

FOR AN UNUSUAL ROYALTY
THE SHORTBAGE HONORABLE
FOR AN UNUSUAL ROYALTY
THE SHORTBAGE HONORABLE

Простой конъюнкцией называется конъюнкция одной или нескольких переменных, при этом каждая переменная встречается не более одного раза (либо сама, либо ее инверсия)

Пример $x \wedge y \wedge \neg z$

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется дизъюнкция простых конъюнкций

Пример: **$XY \vee \neg Z, ABC \vee \neg(BC)$**

**Совершенной дизъюнктивной
нормальной формой (СДНФ)**

называется ДНФ функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от n переменных, в каждой своей конъюнкции содержащей все n переменных либо их инверсии

Пример: $f(A, B, C) = ABC \vee A\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{C}$

От всякой ДНФ легко перейти к СДНФ

Пример. $X = A \vee \neg A \wedge B$

Применим закон исключения третьего
 $(B \vee \neg B) = 1$

$$X = A \vee \neg A \wedge B = A(B \vee \neg B) \vee \neg A B = AB \vee A \wedge \neg B \vee \neg A B$$

Простой дизъюнкцией называется дизъюнкция одной или нескольких переменных, при этом каждая переменная входит не более одного раза (либо сама, либо ее инверсия)

Пример. $X \vee \neg Y \vee Z$

Конъюнктивной нормальной формой (КНФ) называется конъюнкция простых дизъюнкций

Пример. $(\neg A \vee B)C$

Совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ) называется КНФ функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от n переменных, в каждой своей дизъюнкции содержащей все n переменных либо их инверсии

Пример.

$$f(A, B, C) = (A \vee B \vee C)(\neg A \vee B \vee C)(A \vee \neg B \vee \neg C)$$

Каждая функция имеет
единственную СДНФ (СКНФ)

Правило выполнения минимизации формулы с использованием СДНФ (СКНФ)

а) записать исходную формулу посредством таблиц истинности в СДНФ (СКНФ)

б) упростить СДНФ (СКНФ) по законам алгебры логики

Алгоритм получения СДНФ

- Отметить в таблице истинности исходной функции строки, в которых результат равен **1**
- Для выбранных строк соединить операцией **логического умножения** содержимое левых столбцов, при этом, если в таблице стоит **0**, пишем переменную с отрицанием, а если **1**, без отрицания.
- Соединить полученные выражения операцией **логического сложения**.

Пример. *Найти СДНФ для функции*
 $F(A, B, C) = (A \rightarrow B) \rightarrow \neg C$

Решение:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Ответ:

$\text{сднф}(F) = \neg A \neg B \neg C \vee \neg A \vee B \vee \neg C \vee A \neg B \neg C \vee A \neg B C \vee$
 $AB \neg C$

Алгоритм получения СКНФ

- Отметить в таблице истинности исходной функции строки, в которых результат равен **0**
- Для выбранных строк соединить операцией **логического сложения** содержимое левых столбцов, при этом, если в таблице стоит **1**, пишем переменную с отрицанием, а если **0**, без отрицания.
- Соединить полученные выражения операцией логического **умножения**.

$$\text{CKH}\Phi(F) = (A \vee B \vee \neg C)(A \vee \neg B \vee \neg C)(\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$$

Найти формулу для логической функции, которая дает **1**, когда исходные состояния А и В **различны**, и **0** когда они **совпадают**

Решение:

A	B	?
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Значение для 2 и 3 строк равно 1.

Запишем конъюнкции входных данных

$\neg A \wedge B$, $A \wedge \neg B$.

Соединим их дизъюнкцией

$(\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$

По заданной таблице истинности
составьте логическую функцию

X	Y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

По заданной таблице истинности получите СДНФ логической функции, упростите ее. Правильность проверьте сравнением таблиц истинности

X	Y	Z	F(X, Y, Z)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Постройте СДНФ и СКНФ для функций:

а) $\neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C$

б) $AB \vee \neg A \neg B$