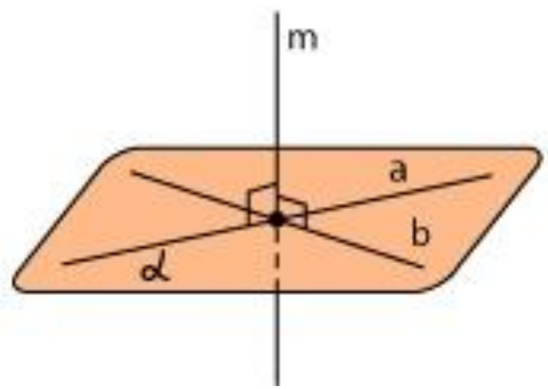
Задания С-2 по математике ЕГЭ-2014

Угол между прямой и плоскостью

Угол между прямой и плоскостью — это угол между прямой и ее проекцией на данную плоскость.

Определение. Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости.

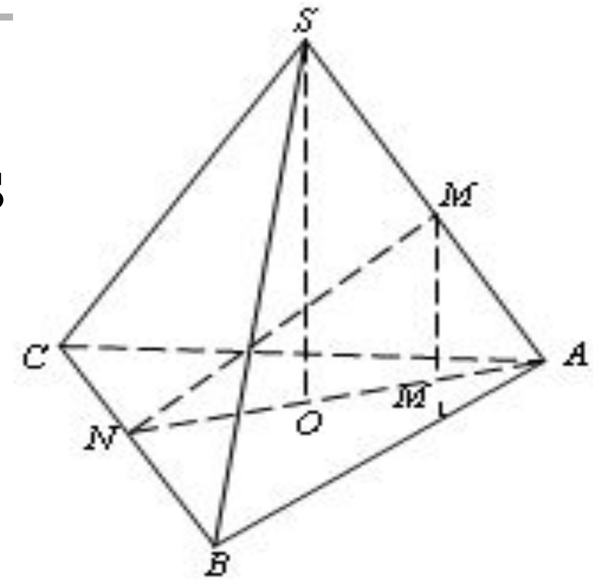
Признак. Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости.



$$\left.\begin{array}{l} a \in \alpha,\ b \in \alpha \\ m \perp a \\ m \perp b \end{array}\right\} \Rightarrow m \perp \alpha$$

Пример

В правильной треугольной $SABC$ пирамиде с основанием ABC известны ребра $AB = 24\sqrt{3}, SC = 25$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.



Решение

N- середина ребра BC, M- середина AS. Прямая AS проецируется на плоскость основания в прямую AN. Поэтому проекция точки M- точка M_1 => прямая AN является проекцией прямой AM => угол M_1NM- искомый. Т.к. $MM_1 \parallel SO$, где O — центр основания, M M_1– средняя линия треугольника SAO

Тогда: $AO = CO = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 24\sqrt{3} = 24, NM_1 = AN - \frac{1}{2}AO = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 24\sqrt{3} = 24.$

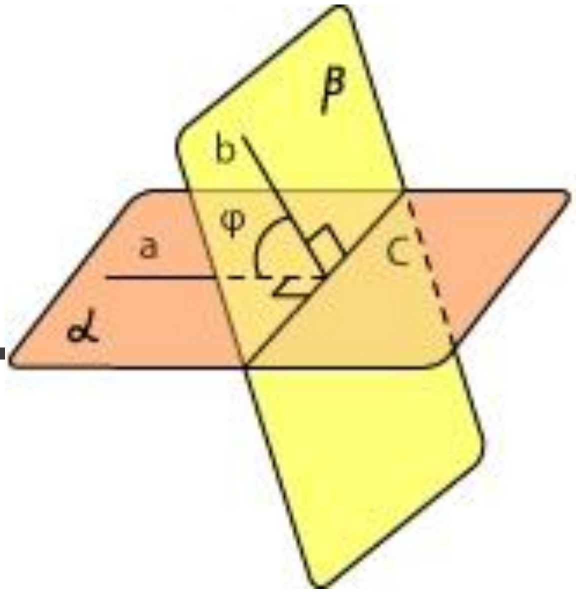
Кроме того $MM_1 = \frac{1}{2}SO = \frac{1}{2}\sqrt{SC^2 - CO^2} = \frac{7}{2}.$

Из прямоугольного треугольника M_1NM находим: $\operatorname{tg}\angle M_1NM = \frac{MM_1}{NM_1} = \frac{7}{48}.$

Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{7}{48}.$

Угол между плоскостями

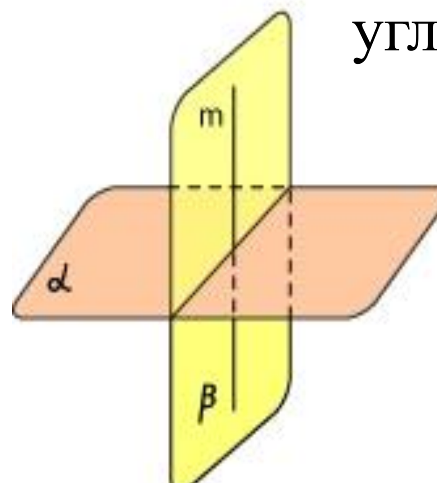
Угол между плоскостями — это угол между перпендикулярами к линии их пересечения, проведенными в этих плоскостях.



Две пересекающиеся плоскости образуют две пары равных между собой

двугранных углов. Угол φ-линейный угол двугранного угла

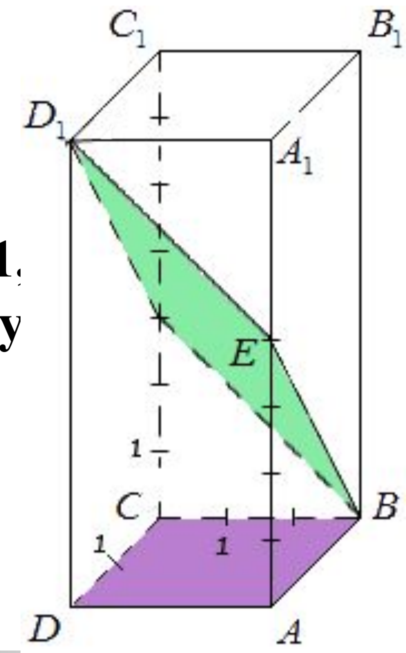
Признак. Если плоскость α проходит через перпендикуляр к плоскости β, то плоскости α и β перпендикулярны.



$$\left.\begin{matrix} m \in \beta \\ m \perp \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow \alpha \perp \beta$$

Пример.

Дан прямоугольный параллелепипед ABCDA1B1C1D1, в котором AB=3, AD=2, AA1=7 и точка E делит сторону AA1 в отношении 4 к 3, считая от точки A. Найдите угол между плоскостями ABC и BED1.

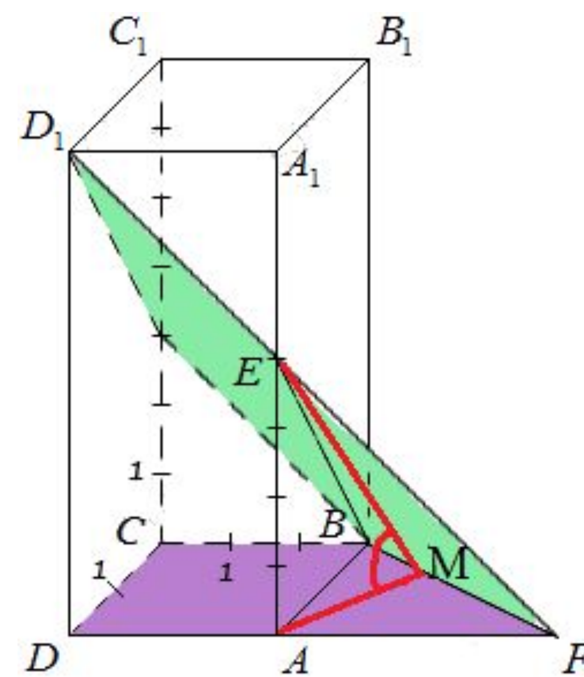


Решение

Построим искомый угол ([Гиперссылки\1.docx](Гиперссылки\1.docx)) .Таким образом, искомый угол между плоскостями ABC и BED$_1$ равен углу AME.

Найдем длины сторон треугольника AME: так как точка E делит сторону AA$_1$ в отношении 4 к 3, считая от точки A, а длина стороны AA$_1$ равна 7, то AE=4.

Чтобы найти AM, рассмотрим прямоугольный треугольник ABF: AM- высота треугольника, AB=2(по условию), длину стороны AF мы можем найти из подобия прямоугольных треугольников DD$_1$F и AEF:



$$\frac{AE}{DD_1}=\frac{AF}{DF} \Leftrightarrow \frac{AE}{DD_1}=\frac{AF}{DA+AF} \Rightarrow$$

$$\frac{4}{7}=\frac{AF}{3+AF} \Leftrightarrow AF=4$$

По теореме Пифагора из треугольника ABF находим : $BF=\sqrt{AB^2+AF^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

Длину AM найдем через площади треугольника ABF:

1) $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AF$

2) $S_{ABC}=\frac{1}{2}BF\cdot AM$ Откуда- $AM=\frac{AB\cdot AF}{BF}=\frac{2\cdot 4}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

Таким образом, из прямоугольного треугольника AEM имеем:

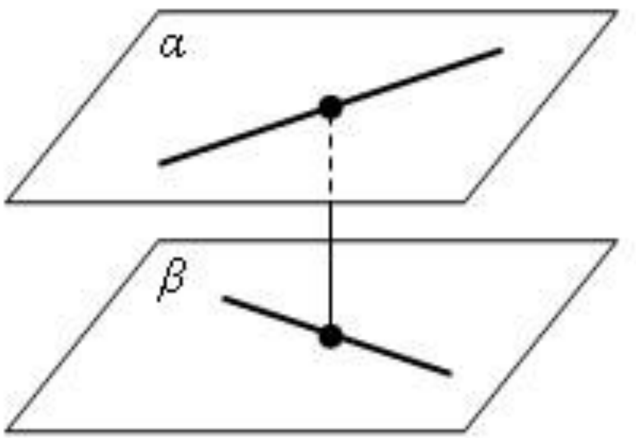
$$tg\angle AME=\frac{AE}{AM}=\frac{4}{\frac{4\sqrt{5}}{5}}=\sqrt{5}$$

Тогда искомый угол между плоскостями ABC и BED_1 равен $arctg\sqrt{5}$

Ответ: $arctg\sqrt{5}$

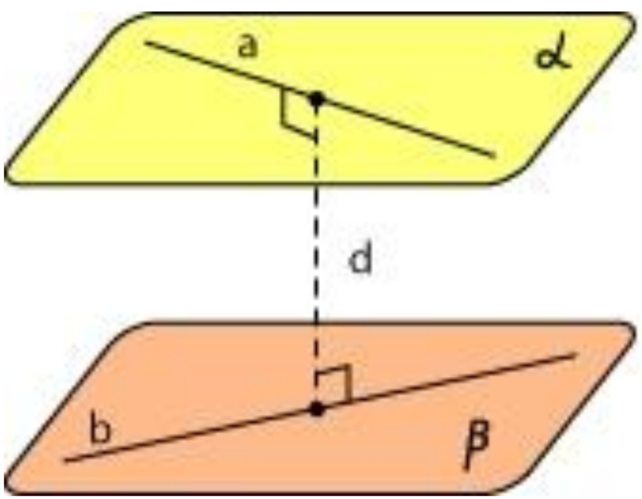
Скрещивающиеся прямые

Прямые, не лежащие в одной плоскости и не имеющие общих точек, называются **скрещивающимися.**



Признак: Если одна из двух прямых лежит в плоскости, а другая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей первой прямой, то эти прямые скрещиваются.

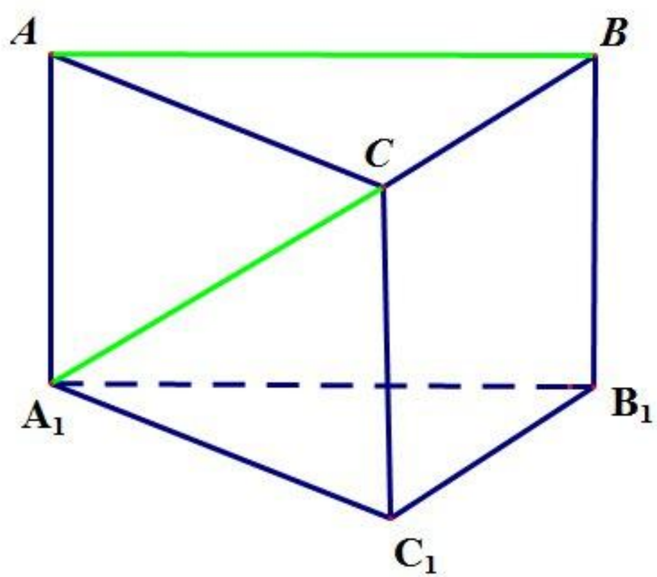
Расстояние между скрещивающимися прямыми



Расстоянием между двумя скрещивающимися прямыми a и b называется длина их общего перпендикуляра.

Пример. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

- В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AB и A_1C.

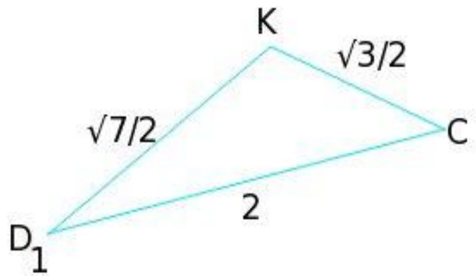


Решение:

- Строим перпендикуляр между скрещивающимися прямыми (Гиперссылки\3.docx) KD_1 – линия пересечения плоскости ABD_1 и плоскости DCC_1.

- Рассмотрим треугольник D_1KC. Нам нужно найти расстояние от точки C до прямой D_1K (высоту).

$KC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (из треугольника KBC), $D_1K = \frac{\sqrt{7}}{2}$ (из треугольника DD_1K), $D_1C = 2$ (из треугольника D_1CC_1):



- $\cos C = \dfrac{4+\frac{3}{4}-\frac{7}{4}}{2\frac{\sqrt{3}}{2}2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (по теореме косинусов).
- $\sin C = \frac{1}{2}$ (по основному тригонометрическому тождеству).
- $S_{D1KC} = \frac{1}{2}\,2\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ($S = \frac{1}{2}ab\sin\alpha$).
- $\frac{1}{2}\frac{\sqrt{7}}{2}H = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow H = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$ (из площади).

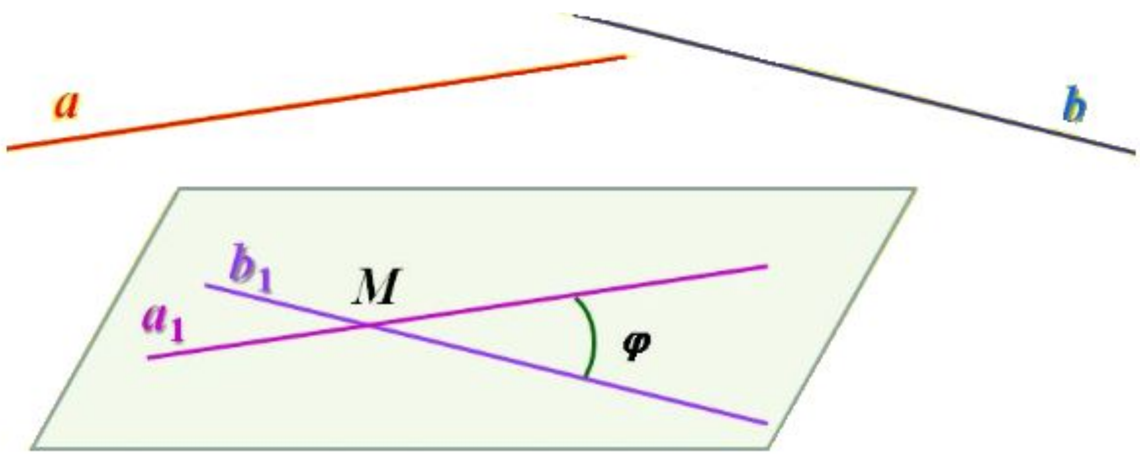
Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Угол между скрещивающимися прямыми

За величину угла между скрещивающимися прямыми a и b принимается величина угла между параллельными им пересекающимися в некоторой точке M прямыми a_1 и b_1, то есть

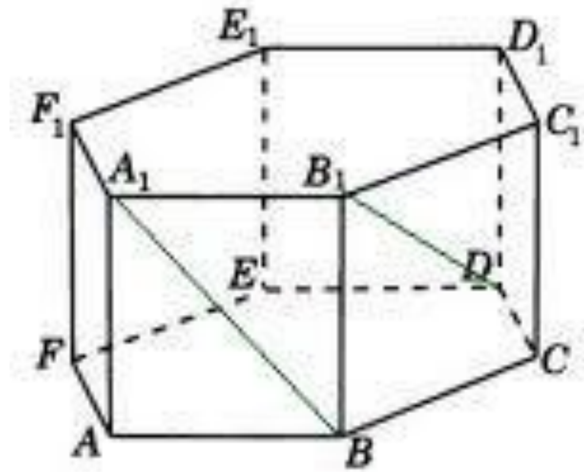
$$\widehat{(a; b)} = \widehat{(a_1; b_1)} = \varphi$$

где $a_1 \parallel a$ и $b_1 \parallel b$, $a_1 \cap b_1 = \{M\}$



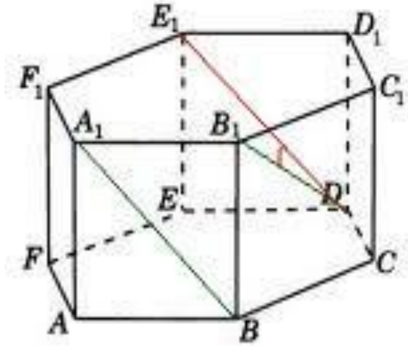
Пример. Нахождение угла между скрещивающимися прямыми.

В правильной шестиугольной призме $A…F_1$, все ребра которой равны 1, найти косинус угла между прямыми BA_1 и DB_1:

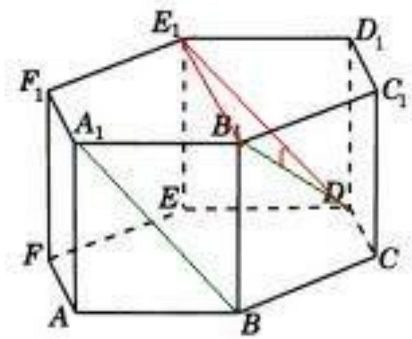


Решение:

- Проведем прямую DE_1 параллельно прямой BA_1:



- B_1DE_1 равен углу между прямыми BA_1 и DB_1, так как эти углы имеют параллельные стороны.
- Чтобы найти косинус угла B_1DE_1, рассмотрим треугольник B_1DE_1(Гиперссылки\2.docx)
- Мы получили равнобедренный треугольник DB_1E_1:



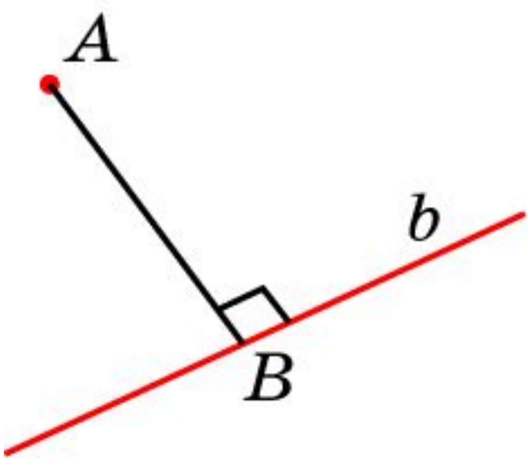
$B_1K \perp DE_1$

$$DK = \frac{DE1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Cos } B_1DE_1 = \frac{DK}{DB_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Расстояние от точки до прямой



Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

Если точка лежит на прямой, то расстояние от точки до прямой считается равным нулю. В конкретных задачах вычисление расстояния от точки до прямой сводится к нахождению высоты какой-либо подходящей планиметрической фигуры — треугольника, параллелограмма или трапеции.

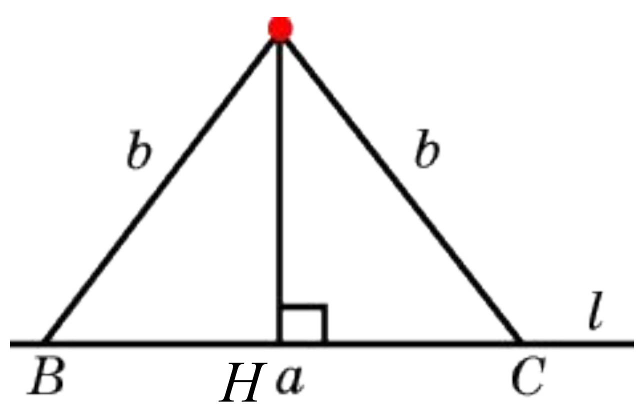
Нахождение расстояний 1

Для нахождения расстояния от точки A до прямой l перпендикуляр AH, опущенный из данной точки на данную прямую, представляют в качестве высоты треугольника, одной вершиной которого является точка A, а сторона BC, противолежащая этой вершине, лежит на прямой l. Зная стороны этого треугольника, можно найти и его высоту.

При этом возможны следующие случаи:

1. Треугольник ABC – равнобедренный, $AB = AC$. Пусть $AB = AC = b$, $BC = a$. Искомый перпендикуляр находится из прямоугольного треугольника ABH:

$$AH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}.$$



Нахождение расстояний 2

2. Треугольник ABC – равнобедренный, $AC = BC$.

Пусть $AB = c$, $AC = BC = a$. Найдем высоту CG.

$$CG = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}.$$

Площадь треугольника ABC равна

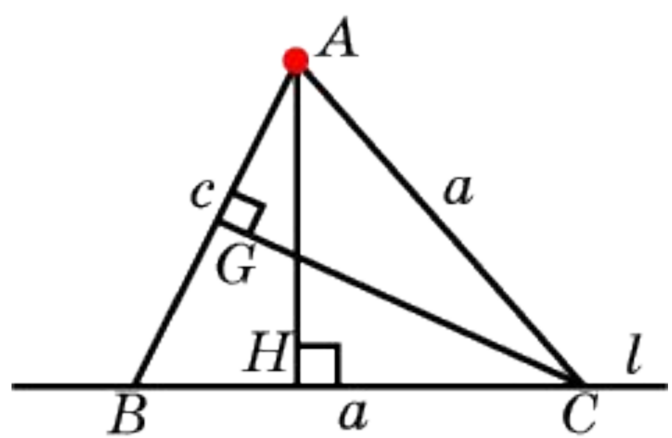
$$\frac{1}{2}AB \cdot CG = \frac{1}{2}c\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{c\sqrt{4a^2 - c^2}}{4}.$$

С другой стороны, площадь этого треугольника равна

$$\frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}a \cdot AH.$$

Приравнивая первое и второе значения площади, получим значение искомого перпендикуляра

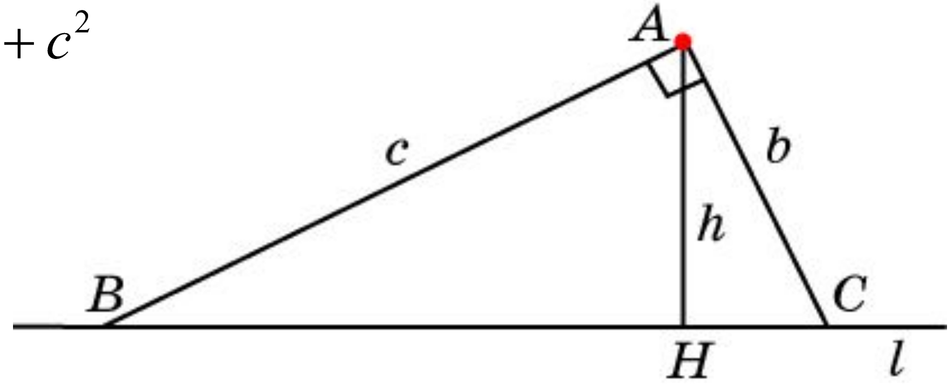
$$AH = \frac{c\sqrt{4a^2 - c^2}}{2a}.$$



Нахождение расстояний 3

3. Треугольник ABC – прямоугольный, угол A – прямой. Пусть $AB = c$, $AC = b$. Тогда гипотенуза BC равна $\sqrt{b^2 + c^2}$ Удвоенная площадь треугольника ABC, с одной стороны, равна bc, а с другой $h\sqrt{b^2 + c^2}$. Следовательно,

$$h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$



Нахождение расстояний 4

4. Треугольник ABC – произвольный.

Пусть $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$, $\angle ACB = \varphi$.

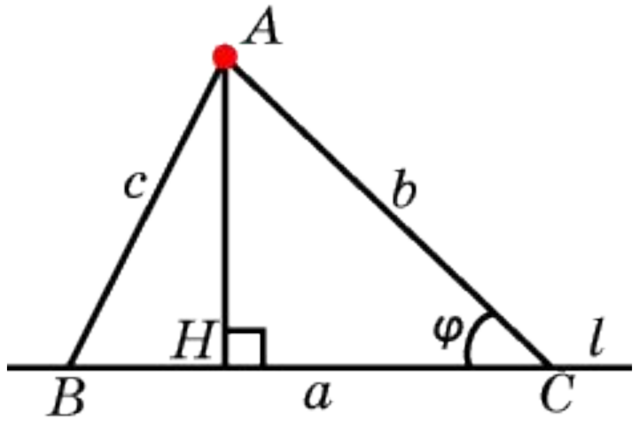
По теореме косинусов имеет место равенство $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi$.

Откуда $\cos\varphi = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

Зная косинус угла, можно найти его синус $\sin\varphi = \sqrt{1 - \cos^2\varphi}$,

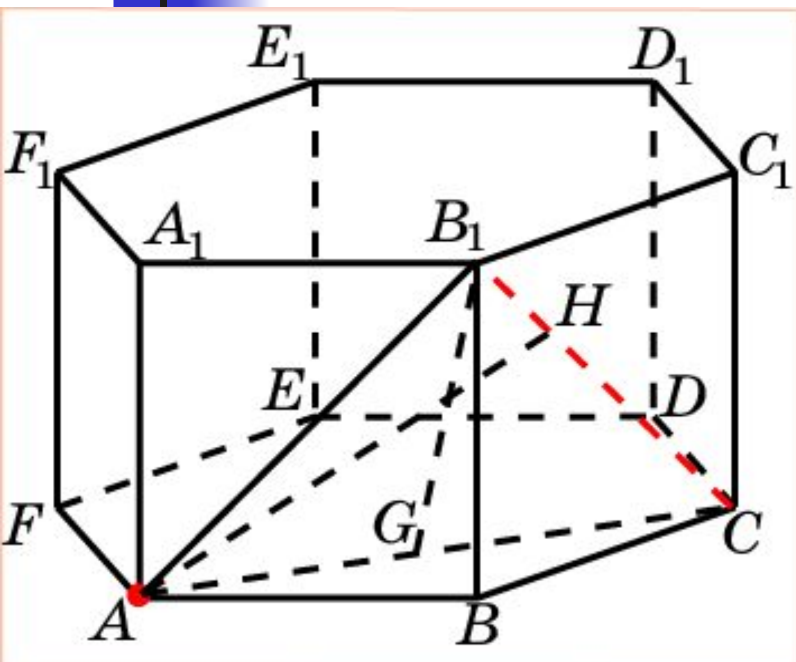
а зная синус , можно найти высоту

$$AH = b \cdot \sin\varphi.$$



Пример

В правильной 6-й призме $A\ldots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CB_1.



Решение: Искомое расстояние равно высоте AH треугольника ACA_1, в котором $AC = \sqrt{3}$, $AB_1 = CB_1 = \sqrt{2}$.

Высота BG этого треугольника равна $\frac{\sqrt{5}}{2}$. Его площадь равна

$$\frac{1}{2} AC \cdot B_1G = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

С другой стороны, эта площадь равна

$$\frac{1}{2} CB_1 \cdot AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot AH.$$

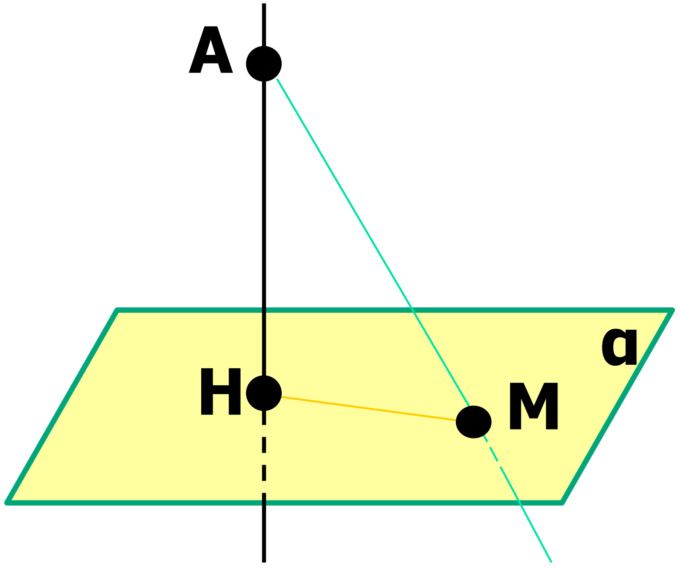
Приравнивая площади, получим

$$AH = \frac{\sqrt{30}}{4}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

Расстояние от точки до плоскости

Если точка не принадлежит плоскости, то расстояние от точки до плоскости — это длина перпендикуляра, проведённого из точки на данную плоскость.
Если точка принадлежит плоскости, то расстояние от точки до плоскости равно нулю.



Расстояние от точки до плоскости

Методы

- Поэтапно-вычислительный метод
- Метод параллельных прямых и плоскостей
- Векторный метод
- Координатный метод
- Метод объемов

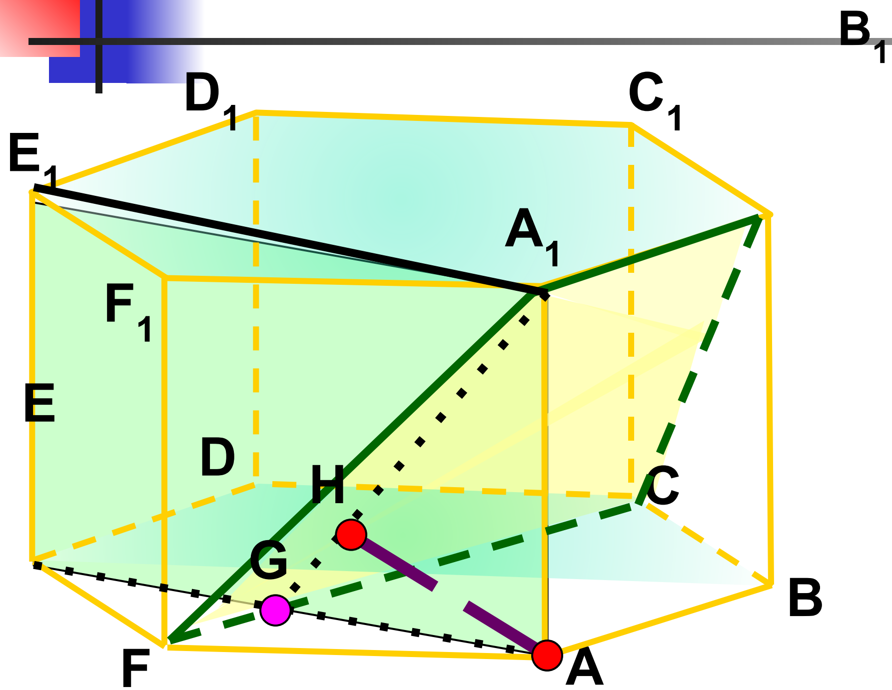
В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, ребра которой равны 1, найти расстояние от точки A до плоскости A_1B_1C.

$$FC \perp AE, FC \perp AA_1 \Rightarrow FC \perp (AA_1E_1).$$

$$FC \cap AE = G.$$

$$(AA_1E_1) \perp (A_1B_1C) - \left[FC \in (A_1B_1C)\right],$$

$$(AA_1E_1) \cap (A_1B_1C) = A_1G.$$



Высота AH в треугольнике AA_1G – искомое расстояние.

Из прямоуг. треугольника ADE:

$$AE = \sqrt{AD^2 - ED^2} = \sqrt{3}, AG = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Из прямоуг. треугольника AGA_1:

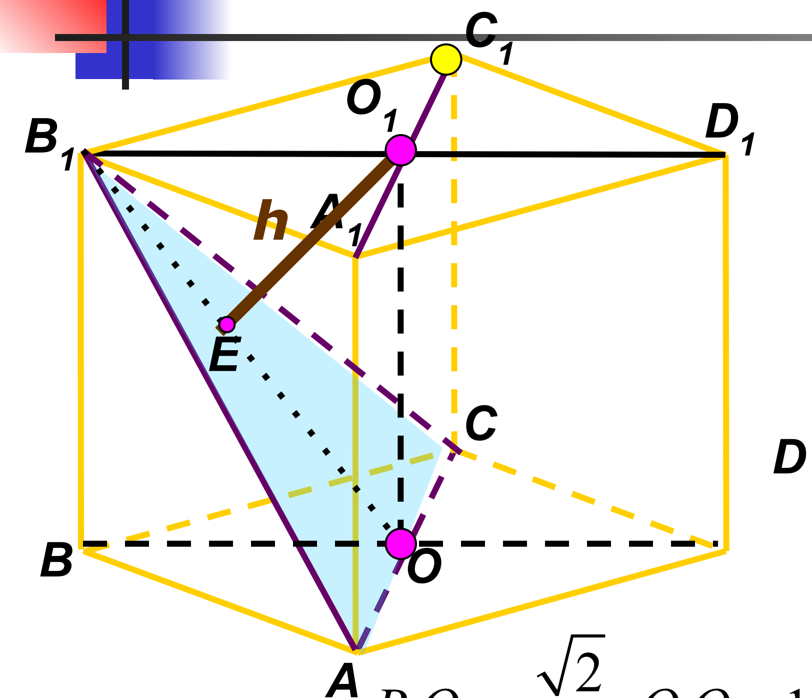
$$GA_1 = \sqrt{\frac{3}{4} + 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

$$AH = \frac{AG \cdot AA_1}{GA_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 : \frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$

Ответ: $\sqrt{\frac{3}{7}}.$

В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найти расстояние от точки C_1 до плоскости AB_1C

$A_1C_1 \parallel AC$, то $A_1C_1 \parallel \left(AB_1C\right)$.



Поэтому искомое расстояние h равно расстоянию от произвольной точки A_1C_1 до плоскости AB_1C.

Обозначим расстояние от O_1 до (AB_1C) через h.

Покажем, что $O_1E \perp AB_1C$.

$$O_1E \in BB_1D_1D,\ AC \perp BB_1D_1D \Rightarrow O_1E \perp AC$$

O_1E – перпендикуляр к (AB_1C), а $O_1E = h$

Так как $B_1O_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}, O_1O = 1,$ то из прямоугольного треугольника OB_1O_1:

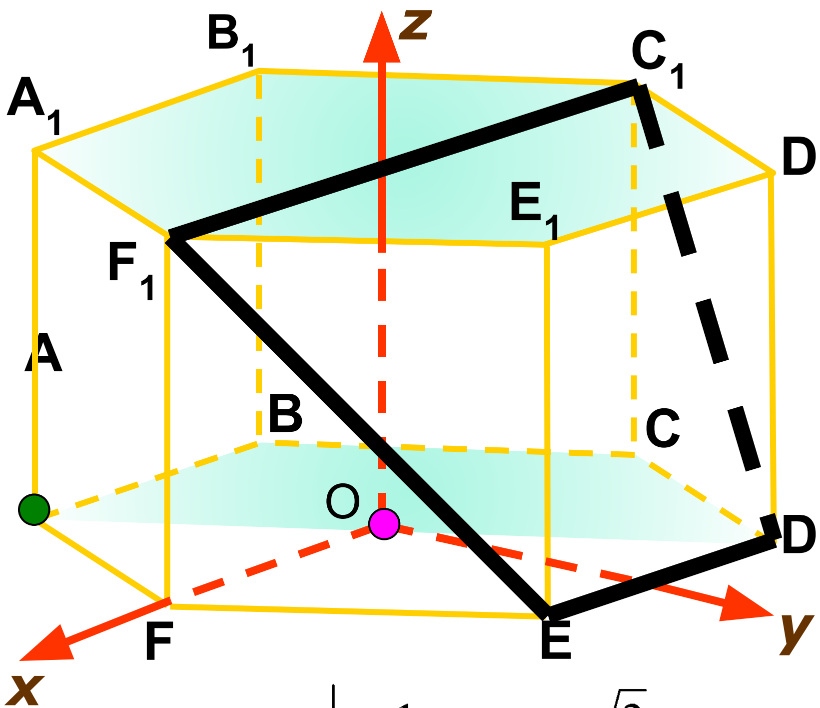
$OB_1 = \sqrt{\dfrac{1}{2} + 1} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}.$ Искомое расстояние: $h = \dfrac{B_1O_1 \cdot O_1O}{OB_1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 : \sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

Ответ: $\dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, ребра которой равны 1, найти расстояние от точки A до плоскости DEF_1

Введем систему координат и найдем координаты точек:

$$A\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right), D\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right), E\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right), F_1(1;0;1).$$



$ax+by+cz+d=0-$ уравнение (DEF_1).

Подставим координаты точек D, E, F_1 в уравнение:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a+\frac{\sqrt{3}}{2}b+d=0, (D) \\ \frac{1}{2}a+\frac{\sqrt{3}}{2}b+d=0, (E) \\ a+c+d=0. (F_1) \end{cases} \quad \begin{cases} a=0, \\ b=-\frac{2\sqrt{3}}{3}d, \\ c=-d. \end{cases}$$

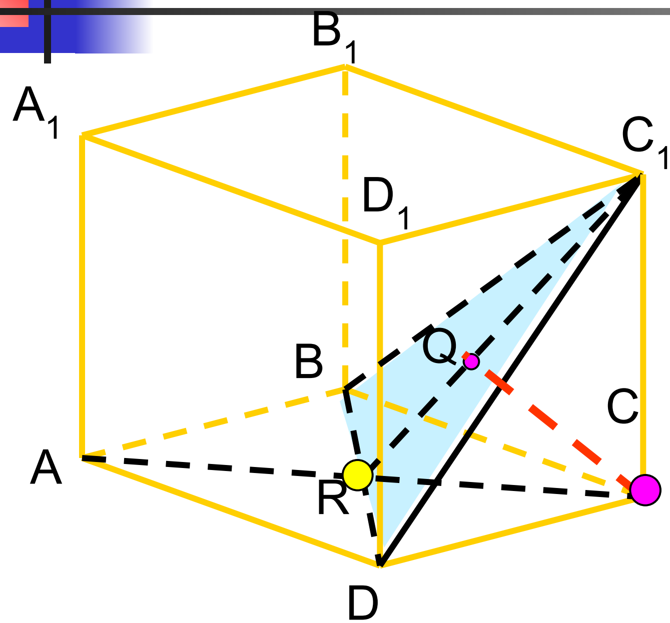
уравнение (DEF_1): $2\sqrt{3}y+3z-3=0.$

$$\rho(A, DEF_1)=\frac{\left|0\cdot\frac{1}{2}-2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+3\cdot0-3\right|}{\sqrt{0^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2+3^2}}=\frac{6}{\sqrt{21}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$$

Ответ: $\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно а. Найти расстояние от точки С до плоскости BDC_1

Расстояние х равно высоте CQ, опущенной в пирамиде $BCDC_1$ из вершины С на основание BDC_1



$$V_1 = \frac{1}{3}S_{BCD}\cdot CC_1 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot BC\cdot CD\cdot CC_1 = \frac{a^3}{6}.$$

Треугольник BDC_1 – равносторонний.

$$V_2 = \frac{1}{3}S_{BC_1D}\cdot CQ = \frac{1}{3}\cdot\frac{\left(a\sqrt{2}\right)^2\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot x = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}\cdot x.$$

Так как $V_1 = V_2$, то получаем уравнение: $$\frac{a^3}{6} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}\cdot x;\ x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Ответ: $\frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Метод координат

Главные формулы

1. **Косинус угла φ** между векторами $a = (x_1; y_1; z_1)$ и $b = (x_2; y_2; z_2)$:

$$\cos\varphi = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

2. **Уравнение плоскости в трехмерном пространстве:**
$Ax + By + Cz + D = 0$, где A, B, C и D — действительные числа, причем, если плоскость проходит через начало координат, $D = 0$. А если не проходит, то $D = 1$.

3. **Вектор, перпендикулярный к плоскости (нормаль)**
$Ax + By + Cz + D = 0$, имеет координаты: $n = (A; B; C)$.

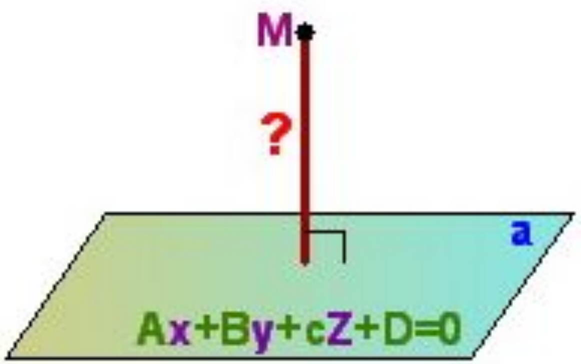
4.Координаты середины отрезка

Итак, пусть отрезок задан своими концами — точками A = (x_a; y_a; z_a) и B = (x_b; y_b; z_b). Тогда координаты середины отрезка — обозначим ее точкой H — можно найти по формуле:

$$H = \left(\frac{x_a + x_b}{2}; \frac{y_a + y_b}{2}; \frac{z_a + z_b}{2}\right)$$

5. Расстояние от точки до плоскости:

$$\rho(M;\alpha) = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C \cdot z_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

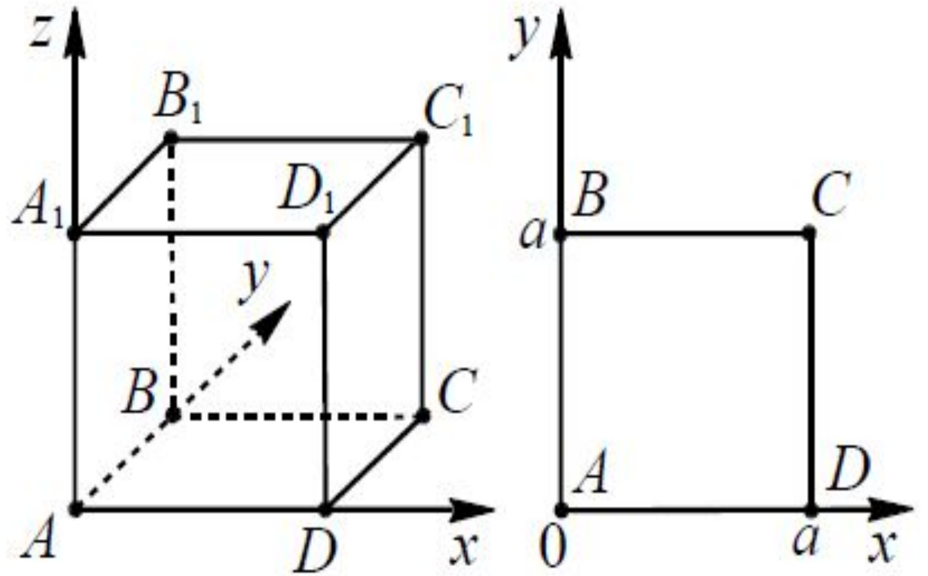


6. Расстояние между точками A (x_1 ; y_1; z_1) и B(x_2 ; y_2; z_2) равно

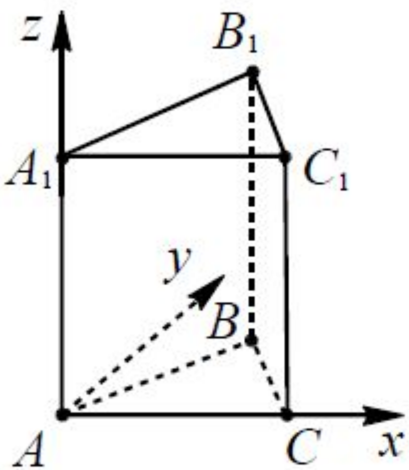
$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

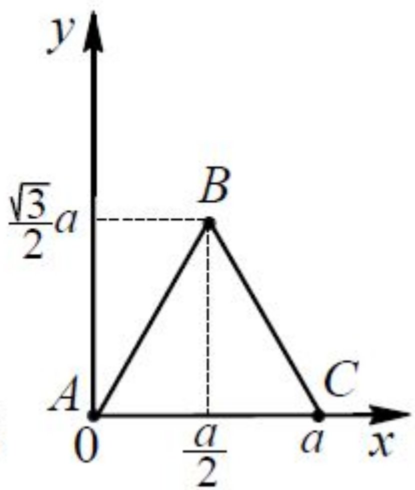
Куб *ABCDA₁B₁C₁D₁* с ребром *a*

$A(0;\,0;\,0)$, $B(0;\,a;\,0)$, $C(a;\,a;\,0)$,
$D(a;\,0;\,0)$, $A_1\ (0;\,0;\,a)$, $B_1(0;\,a\,;a\,)$,
$C_1(\,a;\,a;\,a\,)$, $D_1\,(\,a;\,0;\,a\,)$



*Правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, сторона основания которой равна **a**, а боковое ребро **b***

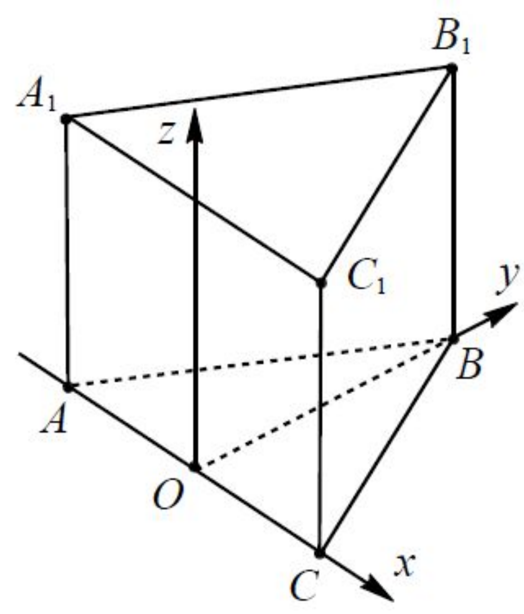




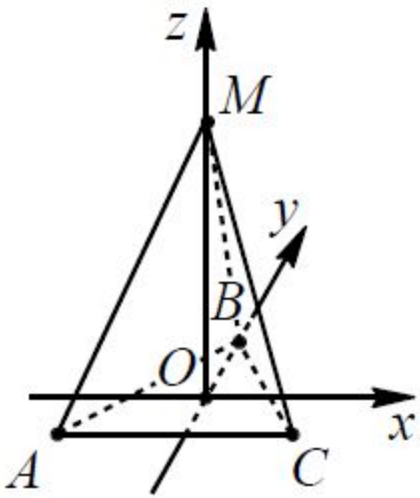
$A(0;0;0)$, $B\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C(a;0;0)$,

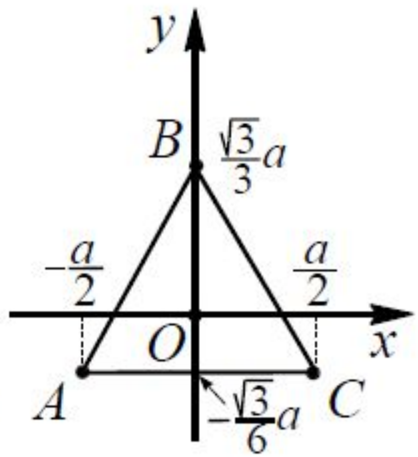
$A_1(0;0;b)$, $B_1\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};b\right)$, $C_1(a;0;b)$.

Другой вариант



Правильная треугольная пирамида ***MABC*** *, сторона основания которой равна* ***a*** *, а высота* ***h*** *.*

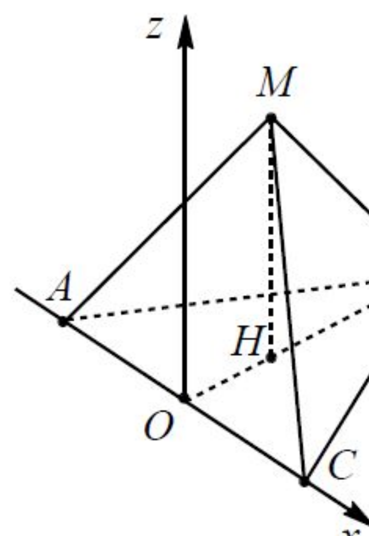




$$A\left(-\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0\right),\ B\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; 0\right),$$

$$C\left(\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0\right),\ M(0; 0; h).$$

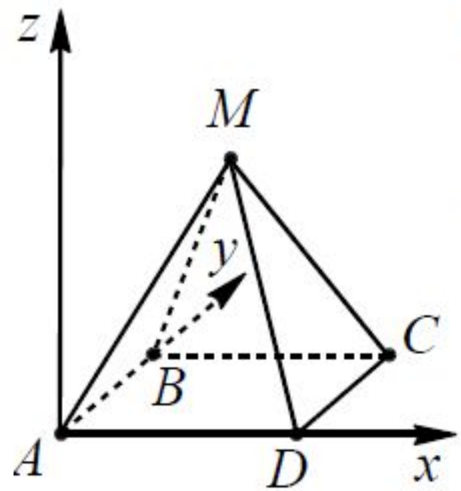
Другой вариант

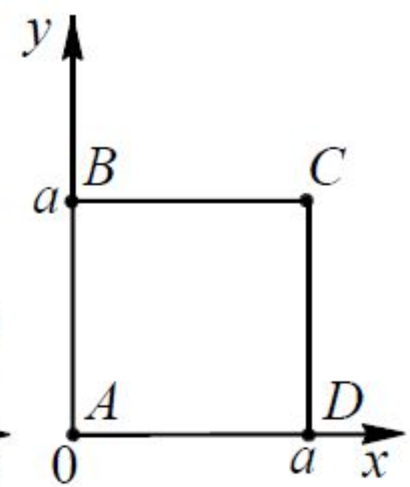


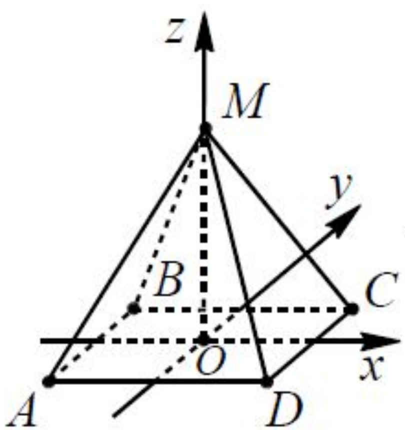
Правильная четырехугольная пирамида MABC *, сторона основания которой равна* ***a*** *, а высота* ***h*** *.*

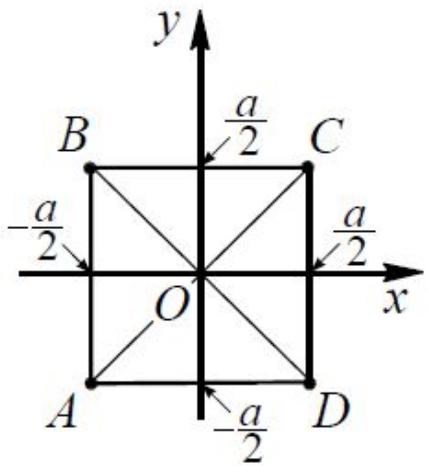
$A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C(a;a;0)$,

$D(a;0;0)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};h\right)$.





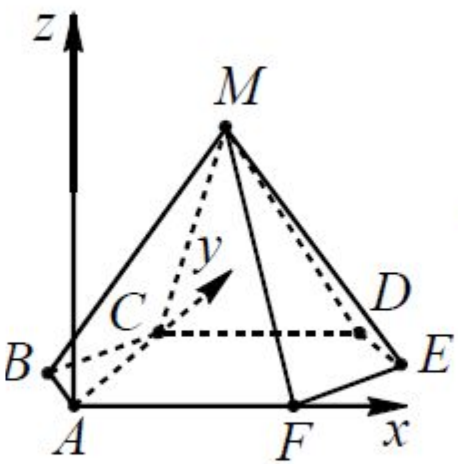


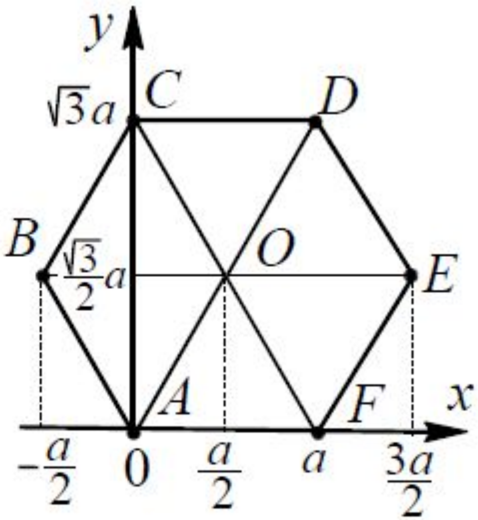


$A\left(-\frac{a}{2};-\frac{a}{2};0\right)$, $B\left(-\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$, $C\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$,

$D\left(\frac{a}{2};-\frac{a}{2};0\right)$, $M(0;0;h)$.

Правильная шестиугольная пирамида ***MABCDEF*** *, сторона основания которой равна* ***a*** *, а высота* ***h***



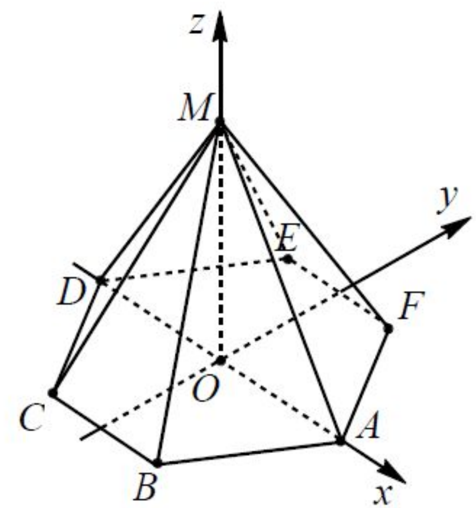


$A(0;0;0)$, $B\left(-\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};h\right)$

$C\left(0;a\sqrt{3};0\right)$, $D(a;a\sqrt{3};0)$,

$E\left(\frac{3a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $F(a;0;0)$

Другой вариант



Пример

Дано:

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AD_1 и CE_1, где D_1 и E_1 — соответственно середины ребер A_1C_1 и B_1C_1.

Решение:

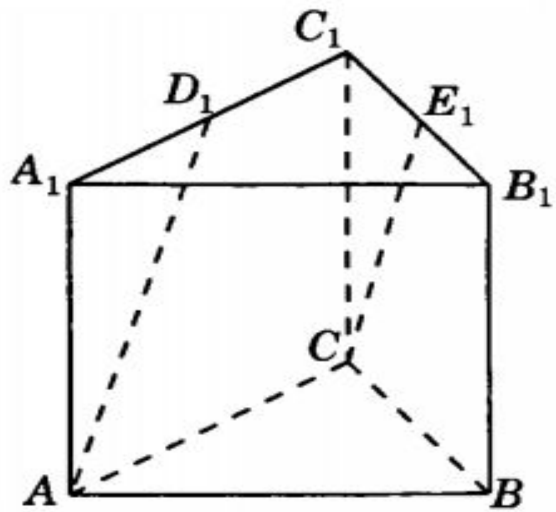
1) Координаты точек задающих прямые, указанные в условии задачи

$A\,(0,0,0), D_1(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},1), C(0,5;\frac{\sqrt{3}}{2},0), E_1(\frac{3}{4};\frac{\sqrt{3}}{4},1).$

2) Найдем координаты векторов: $\overrightarrow{AD_1}\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},1\right)$ и $\overrightarrow{CE_1}\,(\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{3}}{4},1)$

3) Найдем косинус угла между векторами $\cos\alpha = \dfrac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}+1\cdot 1}{\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{3}{16}+1}\cdot\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{3}{16}+1}} = 0{,}7;$

Ответ: 0,7.

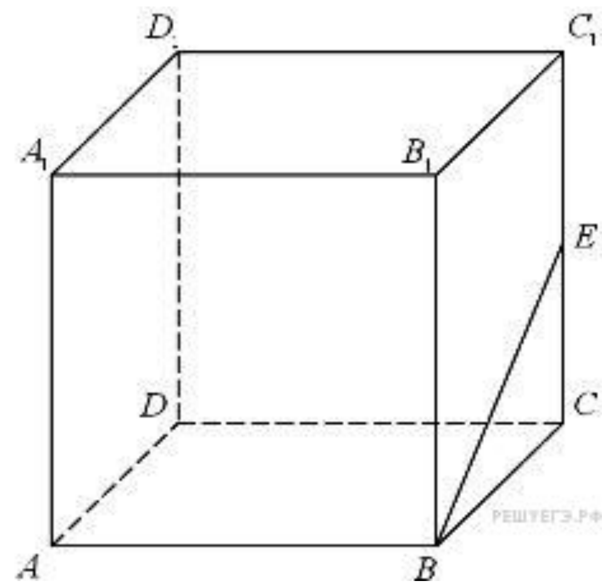


Пример 2. Точка Е — середина ребра CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между прямыми BE и AD.

1. Вводим систему координат с началом в точке D(0; 0; 0).
2. Примем сторону куба за единицу. Координаты точек:

A (1; 0; 0);
D (0; 0; 0);
B (1; 1; 0);
E (0; 1; 0,5).

3. Тогда
   AD {-1; 0; 0};
   BE {-1; 0; 0,5};



4. $\cos\alpha = \dfrac{|-1*(-1)+0+0|}{\sqrt{1+0+0}+\sqrt{1+0+0,25}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}.$

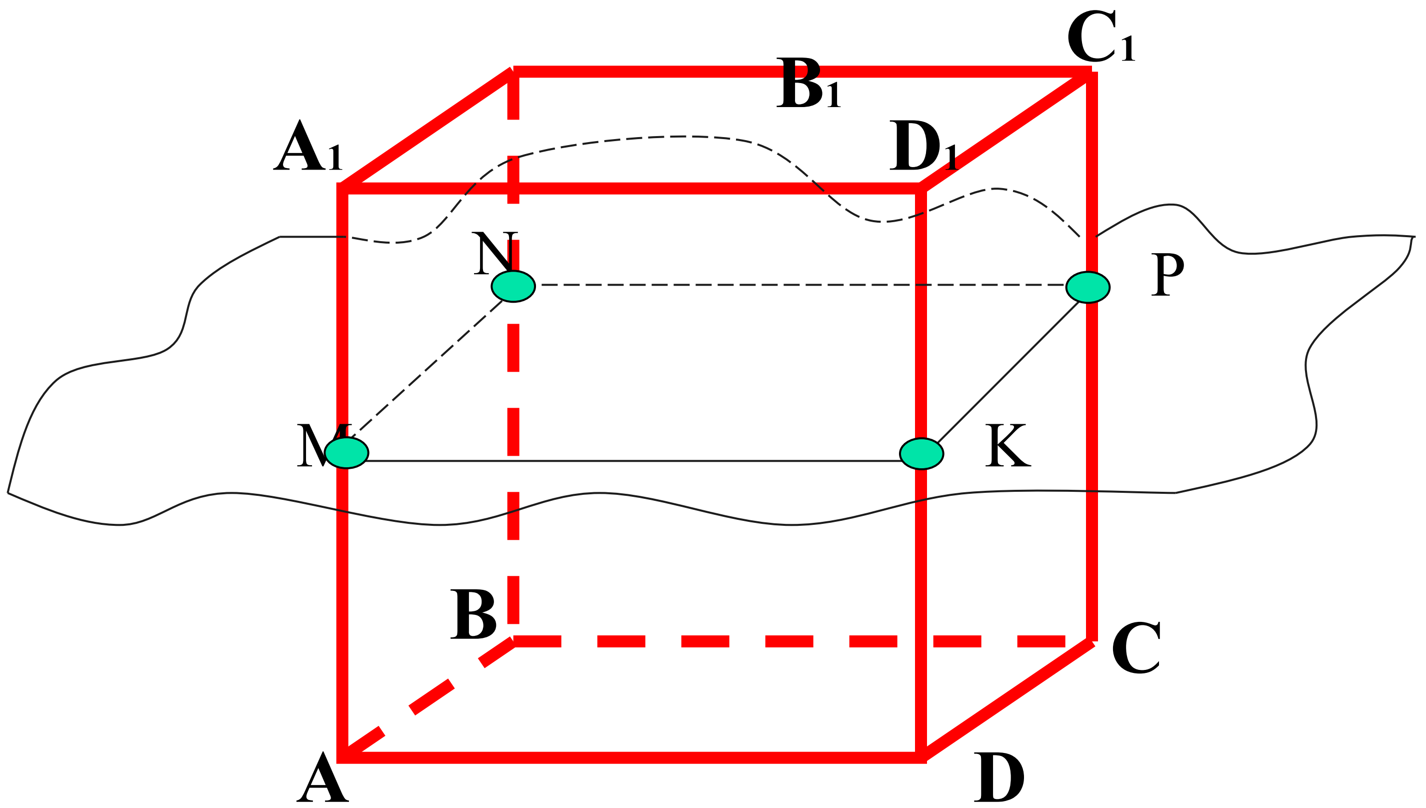
Отсюда

$\alpha = \arccos\dfrac{2\sqrt{5}}{5}.$

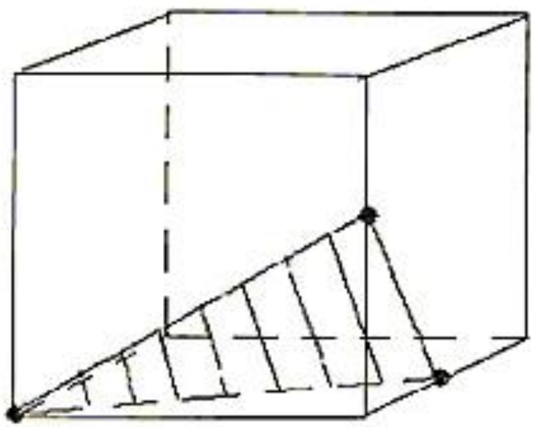
Ответ: $\alpha = \arccos\dfrac{2\sqrt{5}}{5}.$

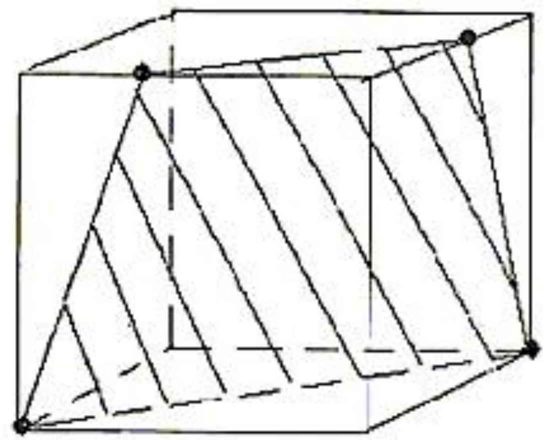
Сечения

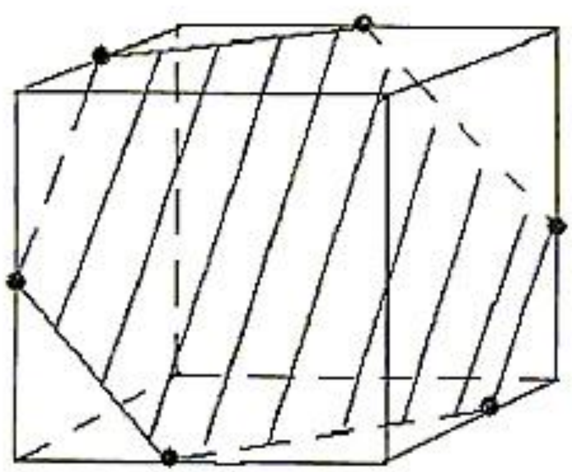
- Секущей плоскостью куба называют любую плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного куба.



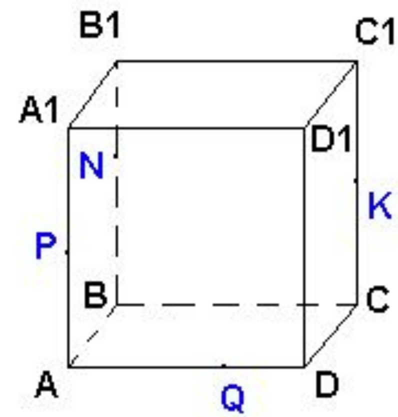
Секущей плоскостью куба может быть ***треугольник***, ***четырехугольник***, ***пятиугольник*** и ***шестиугольник***.





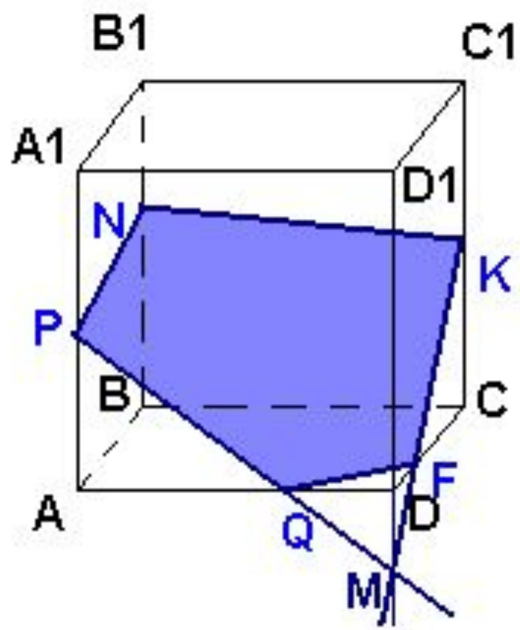


Пример. A...D1 – куб. Точки P, N, K, Q принадлежат ребрам AA_1, BB_1, CC_1, AD. Построить сечение куба плоскостью PNKQ.



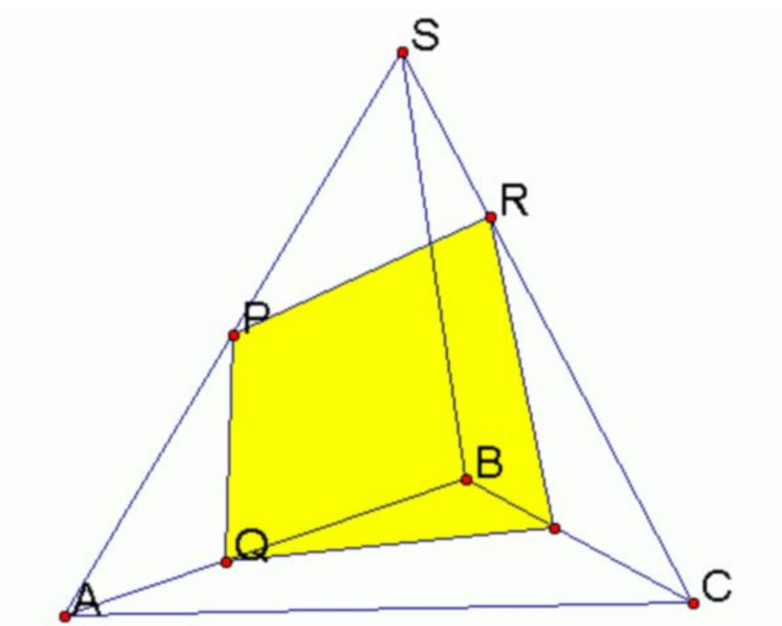
Решение:

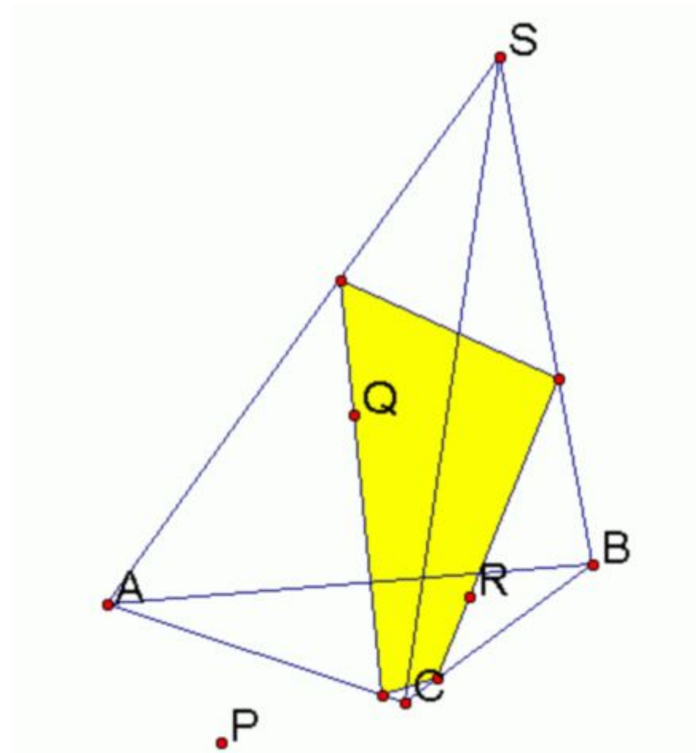
Соединим точки P и N.
M – точка пересечения прямых PQ и DD1.
Проведем прямую MK.
Соединим точки N и K.
NPQFK – искомое сечение.



Тетраэдр - это многогранник, одна из граней которого – произвольный треугольник.

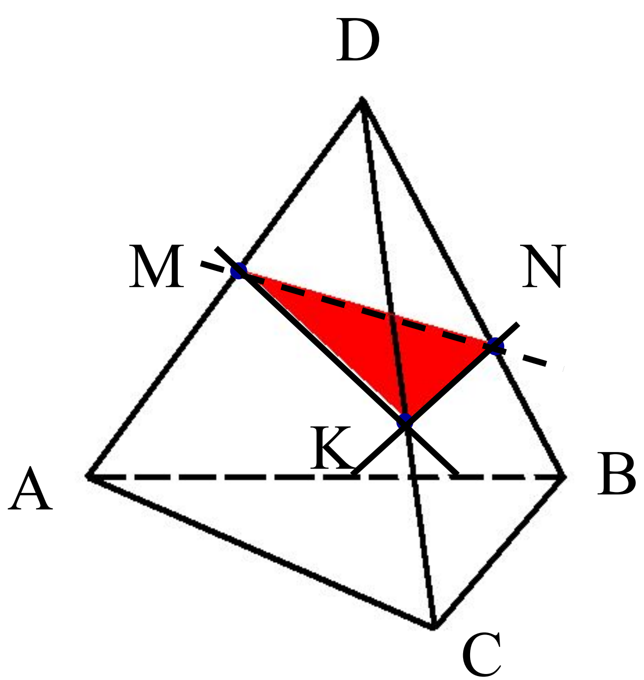
Так как тетраэдр имеет четыре грани, то его сечениями могут быть только ***треугольники*** и ***четырехугольники***.





Пример.

Построить сечение тетраэдра DABC плоскостью, проходящей через точки M,N,K



1. Проведем прямую через точки М и К, т.к. они лежат в одной грани (ADC).

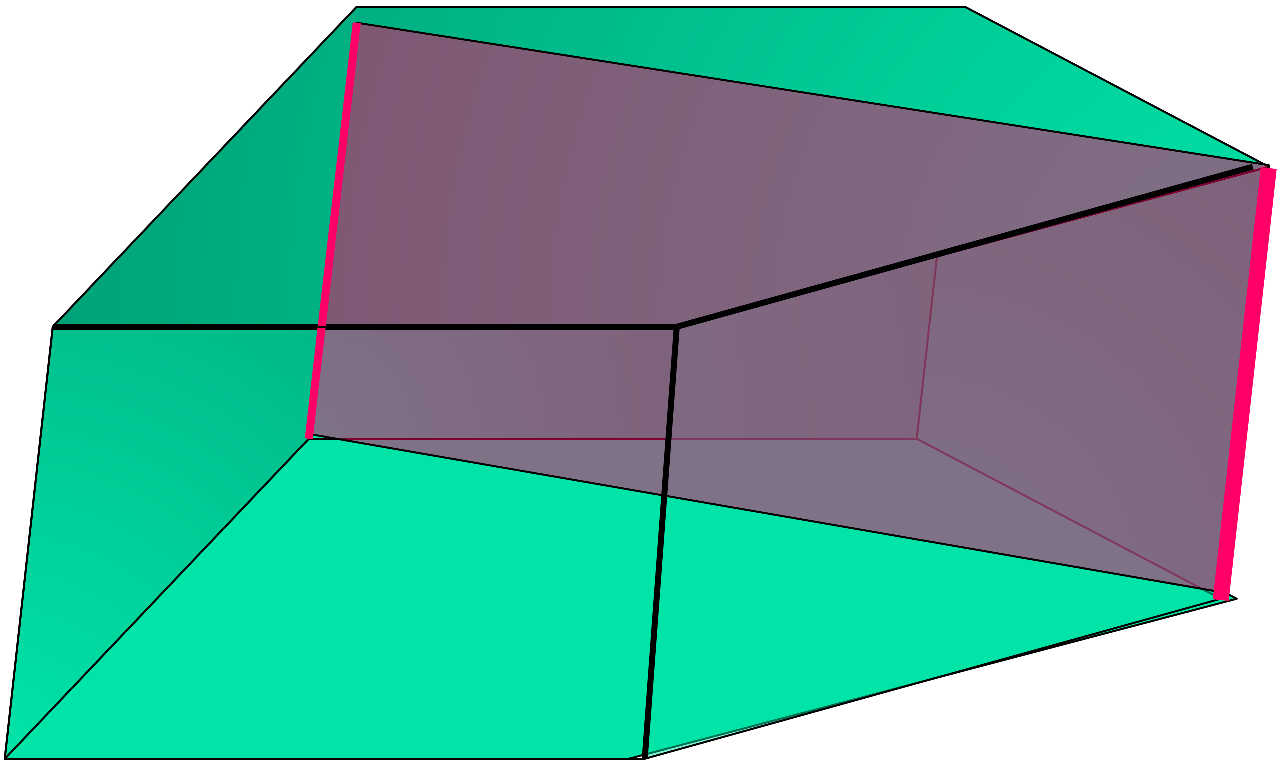
2. Проведем прямую через точки К и N, т.к. они лежат в одной грани (CDB).

3. Аналогично рассуждая, проводим прямую MN.

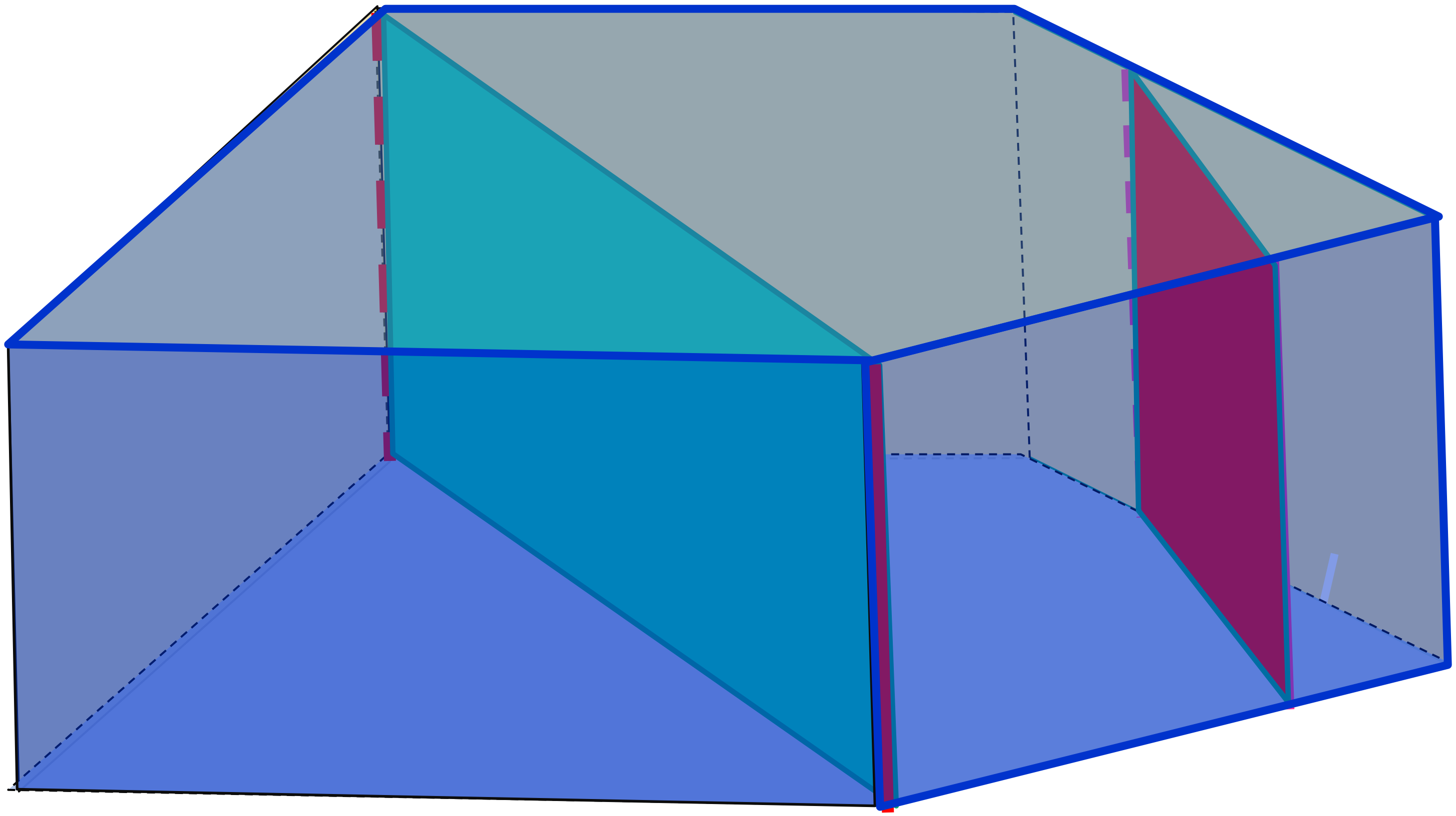
4. Треугольник MNK - искомое сечение.

Построение сечений призмы.

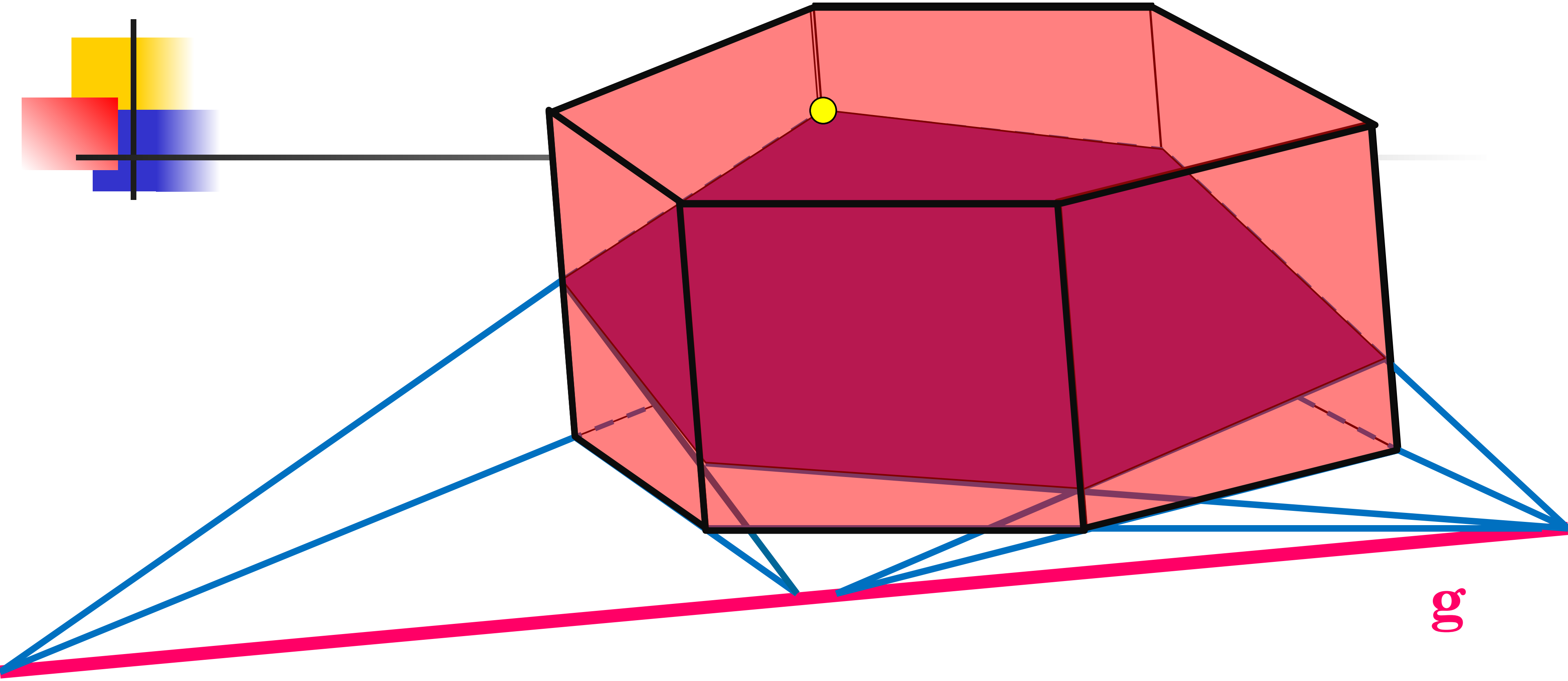
Сечения призмы плоскостями, проходящими через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани.



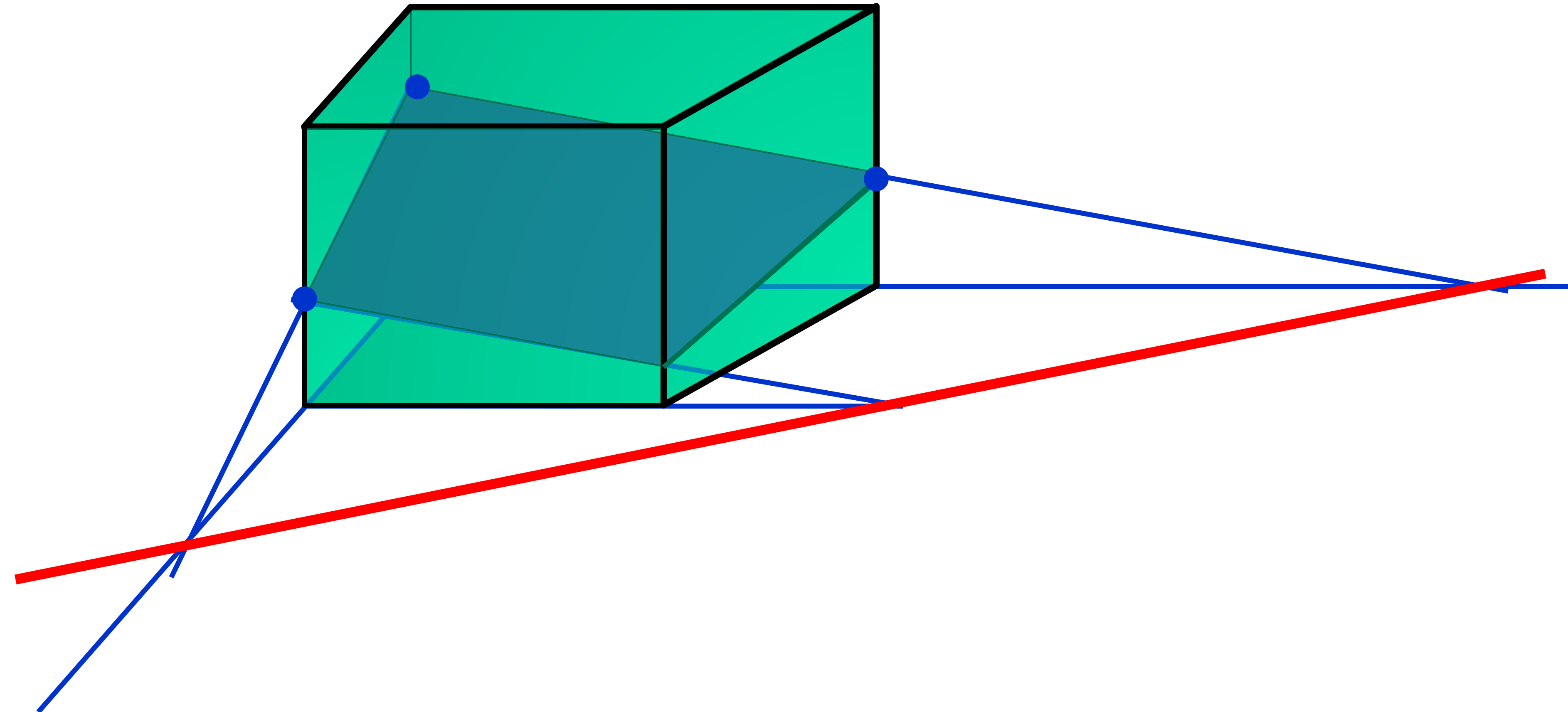
Построение сечения призмы плоскостями, параллельными боковому ребру.



Построение сечения призмы плоскостью, проходящей через след секущей плоскости.

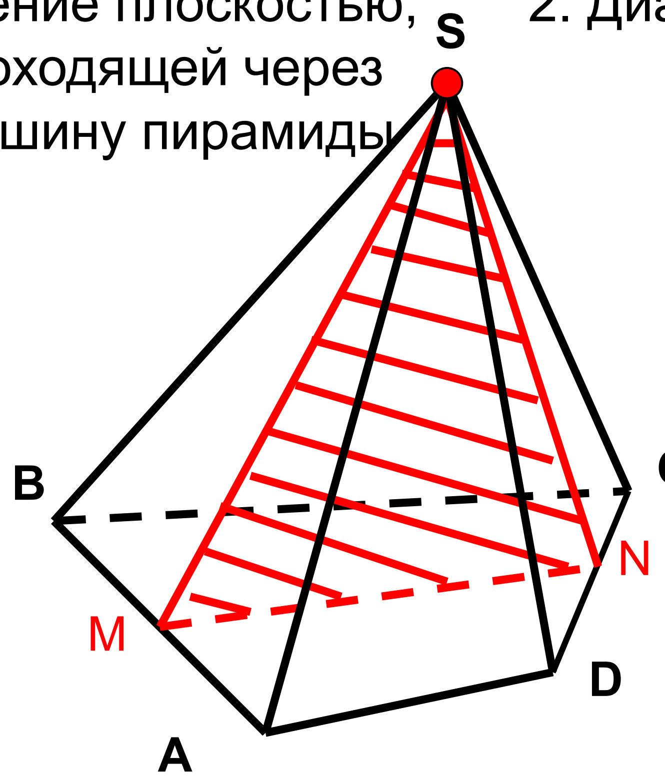


Построение сечения призмы плоскостью, проходящей через три данные точки на рёбрах призмы.



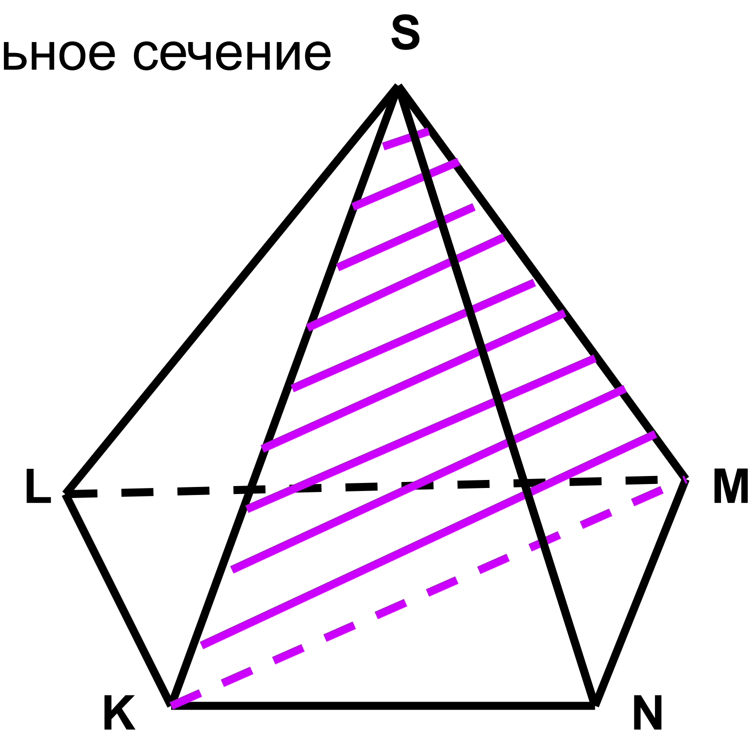
Сечения пирамиды

1. Сечение плоскостью, проходящей через вершину пирамиды



▲ SMN - сечение

2. Диагональное сечение

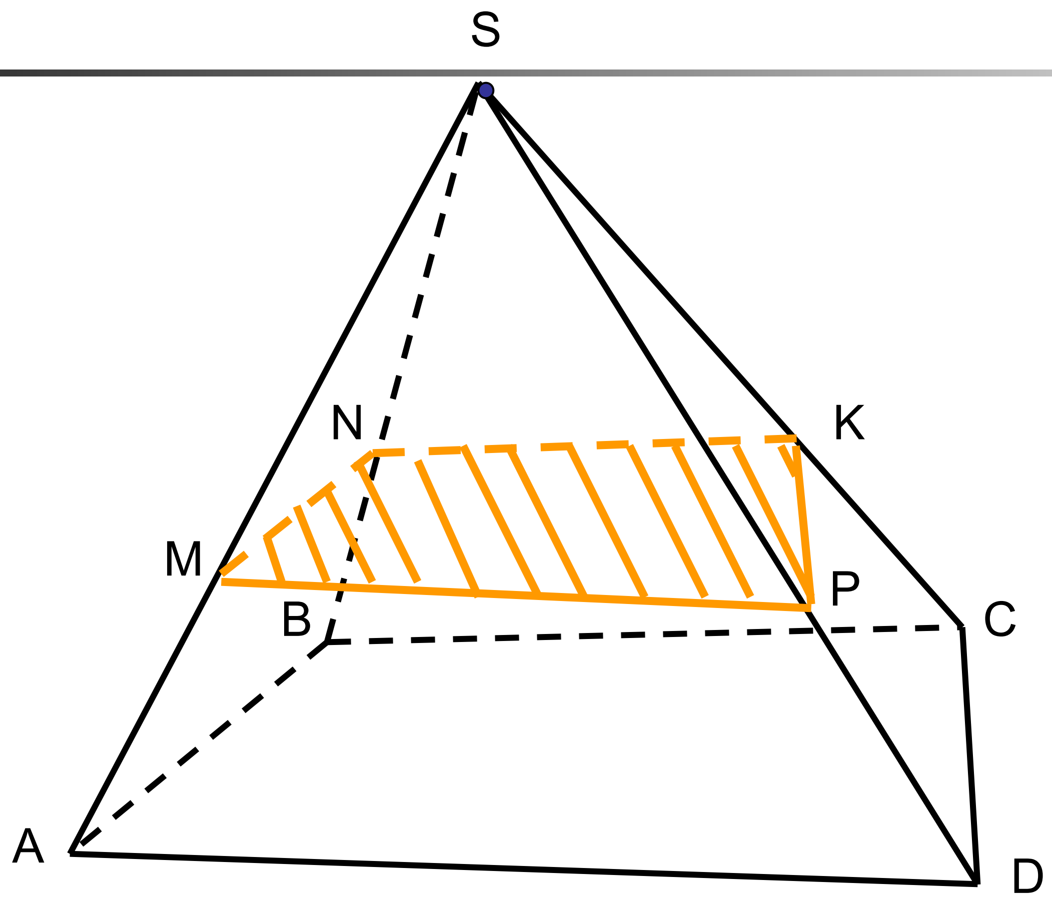


▲SКM - сечение

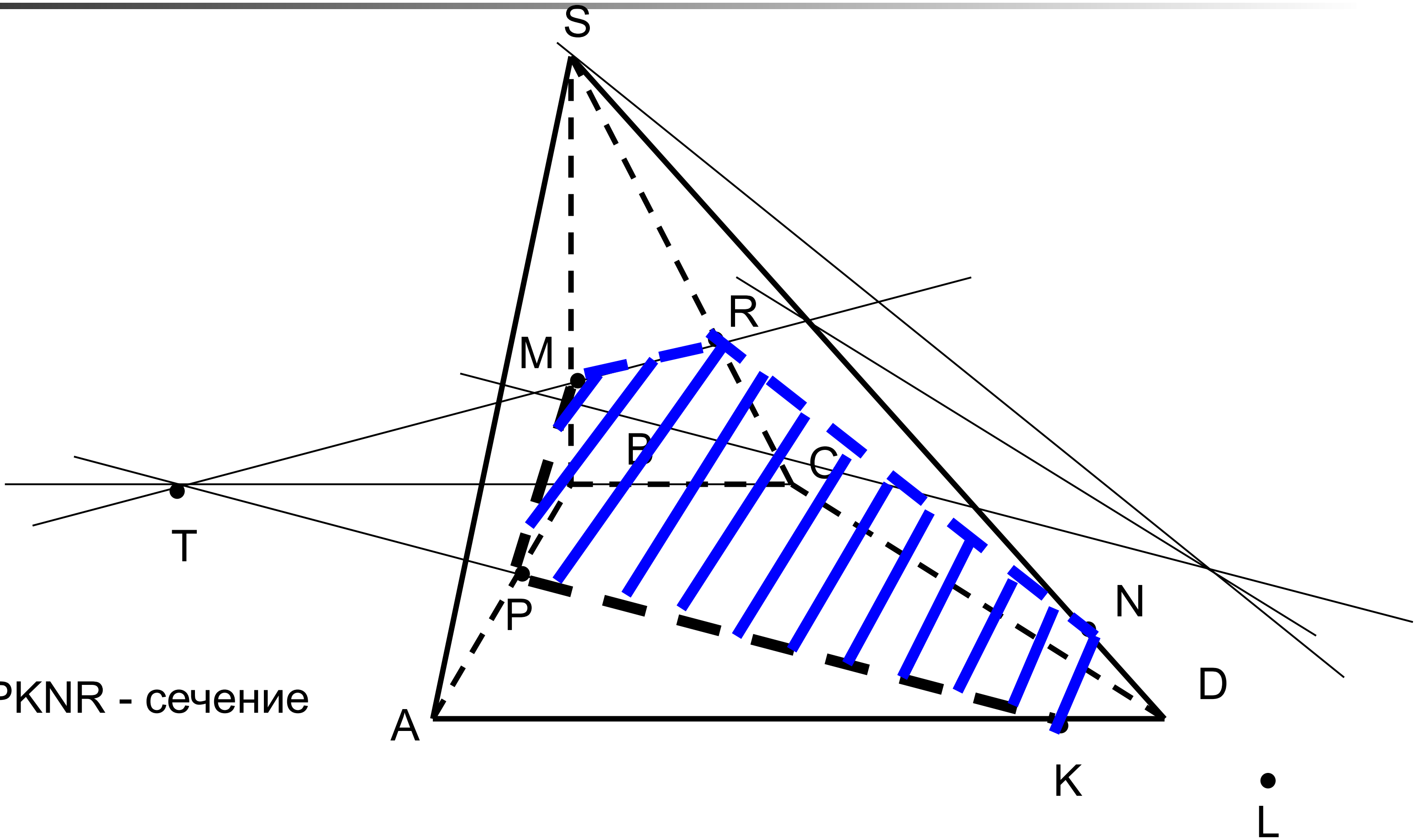
4. Сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию

MNKP - сечение

MNKP ~ ABCD



Построить сечение плоскостью, проходящей через точки M, P и K.



MPKNR - сечение

Пример

- В правильной треугольной призме стороны основания равны 6, боковые рёбра равны 4. Изобразите сечение, проходящее через вершины и середину ребра. Найдите его площадь.