Лекция 3

Содержание

Постоянный электрический ток

- Электрический ток
- Сила тока и плотность тока
- Уравнение непрерывности
- Электродвижущая сила
- Закон Ома для участка цепи и замкнутой цепи

  Закон Ома в дифференциальной форме
- Правила Кирхгофа для разветвленных электрических цепей
- Работа и мощность электрического тока
- Закон Джоуля-Ленца

Электрический ток

Электрическим током называют упорядоченное движение зарядов. Для протекания тока необходимо:

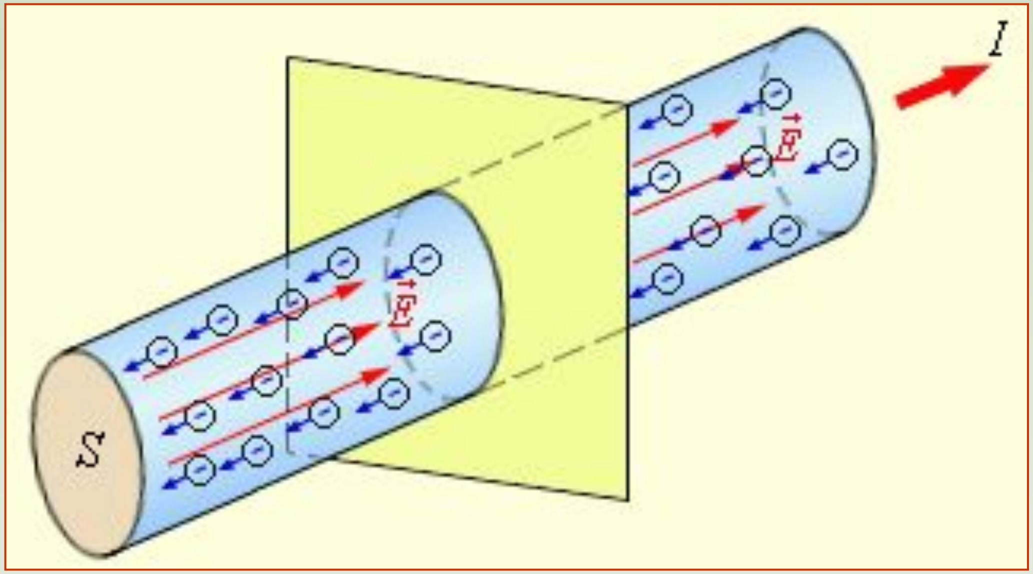
1) наличие в теле (среде) носителей тока: заряженных частиц, способных перемещаться по всему объему тела.

2) существование внутри тела электрическое поле.

Количественной характеристикой тока является величина, называемая **силой тока**, которая определяется, как величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (4.1)$$

За направление тока принимается направление движение ***положительных*** зарядов. Сила тока является величиной скалярной и измеряется в амперах (А); сила тока в 1А соответствует скорости переноса заряда в 1 Кл/с.



Упорядоченное движение электронов
в металлическом проводнике

Для более детальной характеристики вводят вектор **плотности тока** $\vec{j}$. Модуль этого вектора численно равен отношению силы тока dI через элементарную площадку, расположенную в данной точке перпендикулярно направлению движения носителей заряда к ее площади $dS_{\perp}$:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \qquad (4.2)$$

За направление вектора плотности тока $\vec{j}$ принимают направление вектора скорости $\vec{u}$ упорядоченного движения положительных зарядов.

Поле вектора плотности тока графически изображают с помощью линий тока, которые проводят так же, как и линии вектора $\vec{E}$.

Зная вектор плотности тока в каждой точке интересующей нас поверхности S, можно найти и силу тока через эту поверхность, как поток вектора $\vec{j}$:

$$I = \int \vec{j}\, d\vec{S}. \qquad (4.3)$$

Уравнение непрерывности

Рассмотрим в некоторой среде, в которой течет ток, воображаемую замкнутую поверхность S. Выражение $\oint \vec{j}d\vec{S}$ дает заряд, выходящий в единицу времени из объема V, ограниченного поверхностью S. В силу закона сохранения заряда эта величина должна быть равна скорости убывания заряда q, содержащегося в данном объеме:

$$\oint \vec{j}d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}. \tag{4.4}$$

Это соотношение называют уравнением непрерывности (является выражением закона сохранения заряда).

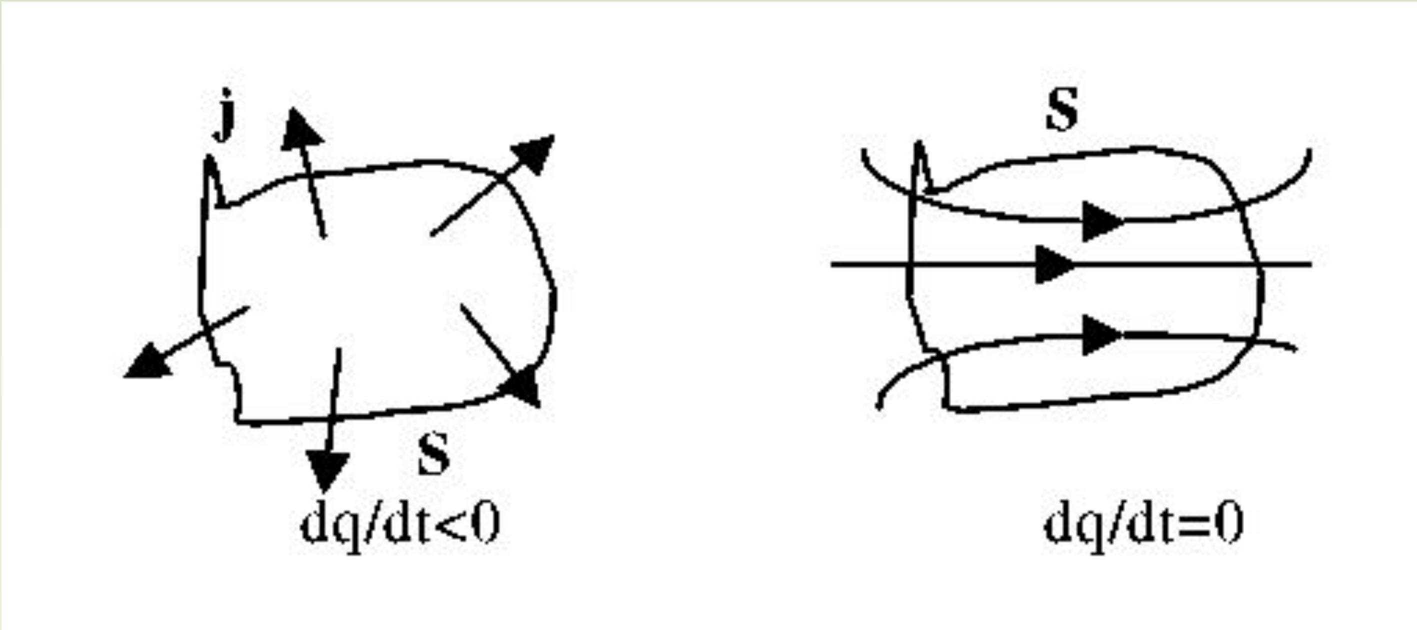
В случае стационарного (постоянного) тока распределение зарядов пространстве должно оставаться неизменным, т.е.

. $dq/dt = 0$

Следовательно,

$$\oint \vec{j}\,d\vec{S} = 0\,. \tag{4.5}$$

иначе говоря, линии вектора $\vec{j}$ нигде не начинаются и нигде не заканчиваются. Следовательно, линии постоянного тока всегда замкнуты.



Закон Ома для однородного проводника

Сила тока, протекающего по однородному проводнику, пропорциональна разности потенциалов на его концах (напряжению U):

$$I = \frac{U}{R}, \qquad (4.6)$$

где R - электрическое сопротивление проводника. Единицей сопротивления служит *Ом*.

В простейшем случае однородного цилиндрического проводника сопротивление

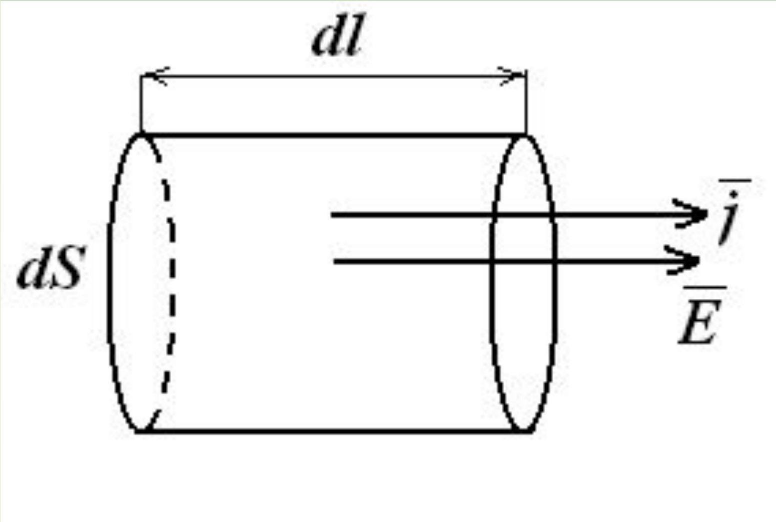
$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad (4.7)$$

где l - длина проводника, S - площадь его поперечного сечения, ρ - удельное электрическое сопротивление (зависит от материала проводника и его температуры).

Выражают ρ в $ом \cdot метрах$ $(Ом \cdot м)$.

Закон Ома в дифференциальной форме.

Найдем связь между плотностью тока $\vec{j}$ и напряженностью поля $\vec{E}$ в той же точке проводящей среды.



Выделим мысленно в окрестности некоторой точки проводящей среды элементарный цилиндрический объем с образующими параллельными вектору $\vec{j}$, а значит и вектору $\vec{E}$. Если поперечное сечение цилиндра dS, а его длина dl, то для такого элементарного цилиндра можно записать

$$jdS = \frac{Edl}{\rho\, dl/dS},$$

после сокращений, получим в векторном виде,

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \gamma\,\vec{E}, \qquad (4.8)$$

где $\gamma = \frac{1}{\rho}$ - удельная проводимость среды.

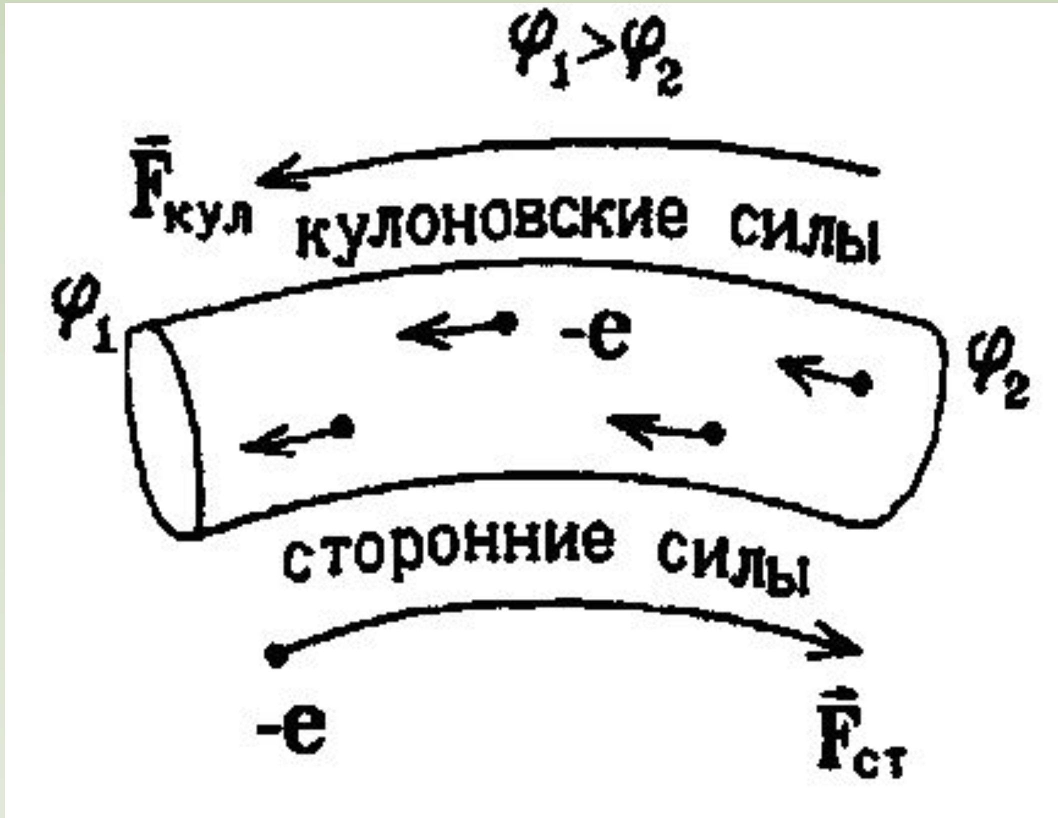
Единица удельной проводимости - сименс на метр $(См/м)$.

Полученное выражение (4.8) называется **дифференциальным законом Ома**, оно не содержит дифференциалов (производных), а называется так потому, что в нем устанавливается связь между величинами, относящимися к одной и той же точке проводника.

<u>Сторонние силы</u>

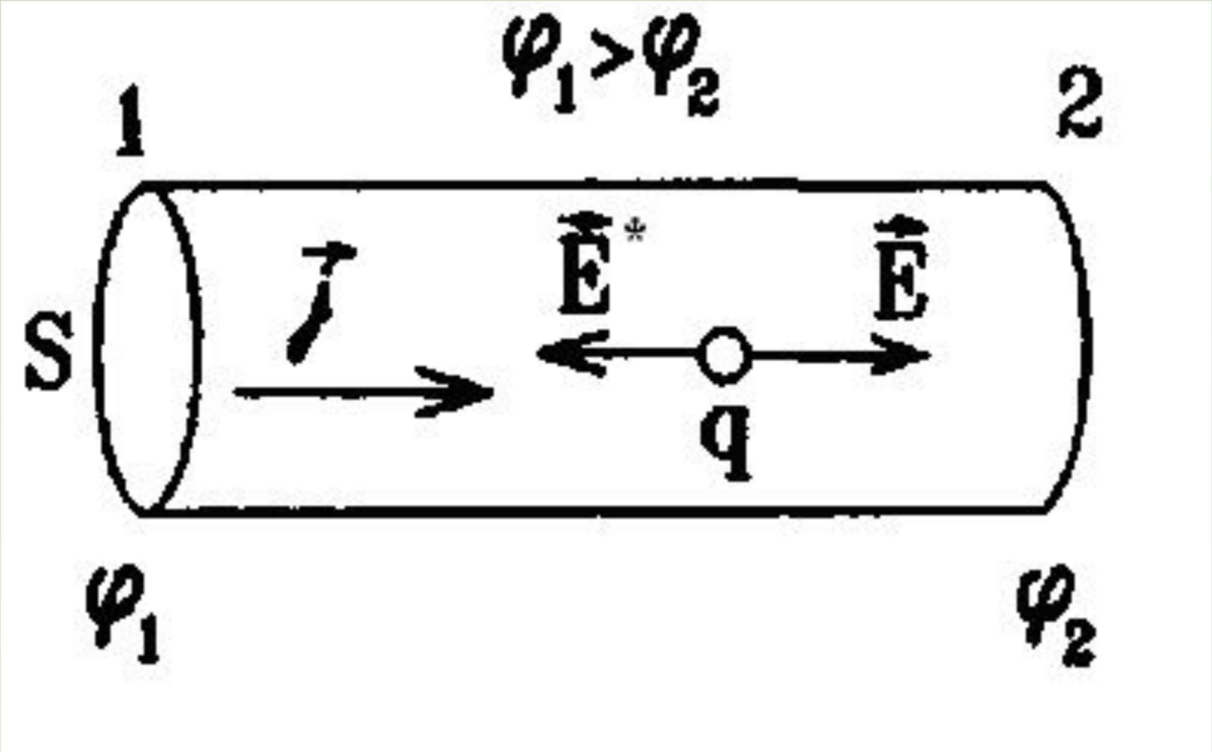
Если на концах проводника создать разность потенциалов, то свободные носители заряда под действием электростатических сил быстро перераспределятся так, чтобы скомпенсировать поле внутри проводника и сделать потенциал проводника всюду одинаковым. Электрический ток при этом прекращается. Поэтому для поддержания ненулевой разности потенциалов и создания постоянного тока должны присутствовать дополнительные силы ***неэлектростатической природы***. Это химические, диффузионные и другие силы. Они совершают работу против электростатических кулоновских сил, возвращая свободные носители заряда обратно, и называются **сторонними силами**.

$$U = \varphi_1 - \varphi_2$$



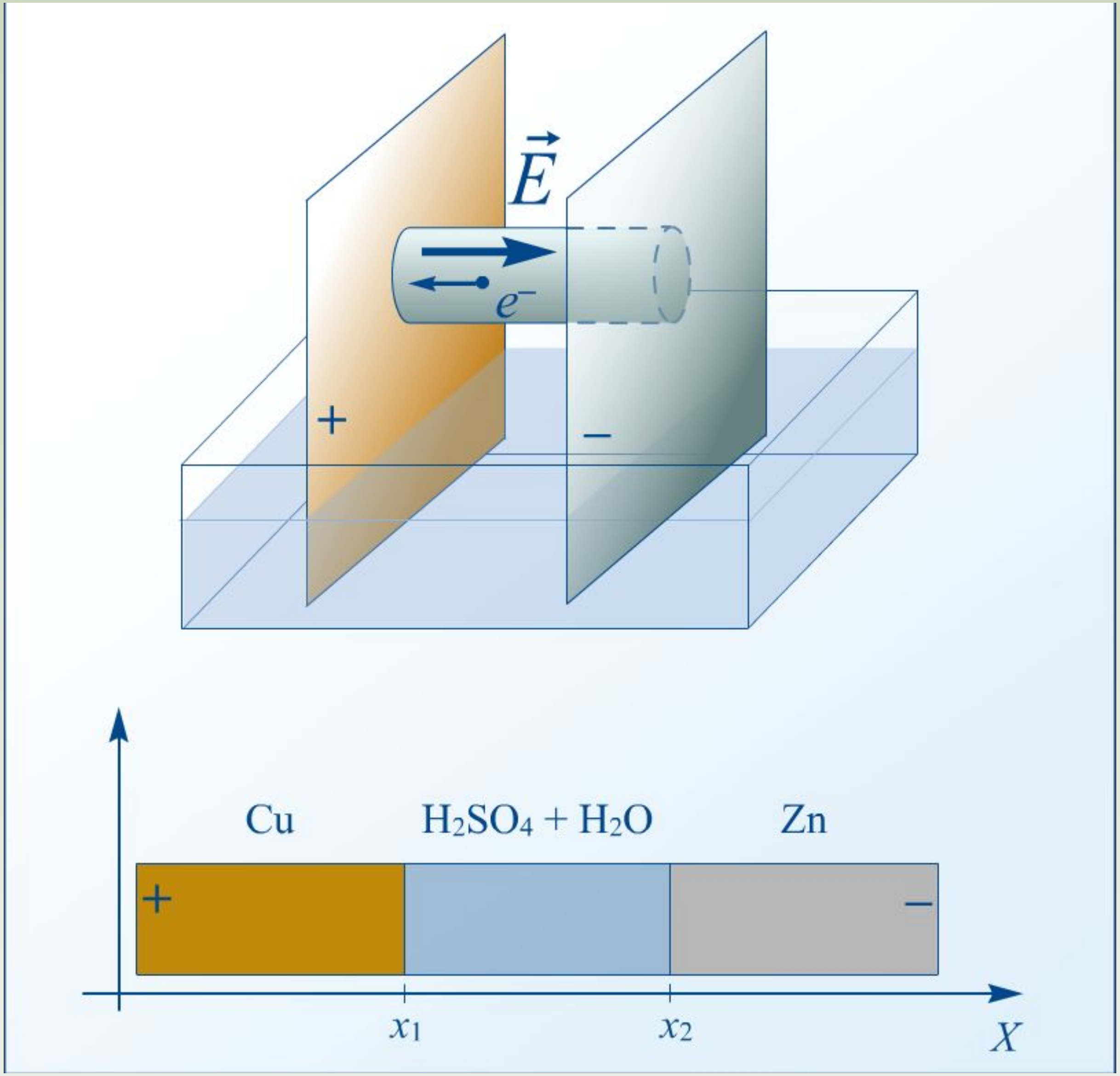
При наличии постоянного тока в проводнике на свободные носители заряда q действуют, вообще говоря, как кулоновские силы $\vec{F} = q\vec{E}$, так и **сторонние силы**:

$\vec{F}_{ст} = q\vec{E}^*$, где $\vec{E}^*$ - напряженность поля сторонних сил.



Но если в однородном проводнике плотность тока в любой точке определяется проводимостью γ и напряженностью электростатического кулоновского поля в данной точке:

$\vec{j} = \gamma \vec{E}$ (*закон Ома*), то при появлении сторонних сил они должны складываться с кулоновскими:



Химический источник тока

$$\vec{j} = \gamma\left(\vec{E} + \vec{E}^*\right). \qquad (4.9)$$

Участок проводника, на котором действуют сторонние силы, называется ***неоднородным***.

В тонком неоднородном проводнике векторы $\vec{j}$ и $\vec{E}$ направлены вдоль оси, перпендикулярно сечению проводника S. Интегрируя по длине проводника обе части равенства (4.9), в случае постоянного или квазистационарного тока, получим:

$$\int_1^2 \frac{1}{\gamma}\vec{j}d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}.$$

Учтем, что $\frac{1}{\gamma} = \rho$, $\frac{j}{S} = const$ поэтому $\int_1^2 \frac{1}{\gamma} jdl = I\rho\frac{l}{S}$.

Первое слагаемое справа является разностью потенциалов:

$$\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Работу сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда называют **электродвижущей силой (ЭДС)** ε, действующей на данном участке цепи:

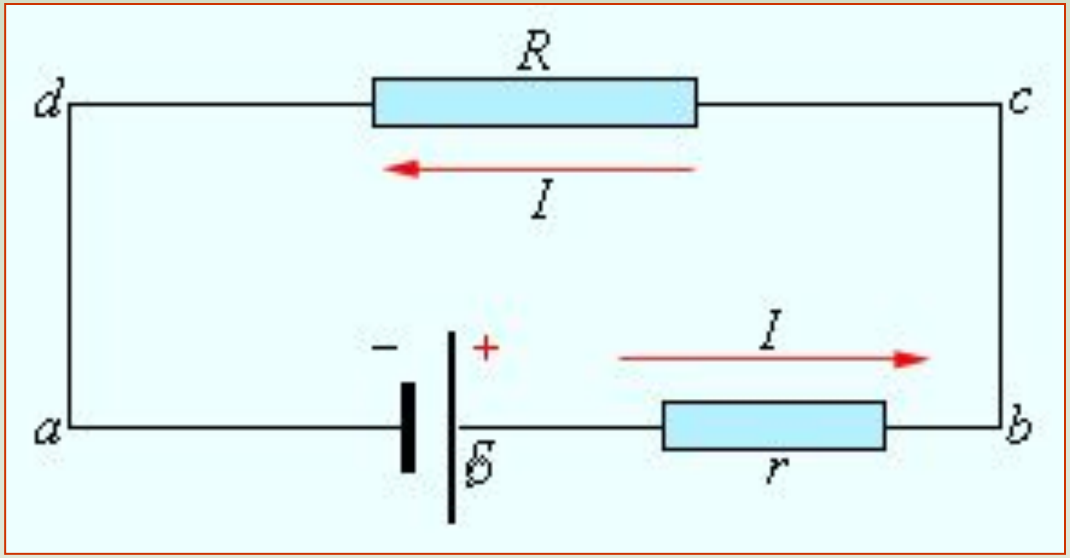
$$\varepsilon_{12} = \frac{A_{cm}}{q} = \frac{1}{q}\int_1^2 \vec{F}_{cm} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l} \, .$$

Как и разность потенциалов, ЭДС измеряется в вольтах. С учетом этого определения получаем выражение:

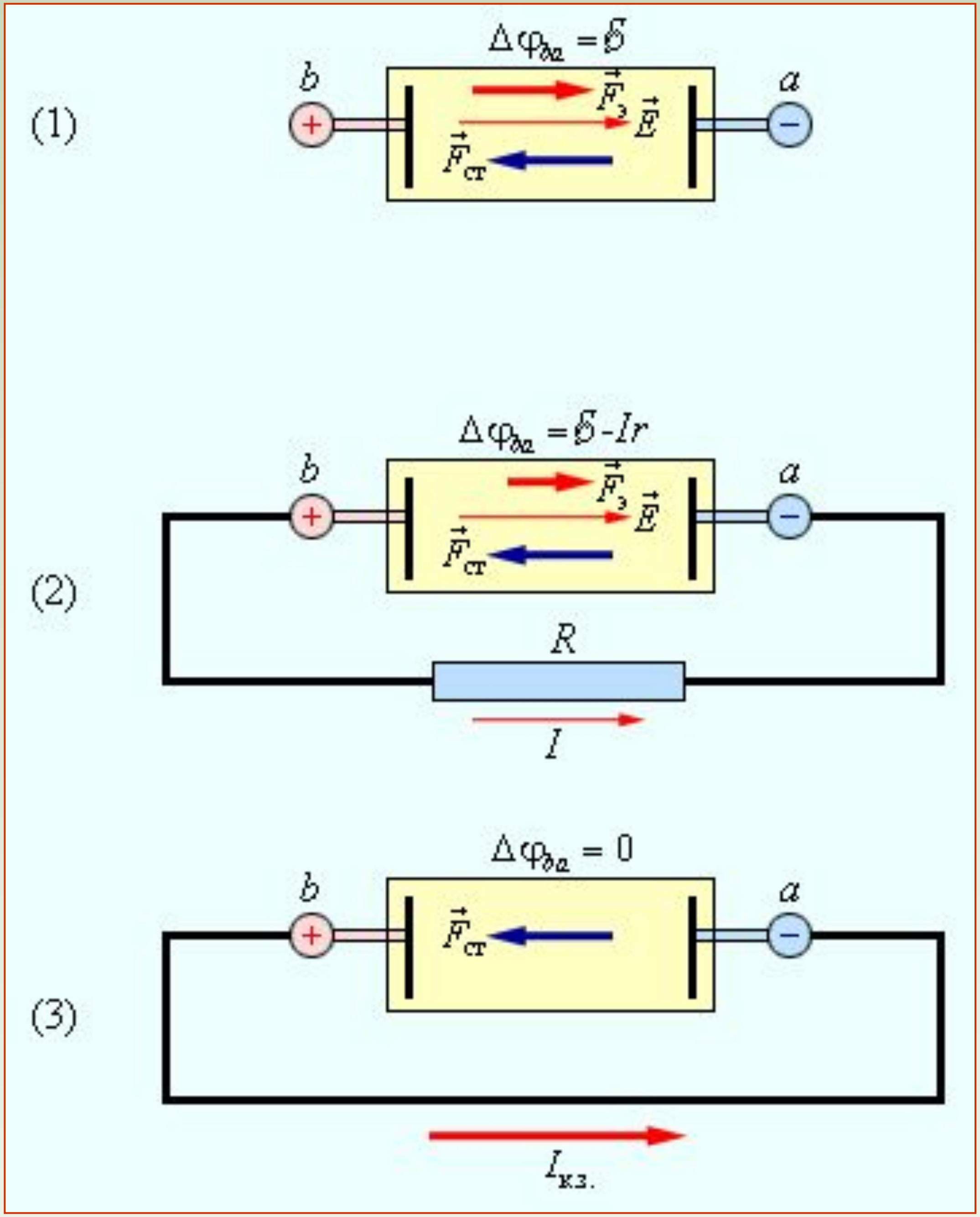
$$\boxed{IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12} \, .} \qquad (4.10)$$

- ***закон Ома для неоднородного участка проводника***, включающего ЭДС ε_{12}, причем $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - разность потенциалов на его концах.

Закон Ома для полной электрической цепи



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$



Схематическое изображение источника постоянного тока:

1 – батарея разомкнута (режим холостого хода);

2 – батарея замкнута на внешнее сопротивление *R*;

3 – режим короткого замыкания

Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Узлом называется точка, в которой соединяются три или более проводников.

Участок цепи – отрезок между соседними узлами.

Контур цепи – замкнутая сама на себя последовательность участков цепи.

Первое правило Кирхгофа.

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.

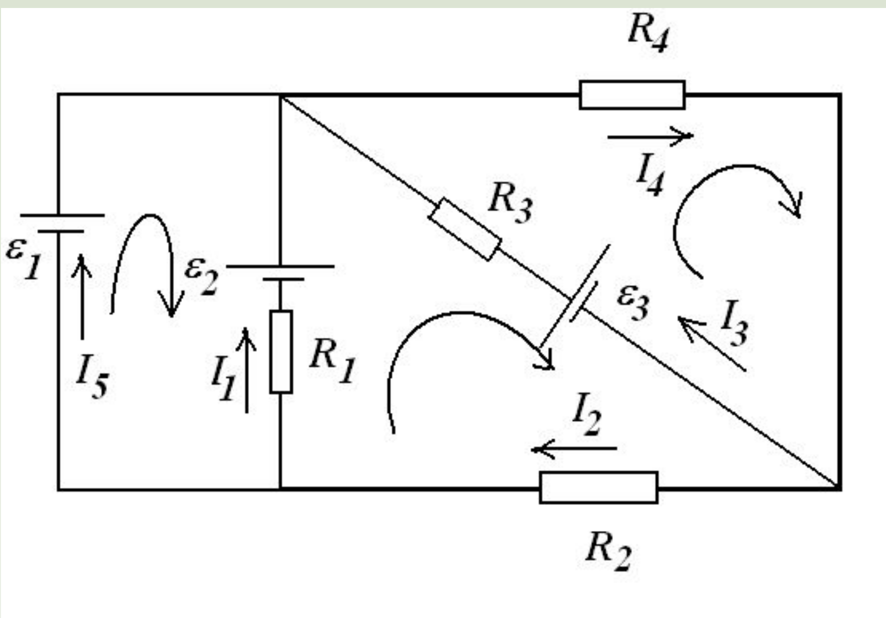
$$\sum_{i=1}^{N} I_i = 0\,. \qquad (4.11)$$

Второе правило Кирхгофа.

Алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольного замкнутого контура на их сопротивления равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в этом контуре.

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \,. \qquad (4.12)$$

Пример.



$$I_5 + I_1 + I_3 - I_4 = 0$$

$$I_2 - I_1 - I_5 = 0$$

$$-I_1 R_1 + I_5 \cdot 0 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 + I_2 R_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3$$

$$I_4 R_4 + I_3 R_3 = \varepsilon_3$$

Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим произвольный участок электрической цепи, по которой течет ток. За время dt через какое - либо сечение проводника будет перенесен заряд $dq = Idt$, тогда работа по его переносу равна:

$$dA = Udq = IUdt \ ,$$

где U - напряжение, и, следовательно, мощность, которую развивают силы источника:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = (\varphi_1 - \varphi_2)I + \varepsilon_{12} I \ . \qquad (4.13)$$

В случае, когда проводник неподвижен и химических реакций в нем не происходит, работа тока затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего проводник ***нагревается***.

Принято говорить, что в проводнике выделяется тепло:

$$dQ = IUdt \qquad (4.14)$$

или

$$Q = \int_0^T IUdt = \int_0^T I^2Rdt = \int_0^T \frac{U^2}{R}dt\,. \qquad (4.15)$$

Этот закон был установлен экспериментально и назван **законом Джоуля - Ленца**. Если в цепи течет постоянный ток, то закон можно записать в простом виде:

$$Q = I^2Rt\,. \qquad (4.16)$$

Получим ***дифференциальный вид закона***. Выделим в проводнике элементарный объем в виде цилиндра.

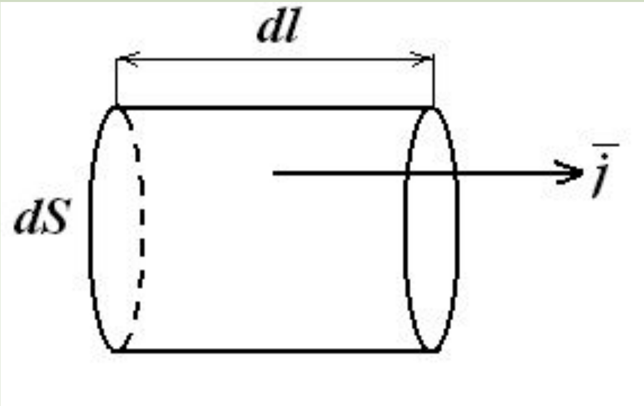


Рис.4

Согласно закону Джоуля – Ленца за время dt в проводнике выделится тепло

$$dQ = I^2 R dt = (j dS)^2 \frac{\rho\, dl}{dS} dt = \rho\, j^2 dV dt\,,$$

где $dV = dSdl$ - величина элементарного объема.

Разделив это выражение на $dVdt$ найдем количество теплоты, выделяющееся в единице объема за единицу времени при протекании тока, которое называется ***удельной тепловой мощностью тока***:

$$Q_{уд} = \rho\, j^2\ . \qquad (4.17)$$