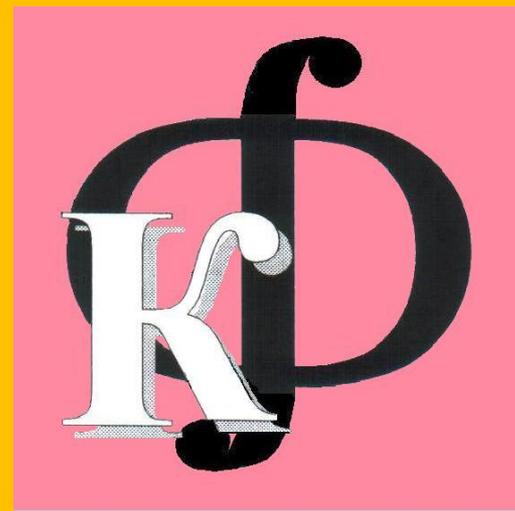


ГБОУ ВПО Ивановская Государственная медицинская академия министерства здравоохранения России



Кафедра
физики,
математики и
информатики



Тема:
Механические колебания. Волны.
Акустика

Механические колебательные процессы и живой организм (Биомеханика)

Этот вопрос нас интересует в двух аспектах:

1. Организм как колебательная система:

- а) сердце;
- б) биоритмы;
- в) пульсирующий ток крови;
- г) синтез звуковых колебаний (гортань);
- д) дыхательный процесс.

2. Воздействие колебаний (волн) на организм:

- а) особенности слухового восприятия;
- б) вибрации;
- в) ультразвуковые колебания;
- г) инфразвуковые колебания.

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебания - это движения, которые повторяются с течением времени.

Колебательная система - тело или несколько тел, которые совершают колебания.

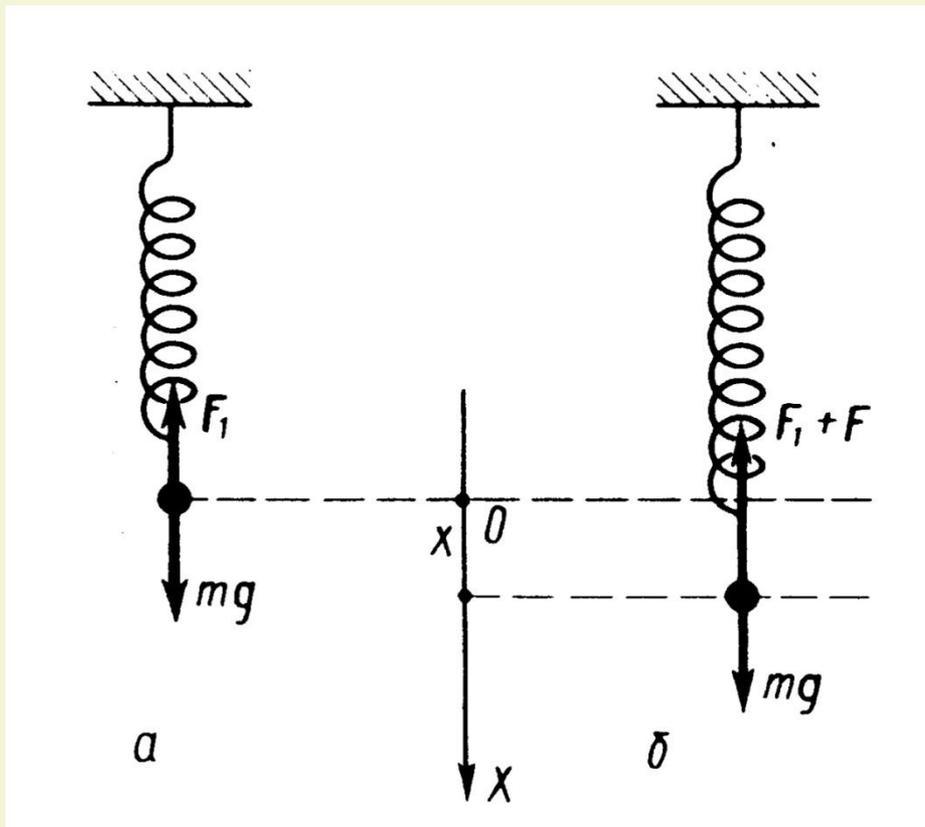
Условия возникновения колебаний:

1. На систему должна действовать внешняя сила, которая изменяет ее координату относительно положения равновесия. В результате система получает запас потенциальной или кинетической энергии.
2. В системе должна возникать упругая или квазиупругая сила, которая всегда направлена к положению равновесия и прямо пропорциональна смещению тела от положения равновесия.
- 3 Сила трения в системе должна быть малой по величине

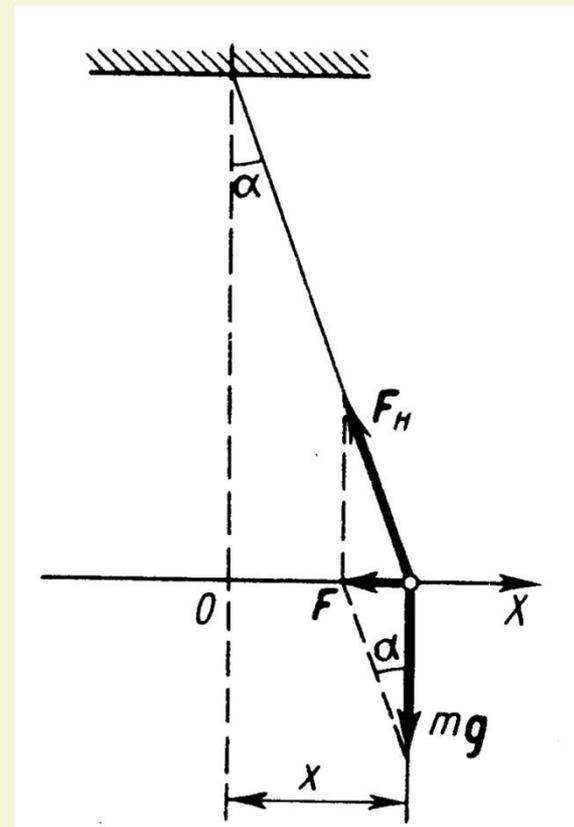
Квазиупругая сила - неупругая по природе, но имеет такие же свойства, как и упругая сила.

Примеры колебательных систем

Пружинный маятник



Математический маятник



КОЛЕБАНИЯ

$F_{упр} + F_{тр}$

$F_{упр} + F_{тр} + F_{внеш}$

**СВОБОДНЫ
Е**

**ВЫНУЖДЕННЫ
Е**

$F_{тр} = 0$

$F_{тр} \neq 0$

**СВОБОДНЫЕ
ГАРМОНИЧЕСКИ
Е**

**СВОБОДНЫЕ
ЗАТУХАЮЩИЕ**

РЕЗОНАНС

**АВТОКОЛЕБАНИ
Я**

Идеальная
колебательная
система

Реальная
колебательная
система

$\omega_0 = \omega_{внеш}$

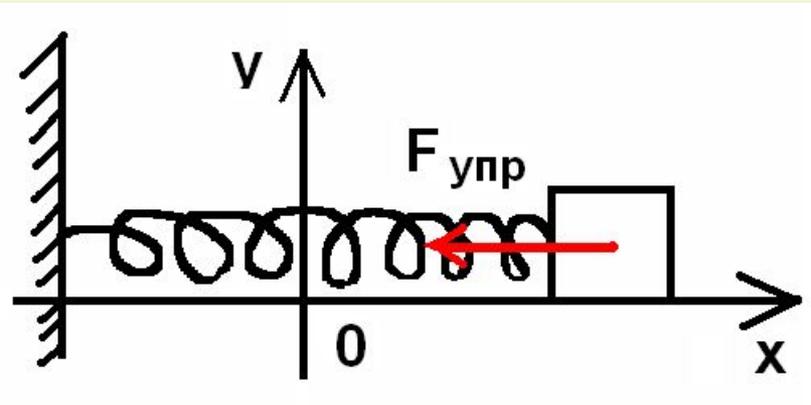
Саморегулирующаяся
колебательная
система

Свободные гармонические колебания

Рассмотрим горизонтальный пружинный маятник. Силу трения

не учитываем. Согласно второму закону Ньютона

$$ma = F_{\text{упр}}$$



$$ma = -kx$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

Обозначим $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, где ω_0 - собственная частота колебаний

Тогда дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний имеет вид:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Решения этого уравнения: $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0);$

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Характеристики колебаний

Период (T) – время одного полного колебания.

Единица измерения [T] – с (секунда)

Частота (ν) – число колебаний за единицу времени.

Единица измерения [ν] – Гц (герц).

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad \nu = \frac{1}{T}$$

Циклическая частота (ω) – число колебаний за 2π секунд.

Единица измерения [ω] – рад/с

$$\omega = 2\pi\nu; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Амплитуда колебания (A) – максимальное значение изменяющейся величины.

В уравнении $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

x – смещение тела от положения равновесия в любой момент времени,

$A = x_{\text{макс}}$ – амплитуда смещения

Фаза колебаний (φ) определяет состояние колебательной системы в произвольный момент времени. Единица измерения $[\varphi]$ – рад (радиан).

$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$, где φ_0 - начальная фаза колебаний (при $t=0$)

Затухающие свободные колебания

$$m\ddot{x} = \overset{\Delta}{F}_{УПР} + \overset{\Delta}{F}_{ТР}$$

$$F_{ТР} = -r\mathbf{v} \quad , \text{ где } r\text{-коэффициент трения, } v \text{ - скорость}$$

$$m\ddot{x} = -kx - r\mathbf{v}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx + r \frac{dx}{dt} = 0 \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x + 2\beta \frac{dx}{dt} = 0 \quad \text{-дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний,}$$

где $2\beta = \frac{r}{m}$, β - коэффициент затухания

Решения уравнения: $x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \sin(\omega t + \varphi_0);$

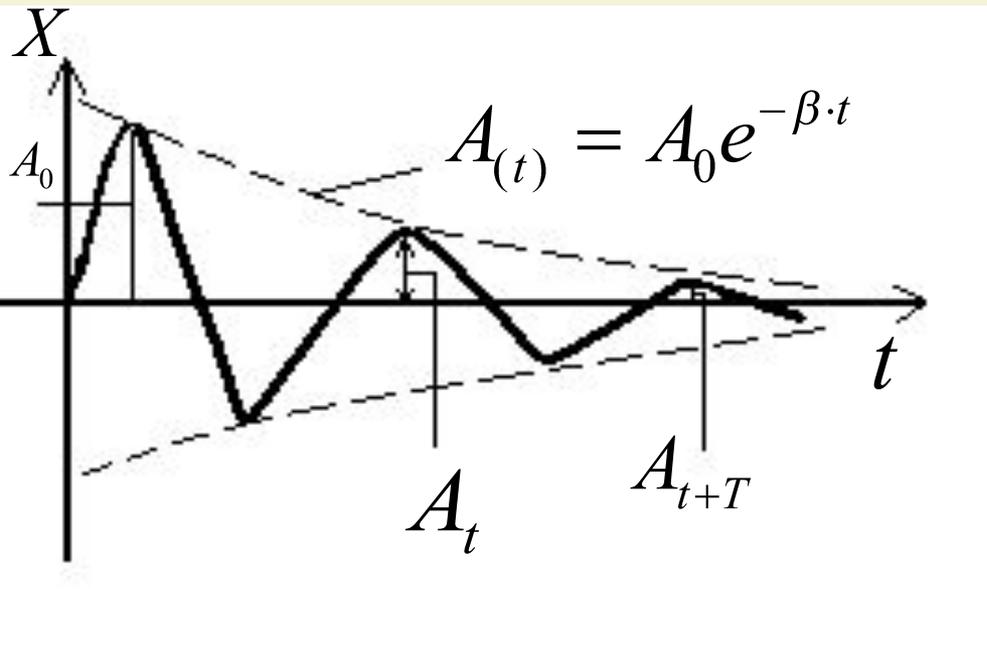
$$x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad , \text{ где}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad - \text{ частота затухающих колебаний, } \omega_0^2 - \beta^2 > 0$$

$$A(t) = A_0 e^{-\beta \cdot t} \rightarrow \text{ амплитуда затухающих колебаний с течением времени изменяется по экспоненциальному закону}$$

Понятие логарифмического декремента затухания λ :



$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta \cdot t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} =$$

$$= \ln \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta t} e^{-\beta T}} = \beta T$$

$$\lambda = \beta T$$

Введем понятие «время релаксации» (τ)

Это время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в «e» раз.

Тогда, $A_0 e^{-\beta\tau} = \frac{A_0}{e} \quad \frac{A_0}{e^{\beta\tau}} = \frac{A_0}{e} \quad \beta\tau = 1$

$\beta = \frac{1}{\tau}$ Следовательно, β - величина обратная времени релаксации τ

Если за время τ совершается $n_e = \frac{\tau}{T}$ колебаний, тогда:

$$\lambda = \beta T = \beta \frac{\tau}{n_e} = \frac{1}{\tau} \frac{\tau}{n_e} = \frac{1}{n_e} \quad \lambda = \frac{1}{n_e}$$

Вынужденные колебания

Согласно II закону Ньютона $m\ddot{a} = \overset{\square}{F}_{\text{упр}} + \overset{\square}{F}_{\text{Тр}} + \overset{\square}{F}_{\text{вн}}$, где

$F_{\text{вн}} = F_0 \sin \omega_{\text{вн}} t$ - внешняя (вынуждающая) сила, изменяющаяся по гармоническому закону

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx + r \frac{dx}{dt} = F_0 \sin \omega_{\text{вн}} t \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} = \frac{F_0}{m} \sin \omega_{\text{вн}} t$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x + 2\beta \frac{dx}{dt} = f_0 \sin \omega_{\text{вн}} t \quad \text{- дифференциальное уравнение вынужденных колебаний}$$

Решения этого уравнения: $x = A \sin(\omega t + \varphi); \quad x = A \cos(\omega t + \varphi)$

где амплитуда колебаний

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{\text{вн}}^2)^2 + 4\beta^2 \omega_{\text{вн}}^2}},$$

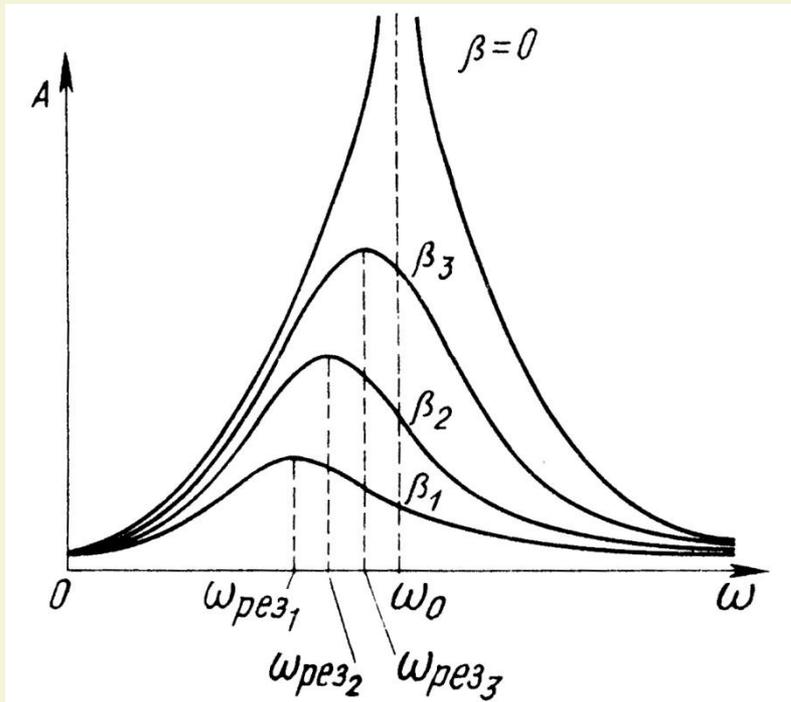
а $\omega = \omega_{\text{вн}}$ (частота вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы)

Резонанс – явление резкого увеличения амплитуды вынужденных колебаний при совпадении собственной частоты колебаний системы с частотой вынуждающей силы:

$$\omega_0 = \omega_{вн}$$

Резонансная частота $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

Резонансные кривые при разных значениях коэффициента затухания β :



С уменьшением коэффициента затухания ($\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$) увеличивается резонансная частота.

Если $\beta=0$ (в системе без трения), амплитуда вынужденных колебаний бесконечно велика ($A \rightarrow \infty$).

Автоколебания

Автоколебания - это вынужденные колебания, происходящие под действием внешней силы, частоту которой задает сама колебательная система.

Так как система обладает собственной частотой ω_0 , то и автоколебания будут происходить с частотой близкой к ней, т. е. автоколебательная система будет находиться в состоянии близком к резонансу.

Такие колебания требуют минимальных затрат энергии.

Автоколебания очень широко применяются в технике, особенно в электронике. В биологических объектах практически все колебания носят автоколебательный характер.

Всем автоколебаниям присуща одна характерная особенность: наличие механизма обратной связи



Механические волны

Механическая волна – процесс распространения колебаний в упругих средах (твёрдых телах, жидкостях, газах).

Источник волны – колебательная система.

Частицы упругой среды совершают вынужденные колебания около положения равновесия.

Волна не переносит вещество, но переносит энергию.

Если уравнение колебаний источника $x = A \sin \omega_0 t$

то уравнение волны имеет вид:

$$S = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{l}{v} \right) \right], \text{ где}$$

S – смещение частицы среды от положения равновесия;

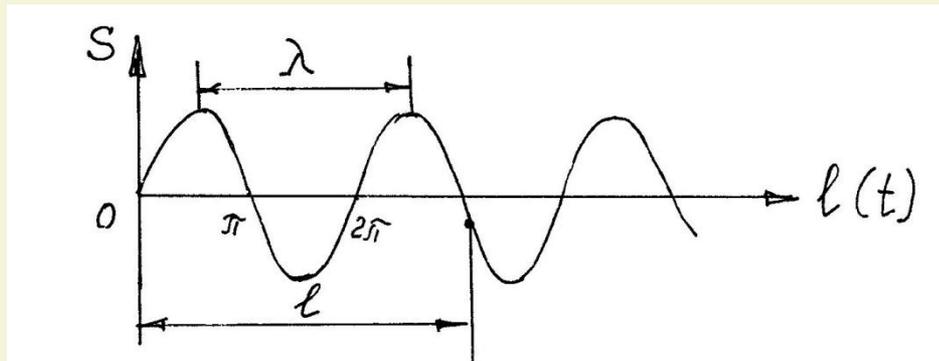
A – амплитуда колебания частиц среды;

ω – частота вынужденных колебаний (равна частоте колебаний источника);

l – расстояние от источника волны до данной точки среды;

v – скорость волны;

$$\frac{l}{v} = \tau \text{ - время, за которое волна дошла до данной точки}$$



Виды механических волн

Различают волны **продольные** и **поперечные**.

В **продольной волне** колебания частиц среды совершаются вдоль направления распространения волны.

Продольные волны распространяются во всех упругих средах.

В **поперечной волне** колебания частиц среды совершаются перпендикулярно направлению распространения волны.

Поперечные волны распространяются в твёрдых телах и на поверхности жидкости.

Характеристики волн

Скорость (v) – расстояние, которое проходит волна за единицу времени.

В однородной среде волны распространяются с постоянной скоростью. Скорость волны зависит от свойств среды – упругости и плотности. Чем больше плотность и упругость среды, тем больше скорость волны. Скорость механических волн в твёрдых средах больше, чем в жидких, а в жидких средах – больше, чем в газах.

Длина волны (λ) – расстояние (вдоль направления распространения волны) между точками, фазы которых одинаковы *или* расстояние, которое прошла волна за время, равное **периоду колебаний (T)**.

$$\lambda = v \cdot T \quad T = \frac{1}{\nu} \quad \lambda = \frac{v}{\nu}$$

При переходе волны из одной среды в другую изменяется скорость волны, так как изменяются свойства среды. Значит изменяется и длина волны. Частота колебаний при этом не изменяется.

Фронт волны – совокупность точек среды, колеблющихся в один и тот же момент времени в одной фазе.

Волна называется **плоской**, если фронтом волны является плоскость, перпендикулярная направлению её распространения.

Энергетические характеристики:

Поток энергии (Φ) – энергия, переносимая волной через любую поверхность за единицу времени.

Единица измерения [Φ] – Дж/с = Вт

$$\Phi = \frac{E}{t}$$

Интенсивность (I) – поток энергии волны через единицу площади – плотность потока энергии

Единица измерения [I] – Вт/м²

$$I = \frac{\Phi}{S}$$

$I = \frac{E}{t \cdot S}$ энергия, переносимая волной за единицу времени через единицу площади, перпендикулярной к направлению распространения волны.

$$\varepsilon = \frac{E}{V} \quad (\text{Дж/м}^3) - \text{объёмная плотность энергии}$$

$$\vec{I} = \varepsilon \vec{v} \quad - \text{вектор Умова (вектор, равный по модулю интенсивности волны и совпадающий с направлением вектора скорости)}$$

Интерференция – сложение волн, в результате которого интенсивность результирующей волны в разных точках пространства принимает значение от минимального до максимального.

Дифракция – отклонение волны от прямолинейного распространения на резких неоднородностях среды. Дифракция возникает, если длина волны сравнима с размерами препятствия (меньше его).

Условия **отражения** и **преломления** волн на границах среды определяются волновым сопротивлением среды (ρv , где ρ – плотность среды, v – скорость волны).

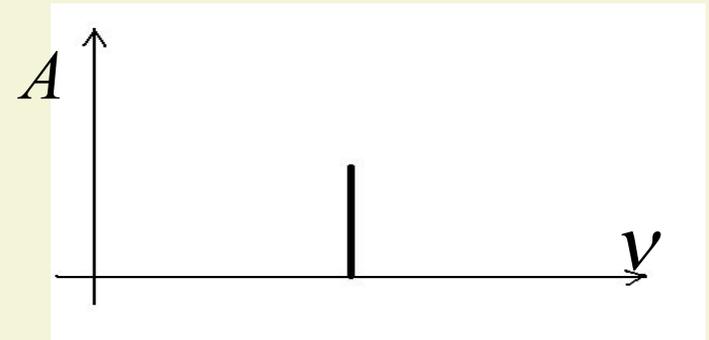
ЗВУК. АКУСТИКА

Звук - механические колебания, распространяющиеся в упругой среде в виде продольных волн, воспринимаемые ухом человека, т.е. лежащие в диапазоне частот от 16 Гц до 20000 Гц.

Виды звуков:

1. Простой тон –

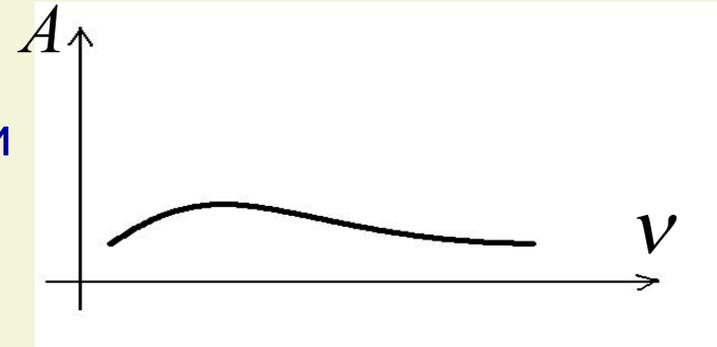
гармонические колебания определенной частоты



2. **Сложный тон** – колебание, являющееся суммой нескольких гармонических колебаний



3. **Шум** – сложный звук, являющийся суммой не повторяющихся во времени колебаний, среди которых невозможно выделить определенные частоты



4. **Удар** – не повторяющееся во времени колебание, которое происходит за очень малое время. Например, хлопок, взрыв и т.п.

Физические характеристики звука

Частота звука (ν) находится в пределах от 16 Гц до 20 кГц.

Интенсивность звука (I) изменяется в широком диапазоне.

Минимальная интенсивность, которая вызывает слуховое ощущение, называется **порогом слышимости (I_0)**.

Интенсивность звука, который вызывает чувство боли, называется **порогом болевого ощущения ($I_{\text{макс}}$)**.

Для частоты в 1000 Гц:

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$$

$$I_{\text{макс}} = 10^2 \text{ Вт/м}^2$$

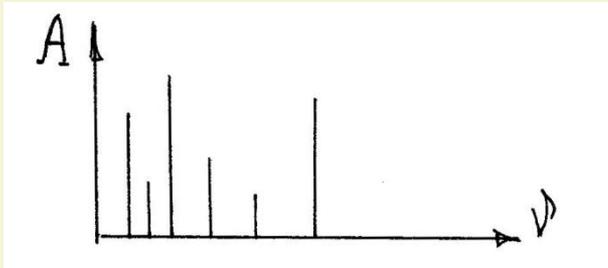
Скорость звука (v) различна в разных средах. Например, в воздухе $v \approx 330$ м/с, в воде $v \approx 1457$ м/с, в железе $v \approx 5000$ м/с.

Звуковое (акустическое) давление – давление, возникающее в среде при прохождении звуковых волн

$$p = \sqrt{2\rho v I}$$

ρ – плотность среды, v – скорость звука,
 I – интенсивность звука.

Акустический спектр – набор частот, которые входят в сложный тон, с указанием их амплитуд.



Характеристики слухового ощущения

Характеристики слухового ощущения являются **субъективными**. Они связаны с объективными (физическими) характеристиками.

Высота тона определяется частотой звуковой волны. Чем больше частота, тем выше тон.

Тембр – звуковая окраска основного тона. Определяется акустическим спектром. Основной тон – звук минимальной частоты в акустическом спектре. Остальные тоны называют обертонами. Чем больше тонов в акустическом спектре, тем богаче тембр звука.

Громкость звука характеризует уровень слухового ощущения, зависит от интенсивности звука и частоты.

Связь интенсивности и громкости, **психофизический закон Вебера – Фехнера**:

При одинаковой частоте возрастание интенсивности звука в геометрической прогрессии ($I, I^2, I^3 \dots$), воспринимается ухом в арифметической прогрессии ($E, 2E, 3E \dots$)

$$E = k \lg \frac{I}{I_0}$$

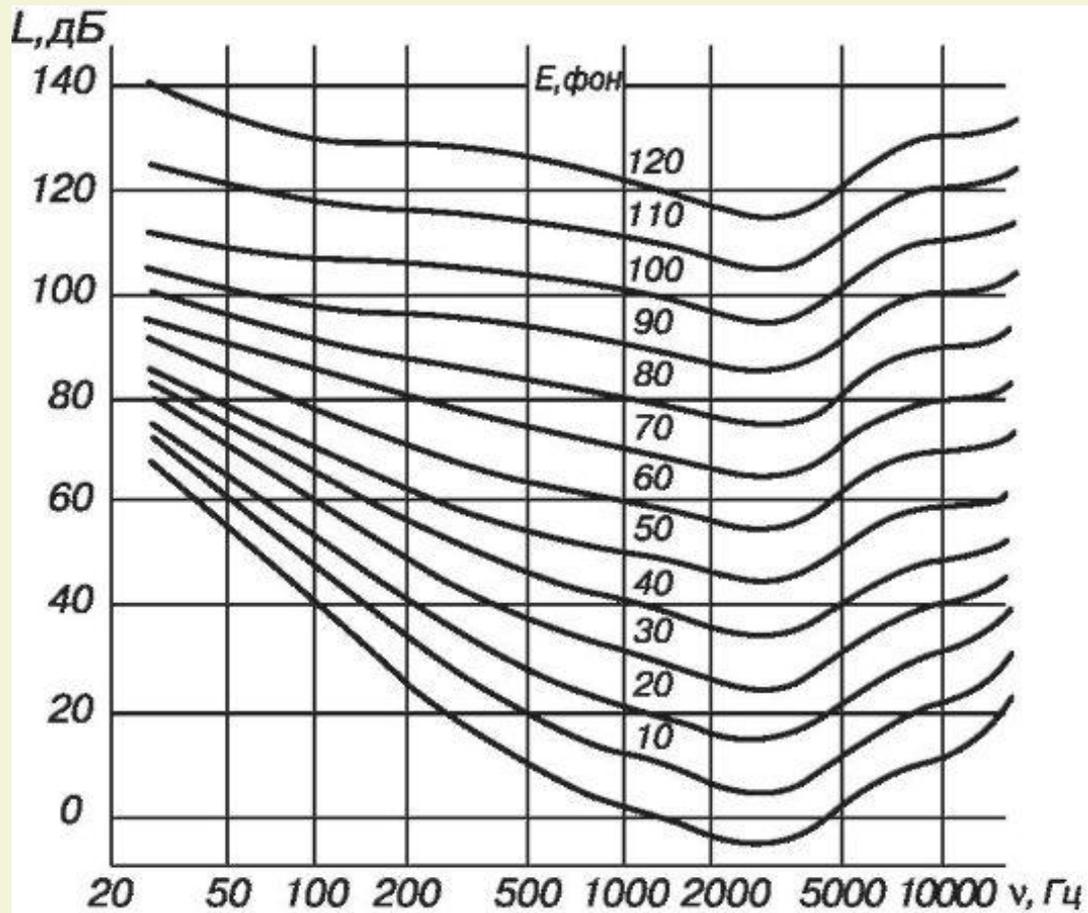
где E – уровень громкости (измеряется в фонах),
 k – коэффициент пропорциональности, зависящий от частоты и интенсивности,
 I_0 – порог слышимости,
 I – интенсивность звука.

$$L = \lg \frac{I}{I_0}$$

уровень интенсивности звука. Единица измерения – бел. 1 децибел = 0,1 бел.

Для отличия от шкалы интенсивности звука в шкале громкости децибелы называют фонами.
При частоте звука в 1000 Гц шкалы интенсивности и громкости совпадают.

Кривые равной громкости



Кривые равной громкости позволяют найти соответствие между громкостью и интенсивностью звука на разных частотах

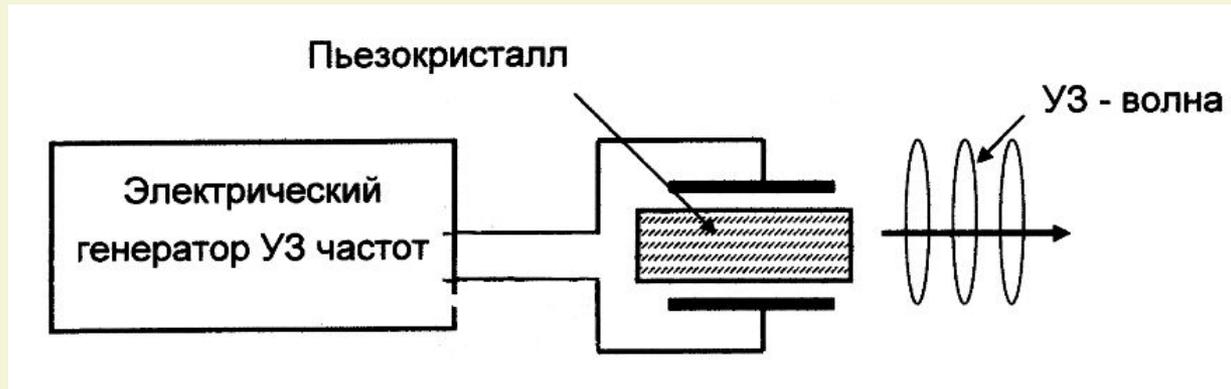
Аудиометрия – метод измерения остроты слуха

Ультразвук

Ультразвук (УЗ) – упругие механические колебания, частота которых превышает 20 кГц.

Верхний предел частоты УЗ ограничен свойствами среды, в которой распространяется волна, т.к. длина волны УЗ не может быть менее межатомного расстояния в структуре. В кристаллах получены колебания с частотой 20 МГц.

В медицине обычно используются УЗ волны с частотой порядка 800 кГц.



Ультразвук. Особенности распространения.

Все основные свойства УЗ волны и её взаимодействие с веществами определяются длиной УЗ волны, которая меньше, чем у звуковой волны.

Основные свойства УЗ волн:

1. Распространяются узким пучком.
2. Легко фокусируются.
3. Несут высокую энергию (до 10^4 Вт/м²).
4. Хорошо отражаются от твёрдых тел, жидкостей.
5. Сильно поглощаются газами.

Ультразвук. Взаимодействие с веществом

Ультразвук малой интенсивности:

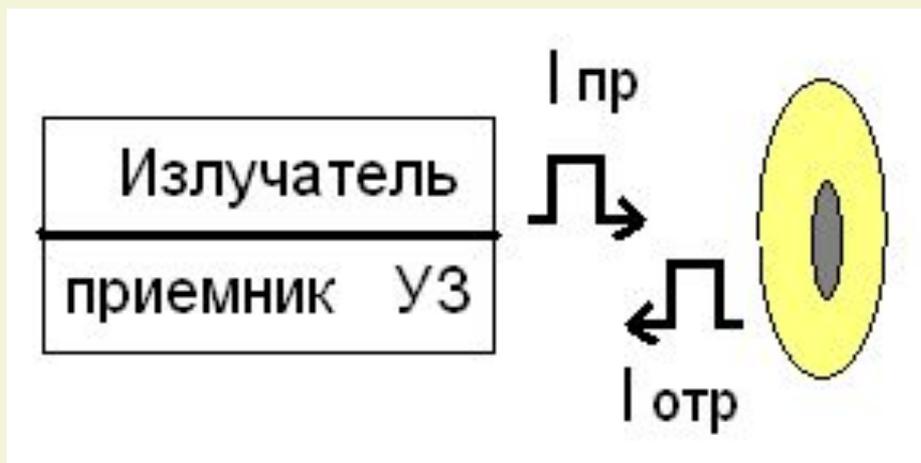
- Диспергаторы (эмульгаторы)
- Ускорение реакций окисления
- Гибель вирусов, бактерий, грибков
- Стимулирование обменных процессов, микромассаж

Ультразвук большой интенсивности:

- Разрыв тканей за счет кавитации
- Разрушение злокачественных образований
- Дробление камней в мочевом пузыре
- Распиливание костей

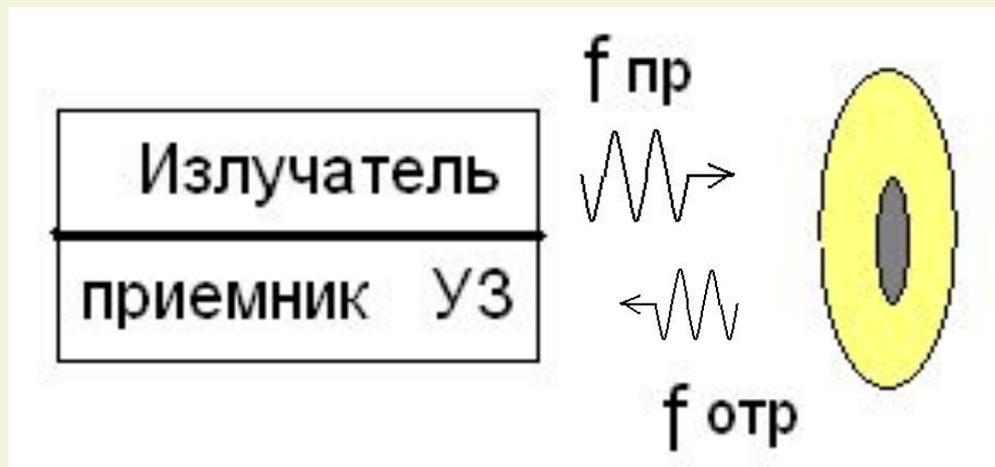
Ультразвук. Применение в диагностике

Эхоскопия



Интенсивность

Доплеровское сканирование



Частота