

Лекция №2

Формальное представление системы



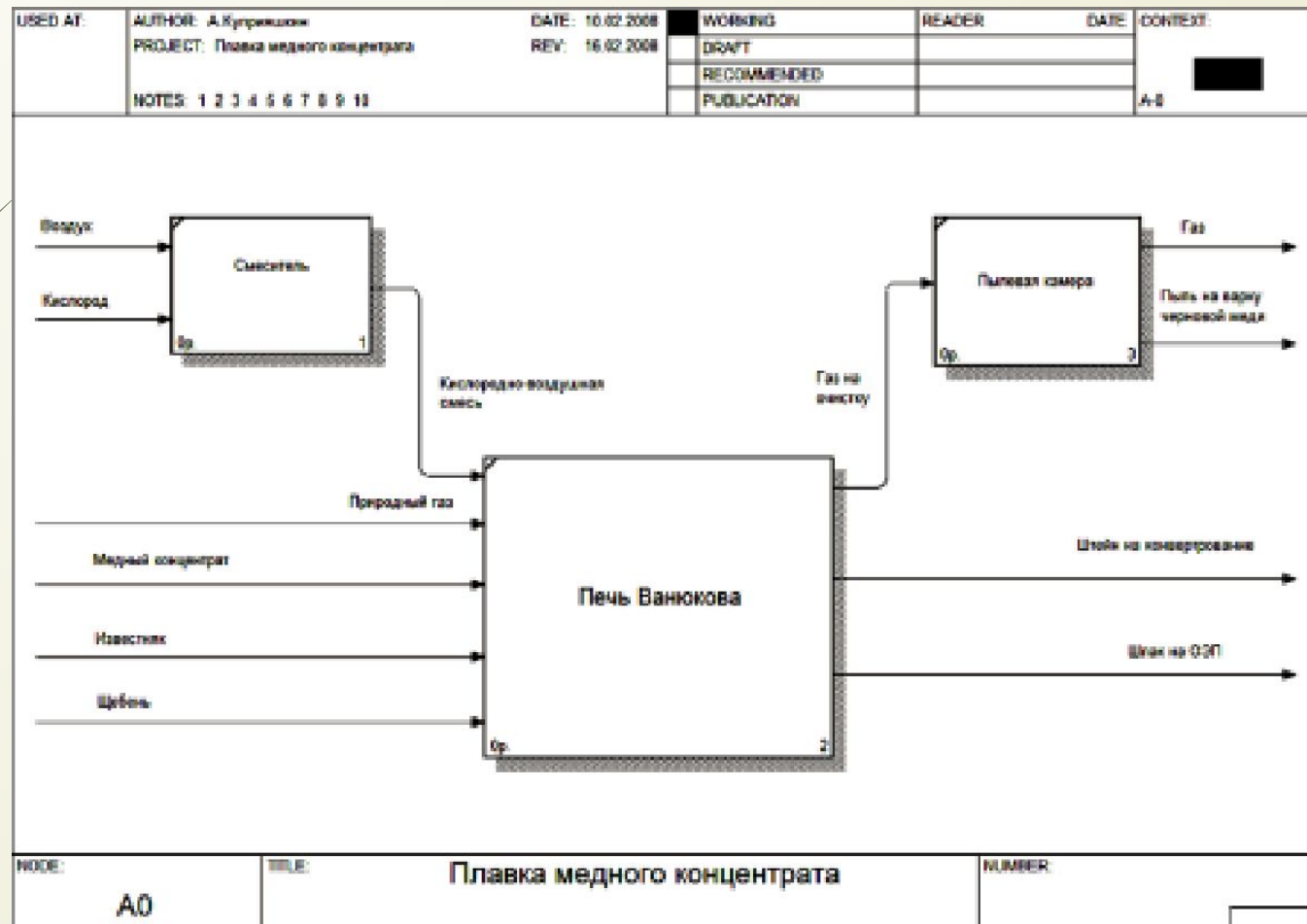
Введение



- *Изучение любой системы предполагает создание модели системы, позволяющей предсказывать её поведение в определённом диапазоне условий.*
- Системные исследования различных проблемных ситуаций и выбор эффективных решений обычно проводят с помощью математических моделей и ЭВМ.
- Для построения математических моделей, позволяющих проводить такие исследования, необходимо формальное представление системы.

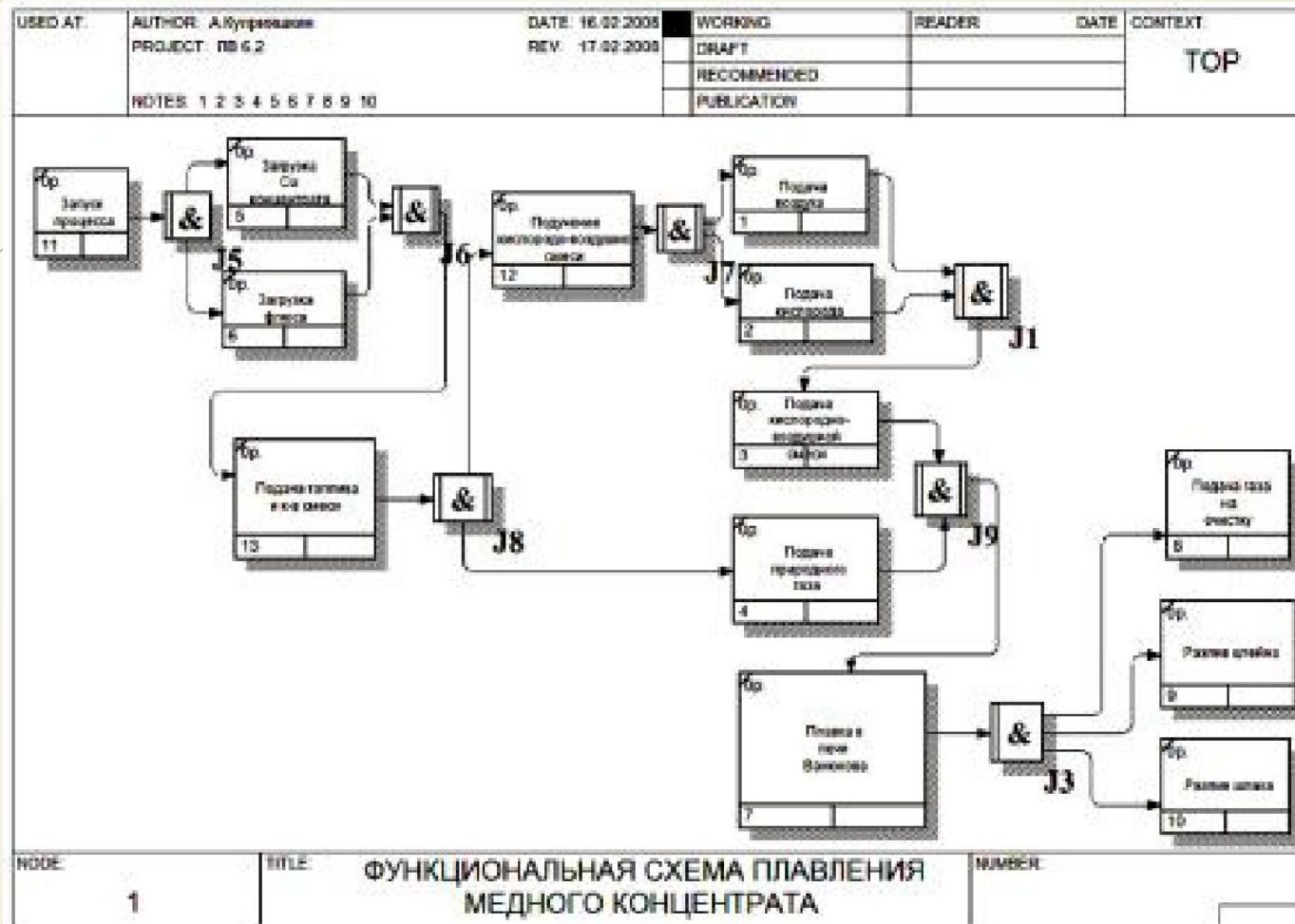
3. Как устроен объект $Y=F(X)$?

На основе поставленных целей процедура реализуется с помощью системного анализа. Объект моделирования сначала рассматривается как «черный ящик», обладающий входами X (вводами) и выходами Y (выводами)



2. Производится декомпозиция системы:

- находятся все ее элементы или подсистемы, связи между ними, принадлежащие им входящие и выходящие потоки и т.д. Процесс завершается построением структурной модели





3. Как объект работает?

- 1) строится **функциональная**, количественно адекватная оригиналу **модель**, которая отражает зависимость изменения выходной переменной от входной. Для реализации соответствующей математической схемы возможно применение двух методов.
- **а. Аналитическое моделирование** предполагает использование систем алгебраических, дифференциальных, интегральных уравнений, связывающих выходные переменные с входными для каждого элемента общей структуры. Уравнения дополняются системой ограничений.
- Аналитическое решение можно найти, если параметров немного и система обладает линейным поведением.

Примеры математического аналога объекта

- **Перенос массы вещества – закон Фика:**

$$j = -D \cdot dC/dx,$$

где D – коэффициент диффузии; C – концентрация; x – текущая координата.

- **Перенос тепла – уравнение Фурье:**

$$q = -\lambda \cdot dT/dx,$$

где q – тепловой поток; T – температура; λ – коэффициент теплопроводности.

- **Перенос электричества – закон Ома:**

$$i = -c \cdot du/dx,$$


где i – сила тока; c – характерная проводимость; u – потенциал.

Основным недостатком в реализации этого метода может оказаться полное или частичное отсутствие «формул» процессов.




Дальнейшие этапы

6. создается имитационная модель, вид которой определяется целями системы и задачами визуализации;
4. планируются и проводятся модельные эксперименты;
5. оценка адекватности модели: в зависимости от результатов экспериментов принимаются решения по внесению изменений в модель, поиску дополнительной информации о системе, проведению новых испытаний;
6. делаются выводы и рекомендации.




Формальное описание обобщение

- Математическая модель - описание системы, отражающей определённую группу её свойств. Описание системы можно рассматривать с трёх точек зрения:
 - а) морфологической;
 - б) функциональной;
 - в) информационной.
- 



Общая схема формального представления систем

- Первое, что должна обеспечивать выбираемая математическая схема - это позволяет строить формальное представление систем по иерархическому принципу,
- т.е. если реальная система является многоуровневой, то математическая схема должна обеспечивать возможность представлять любой уровень системы.

- 
- Для того, чтобы использовать приведенную схему, необходимо показать как:
 - 1) строить формальное представление каждого уровня;
 - 2) отдельные уровни будут связаны между собой.

 - С методологической точки зрения это целесообразно сделать для любых двух уровней или точнее для типового двухуровневого модуля - “целостное представление системы - множество подсистем (элементов)”, который в последующем ляжет в основу всего построения.

Что должно охватывать формальное представление типового модуля?

$S_t \rightarrow$ элементы



связь между элементами

- Формальное представление типового модуля должно описывать строение или структуру системы S_f , т.е. дать представление, из какого числа подсистем (элементов) она состоит и как они соединены между собой.
- Такое описание называется **структурным** или **морфологическим** описанием

Морфологическое описание

- **морфологическое описание** дает только представление об элементарном составе и характере связей, и оно оказывается недостаточным для полного формального представления системы.
- морфологическое описание многоуровневой системы может быть выполнено и в виде **графа** и является достаточно наглядным.
- Такой способ представления структуры системы не является единственным. Структура системы может быть представлена в виде различных **матриц** и других способов.

Морфологическое описание СИСТЕМЫ

□ **Морфологическое описание системы** включает описание перечня элементов и подсистем, а также характер связей между элементами и подсистемами, образующими всю многоуровневую структуру системы.

□ В общем случае морфология системы описывается следующим образом:

$$S_m = \{E, v, S_{\dagger}, K\}, \quad (1)$$



где E - множество элементов, $\{E_i\}, i = 1, N$


v - множество связей, $\{v_i\}, i = 1$

S_{\dagger} - структура связей;

K - композиции элементов.



□ **Топологическая сложность определяется числом элементов и связей**

- 
- 
- Композиционные свойства систем K определяются способом объединения элементов в подсистемы. Здесь могут быть иерархические, многосвязные, смешанные и преобразующиеся построения. Композиции системы K могут быть слабые, с эффекторными подсистемами, с рефлексивными подсистемами, полные, неопределенные.





Классификация систем по морфологическим (структурным) признакам и связям.

- **ЭЛЕМЕНТЫ.** В реальных системах элементы по своей физической сущности могут быть:
 - вещественные;
 - энергетические;
 - информационные;
 - информационно-энергетические;
 - вещественно-энергетические;
 - неопределенные (нейтральные).



□ **ЭЛЕМЕНТЫ.** По однородности свойств могут быть:

- гомогенные;
- гетерогенные;
- смешанные;
- неопределенные.

- 
- 
- **ЭЛЕМЕНТЫ.** По отношению к внешней среде могут быть:
 - принимающие входные или управляющие сигналы от внешней среды;
 - выдающие выходные сигналы полностью или частично во внешнюю среду;
 - принимающие входные или управляющие сигналы только от других элементов , входящих в систему.



□ **СВЯЗИ.** По своей физической сущности могут быть:

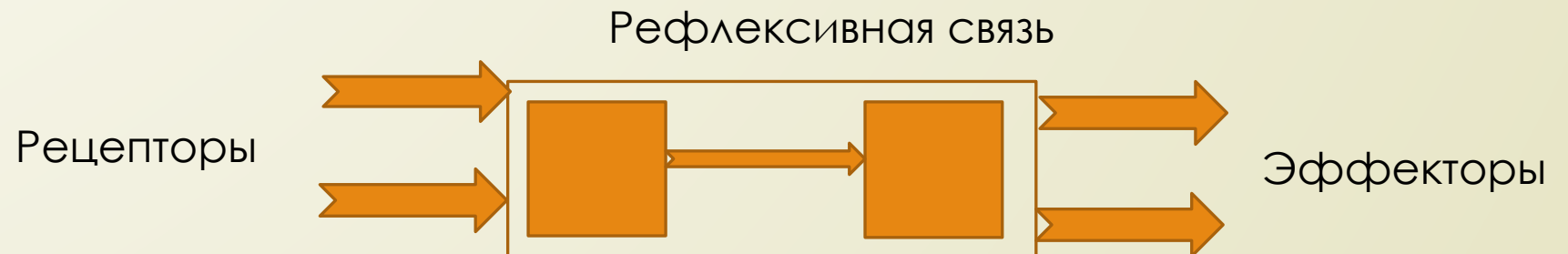
- вещественные;
- энергетические;
- информационные.


□ **СВЯЗИ.** По отношению к внешней среде:

Внешнюю поверхность системы образует подмножество входов и выходов, связанных с внешней средой.


□ Эта часть входов и выходов называется соответственно - **рецепторами и эффекторами** системы, а **связь** со средой, осуществляемая через эти входы и выходы, называется **рецепторной и эффекторной**.



Рефлексивной связью называют связь между элементами, элементами и средой на **информационном** уровне.





□ **СВЯЗИ.** По устойчивости:

- детерминированные (наиболее устойчивы структуры , в которых отношения между элементами неизменны, либо изменяются по некоторому заранее заданному закону);
 - вероятностные (если отношения между элементами описываются по вероятным законам);
 - Стохастические (элементы вступают в связь непредсказуемым образом).
- 

- 
- 
- **СВЯЗИ.** По направлению:
 - прямой характер связей;
 - обратный;
 - нейтральный.



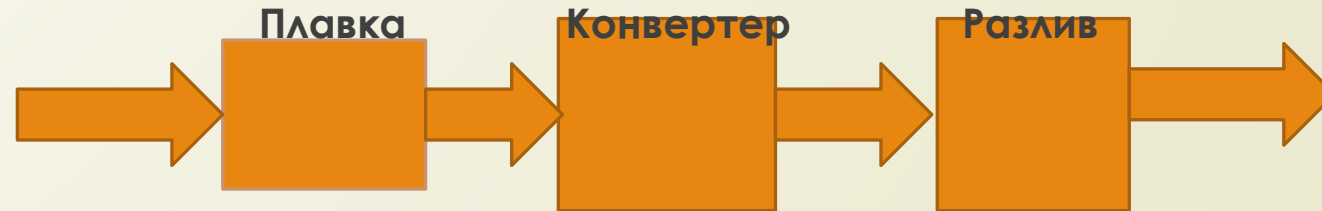
□ СТРУКТУРА

- Канал (последовательность элементов системы);
- контур;
- древовидная структура;
- КОЛЬЦО;
- звезда.

Структура - канал

- **Каналом** называется такая последовательность элементов системы E_1, E_2, \dots, E_k , когда каждый предыдущий элемент является источником сигналов для последующего.
- Если последовательность элементов начинается входным сигналом из внешней Среды и заканчивается передачей сигнала во внешнюю среду, канал называется **СКВОЗНЫМ**.
- Если элемент последовательности $E_1, E_2, E_3, \dots, E_k$ обменивается входными либо управляющими сигналами, причем E_{k-1} обязательно управляет элементом E_k , то канал E_1, E_k называется каналом **управления**; в противном случае канал называется каналом **следования**.

Перерабатываемая
шихта





Структура - контур

- **Контуром** называется канал (E_1, E_k) в случае, когда элемент E_k является источником сигналов для E_1 .
- В случае, когда входные сигналы любого элемента в контуре воспринимаются только как входные, но не управляющие для следующего элемента, контур называется контуром **следования**. Если контур содержит управляющий элемент, то он называется **контуром управления**.
- Если выходные сигналы хотя бы одного элемента, входящего в контур, воспринимаются следующим элементом в качестве управляющего, то контур называется **контуром управления**.

Контур управления



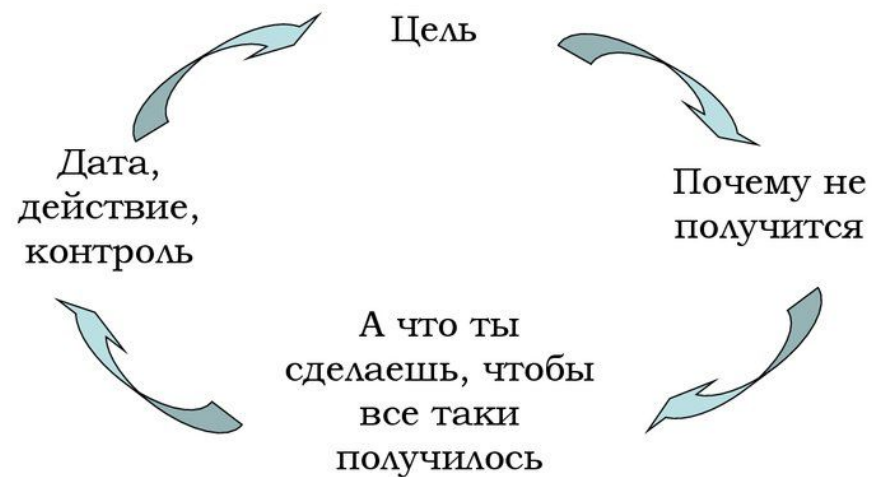
Кафедра
Инженерной Кибернетики



Контур управления:



Контур управления целями:



Пример контура следования производство окатышей



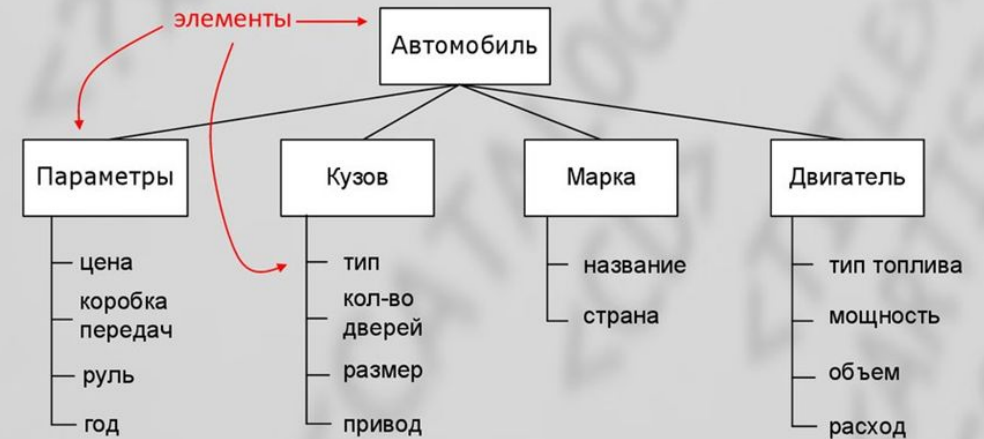
Древоподобная структура


Древоподобная структура является одним из способов представления иерархической структуры в графическом виде.

Древоподобной структурой называется благодаря тому, что граф выглядит как перевернутое дерево. По этой же причине говорят, что корневой узел (корень) находится на самом верху, а листья — внизу.

В теории графов дерево — связанный ациклический граф (иногда его называют направленным ациклическим графом, у которого каждая вершина имеет степень 0 или 1).

Древоподобная структура XML





Введенные понятия являются основой для

- выделения в структурах систем местных и общих каналов и контуров,
- для получения оценки качества и структуры,

Используя структурно-топологические и другие характеристики, знание которых необходимо при макропроектировании систем, можно провести **классификацию структур**

Функциональное описание системы

- **Функциональное описание** показывает зависимость изменения выходных сигналов элементов, подсистем или систем в целом в зависимости от соответствующих изменений входных сигналов.

$$y = S_{\phi} (T, x), \quad (2)$$


где T - множество моментов времени;

x - множество входных сигналов;

y - множество выходных сигналов;

S_{ϕ} - оператор преобразования.


- **Функциональная** сложность характеризуется процессами (поведением) системы и ее элементов




Формальные представления множеств моментов времени T , входных сигналов x , выходных сигналов y , и оператора функционирования S_ϕ

- **Представление моментов времени T .** Множество моментов времени T является подмножеством множества действительных чисел и может быть
 - непрерывным,
 - дискретным и
 - дискретно-непрерывным.

В **динамических системах** взаимосвязь между входом x и выходом y изменяется во времени.


- 
- В **непрерывном времени** два любых момента времени разделены бесконечным множеством моментов;
 - В **дискретном времени** рассматривают последовательные моменты, интервалы между которыми постоянные или переменные, задаются периодом дискретности.
 - Таким образом, в **непрерывном времени** отдельные моменты времени отделены друг от друга только точностью измерительной аппаратуры или задаваемой точностью наблюдения (расчета) процесса функционирования системы,
 - а в дискретном времени - выбранным или наблюдаемым **периодом дискретности** процесса функционирования.



□ **Представление входных сигналов X .** На вход системы могут поступать входные сигналы

$x \in X$, где X - множество входных сигналов.

Каждый входной сигнал может в свою очередь описываться набором характеристик $x_i \in X_i$ ($i=1, 2, \dots, i, \dots, m$), где X_i - заданные дискретные или непрерывные множества.





□ **Представление выходных сигналов Y .** Система выдает выходные сигналы $y \in Y$, где Y - множество выходных сигналов. Каждый выходной сигнал в свою очередь может описываться набором характеристик Y_1, Y_2, Y_3, Y_i, Y_n таких, что $y_i \in Y_i$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), а Y_i - заданные множества; тогда прямое произведение:

$$Y = Y_1 \times Y_2 \times Y_3 \times Y_i \times Y_n$$

образует пространство выходных сигналов.

По аналогии с входным процессом определяется понятие выходного процесса $Y = M(t)$.

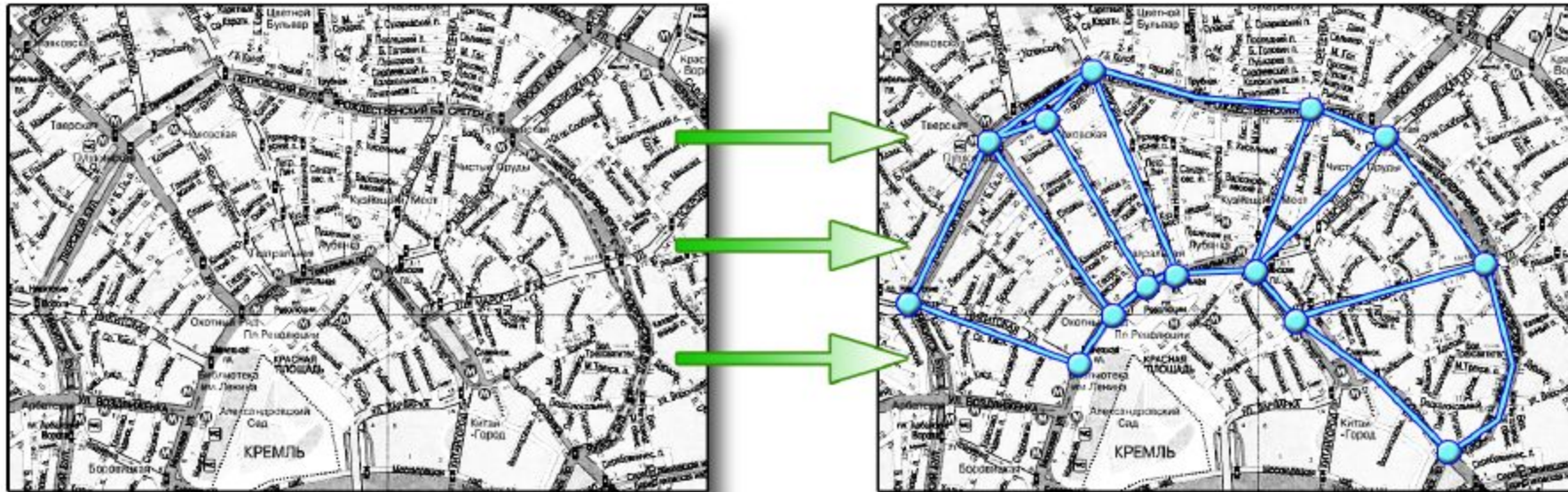
- 
- 
- **Представление операторов переходов S_Φ .**
Формальное описание оператора переходов S_Φ должно связать единой математической схемой все стороны функционирования (эволюции) системы, определяющее зависимости выходного процесса $Y=M(t)$ от входного $X=L(t)$.
 - Очевидно, что формальное представление оператора S_Φ будет во многом определяться особенностями описываемой им системы.

Иерархическая трехуровневая имитационная модель транспортной сети

ПРИМЕР

- Первый уровень представлен **ориентированным графом**, описывающим общую структуру транспортной сети: в качестве дуг графа выступают обобщённые дорожные линии, а в качестве вершин – точки их пересечения.
- На втором уровне каждое ребро транспортного графа детализирует с помощью разработанной авторами модели **дорожной среды**. Эта модель базируется на сплайновом представлении дорожного полотна и используется для описания элементов транспортной системы с учётом их геометрии, возможной многополосности, различного рода физических или административных ограничений на режимы движения.
- На третьем уровне модели функционирует множество **интеллектуальных агентов** – математико-алгоритмических образов участников дорожного движения.

Выделение графа G топологии транспортной сети



Математическая модель, уровень 1 транспортная сеть

- **граф** — это совокупность непустого множества вершин и множества пар вершин (связей между вершинами)

Топология транспортной сети задается **ориентированным графом**

$$G = G(V, E)$$

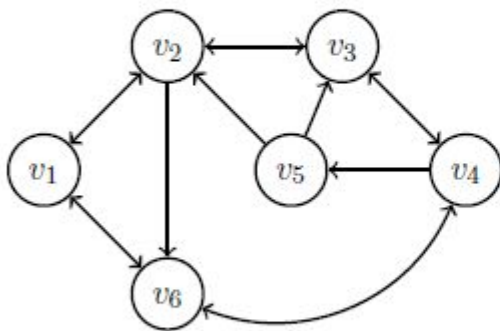


Рис. 2 : Пример графа
транспортной сети

$v \in V$ — дорожные узлы (разветвления),
 $e \in E$ — участки дорог без разветвлений

На множестве E заданы функции:

$$c: E \rightarrow \mathbb{N}, \quad l: E \rightarrow \mathbb{N}$$

$c(e)$ — количество полос дороги e ,
 $l(e)$ — длина дорожной полосы e .

Математическая модель, уровень 2

дорожное полотно

Рассмотрим двумерную целочисленную решетку \mathbb{Z}^2 и выделенную прямоугольную область в ней

$$W = \{(i, j) \in \mathbb{Z}^2 \mid 0 \leq i \leq c(e), 0 \leq j \leq l(e)\}$$

Расположим в каждом узле решетки \mathbb{Z}^2 собственную копию клетки.

Клетка — простейшее устройство с памятью.

- ① Клетка носит имя координат узла, в котором она расположена;
- ② Клетка может находиться в одном из следующих состояний:
 - Состояние 0 — клетка свободна (состояние по-умолчанию),
 - Состояние 1 — клетка занята,
 - Состояние 2 — клетка заблокирована.

$\Sigma = \{0, 1, 2\}$ — множество состояний клетки;

- ③ Клетке можно установить новое состояние из множества Σ ;

Математическая модель, уровень 2

дорожное полотно

Далее о клетках:

- 4 Каждая клетка (i, j) имеет соседей, определяемых шаблоном соседства, как $(i, j) + a, a \in \Omega_N$:

$$\Omega_N = \{(i, 1) \in \mathbb{Z}^2 \mid i \in \{-1, 0, 1\}\}$$

- 5 Каждая клетка (i, j) видит другие клетки, определяемые шаблоном видимости, как $(i, j) + b, b \in \Omega_V$:

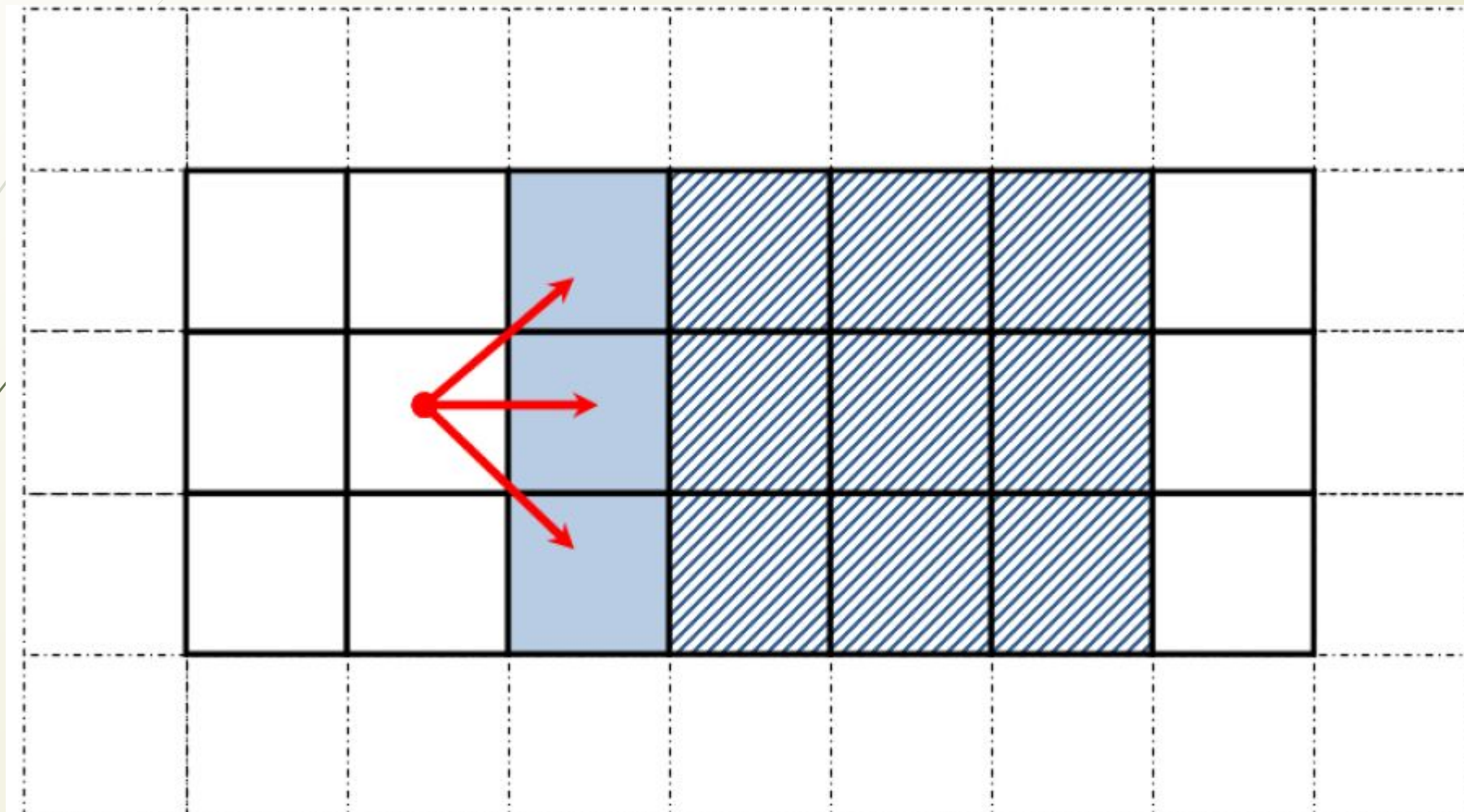
$$\Omega_V = \{(i, j) \in \mathbb{Z}^2 \mid i \in \{L, \dots, R\}, j \in \{B, \dots, F\}\}$$

$L, R, B, F \in \mathbb{Z}$ — константы, параметры модели.

- 6 По клеткам могут передвигаться агенты.

Решетка W (и ее внешность $\mathbb{Z}^2 \setminus W$) вместе со всеми ассоциированными с ней клетками образует **клеточный автомат** — модель дорожного полотна.

Клеточный автомат W



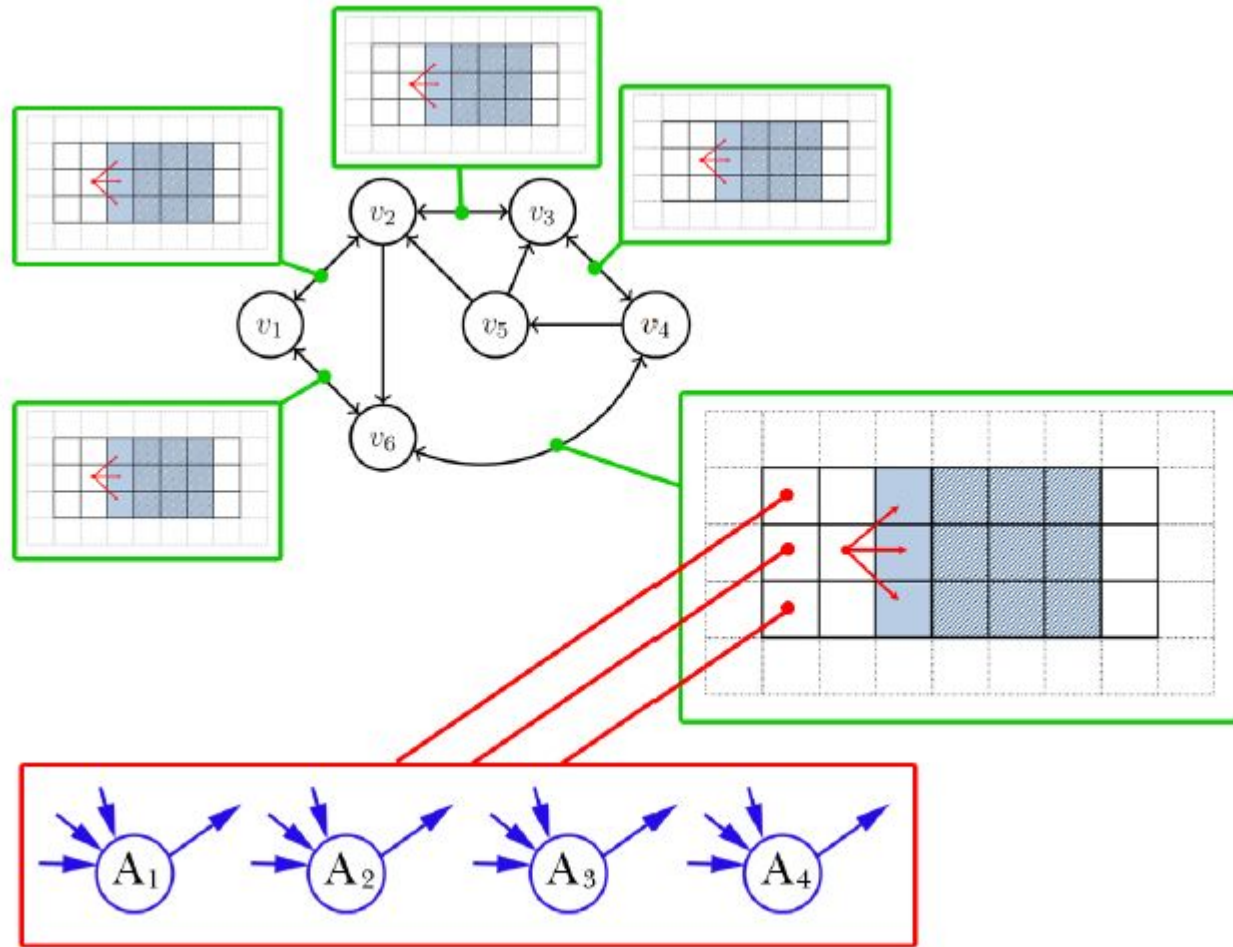
Математическая модель, уровень 3 агенты

Агентом будем называть конечный автомат следующего вида:

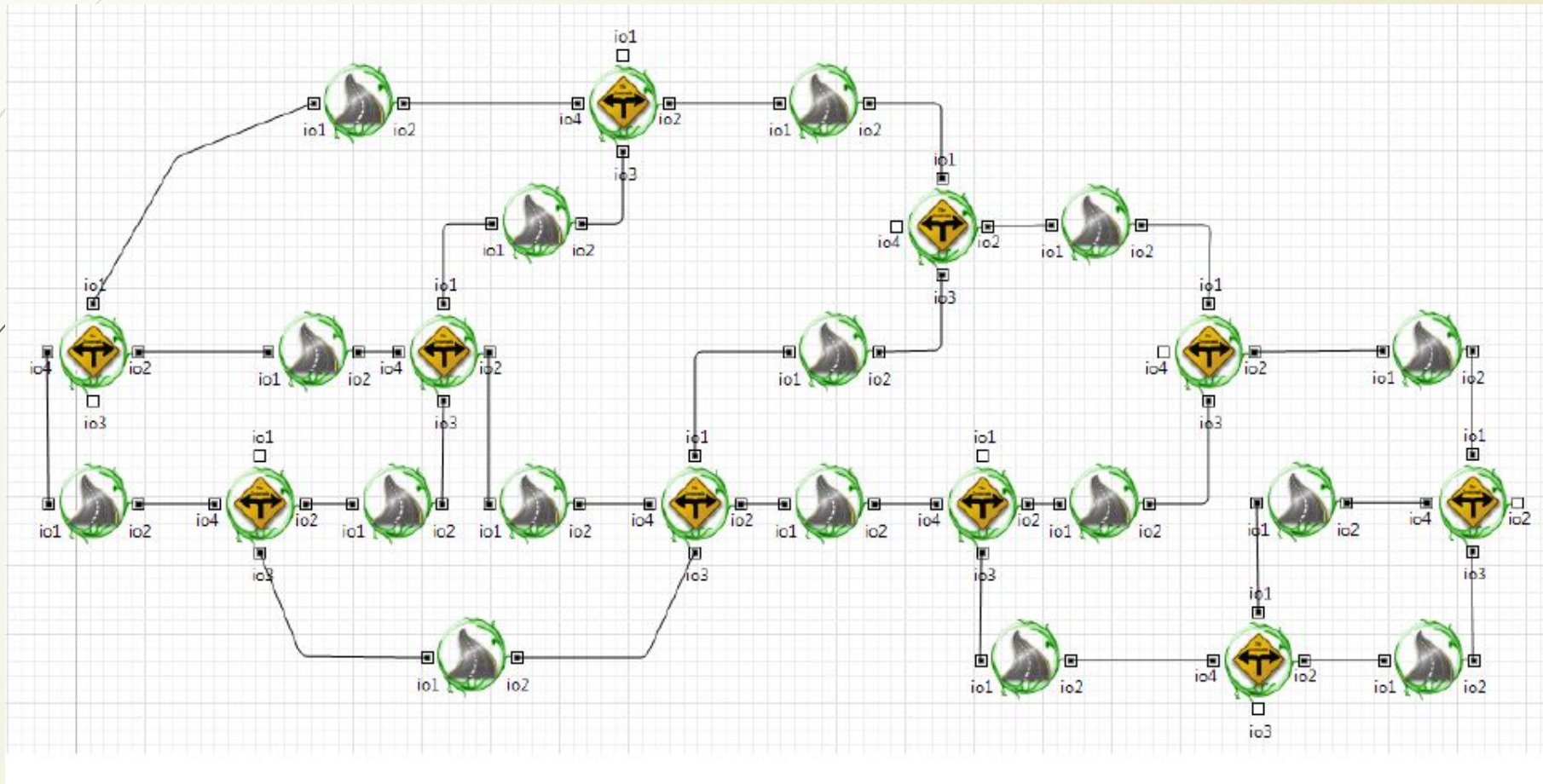
$$\mathcal{A} = (X, Y, S, s_0, \delta, \lambda)$$

- ① X, Y и S — конечные множества: входной, выходной и внутренний (состояний) алфавиты, соответственно.
 - $X = W^{\text{card}(\Omega_V)}$ — входом является вектор всех видимых клеток;
 - $S = W, s_t$ — положение агента на решетке W, t — время;
 - $Y = S \times \Omega_N$ — выходом служит вектор «(состояние, решение)»;
- ② s_0 — начальное положение агента на решетке W ;
- ③ $\delta: S \times X \rightarrow S$ — функция переходов
 - Функция носит случайный и алгоритмический характер, представляет «модель поведения» агента на решетке W ;
- ④ $\lambda: S \rightarrow Y$ — функция выходов.
 - Задается явно, как $\lambda(s_t) = (s_t, \delta(s_t))$.

Имитационная модель транспортной сети с КА-ребрами




Пример использования разработанных AnyLogic классов



Пример



- **Конвёртер** (англ. *converter*, — превращать) — аппарат (вид печи) для получения стали из передельного расплавленного чугуна и шихты продувкой воздухом или технически чистым кислородом. В настоящее время чаще применяется кислород. Кислород подается в рабочее пространство конвертера через фурмы (под давлением около 1,5 МПа). Такой метод получения стали называют конвертерным или кислородно-конверторным. Более половины всей стали в мире получается конвертерным способом.
- **Конвертер** (или конвертирование как процесс) применяется и в цветной металлургии, в частности, для удаления избыточных железа и серы из сульфидных расплавов (штейнов), с получением файнштейна или белого матта — маложелезистых сплавов сульфидов цветных металлов. При дальнейшей продувке белого матта в конвертере может быть получена черновая медь.
- **Чем отличаются их описания ???!!!**







Информационное описание системы

- Информационное описание **описывает значение входных сигналов и параметров** системы
- **Информационное описание** системы наполняет конкретным содержанием описание сложной системы в целом.

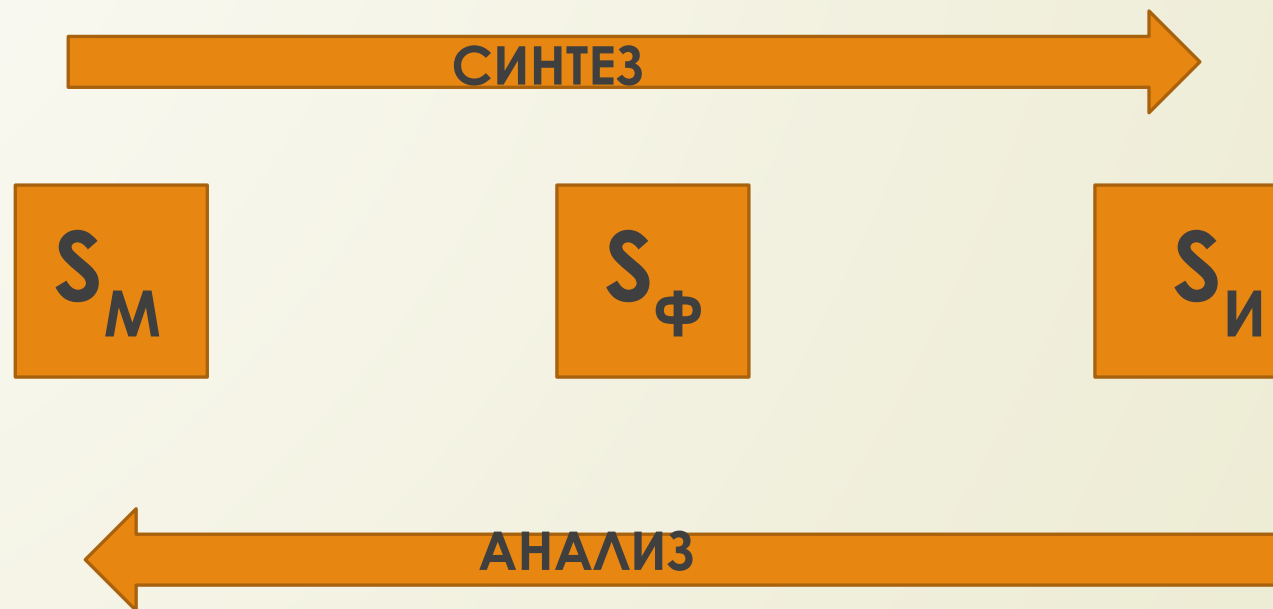
Система рассматривается, как некоторый преобразователь информации как внутри системы, так и во взаимодействии с внешней средой.

- 
- 
- Построенное **информационное описание** отражает все связи на одном иерархическом уровне.
 - Для многоуровневой системы необходимо построенное информационное описание информационного обмена (взаимодействия) между иерархическими уровнями.

- 
- 
- Полное формальное представление типового модуля или системы, построенной из типовых модулей, - это совокупность функционального, морфологического и информационного описания системы.

- 
- 
- В сложных системах состав элементов и типы связей могут существенно изменяться. Такие системы могут расти, стареть, умирать, перестраиваться и эволюционировать.
 - Систему как «организованно работающую целостность» характеризуют состояния и особенности их смены .

Общая схема формального представления
многоуровневых сложных систем
на базе, морфологического, функционального
информационного описаний.



Классификация систем по функциональным признакам

Признак	Характеристические свойства системы	Классификация	Математическое описание
1) Зависимость от времени x, y	x, y - не зависят от врем.	Статическая	Алгебр.уравнения.
	x, y - зависят от t	Динамические	Дифф.уравнения.
2) Непрерывные или дискретные x, y	x, y - непрерывны	Непрерывная	Алгебр. и дифф. Уравнения.
	x, y - дискретны	Дискретная	Алгебр. ур-ия, ур-ия в конечных разностях.
3) Случайный характер x и S_ϕ	x и S_ϕ - случ. образом по опред. закону распределения	Вероятностные	1), 2), 4) - 6).
	x и S_ϕ - случ. образом по неизвестному закону	Стохастическая	Аппроксимационные законы распределения
	x и S_ϕ - неслуч. образом по известному закону	Детерминированная	Лин., нелин. Алгебр. Лин., нелин. Дифф.
4) Вид оператора S_ϕ	S_ϕ - линейный	Линейная	Лин. алгебр. ур-ия, лин. дифф. ур-ия.
	S_ϕ - нелинейный	Нелинейная	Нелин. алгебр. ур-ия, нелин. дифф. ур-ия.
5) Пространственная особенность	y - не зависит от пространственных координат	Сосредоточенная	Дифф.уравнения.
	y - зависит от пространственных координат	Распределенной	Ур-ия в ЧП по координатам, по которым мы имеем распределение. ЧП могут быть и по координатам и по времени.
6) Параметры S_ϕ	P_i - не зависит от t	Стационарная система	Алг., дифф., лин., нелин..
	P_i - зависит от t	Нестационарная система	Нелин. алг. и диф. ур-ия.



□ См. файлы Word с примерами

Домашнее Задание №1

- Представить примеры различных классов математических моделей в соответствии с таблицей 1. Дополнить таблицу столбцом с указанием номера примера на каждый класс модели.
- Для каждого примера дать содержательную постановку задач, физический смысл переменных и констант.
- Выделить входные и выходные переменные.
- Дать аргументацию по каким признакам данный Вами пример относится к определенному классу моделей
- Количество примеров должно быть достаточным, чтобы покрыть все классы моделей из таблицы 1
- Материалы ДЗ1 представить в виде отчета в формате Word с титульным листом.
- **Срок сдачи 25 октября 2019 г.**



Спасибо за внимание!