

Программирование (Python)

§ 19. Символьные строки

§ 20. Обработка массивов

§ 21. Матрицы (двумерные массивы)

§ 22. Сложность алгоритмов

§ 23. Как разрабатывают программы?§

23. Как разрабатывают программы?

§ 24. Процедуры

§ 25. Функции

Программирование (Python)

§ 19. Символьные строки

Что такое символьная строка?

Символьная строка – это последовательность СИМВОЛОВ.

- строка – единый объект
- длина строки может меняться во время работы программы

Символьные строки

Присваивание:

```
s = "Вася пошёл гулять"
```

Ввод с клавиатуры:

```
s = input()
```

Вывод на экран:

```
print(s)
```

Длина строки:

```
n = len(s)
```

length – длина

Сравнение строк

```
print("Введите пароль: ")
s = input()
if s == "sEzAm":
    print("Слушаюсь и повинуюсь!")
else:
    print("Пароль неправильный")
```



Какой правильный пароль?



Как одна строка может быть меньше другой?

стоит раньше в отсортированном списке

Сравнение строк

```
s1 = "паровоз"  
s2 = "пароход"  
if s1 < s2:  
    print(s1, "<", s2)  
elif s1 == s2:  
    print(s1, "=", s2)  
else:  
    print(s1, ">", s2)
```



Что выведет?

паровоз < пароход

первые отличающиеся
буквы

Сравниваем с начала: **паровоз**
пароход

«В»: код **1074**

«Х»: код **1093**



В < Х!

Обращение к символу по номеру

```
print ( s[5] )
```

```
print ( s[-2] )
```

0	1	2	3	4	5	6	$s[\text{len}(s)-2]$
П	р	и	в	е	т	!	
$s[0]$	$s[1]$	$s[2]$	$s[3]$	$s[4]$	$s[5]$	$s[6]$	



Символы нумеруются с нуля!

СОСТАВИТЬ «КОТ»

```
s = "информатика"  
kot = s[-2]+s[3]+s[-4]
```

Посимвольная обработка строк

`s[4] = "a"` ❌



Строка неизменна!

Задача. Ввести строку и заменить в ней все буквы «э» на буквы «е».

строим новую строку!

```
sNew = ""  
for i in range(len(s)) :  
    if s[i] == "э":  
        sNew += "е"  
    else:  
        sNew += s[i]
```

для каждого символа строки

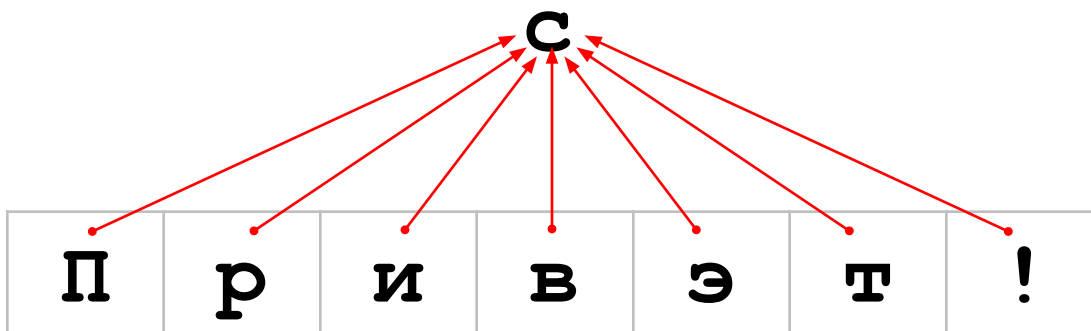
`len(s) - 1`

0	1	2	3	4	5	6
П	р	и	в	э	т	!

Цикл перебора символов

```
sNew = ""  
for c in s:  
    if c == "э":  
        sNew += "е"  
    else:  
        sNew += c
```

перебрать
все СИМВОЛЫ
строки



Задачи

«А»: Напишите программу, которая вводит строку, состоящую только из точек и букв X, и заменяет в ней все точки на нули и все буквы X на единицы.

Пример:

Введите строку: **..X.XX.**

Двоичный код: 0010110

«В»: Напишите программу, которая в символьной строке заменяет все нули на единицы и наоборот. Остальные символы не должны измениться.

Пример:

Введите строку: **10a01Vx1010c**

Инверсия: 01a10Vx0101c

Задачи

«С»: Введите битовую строку и дополните её последним битом, который должен быть равен 0, если в исходной строке чётное число единиц, и равен 1, если нечётное (в получившейся строке должно всегда быть чётное число единиц).

Пример:

Введите битовую строку: **01101010110**

Результат: **011010101100**

Операции со строками

Объединение (конкатенация) :

```
s1 = "Привет"  
s2 = "Вася"  
s  = s1 + ", " + s2 + "!"
```

"Привет, Вася!"

Умножение:

```
s = "Ау"  
s5 = s*5
```

s5 = s + s + s + s + s

АУАУАУАУАУ



Что получим?

Срезы строк (выделение части строки)

```
s = "0123456789"  
s1 = s[3:8]      # "34567"
```

с какого
символа

до какого
(не включая 8)

```
s = "0123456789"  
s1 = s[:8]      # "01234567"
```

от начала строки

```
s = "0123456789"  
s1 = s[3:]      # "3456789"
```

до конца строки

Срезы строк

Срезы с отрицательными индексами:

```
s = "0123456789"  
s1 = s[:-2] # "01234567"
```

`len(s) - 2`

```
s = "0123456789"  
s1 = s[-6:-2] # "4567"
```

`len(s) - 6`

`len(s) - 2`

Операции со строками

Удаление:

```
s = "0123456789"
```

```
s1 = s[:3] + s[9:]
```

"012"

"9"

"0129"

Вставка:

```
s = "0123456789"
```

```
s1 = s[:3] + "ABC" + s[3:]
```

"012"

"3456789"

"012ABC3456789"

Поиск в строках

```
s = "Здесь был Вася."  
n = s.find ( "с" )      # n = 3  
if n >= 0:  
    print ( "Номер символа", n )  
else:  
    print ( "Символ не найден." )
```



Находит первое слева вхождение подстроки!

Поиск с конца строки:

```
s = "Здесь был Вася."  
n = s.rfind ( "с" )     # n = 12
```


Задачи

«А»: Ввести с клавиатуры в одну строку фамилию и имя, разделив их пробелом. Вывести первую букву имени с точкой и потом фамилию.

Пример:

Введите фамилию, имя и отчество:

Иванов Петр

П. Иванов

«В»: Ввести с клавиатуры в одну строку фамилию, имя и отчество, разделив их пробелом. Вывести фамилию и инициалы.

Пример:

Введите фамилию, имя и отчество:

Иванов Петр Семёнович

П.С. Иванов

Задачи

«С»: Ввести адрес файла и «разобрать» его на части, разделенные знаком " / ". Каждую часть вывести в отдельной строке.

Пример:

Введите адрес файла:

C: /фото/2015/Байкал/shaman.jpg

C:

фото

2015

Байкал

shaman.jpg

Преобразования «строка» → «число»

Из строки в число:

```
s = "123"
N = int ( s )      # N = 123
s = "123.456"
X = float ( s )   # X = 123.456
```

Из числа в строку:

```
N = 123
s = str ( N )      # s = "123"
s = "{:5d}".format(N) # s = "  123"

X = 123.456
s = str ( X )      # s = "123.456"
s = "{:7.2f}".format(X) # s = " 123.46"
s = "{:10.2e}".format(X) # s = " 1.23e+02"
```

Задачи

«А»: Напишите программу, которая вычисляет сумму двух чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

Пример:

Введите выражение :

12+3

Ответ: 15

«В»: Напишите программу, которая вычисляет сумму трёх чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

Пример:

Введите выражение :

12+3+45

Ответ: 60

Задачи

«С»: Напишите программу, которая вычисляет сумму произвольного количества чисел, введенную в форме символьной строки. Все числа целые.

Пример:

Введите выражение :

12+3+45+10

Ответ: 70

«D»: Напишите программу, которая вычисляет выражение, содержащее целые числа и знаки сложения и вычитания.

Пример:

Введите выражение :

12+134-45-17

Ответ: 84

Программирование (Python)

§ 20. Обработка массивов

Обработка потока данных

Задача. С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Определить, сколько было введено положительных чисел.

- 1) нужен счётчик
- 2) счётчик увеличивается
- 3) нужен цикл
- 4) это цикл с условием (число шагов неизвестно)

 ?

Когда увеличивать счётчик?

 ?

Какой цикл?

счётчик = 0

пока не введён 0:

если введено число > 0 то

счётчик := счётчик + 1

Обработка потока данных

```
count = 0
x = int(input())
while x != 0:
    if x > 0:
        count += 1
    x = int(input())
print( count )
```

откуда взять x?



Что плохо?

Найди ошибку!

```
count = 0
x = int(input())
while x != 0:
    if x > 0:
        count += 1
pr x = int(input())
```

Найди ошибку!

```
count = 0      ut ( )
while x == 0:
    if x > !=:
        count += 1
    x = int(input ( ) )
print ( count )
```

Обработка потока данных

Задача. С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Найти сумму введённых чисел, оканчивающихся на цифру "5".

- 1) нужна переменная для суммы
- 2) число добавляется к сумме, если оно заканчивается на "5"
- 3) нужен цикл с условием

```
сумма = 0
```

```
пока не введён 0:
```

```
если число оканчивается на "5" то
```

```
сумма := сумма + число
```



Как это записать?

```
if x % 10 == 5:
```

Обработка потока данных

Задача. С клавиатуры вводятся числа, ввод завершается числом 0. Найти сумму введённых чисел, оканчивающихся на цифру "5".

```
sum = 0
x = int(input())
while x != 0:
    if x % 10 == 5:
        sum += x
    x = int(input())
print( sum )
```



Чего не хватает?

Найди ошибку!

```
sum = 0
x = int(input())
    if x % 10 == 5:
        sum += x
    x = int(input())
print( sum )
```

Задачи

- «А»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Определить, сколько получено чисел, которые делятся на 3.
- «В»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Определить, сколько получено двузначных чисел, которые заканчиваются на 3.

Задачи

- «С»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Найти среднее арифметическое всех двузначных чисел, которые делятся на 7.
- «D»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Найти максимальное из введённых чётных чисел.

Перестановка элементов массива



Как поменять местами значения двух переменных a и b ?

вспомогательная
переменная

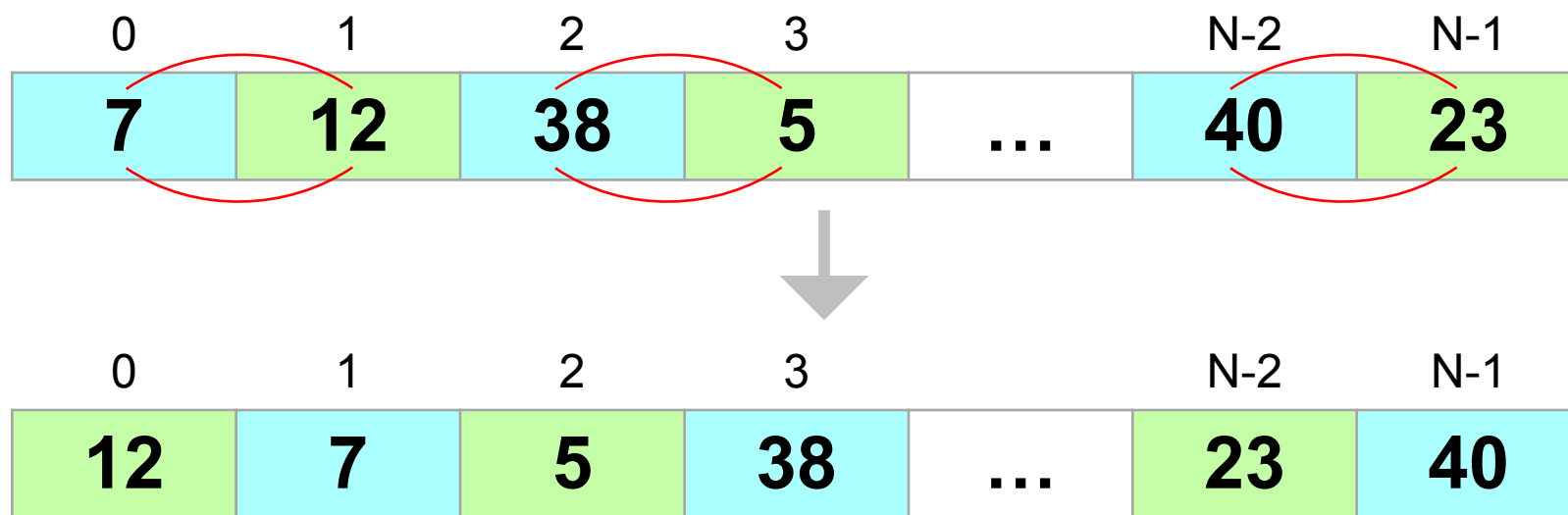
```
c = a
a = b
b = c
```

элементы массива:

```
c = A[i]
A[i] = A[k]
A[k] = c
```


Перестановка пар соседних элементов

Задача. Массив A содержит чётное количество элементов N . Нужно поменять местами пары соседних элементов: 0-й с 1-м, 2-й — с 3-м и т. д.



Перестановка пар соседних элементов

```
for i in range(N) :
```

```
    поменять местами A[i] и A[i+1]
```



Что плохо?

0	1	2	3	4	5
7	12	38	5	40	23
12	7	38	5	40	23
12	38	7	5	40	
12	38	5	7	40	23
12	38	5	40	7	23
12	38	5	40	23	7

выход за границы массива



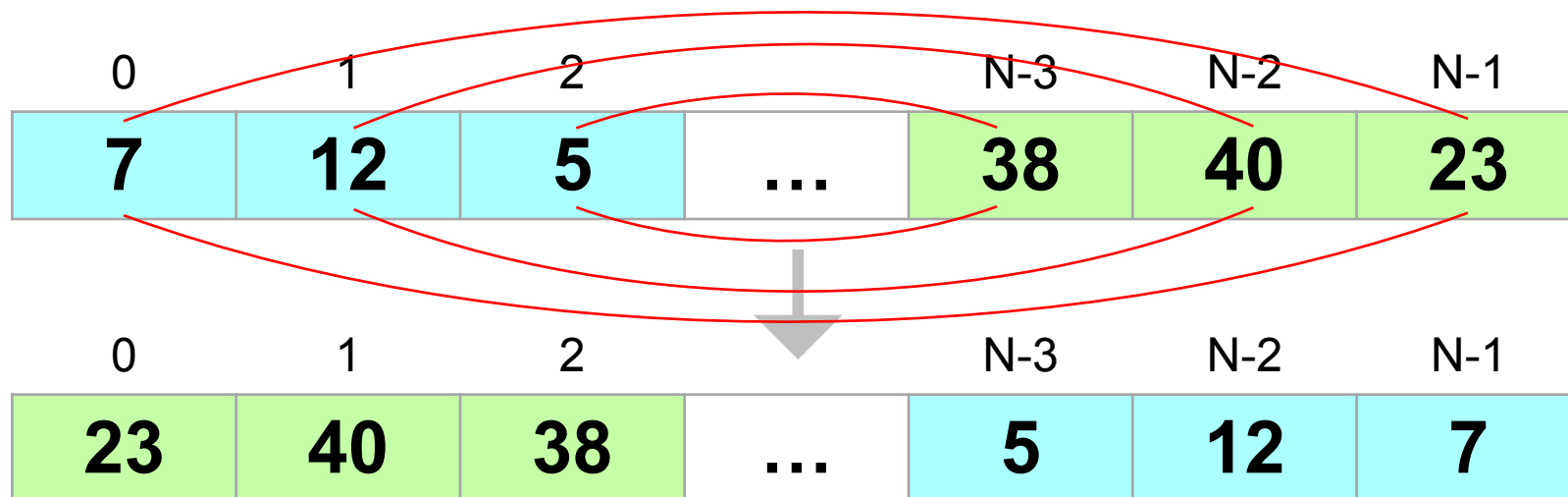
Перестановка пар соседних элементов

```
for i in range(0, N, 2):  
    # переставляем A[i] и A[i+1]  
    c = A[i]  
    A[i] = A[i+1]  
    A[i+1] = c
```

$A[1] \leftrightarrow A[2], A[3] \leftrightarrow A[4], \dots, A[N-1] \leftrightarrow A[N]$

Реверс массива

Задача. Переставить элементы массива в обратном порядке (выполнить *реверс*).



$$A[0] \leftrightarrow A[N-1]$$

$$0 + N - 1 = N - 1$$

$$A[1] \leftrightarrow A[N-2]$$

$$1 + N - 2 = N - 1$$

$$A[i] \leftrightarrow A[N-1-i]$$

$$i + ??? = N - 1$$

$$A[N-1] \leftrightarrow A[0]$$

$$N - 1 + 0 = N - 1$$

Реверс массива

```
for i in range(N % 2):
    поменять местами A[i] и A[N+1-i]
```

0	1	2	3
7	12	40	23
23	12	40	7
23	40	12	7
23	12	40	7
7	12	40	23

i=0

i=1

i=2

i=3



Что плохо?



Как исправить?

Линейный поиск в массиве

Задача. Найти в массиве элемент, равный X , и его номер.

$X = 5$

	5					
0	1	2	3	4	5	
7	12	38	5	40	23	

```
i = 0
while A[i] != X:
    i += 1
print("A[" + i + "] = " + X)
```



Что плохо?



Если искать 4?



Нельзя выходить за границы массива!

Линейный поиск в массиве

не выходим за
границу

```
i = 0
while i <= N and A[i] != X:
    i += 1
if i <= N:
    print( "A[" , i , "]=" , X )
else:
    print( "Не нашли!" )
```



Как проверить, нашли
или нет?

Досрочный выход из цикла

Задача. Найти в массиве элемент, равный X, и его номер.

```
nX = 0 # номер элемента
for i in range(N):
    if A[i]==X:
        nX = i # запомнить номер
        break
if nX > 0:
    print( "A[" , nX, "]=" , X )
else:
    print( "Не нашли!" )
```

нашли!

сразу выйти из цикла

Поиск в массиве

Варианты в стиле Python:

```
for i in range ( N ) :
    if A[i] == X:
        print ( "A[" , i , "]" = " , X , sep = " " )
        break
else:
    print ( "Не нашли!" )
```

если не было досрочного выхода из цикла

```
if X in A:
    nX = A.index (X)
    print ( "A[" , nX , "]" = " , X , sep = " " )
else:
    print ( "Не нашли!" )
```

Задачи

«А»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[0, 20]$, выводит его на экран, а затем находит индекс первого элемента, равного введённому числу X . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

Пример:

Массив: 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

Что ищем: 13

$A[4] = 13$

Задачи

«В»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[-10, 10]$, выводит его на экран, а затем находит индекс **последнего** элемента, равного введённому числу X . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

Пример:

Массив: -5 -6 2 3 -3 0 8 -3 0 9

Что ищем: 0

$A[9] = 0$

Задачи

«С»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[10, 50]$, выводит его на экран, а затем находит индексы всех элементов, равных введённому числу X . Программа должна вывести ответ «не найден», если в массиве таких элементов нет.

Пример:

Массив: 12 45 30 18 30 15 30 44 32 17

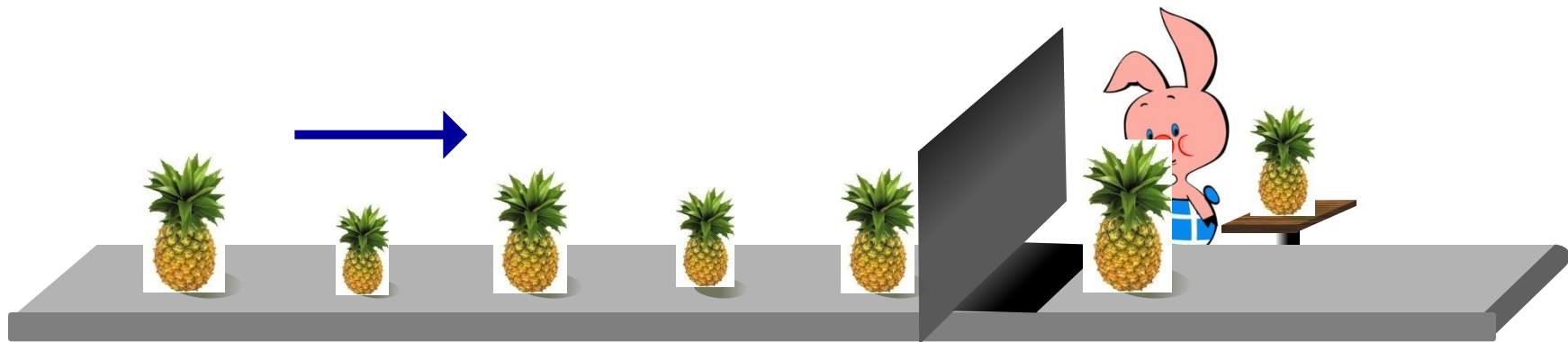
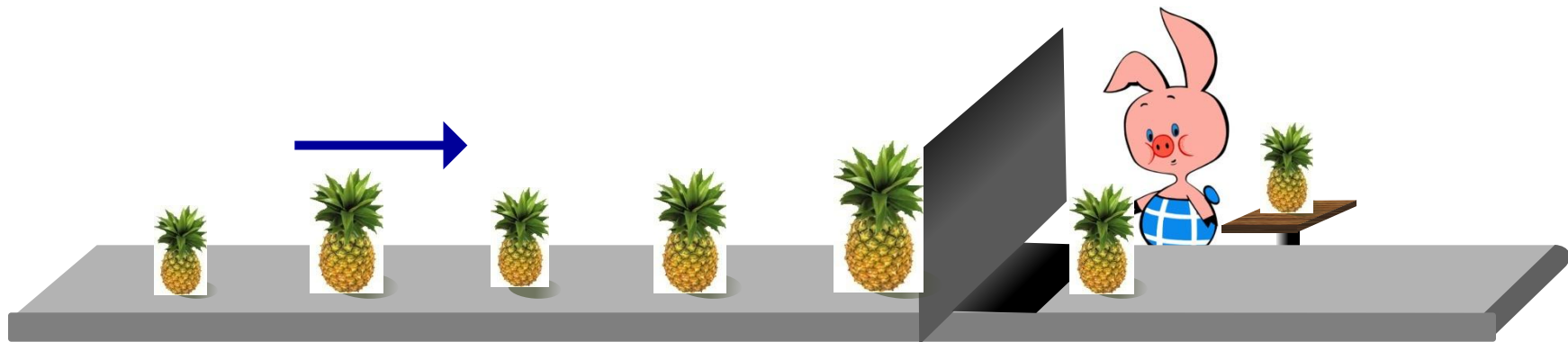
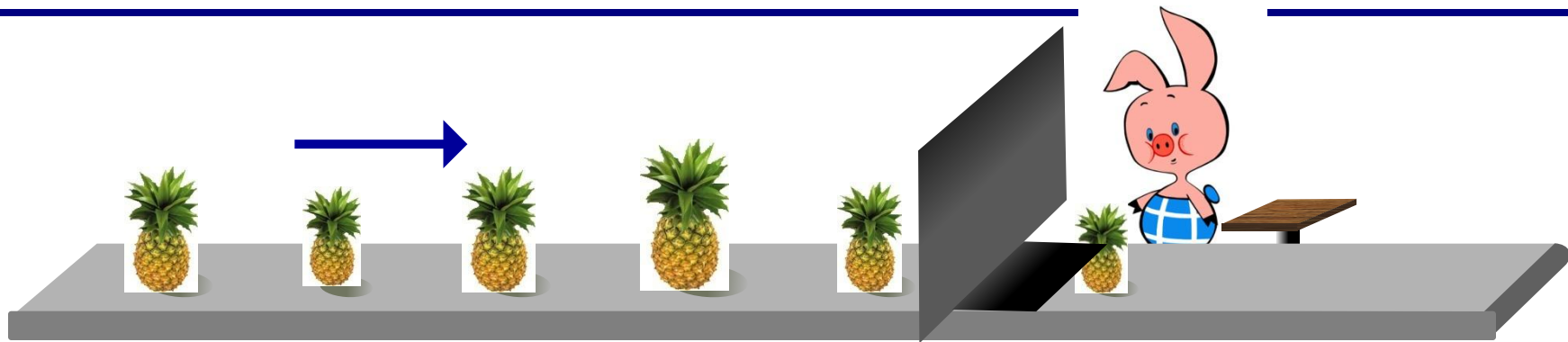
Что ищем: 30

$A[3] = 30$

$A[5] = 30$

$A[7] = 30$

Поиск максимального элемента



Поиск максимального элемента

? Какие переменные нужны?

```
for i in range(N) :  
    if A[i] > M:  
        M = A[i]  
print( M )
```

? Чего не хватает?

? Какое начальное значение взять для M?

1) **M** – значение, которое заведомо меньше всех элементов массива

или

2) **M = A[0]** (или любой другой элемент)

максимальный не меньше, чем **A[0]**

Поиск максимального элемента

```
M = A[0]
for i in range(1, N):
    if A[i] > M:
        M = A[i]
print( M )
```

начинаем с $A[1]$, так как $A[0]$ мы уже посмотрели



Как найти минимальный?

Поиск максимального элемента (Python)

```
M = A[0]
for x in A:
    if x > M:
        M = x
print( M )
```

перебрать все элементы
в массиве A



Не нужно знать размер!

```
print( max(A) )
```


```
print( min(A) )
```


Номер максимального элемента

Задача. Найти в массиве максимальный элемент и его номер.

 Какие переменные нужны?

```
M = A[0]; nMax = 0
for i in range(1, N):
    if A[i] > M:
        M = A[i]
        nMax = i
print( "A[" , nMax , "]=", M )
```

 Можно ли убрать одну переменную?

Номер максимального элемента

! Если знаем `nMax`, то `M=A[nMax]`!

```
M = A[0]; nMax = 0
for i in range(1, N):
    if A[i] > A[nMax]:
        M = A[i]
        nMax = i
print( "A[" , nMax, "]" = " , A[nMax] )
```

Максимальный элемент и его номер

Вариант в стиле Python:

```
M = max (A)
nMax = A . index (M)
print ( "A[" , nMax , "]" = " , M )
```

номер заданного
элемента (первого из...)

Максимальный не из всех

Задача. Найти в массиве максимальный из отрицательных элементов.

```
M = A[0]
for i in range(1, N):
    if A[i] < 0 and A[i] > M:
        M = A[i]
print( M )
```



Что плохо?



Как исправить?

0	1	2	3	4
5	-2	8	3	-1

M = 5

Максимальный не из всех

Задача. Найти в массиве максимальный из отрицательных элементов.

```
M = A[0]
for i in range(1, N):
    if A[i] < 0:
        if M >= 0 or A[i] > M:
            M = A[i]
print( M )
```

сначала записали
неотрицательный!



Если нет отрицательных?

Максимальный не из всех (Python)

Задача. Найти в массиве максимальный из отрицательных элементов.

```
B = [ x for x in A
      if x < 0 ]
print( max(B) )
if len(B) :
    print( max(B) )
else:
    print("Нет таких!")
```

отбираем нужные



Если нет отрицательных?

~~if len(B) != 0:~~

Задачи (без **min** и **max**)

- «**A**»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке [50; 150] и находит в нём минимальный и максимальный элементы и их номера.
- «**B**»: Напишите программу, которая получает с клавиатуры значения элементов массива и выводит количество элементов, имеющих максимальное значение.
- «**C**»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке [100; 200] и находит в нём пару соседних элементов, сумма которых минимальна.

Задачи

«D»: Напишите программу, которая заполняет массив из 20 элементов случайными числами на отрезке $[-100; 100]$ и находит в каждой половине массива пару соседних элементов, сумма которых максимальна.

Задачи-2 (максимум в потоке)

- «А»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит минимальное и максимальное среди полученных чисел.
- «В»: На вход программы поступает неизвестное количество целых чисел, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит минимальное число, делящееся на 3, среди полученных чисел.
- «С»: На вход программы поступает неизвестное количество чисел целых, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит максимальное двузначное число, заканчивающееся на 6, среди полученных чисел.

Задачи-2 (максимум в потоке)

«D»: На вход программы поступает неизвестное количество чисел целых, ввод заканчивается нулём. Напишите программу, которая находит среди полученных чисел пару полученных друг за другом чисел, сумма которых максимальна.

Сортировка

Сортировка — это расстановка элементов списка (массива) в заданном порядке.

Задача. Отсортировать элементы в порядке **возрастания** (*неубывания* – если есть одинаковые).

Алгоритмы сортировки:

- простые, но медленные (при больших N)
- быстрые, но сложные...

Сортировка выбором

? Где должен стоять минимальный элемент?

- нашли минимальный, поставили его на первое место

```
c = A[nMin]
```

? Как?

```
A[0], A[nMin] = A[nMin], A[0]
```

```
A[0] = c
```

- из оставшихся нашли минимальный, поставили его на второе место и т.д.

? Что дальше?

5	-2	8	3	-1
-2	5	8	3	-1
-2	-1	8	3	5

Сортировка выбором

```
for i in range(N-1):  
    # ищем минимальный среди A[i]..A[N-1]  
    nMin = i  
    for j in range(i+1, N):  
        if A[j] < A[nMin]:  
            nMin = j  
    # переставляем A[i] и A[nMin]  
    A[i], A[nMin] = A[nMin], A[i]
```

не трогаем те, которые
уже поставлены



Почему цикл N-1 раз?

Решение в стиле Python:

```
A.sort()
```

Задачи

«А»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[0,20]$ и сортирует его в порядке убывания.

Пример:

Массив: 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

Сортировка: 18 16 16 14 13 13 9 5 3 2

«В»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[10,100]$ и сортирует его по возрастанию последней цифры числа (сначала идут все числа, которые заканчиваются на 0, потом все, которые заканчиваются на 1, и т.д.).

Пример:

Массив: 12 10 31 40 55 63 28 87 52 92

Сортировка: 10 40 31 12 52 92 63 55 87 28

Задачи

«С»: Напишите программу, которая заполняет массив из $N = 10$ элементов случайными числами в диапазоне $[0,20]$ и сортирует его в порядке возрастания. На каждом шаге цикла выполняется поиск максимального (а не минимального!) элемента.

Пример:

Массив: 5 16 2 13 3 14 18 13 16 9

Сортировка: 2 3 5 9 13 13 14 16 16 18

Программирование (Python)

§ 21. Матрицы (двумерные массивы)

Что такое матрица?

	○	×
	○	×
○	×	

нет знака

НОЛИК

крестик

строка 2,
столбец 3



Как закодировать?

Матрица — это прямоугольная таблица, составленная из элементов одного типа (чисел, строк и т.д.).

Каждый элемент матрицы имеет два индекса — номера строки и столбца.

Создание матриц

! Матрица – это массив массивов!

```
A = [[-1, 0, 1],  
      [-1, 0, 1],  
      [0, 1, -1]]
```

перенос на другую
строку внутри скобок

или так:

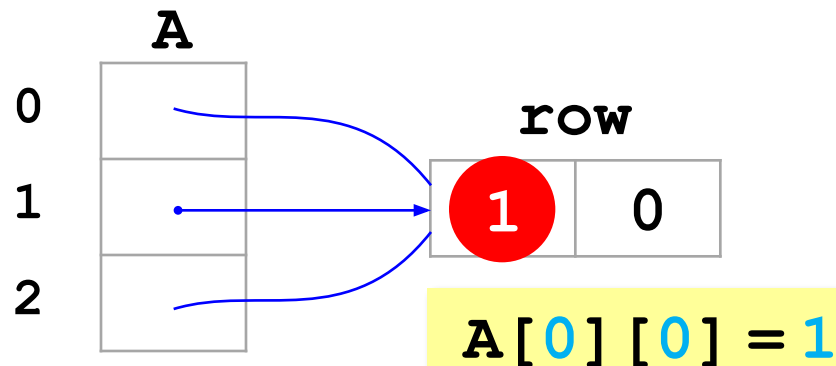
```
A = [[-1, 0, 1], [-1, 0, 1], [0, 1, -1]]
```

! Нумерация элементов с нуля!

Создание матриц

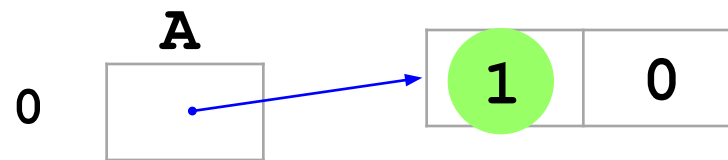
Нулевая матрица:

```
N = 3
M = 2
row = [0] * M
A = [row] * N
```



а правильно так:

```
A = []
for i in range(N):
    A.append( [0] * M )
```



```
A[0][0] = 1
```

Вывод матриц

```
print ( A )
```

```
[[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]]
```

```
def printMatrix( A ):  
    for row in A:  
        for x in row:  
            print ( "{:4d}".format(x) , end = "" )  
        print ()
```

```
1     2     3  
4     5     6  
7     8     9
```



Зачем форматный вывод?

Простые алгоритмы

Заполнение случайными числами:

```
from random import randint
for i in range(N):
    for j in range(M):
        A[i][j] = randint ( 20, 80 )
        print ( "{:4d}" .format(A[i][j]),
                end = "" )
print()
```



Вложенный цикл!

Суммирование:

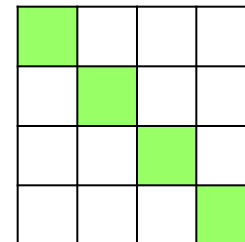
```
s = 0
for i in range(N):
    for j in range(M):
        s += A[i][j]
print ( s )
```

```
s = 0
for row in A:
    s += sum(row)
print ( s )
```

Перебор элементов матрицы

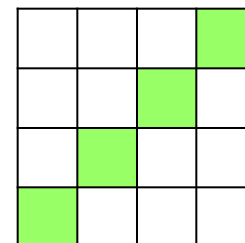
Главная диагональ:

```
for i in range(N):  
    # работаем с A[i][i]
```



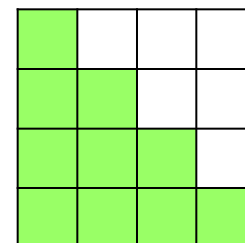
Побочная диагональ:

```
for i in range(N):  
    # работаем с A[i][N-1-i]
```



Главная диагональ и под ней:

```
for i in range(N):  
    for j in range(i+1):  
        # работаем с A[i][j]
```



Перестановка строк

2-я и 4-я строки:

```
for j in range(M):
```

```
    A[2][j], A[4][j] = A[4][j], A[2][j]
```

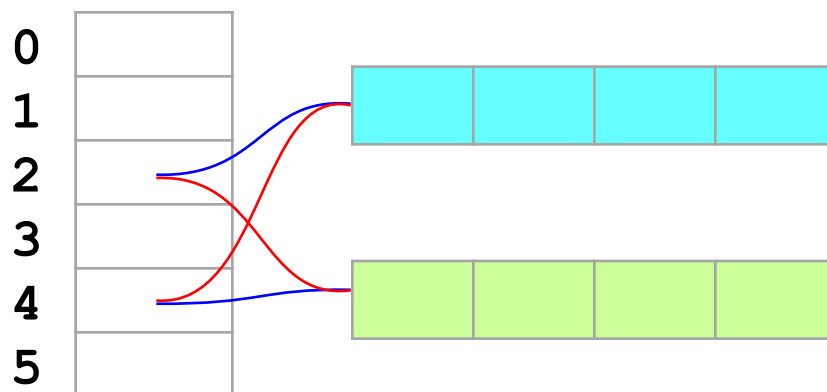
```
    A[2][j] = A[4][j]
```

```
    A[4][j] = c
```

	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2	↑	↑	↑	↑	↑	↑
3	↓	↓	↓	↓	↓	↓
4						
5						

Решение в стиле Python:

```
A[2], A[4] = A[4], A[2]
```



Перестановка столбцов

2-й и 4-й столбцы:

```
for i in range(N):
```

```
    A[i][2], A[i][4] = A[i][4], A[i][2]
```

```
    A[i][2] = A[i][4]
```

```
    A[i][4] = c
```

	0	1	2	3	4	5
0			←→		←→	
1			←→		←→	
2			←→		←→	
3			←→		←→	
4			←→		←→	
5			←→		←→	

Задачи

«А»: Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит максимальный элемент на главной диагонали квадратной матрицы.

Пример:

Матрица А:

12 34 14 65

71 88 23 45

87 46 53 39

76 58 24 92

Результат: $A[3][3] = 92$

Задачи

«В»: Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит максимальный элемент матрицы и его индексы (номера строки и столбца).

Пример:

Матрица A:

12 34 14 65

71 88 23 98

87 46 53 39

76 58 24 92

Максимум: $A[1][3] = 98$

Задачи

«С»: Напишите программу, которая заполняет матрицу случайными числами и находит минимальный из чётных положительных элементов матрицы. Учтите, что таких элементов в матрице может и не быть.

Пример:

Матрица A:

16 34 14 65

71 88 23 45

87 12 53 39

76 58 24 92

Результат: $A[2][1] = 12$

Программирование (Python)

§ 22. Сложность алгоритмов

Как сравнивать алгоритмы?

- быстродействие (**временная сложность**)
- объём требуемой памяти (**пространственная сложность**)
- понятность



Обычно не бывает все хорошо!

Время работы алгоритма – это количество элементарных операций T , выполненных исполнителем.

Функция $T(N)$ называется

временной сложностью алгоритма

зависит от количества данных (размера массива N)

$$T(N) = 2N^3$$



Как увеличится время работы при увеличении N в 10 раз?

Примеры определения сложности

Задача 1. Вычислить сумму первых трёх элементов массива (при $N \geq 3$).

```
Sum = A[1] + A[2] + A[3]
```

$$T(N) = 3$$

2 сложения
+ запись в
память

Задача 2. Вычислить сумму всех элементов массива.

```
Sum = 0  
for i in range(N):  
    Sum += A[i]
```

$$T(N) = 2N + 1$$

N сложений, $N+1$
операций записи

Примеры определения сложности

Задача 3. Отсортировать все элементы массива по возрастанию методом выбора.

```
for i in range(N-1):
    nMin = i
    for j in range(i+1, N):
        if A[i] < A[nMin]:
            nMin = j
    A[i], A[nMin] = A[nMin], A[i]
```

Число сравнений:

$$T_c(N) = (N-1) + (N-2) + \dots + 2 + 1 = \frac{N(N-1)}{2} = \frac{1}{2}N^2 - \frac{1}{2}N$$

Число перестановок: $T_n(N) = N - 1$

Примеры определения сложности

Задача 4. Найти сумму элементов квадратной матрицы размером $N \times N$.

```
Sum = 0
for i in range(N) :
    for j in range(N) :
        Sum += A[i, j]
```



Самостоятельно! 😊

Сравнение алгоритмов по сложности

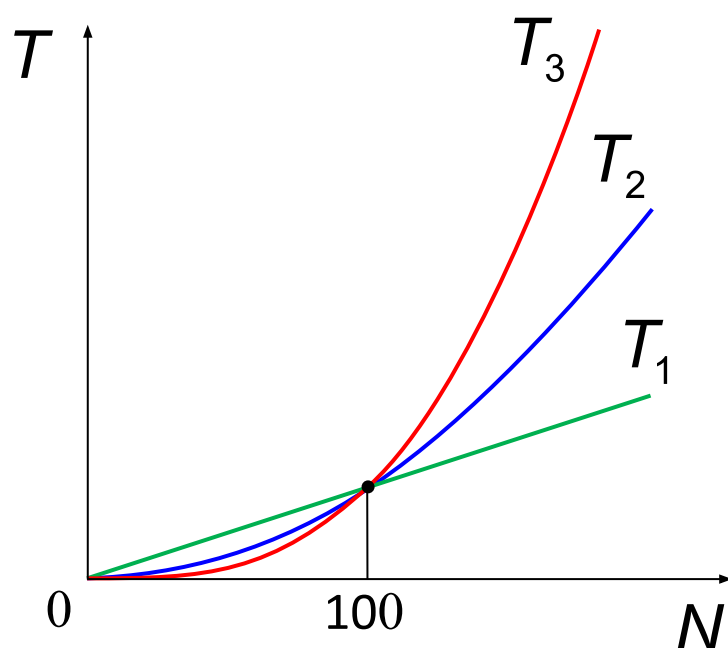
$$T_1(N) = 10000 \cdot N$$

$$T_2(N) = 100 \cdot N^2$$

$$T_3(N) = N^3$$



Какой алгоритм выбрать?



при $N < 100$:

$$T_3(N) < T_2(N) < T_1(N)$$

при $N > 100$:

$$T_3(N) > T_2(N) > T_1(N)$$



Нужно знать размер данных!

Асимптотическая сложность

Асимптотическая сложность – это оценка скорости роста количества операций при больших значениях N .

линейная

постоянная

сложность $O(N)$ $\Leftrightarrow T(N) \leq c \cdot N$ для $N \geq N_0$

сумма элементов массива:

$$T(N) = 2 \cdot N - 1 \leq 2 \cdot N \text{ для } N \geq 1 \Rightarrow O(N)$$

квадратичная

сложность $O(N^2)$ $\Leftrightarrow T(N) \leq c \cdot N^2$ для $N \geq N_0$

сортировка методом выбора:

$$T_c(N) = \frac{1}{2} N^2 - \frac{1}{2} N \leq \frac{1}{2} N^2 \text{ для } N \geq 0 \Rightarrow O(N^2)$$

Асимптотическая сложность

кубическая

сложность $O(N^3) \Leftrightarrow T(N) \leq c \cdot N^3$ для $N \geq N_0$

сложность $O(2^N)$

сложность $O(N!)$

задачи оптимизации,
полный перебор вариантов

Факториал числа N : $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots$

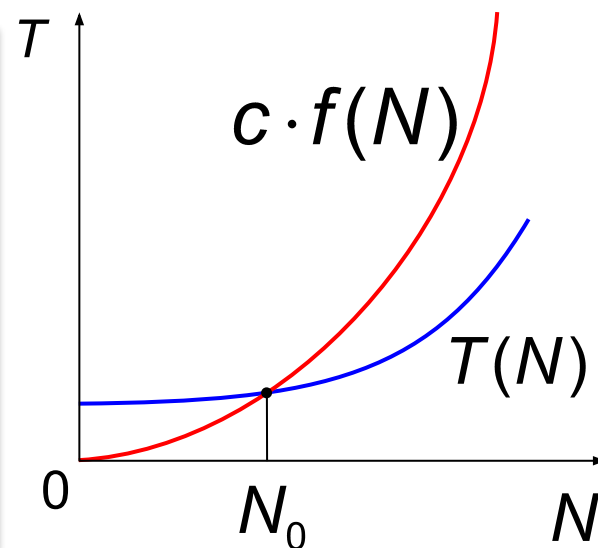
N	$T(N)$	время выполнения
	N	100 нс
	N^2	10 мс
	N^3	0,001 с
	2^N	10^{13} лет

$N = 100,$
1 млрд оп/с

Асимптотическая сложность

Алгоритм относится к классу $O(f(N))$, если найдется такая постоянная c , что начиная с некоторого $N = N_0$ выполняется условие

$$T(N) \leq c \cdot f(N)$$



это верхняя оценка!

$$O(N) \Rightarrow O(N^2) \Rightarrow O(N^3) \Rightarrow O(2^N)$$

«Алгоритм имеет сложность $O(N^2)$ ».

обычно – наиболее точная верхняя оценка!

Программирование (Python)

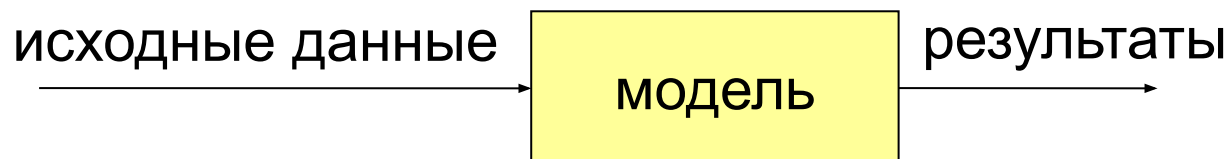
§ 23. Как разрабатывают программы

Этапы разработки программ

I. Постановка задачи

Документ: *техническое задание*.

II. Построение модели



Формализация: запись модели в виде формул (на формальном языке).

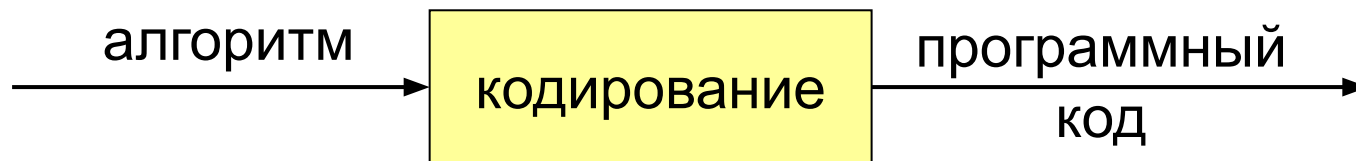
III. Разработка алгоритма и способа хранения данных

«Алгоритмы + структуры данных = программы»
(Н. Вирт)

Этапы разработки программ

IV. Кодирование

Запись алгоритма на языке программирования.



V. Отладка

Поиск и исправление ошибок в программах:

- **синтаксические** – нарушение правил языка программирования
- **логические** – ошибки в алгоритме могут приводить к **отказам** – аварийным ситуациям во время выполнения (*run-time error*)

Этапы разработки программ

VI. Тестирование

Тщательная проверка программы во всех режимах:

- **альфа-тестирование** – внутри компании (тестировщики)
- **бета-тестирование** – (доверенные) пользователи

VII. Документирование

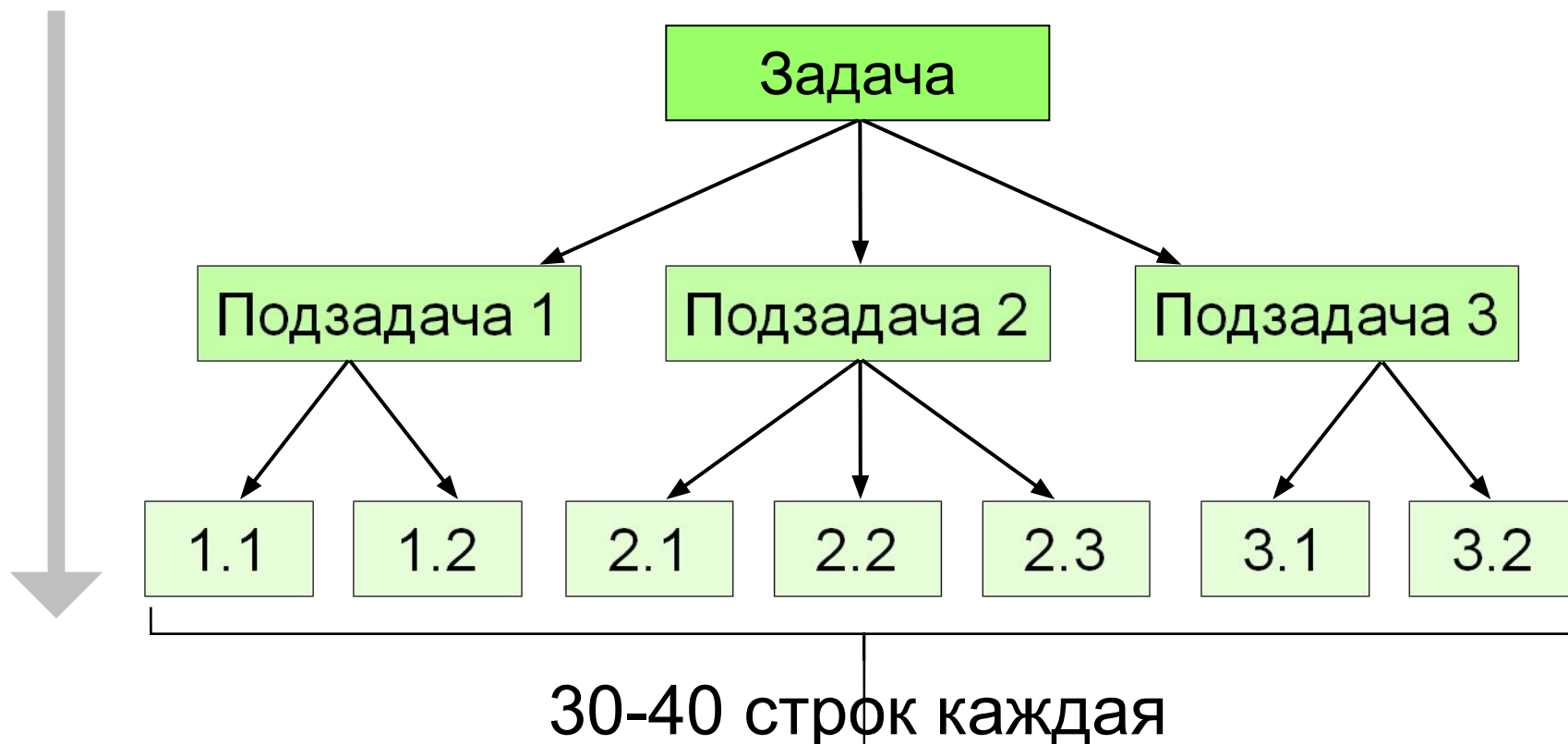
Технические писатели

VIII. Внедрение и сопровождение

- обучение пользователей
- исправление найденных ошибок
- техподдержка

Методы проектирования программ

«Сверху вниз» (последовательное уточнение)



Методы проектирования программ

«Сверху вниз» (последовательное уточнение)



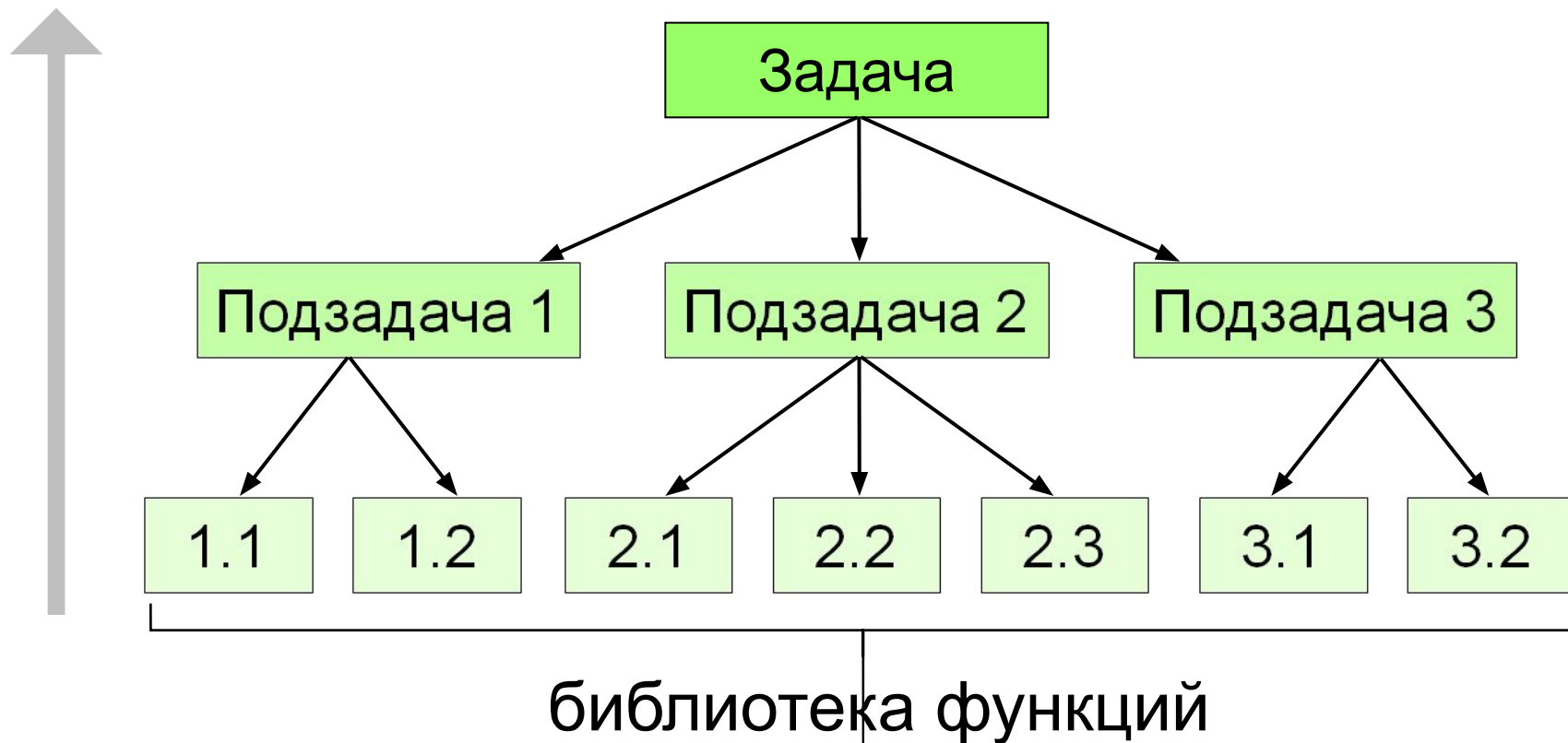
- сначала задача решается «в целом»
- легко распределить работу
- легче отлаживать программу (всегда есть полный работающий вариант)



- в нескольких подзадачах может потребоваться решение одинаковых подзадач нижнего уровня
- быстродействие не известно до последнего этапа (определяется нижним уровнем)

Методы проектирования программ

«Снизу вверх» (восходящее)



Методы проектирования программ

«Снизу вверх» (восходящее)



- нет дублирования
- сразу видно быстрое действие



- сложно распределять работу
- сложнее отлаживать (увеличение числа связей)
- плохо видна задача «в целом», может быть нестыковка на последнем этапе



Почти всегда используют оба подхода!

Отладка программы

Программа решения квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

```
from math import sqrt
print("Введите a, b, c: ")
a = float(input())
b = float(input())
c = float(input())
D = b*b - 4*a*a
x1 = (-b+sqrt(D))/2*a
x2 = (-b-sqrt(D))/2*a
print("x1=", x1, " x2=", x2, sep="")
```

float – преобразовать в вещественное число

Тестирование

Тест 1. $a = 1, b = 2, c = 1.$

Ожидание:

`x1=-1.0 x2=-1.0`

Реальность:

`x1=-1.0 x2=-1.0`



Тест 2. $a = 1, b = -5, c = 6.$

`x1=3.0 x2=2.0`

`x1=4.791 x2=0.209`



Найден вариант, когда программа работает неверно.
Ошибка **воспроизводится!**

Возможные причины:

- неверный ввод данных
- неверное вычисление дискриминанта
- неверное вычисление корней
- неверный вывод результатов

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Отладочная печать

Идея: выводить все промежуточные результаты.

```
a = float(input())
```

```
b = float(input())
```

```
c = float(input())
```

```
print(a, b, c)
```

```
D = b*b - 4*a*a
```

```
print("D=", D)
```

```
...
```

Отладочная печать

Идея: выводить все промежуточные результаты.

Результат:

Введите a , b , c :

1

-5

6

1.0 -5.0 6.0

D= 21.0

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$$

```
D = b*b - 4*a*c ;
```



Одна ошибка найдена!

Отладка программы

Тест 1. $a = 1, b = 2, c = 1.$

Ожидание:

`x1=-1.0 x2=-1.0`

Реальность:

`x1=-1.0 x2=-1.0`



Тест 2. $a = 1, b = -5, c = 6.$

`x1=3.0 x2=2.0`

`x1=3.0 x2=2.0`



Программа работает верно?

Тест 3. $a = 8, b = -6, c = 1.$

`x1=0.5 x2=0.25`

`x1=32.0 x2=16.0`



`x1 = (-b+sqrt(D)) / (2*a)`

`x2 = (-b-sqrt(D)) / (2*a)`



Что неверно?

Документирование программы

- назначение программы
- формат входных данных
- формат выходных данных
- примеры использования программы

Назначение:

программа для решения уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Формат входных данных:

значения коэффициентов a , b и c вводятся с клавиатуры через пробел в одной строке

Документирование программы

Формат выходных данных:

значения вещественных корней уравнения;
если вещественных корней нет, выводится
слово «нет»

Примеры использования программы:

1. Решение уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$

Введите a, b, c: **1 -5 6**

x1=3 x2=2

2. Решение уравнения $x^2 + x + 6 = 0$

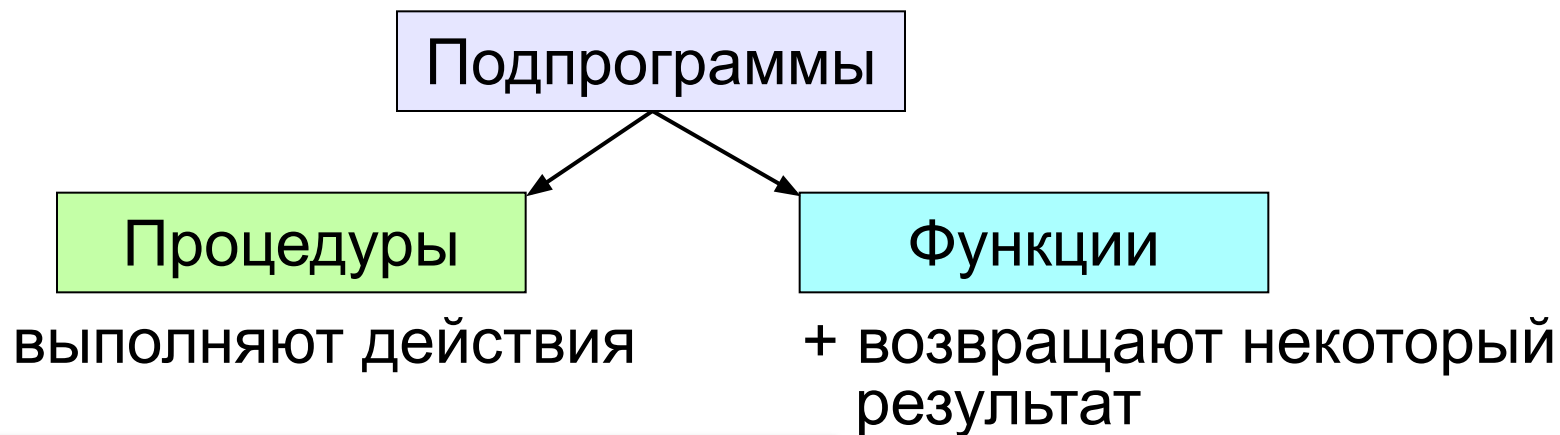
Введите a, b, c: **1 1 6**

Нет.

Программирование (Python)

§ 24. Процедуры

Два типа подпрограмм



? Процедура или функция?

- а) рисует окружность на экране
- б) определяет площадь круга
- в) вычисляет значение синуса угла
- г) изменяет режим работы программы
- д) возводит число x в степень y
- е) включает двигатель автомобиля
- ж) проверяет оставшееся количество бензина в баке
- з) измеряет высоту полёта самолёта

Простая процедура

define – определить

```
def printLine():  
    print("-----")
```

```
...  
printLine()  
...
```

ВЫЗОВ
процедуры

какие-то
операторы



Что делает?



- можно вызывать сколько угодно раз
- нет дублирования кода
- изменять – в одном месте

Линии разной длины

```
def printLine5():  
    print("-----")
```

```
def printLine10():  
    print("-----")
```

```
def printLine10():  
    print("-"*10)
```

```
def printLine(n):  
    print("-"*n)
```



Как улучшить?

параметр
процедуры

Процедура с параметром

Параметр – величина, от которой зависит работа процедуры.

```
def printLine ( n ) :
```

```
...
```

```
...  
printLine (10)
```

```
...  
printLine (7)  
printLine (5)  
printLine (3)
```



Что делает?

Аргумент – значение параметра при конкретном вызове.

Несколько параметров

символьная строка



Что изменилось?

```
def printLine (c, n) :  
    print (c*n)
```



Как вызывать?

✓ `printLine ("+" , 5)`

✓ `printLine ("+-+" , 5)`

✓ `printLine (5 , "+")`

В других языках программирования

Паскаль:

```
procedure printLine (c: string; n: integer) ;  
var i: integer;  
begin  
    for i:=1 to n do  
        write (c) ;  
    writeln  
end;
```

В других языках программирования

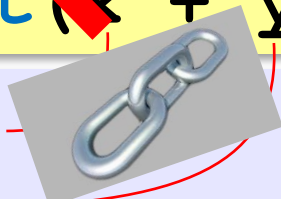
C:

```
void printLine(int n)
{
    int i;
    for (i=1; i<=n; i++)
        putchar("-");
    putchar("\n");
}
```

Как не нужно писать процедуры

```
def summa():  
    print(x + y)
```

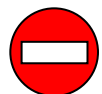
```
x = 10  
y = 5  
summa()
```



Что плохо?

```
def summa(x, y):  
    print(x + y)
```

```
x = 10  
y = 5  
summa(x, y)  
summa(2*x+y, 7)
```



- только $x + y$
- не перенести в другую программу



Процедура принимает данные только через параметры!

Задачи

«А»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число N – и выводит на экран две линии из N символов "-".

Пример:

Длина цепочки: 7

```
-----  
-----
```

«В»: Напишите процедуру, которая принимает один параметр – натуральное число N , – и выводит на экран прямоугольник длиной N и высотой 3 символа.

Пример:

Длина прямоугольника: 7

```
ooooooo  
o      o  
ooooooo
```

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран квадрат со стороной N символов. При запуске программы N нужно ввести с клавиатуры.

Пример:

Сторона квадрата: 5

ooooo

o o

o o

o o

ooooo

Задачи

«D»: Напишите процедуру, которая выводит на экран треугольник со стороной N символов. При запуске программы N нужно ввести с клавиатуры.

Пример:

Сторона : 5

```
o
oo
ooo
oooo
ooooo
```

Рекурсия

Задача. Вывести на экран двоичный код натурального числа.

```
def printBin( n ):  
    ...
```

Алгоритм перевода через остатки:

```
while n != 0:  
    print( n % 2, end="" )  
    n = n // 2
```

011 ✗

в обратном порядке!



Что получится
при $n = 6$?

Рекурсия

Чтобы вывести двоичную запись числа n , нужно сначала вывести двоичную запись числа $(n // 2)$, а затем — его последнюю двоичную цифру, равную $(n \% 2)$.

двоичная запись числа 6

110

$6 \% 2$

двоичная запись числа 3



Чтобы решить задачу, нужно решить ту же задачу для меньшего числа!

Это и есть рекурсия!



Чтобы понять рекурсию, нужно понять рекурсию! 😊

Рекурсивная процедура

```
def printBin( n ) :  
    printBin( n % 2 )  
    print( n % 2, end = "" )
```

вызывает сама себя!

Рекурсивная процедура — это процедура, которая вызывает сама себя.

```
printBin(6)
```

```
printBin(3)
```

```
printBin(1)
```

```
printBin(0)
```

```
printBin(0)
```



Что получится? `printBin(6)`

бесконечные вызовы



Как исправить?

Рекурсивная процедура

```
def printBin( n ) :  
    if n = 0: return  
    printBin( n // 2 )  
    print( n % 2 )
```



Что получится?
`printBin(6)`

```
printBin(6)
```

```
    printBin(3)
```

```
        printBin(1)
```

```
            printBin(0)
```

```
            print(1 % 2)
```

```
        print(3 % 2)
```

```
    print(6 % 2)
```

рекурсия
заканчивается!

1 1 0

Задачи

«А»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в восьмеричную систему.

Пример:

Введите число: **66**

В восьмеричной: 102

«В»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в любую систему счисления с основанием от 2 до 9.

Пример:

Введите число: **75**

Основание: **6**

В системе с основанием 6: 203

Задачи

«С»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в шестнадцатеричную систему.

Пример:

Введите число: **123**

В шестнадцатеричной: **7B**

«D»: Напишите рекурсивную процедуру, которая переводит число в любую систему счисления с основанием от 2 до 36.

Пример:

Введите число: **350**

Основание: **20**

В системе с основанием 20: **HA**

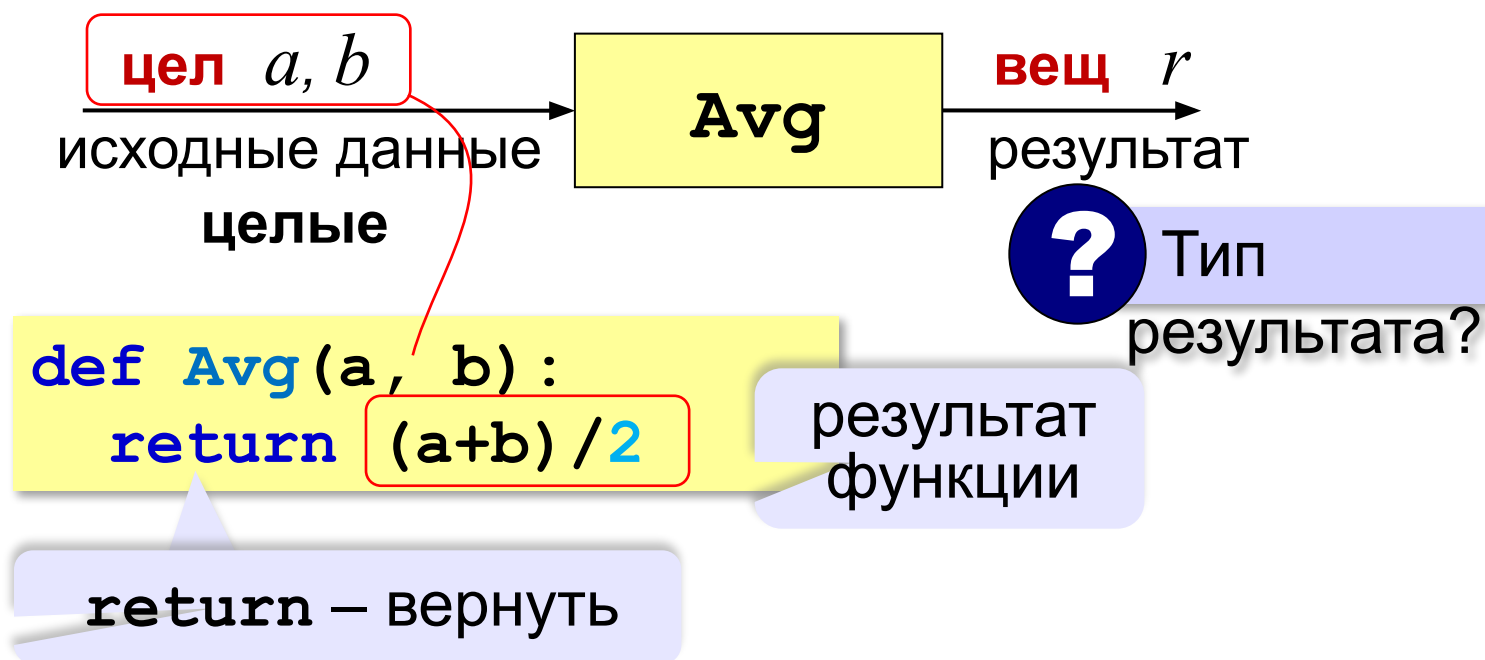
Программирование (Python)

§ 25. Функции

Что такое функция?

Функция — это вспомогательный алгоритм, который возвращает результат (число, строку символов и др.).

Задача. Написать функцию, которая вычисляет среднее арифметическое двух целых чисел.



Как вызывать функцию?

Запись результата в переменную:

```
sr = Avg (5 , 8) 6.5
```



Чему равно?

```
x = 2; y = 5  
sr = Avg (x, 2*y+8) 10
```

Вывод на экран:

```
x = 2; y = 5  
sr = Avg (x, y+3) 5  
print ( Avg (12, 7) ) 9.5  
print ( sr + Avg (x, 12) ) 12
```


Как вызывать функцию?

Использование в условных операторах:

```
a = int(input())
b = int(input())
if Avg(a,b) > 5:
    print("Да!")
else:
    print("Нет!");
```



Когда печатает «Да»?

Как вызывать функцию?

Использование в циклах:

```
a = int(input())
b = int(input())
while Avg(a,b) > 0:
    print("Нет!")
    a,b = map(int, input().split())
print("Угадал!");
```

ВВОД ДВУХ ЧИСЕЛ В
ОДНОЙ СТРОЧКЕ



Когда напечатает «Угадал»?

В других языках программирования

Паскаль:

```
function Avg(a, b: integer): real;  
begin  
  Avg := (a+b) / 2  
end.
```

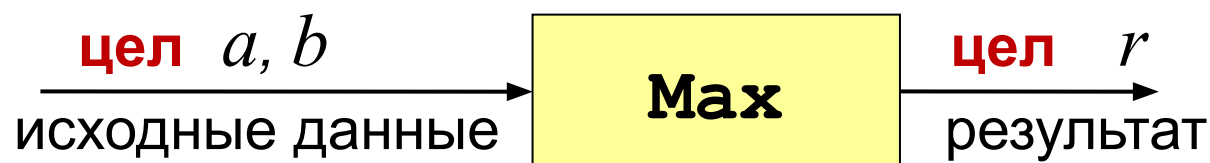
специальная переменная для записи результата функции

C:

```
float Avg(int a, int b)  
{  
  return (a+b) / 2.0;  
}
```

Максимум из двух (трёх) чисел

Задача. Составить функцию, которая определяет наибольшее из двух целых чисел.



```
def Max(a, b):  
    if a > b then  
        return a  
    else:  
        return b
```



Как с её помощью найти максимум из трёх?

```
def Max3(a, b, c):  
    return Max(Max(a, b), c)
```

Сумма цифр числа

Задача. Составить функцию, которая вычисляет сумму значений цифр натурального числа.

```
def sumDigits ( N ) :  
    sum = 0          # накапливаем сумму с 0  
    while N != 0 :  
        d = N % 10  # выделим последнюю цифру  
        sum += d    # добавим к сумме  
        N = N // 10 # удалим последнюю цифру  
    return sum
```

Задачи

«**A**»: Напишите функцию, которая вычисляет среднее арифметическое пяти целых чисел.

Пример:

Введите 5 чисел: **1 2 3 4 6**

Среднее: **3.2**

«**B**»: Напишите функцию, которая находит количество цифр в десятичной записи числа.

Пример:

Введите число: **751**

Количество цифр: **3**

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая находит количество единиц в двоичной записи числа.

Пример:

Введите число: **75**

Количество единиц: **4**

Логические функции

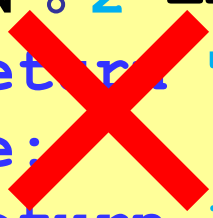
Логическая функция — это функция, возвращающая логическое значения (**да** или **нет**).

- можно ли применять операцию?
- успешно ли выполнена операция?
- обладают ли данные каким-то свойством?

Логические функции

Задача. Составить функцию, которая возвращает «**True**», если она получила чётное число и «**False**», если нечётное.

```
def Even ( N ) :  
    if N % 2 == 0 :  
        return True  
    else :  
        return False
```



```
def Even ( N ) :  
    return (N % 2 == 0)
```

Рекурсивные функции

Рекурсивная функция — это функция, которая вызывает сама себя.

Задача. Составить рекурсивную функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

? Как сформулировать решение рекурсивно?

Сумму цифр числа N нужно выразить через сумму цифр другого (меньшего) числа.

Сумма цифр числа N равна значению последней цифры плюс сумма цифр числа, полученного отбрасыванием последней цифры.

`sumDig(12345) = 5 + sumDig(1234)`

Рекурсивная функция

Сумма цифр числа N

Вход: натуральное число N.

Шаг 1: $d = N \% 10$

Шаг 2: $M = N // 10$

Шаг 3: s = сумма цифр числа M

Шаг 4: $sum = s + d$

Результат: sum.

последняя цифра

число без
последней цифры

? Что забыли?

? Когда остановить?

Сумма цифр числа (рекурсия)

```
def sumDigRec( N ):  
    if N == 0: return 0  
    else:  
        d = N % 10  
        sum = sumDigRec( N // 10 )  
        return sum + d
```



Зачем это?



Где рекурсивный вызов?

Задачи

«А»: Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если десятичная запись числа заканчивается на цифру 0 или 1.

Пример:

Введите число: **1230**

Ответ: Да

«В»: Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если переданное ей число помещается в 8-битную ячейку памяти.

Пример:

Введите число: **751**

Ответ: Нет

Задачи

«С»: Напишите логическую функцию, которая возвращает значение «истина», если переданное ей число простое (делится только на само себя и на единицу).

Пример:

Введите число: **17**

Число простое!

Пример:

Введите число: **18**

Число составное!

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. иллюстрации художников издательства «Бином»
2. авторские материалы