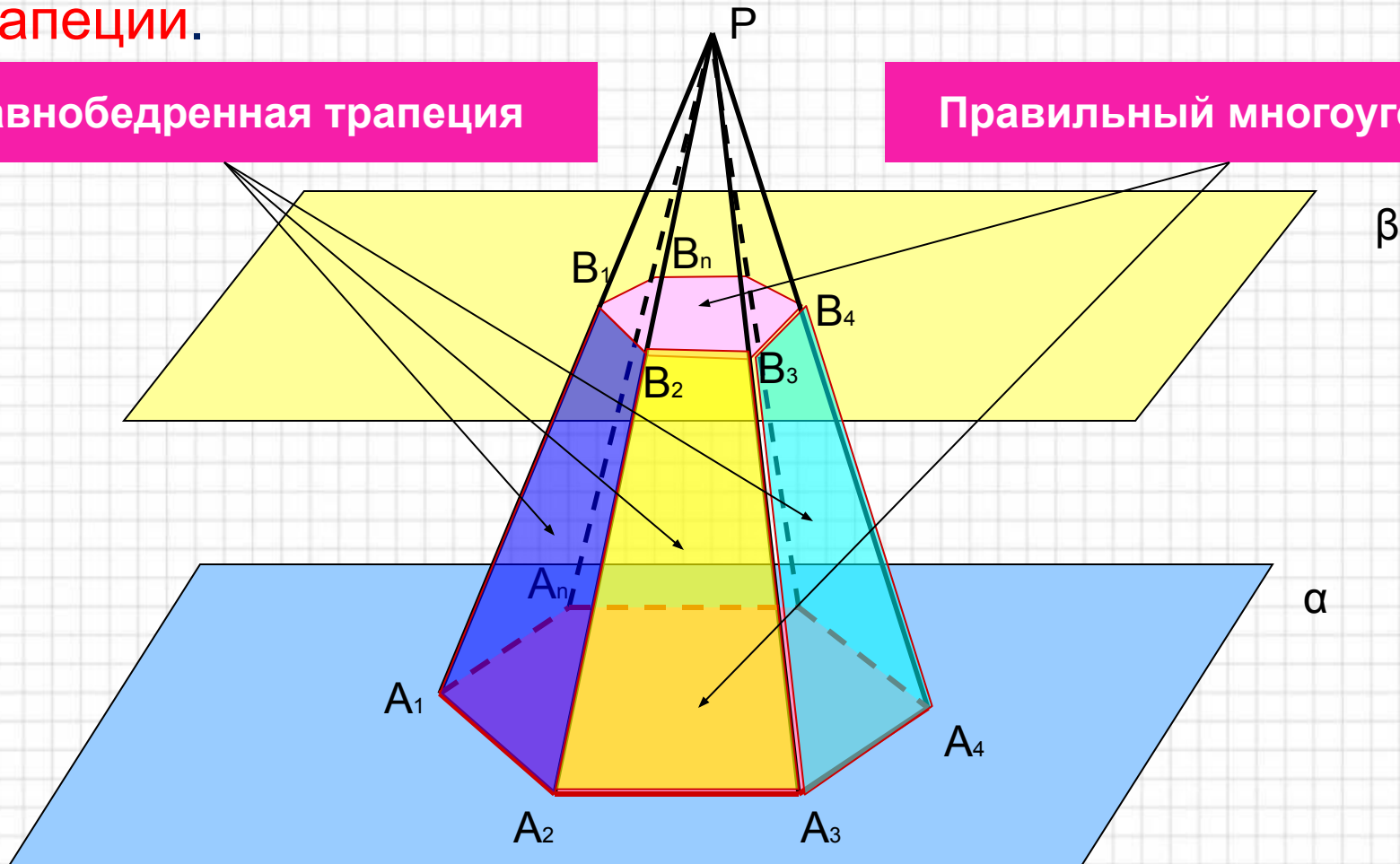


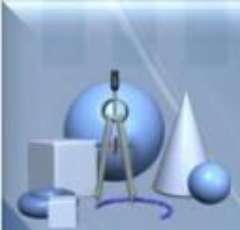
Усеченная пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

Основания правильной усеченной пирамиды — правильные многоугольники, а боковые грани — равнобедренные трапеции.

Равнобедренная трапеция

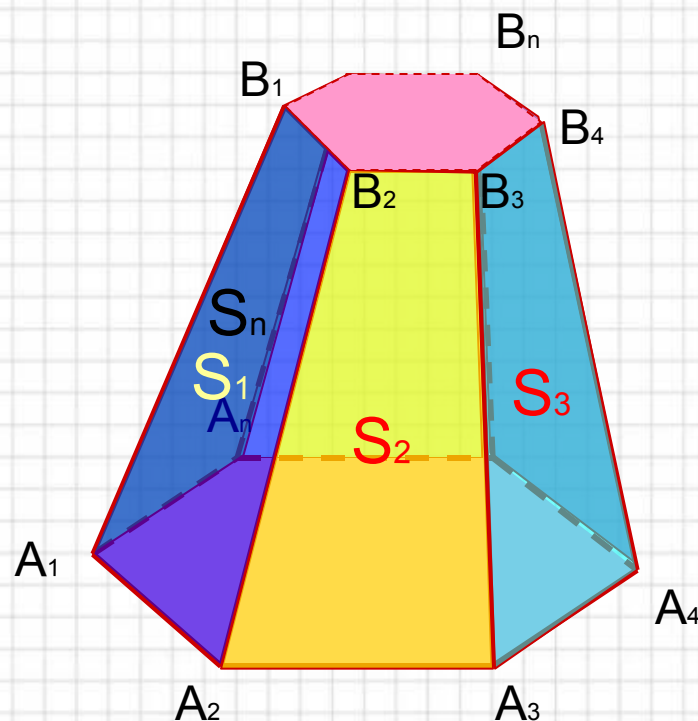
Правильный многоугольник





**Площадью боковой поверхности
усеченной пирамиды называется
сумма площадей ее боковых граней.**

$$S_{\text{бок}} = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$$

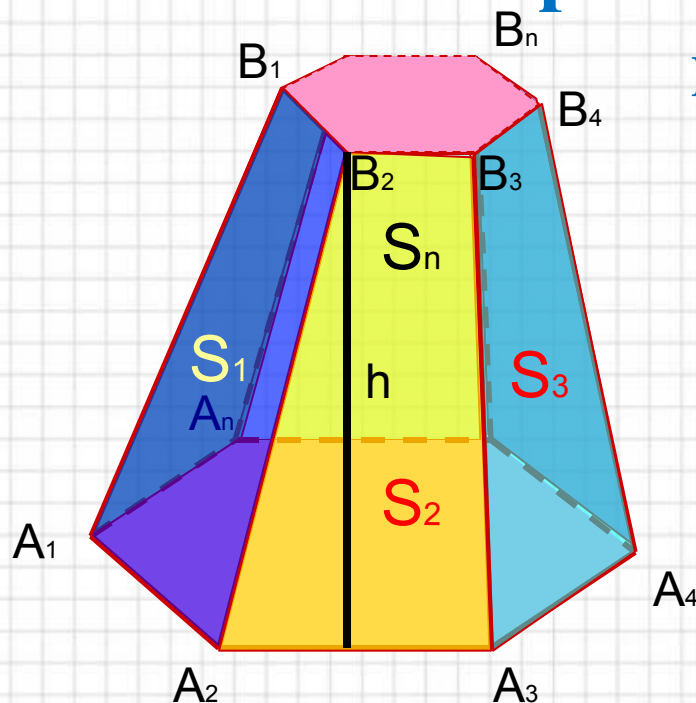




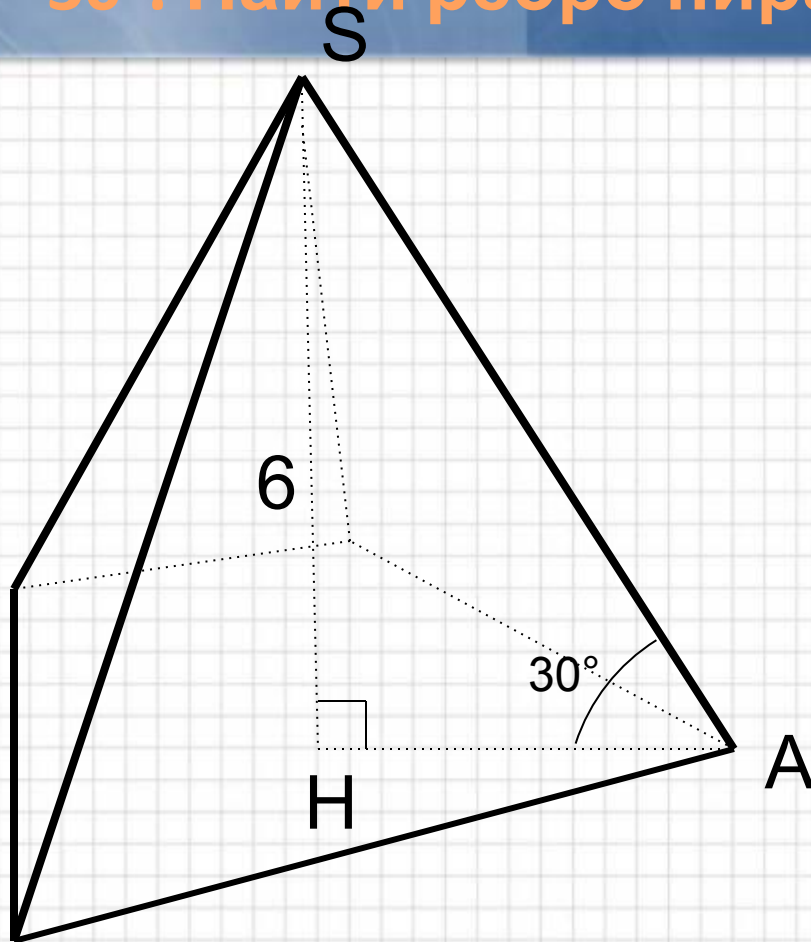
ТЕОРЕМА

$$S_{бок} = \frac{P_A + P_B}{2} \cdot h$$

**Площадь боковой
поверхности
правильной усеченной
пирамиды равна
произведению
полусуммы
периметров
основания на
апофему.**



Высота равна 6, угол, образованный боковым ребром с плоскостью основания - 30° . Найти ребро пирамиды AS .





ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

- **УЧЕБНИК ГЕОМЕТРИЯ
/АТАНАСЯН/**
- **ГЛ.3 §2 (П.28 - 30) , ВОПРОСЫ: 9-14
(СТР.73 - 74)**
- **№ 239, 241, 244, 248, 255, 259.**