Сегодня: *

Электромагнетизм

Тема 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

- **1.1. Магнитные взаимодействия**
- **1.2. Закон Био-Савара-Лапласа**
- **1.3. Магнитное поле движущегося заряда**
- **1.4. Напряженность магнитного поля**
- **1.5. Магнитное поле прямого тока**
- **1.6. Магнитное поле кругового тока**
- **1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции**

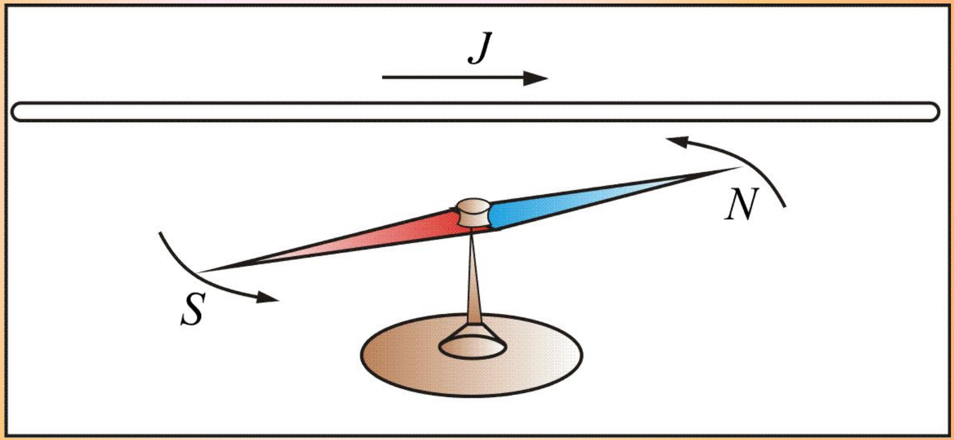
1.1. Магнитные взаимодействия

В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает ***магнитное поле.***

Помещенная в это поле маленькая ***магнитная стрелка*** устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля.

Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает **на север, называется *северным*, а противоположный – *южным*.**

При отклонении магнитной стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует механический крутящий момент **$M_{кр}$**, пропорциональный синусу угла отклонения ***α*** и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления.

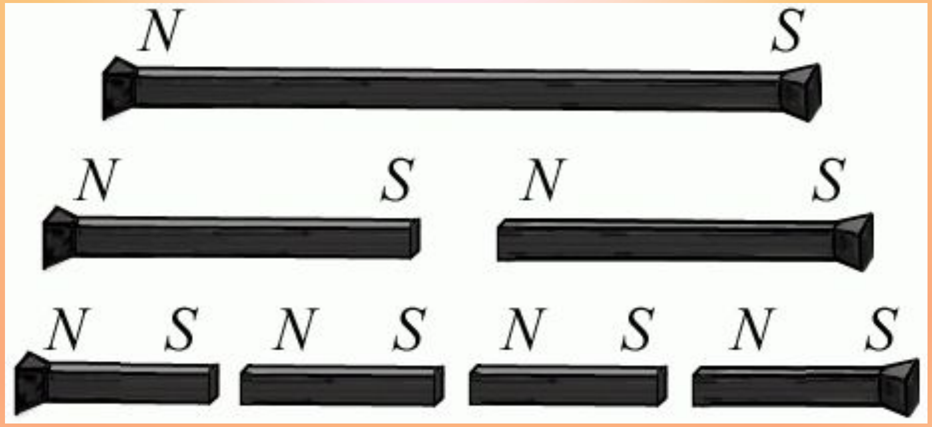


При взаимодействии постоянных магнитов они испытывают ***результирующий момент сил, но не силу***.

Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

Отличие постоянных магнитов от электрических диполей заключается в следующем:

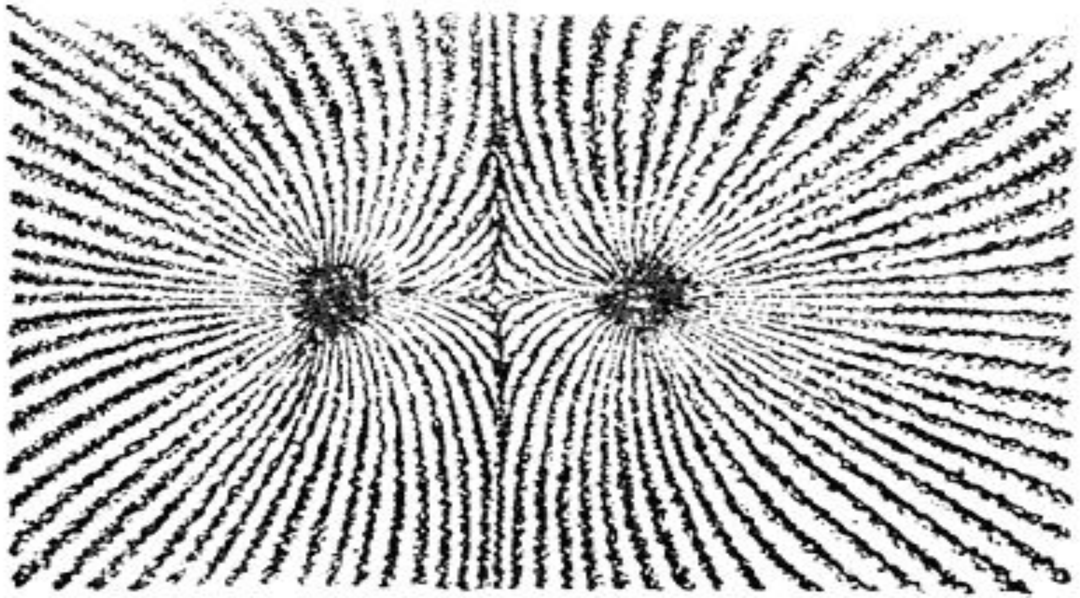
- **Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку.**
- **Постоянный же магнит, будучи разрезан пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса.**



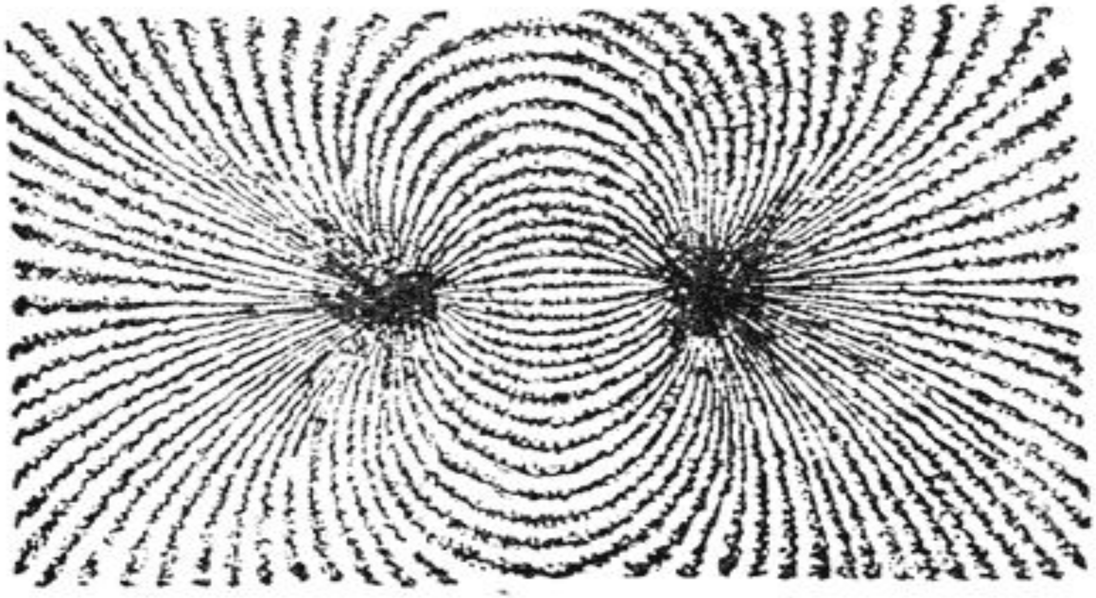
Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к ***1600 г., английский ученый-физик Уильям Гильберт*** написал труд

«О магните, магнитных телах и большом магните – Земле»

•



Магнитное поле одноименных полюсов.

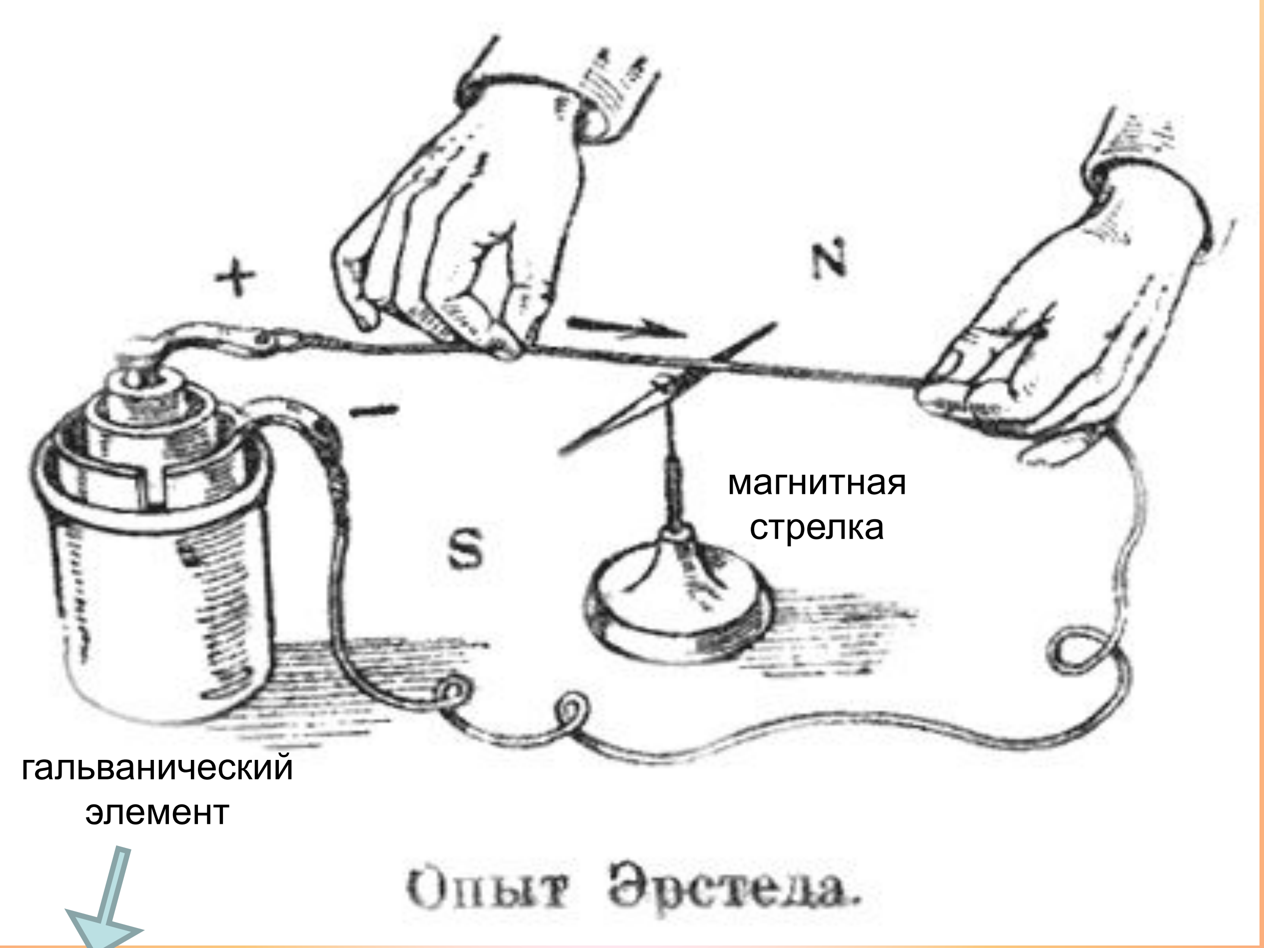


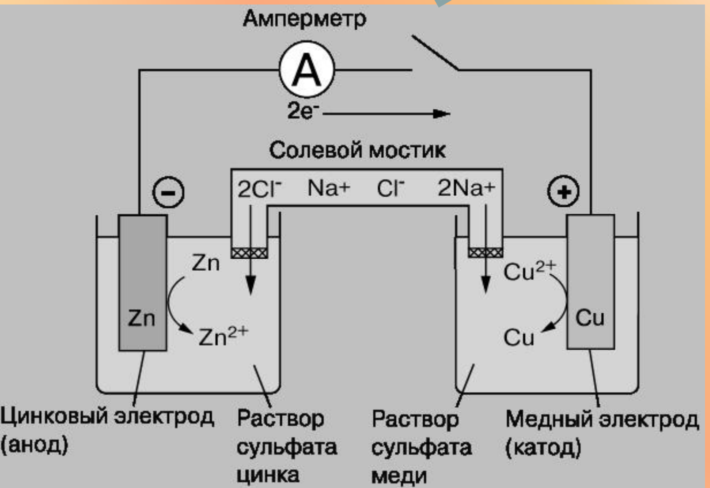
Магнитное поле разноименных полюсов.

В своих трудах У. Гильберт высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, ***природа электрических и магнитных явлений различна***. Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о ***наличии тесной связи между электрическими и магнитными явлениями***.

- В 1820 г. Х. Эрстед открыл магнитное поле электрического тока.
- А. Ампер установил законы магнитного взаимодействия токов.
- Ампер объяснил магнетизм веществ существованием молекулярных токов.

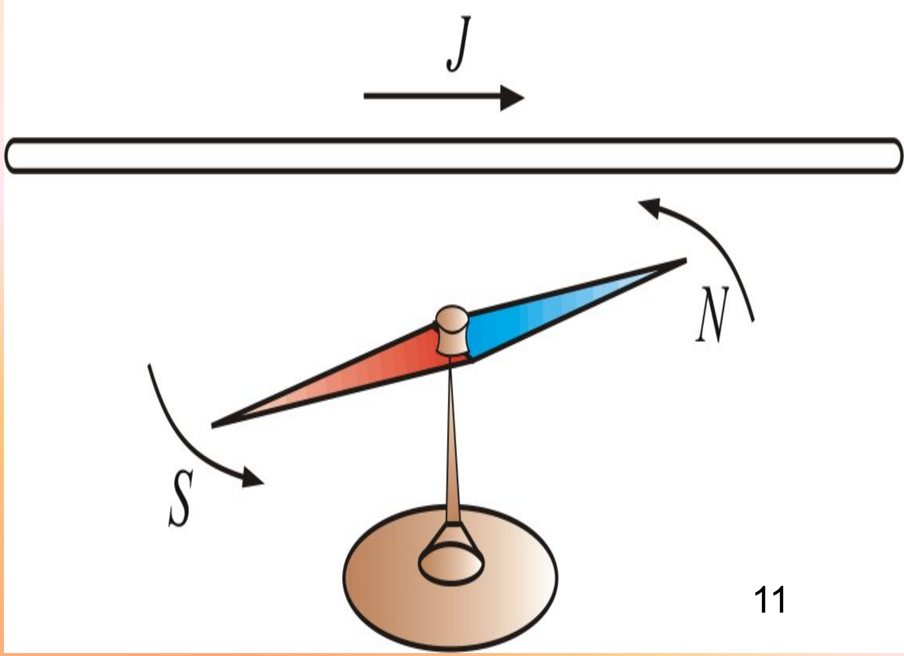




Самый распространенный вид ***гальванических элементов*** - это батарейки

Открытие Эрстеда.

При помещении магнитной стрелки непосредственной близости от проводника с током он обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение (см. рис.).



Из описанного опыта Эрстед делает ***вывод***:
вокруг прямолинейного проводника с током есть магнитное поле.

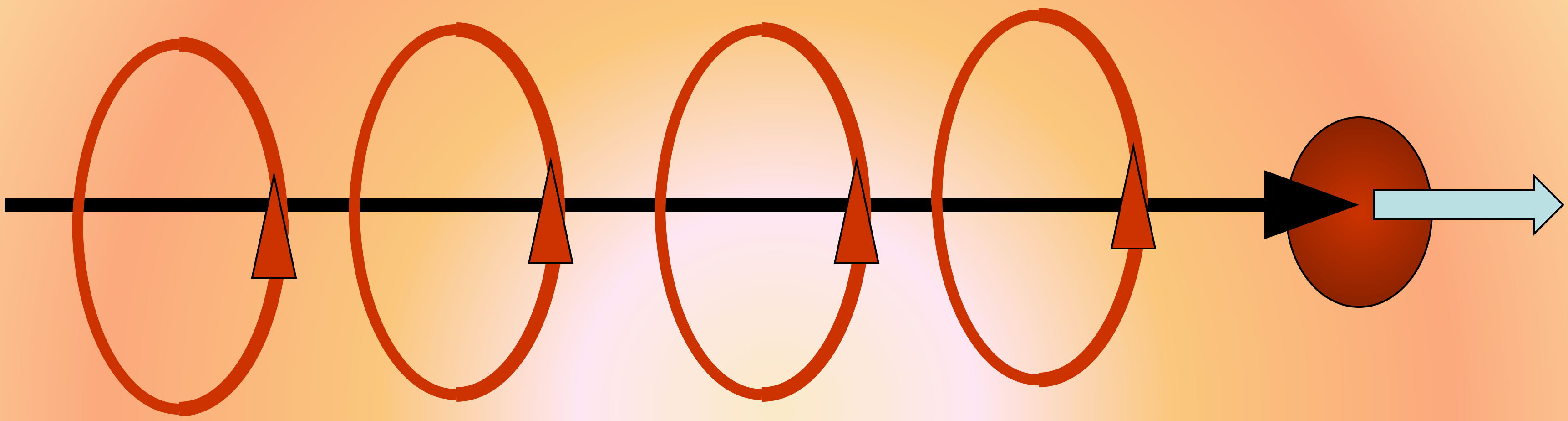
Общий вывод: ***вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле***.

Но ведь ***ток – это направленное движение зарядов***.

Опыты подтверждают: магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.

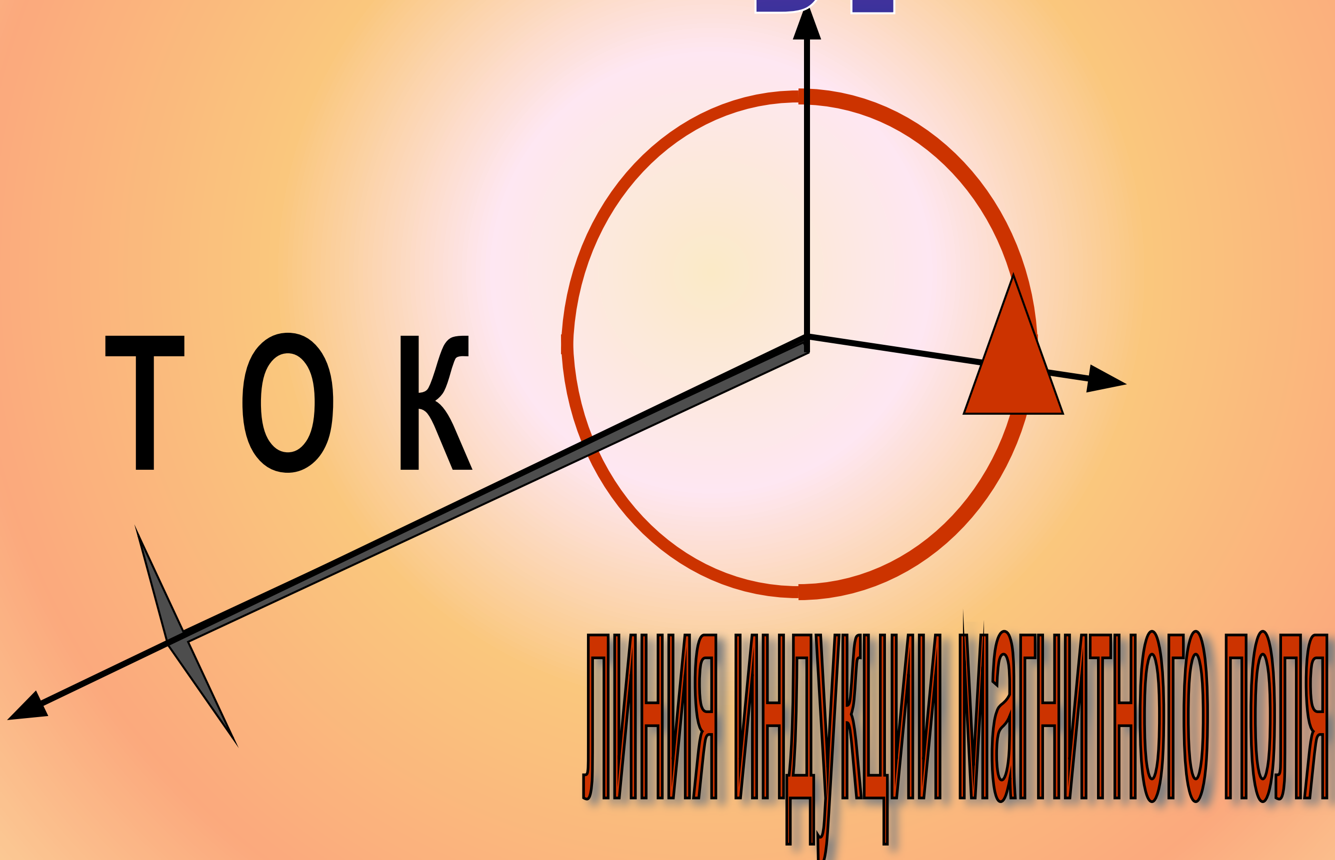
Вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное.

$qV=const$



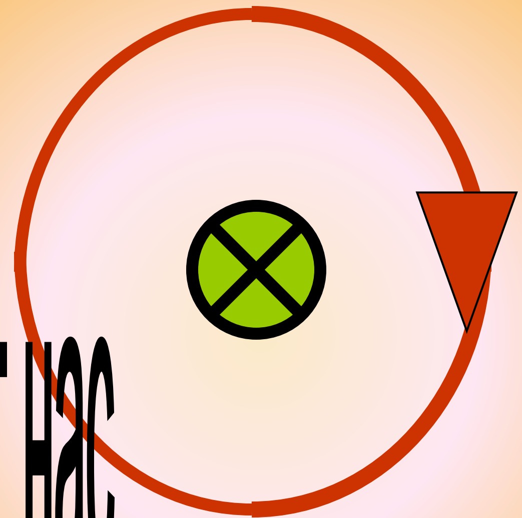
Появляется магнитное поле

Правило буравчика



Правило буравчика

Правило буравчика



Подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой. Магнитное поле материально. Теперь можно дать следующее определение магнитного поля:

Магнитное поле – это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.

Аналогия точечному заряду – **замкнутый плоский контур с током (рамка с током)**, линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.

Основное свойство магнитного поля – способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой.

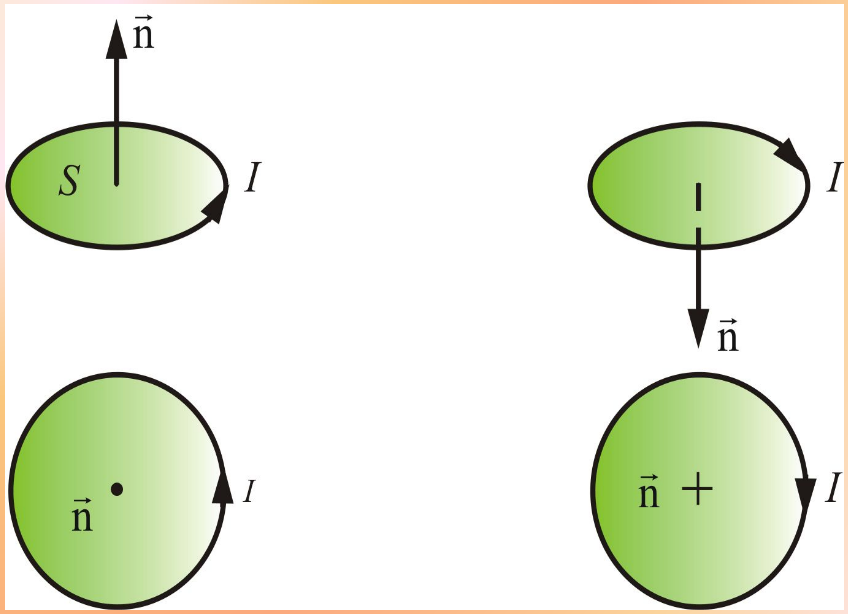
В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом.

Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали, которое определяется

правилом правого винта

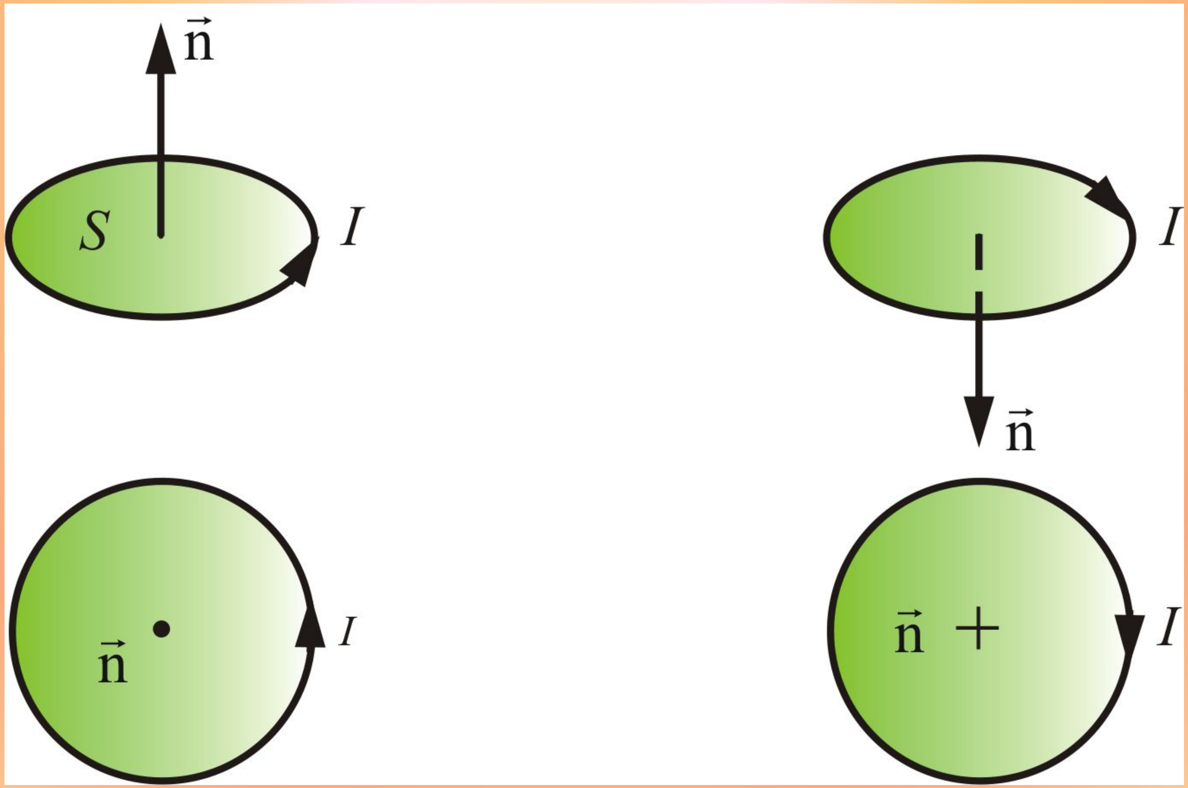
или «правилом буравчика»:

За положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке



Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом.

За направление магнитного поля в данной точке принимается положительное направление нормали.

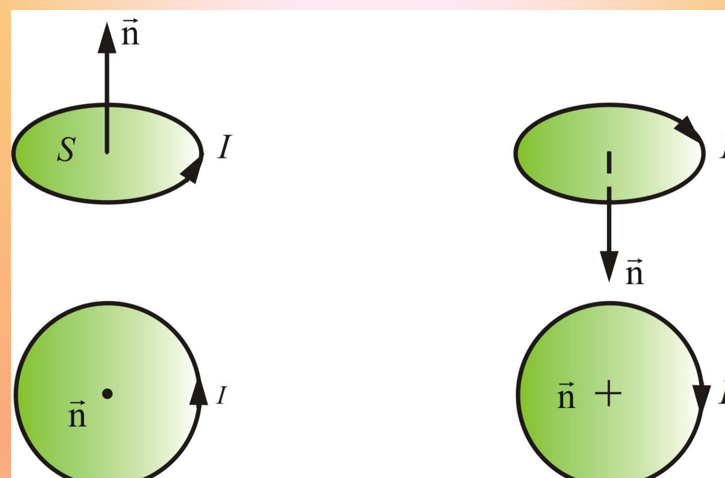


Вращающий момент прямо пропорционален величине тока I, площади контура S и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали $\vec{n}$

$$\boxed{M \sim IS\sin(\vec{n}, \vec{B}),}$$

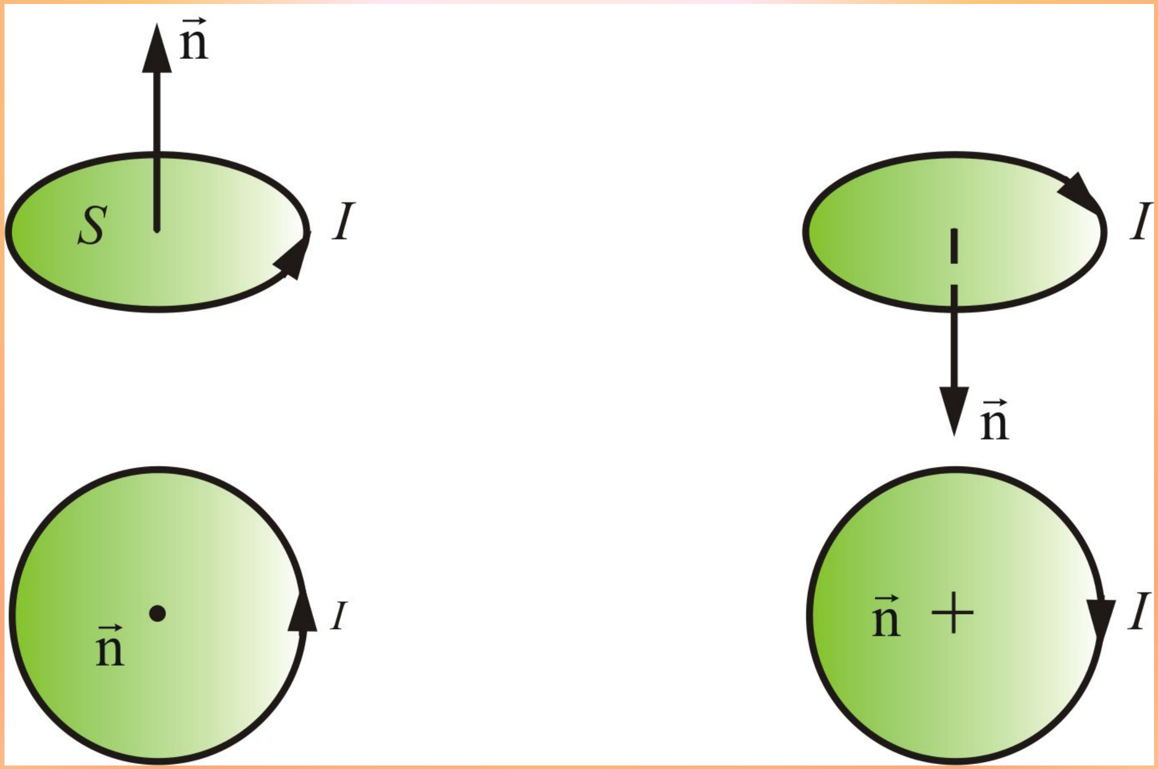
здесь M – ***вращающий момент***, или ***момент силы***,

$\boxed{IS = P_m}$ – ***магнитный момент*** контура (аналогично $\boxed{q\vec{l} = \vec{P}}$ – электрический момент диполя).



Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали:

$$\boxed{\vec{P}_m = P_m \vec{n}.}$$



Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной ***магнитной индукцией****:*

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{M}_{max}}{P_m},$$

$\vec{B}$ – ***вектор магнитной индукции, совпадающий с нормалью*** $\vec{n}$

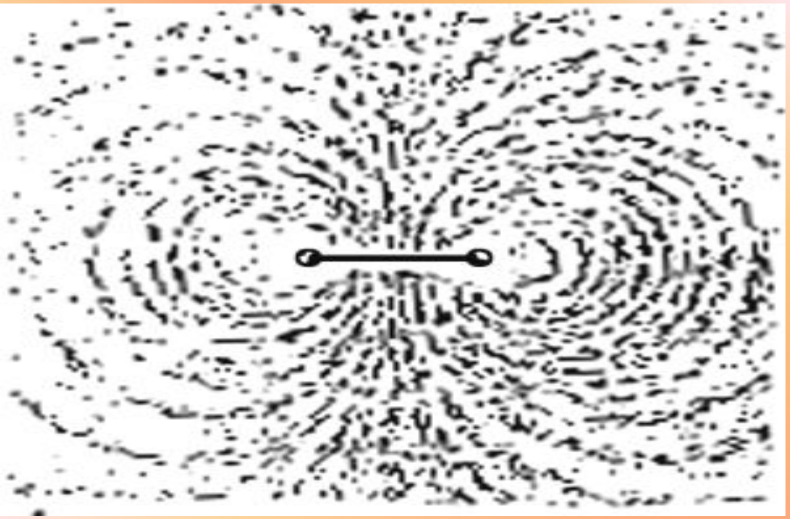
По аналогии с электрическим полем

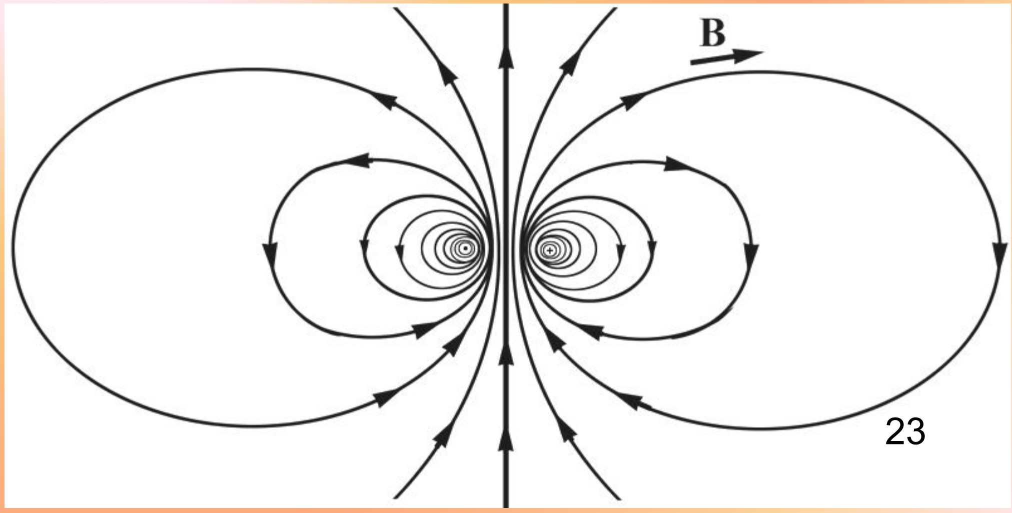
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Магнитная индукция $\vec{B}$ ***характеризует силовое действие магнитного поля на ток*** (аналогично, $\vec{E}$ характеризует силовое действие электрического поля на заряд).

$\vec{B}$ – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью *магнитных силовых линий*.

Поскольку ***M*** – момент силы и P_m – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что ***магнитное поле – вихревое.***



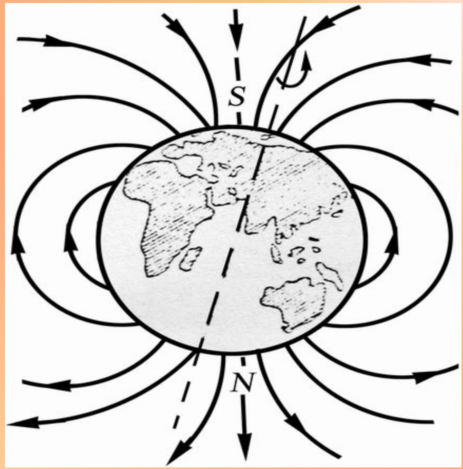


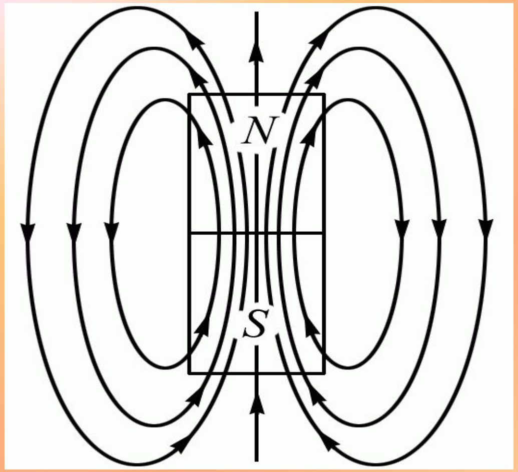
Условились, за направление $\vec{B}$ принимать направление северного конца магнитной стрелки.

Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.

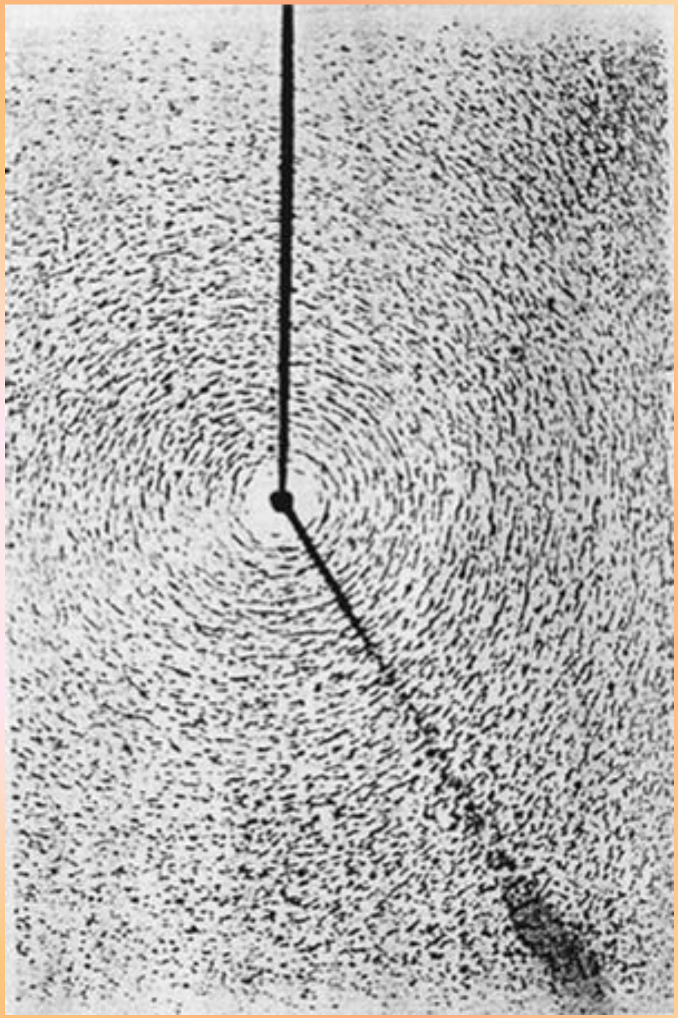
Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (*линиями магнитной индукции*).

Линиями магнитной индукции *называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора* $\vec{B}$ *в этой точке.*





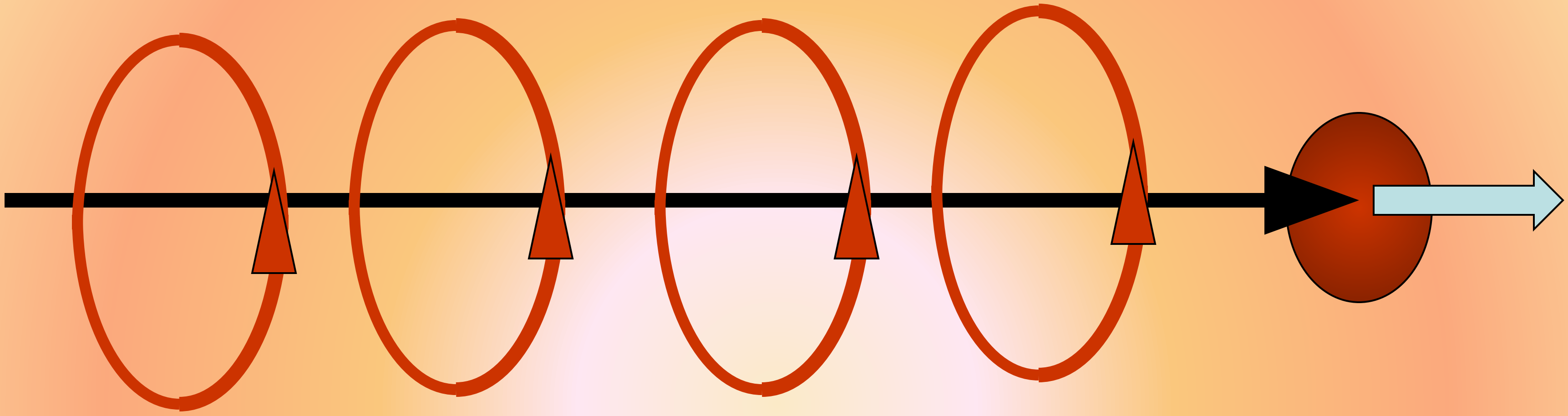
Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (*поворачиваются вдоль силовых линий*).



1.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист **Био** и Феликс **Савар**, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик Пьер **Лаплас** обобщил эти исследования.

$$qV=const$$

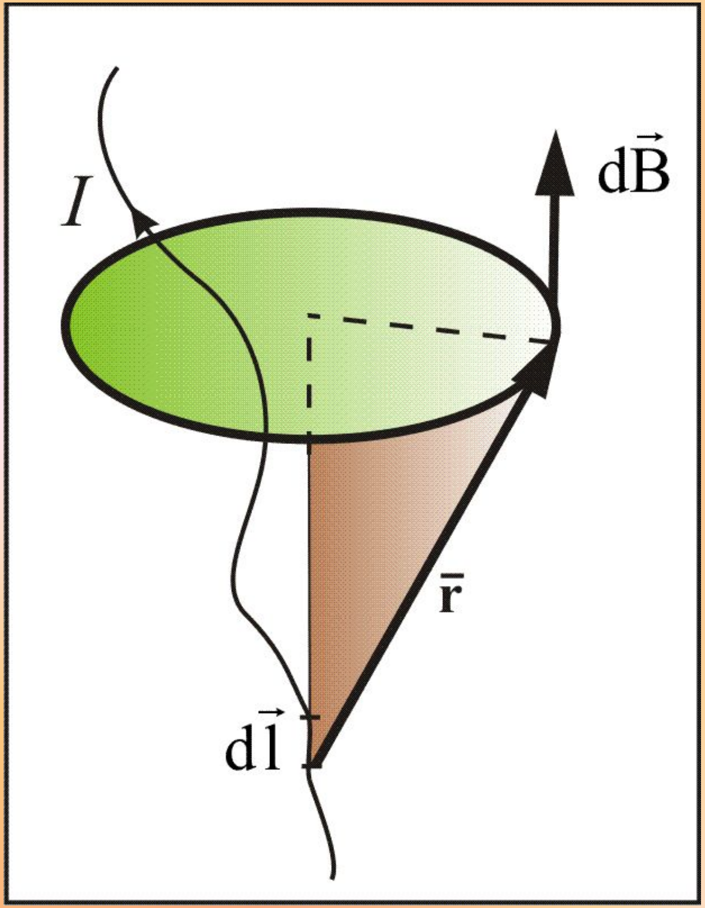


Появляется магнитное поле

Закон Био–Савара–Лапласа

***Элемент тока длины* d*l* *создает поле с магнитной индукцией*:**

$$\boxed{dB = k\frac{I dl}{r^2}}$$



или в векторной форме:

$$d\vec{B} = k\frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

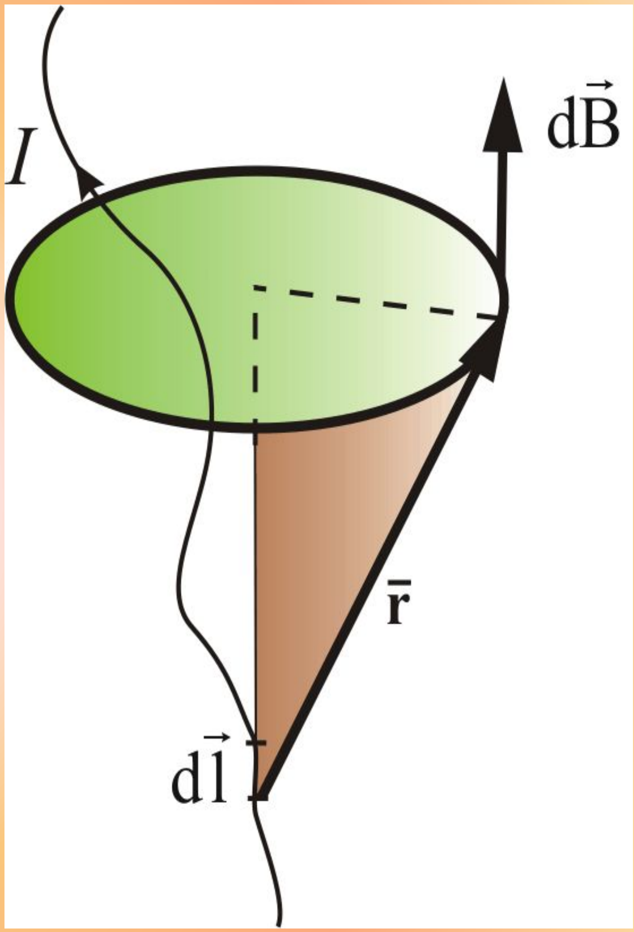
Здесь: $\boldsymbol{I}$ – ток;

$d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток;

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем $d\vec{B}$;

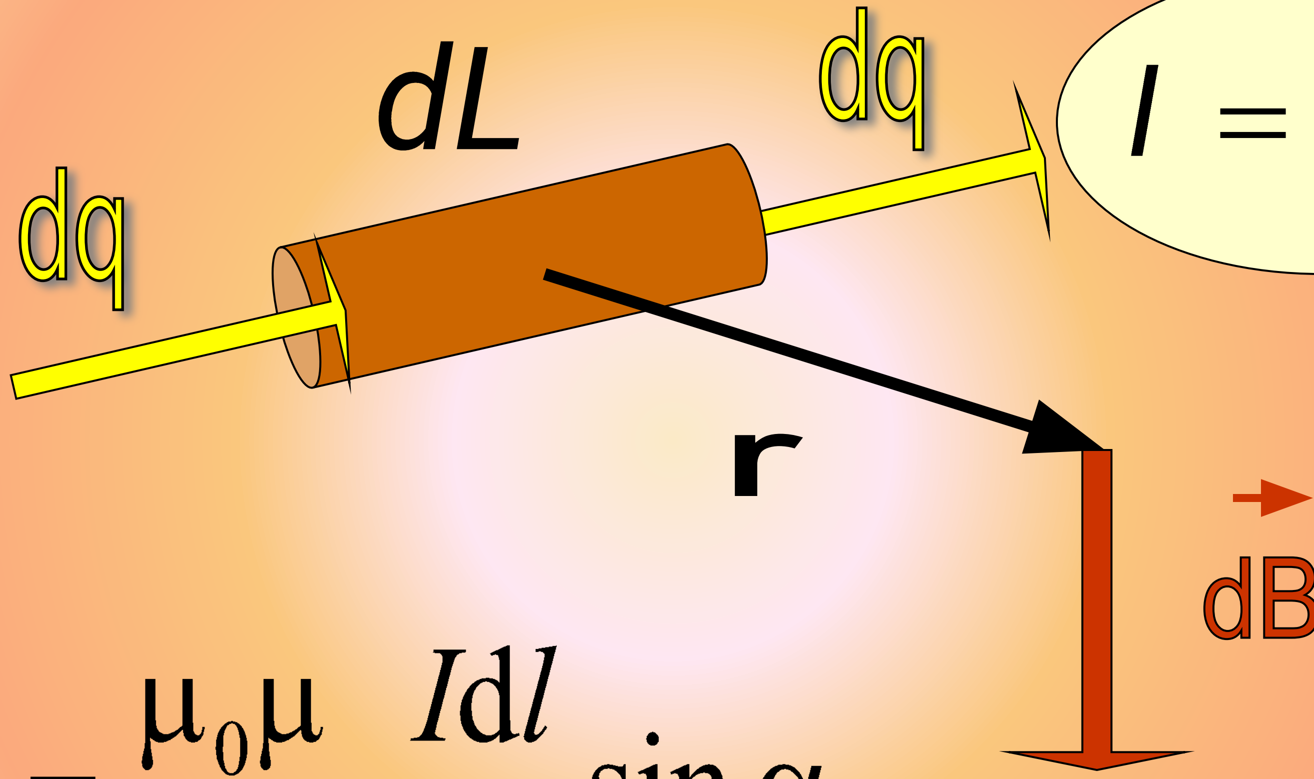
r – модуль радиус-вектора;

k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.



Вектор магнитной индукции $d\vec{B}$ *направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через* $d\vec{l}$ *и точку, в которой вычисляется поле.*

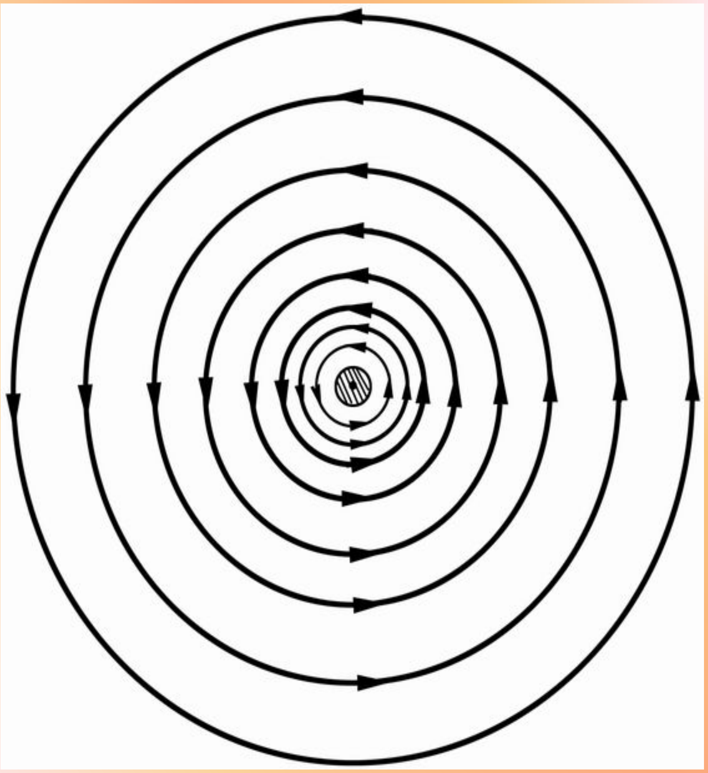
Поле элемента проводника с током

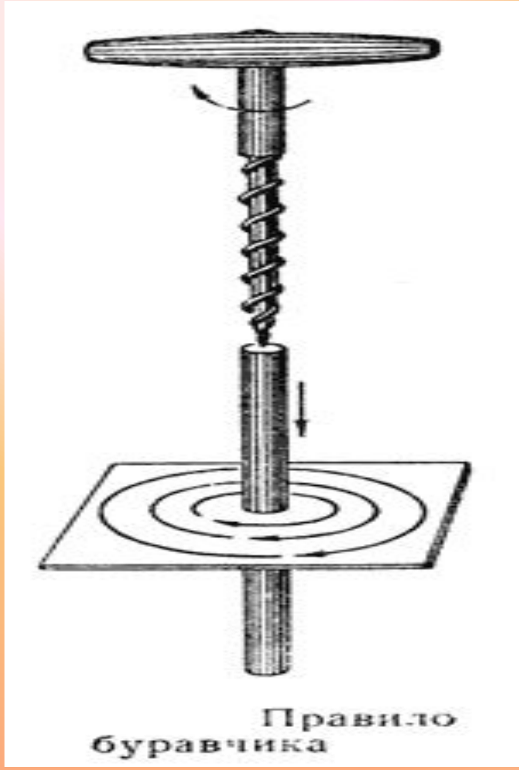


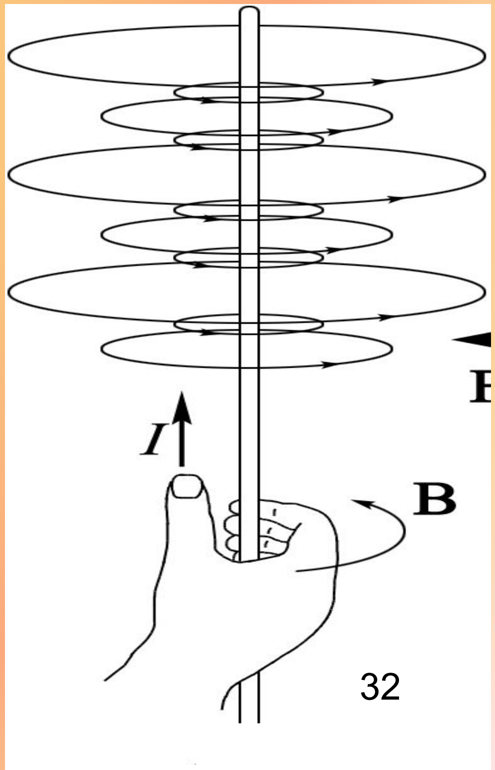
$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I\mathrm{d}l}{r^2} \sin\alpha$$

Направление $d\vec{B}$ связано с направлением $d\vec{l}$ ***«правилом буравчика»****: направление вращения головки винта дает направление* $d\vec{B}$*, поступательное движение винта соответствует направлению* ***тока*** *в элементе.*







Закон Био–Савара–Лапласа устанавливает величину и направление вектора $d\vec{B}$ *в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником* $d\vec{l}$ *с током I.*

Модуль вектора определяется соотношением:

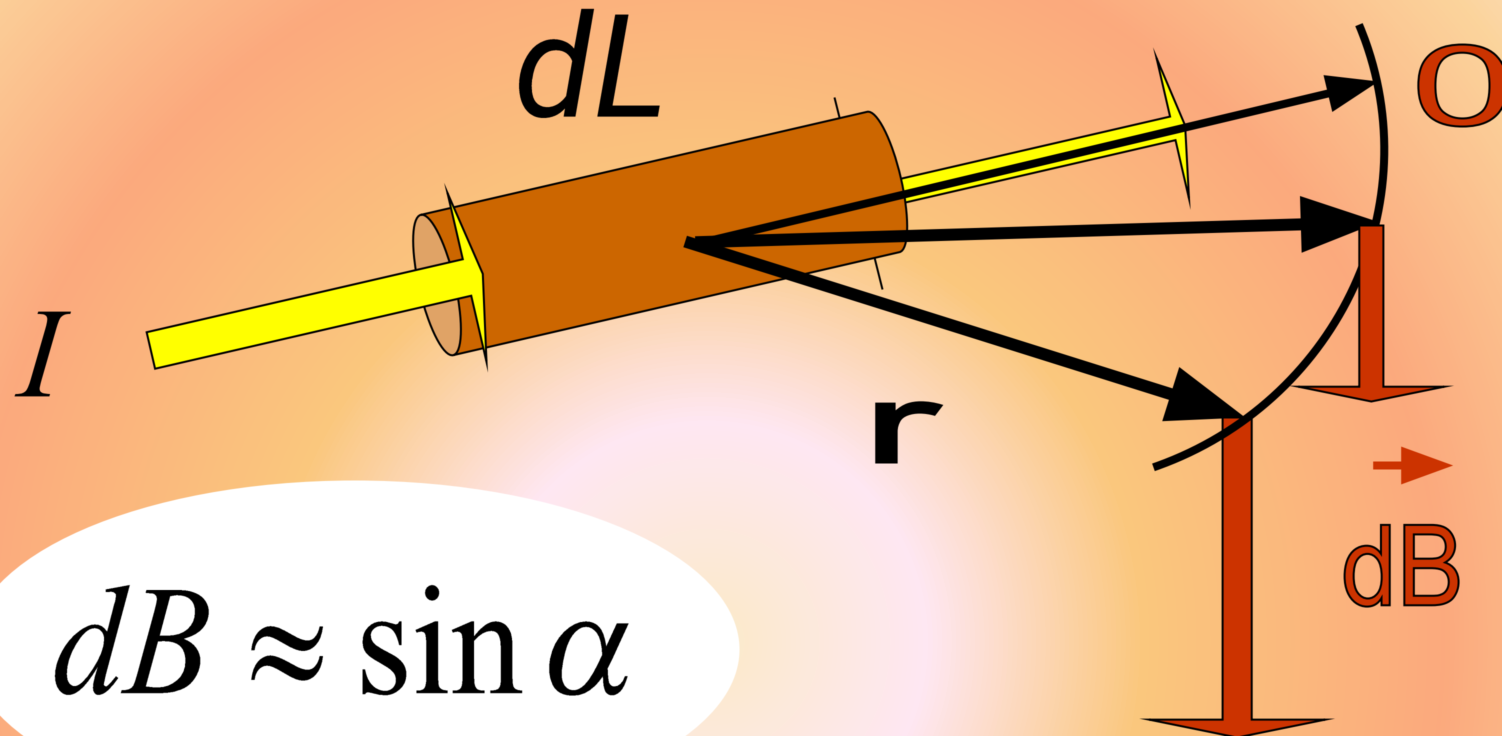
$$\boxed{dB = k\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2},}$$

где α - угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$; *k* – коэффициент пропорциональности.

Закон Био–Савара–Лапласа для вакуума можно записать так:

$$\boxed{\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2},}$$

где $\boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м}}$ – магнитная постоянная.



$$dB \approx \sin\alpha$$

$$\sin 90^\circ = 1, \quad \sin 30^\circ = 0{,}5$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

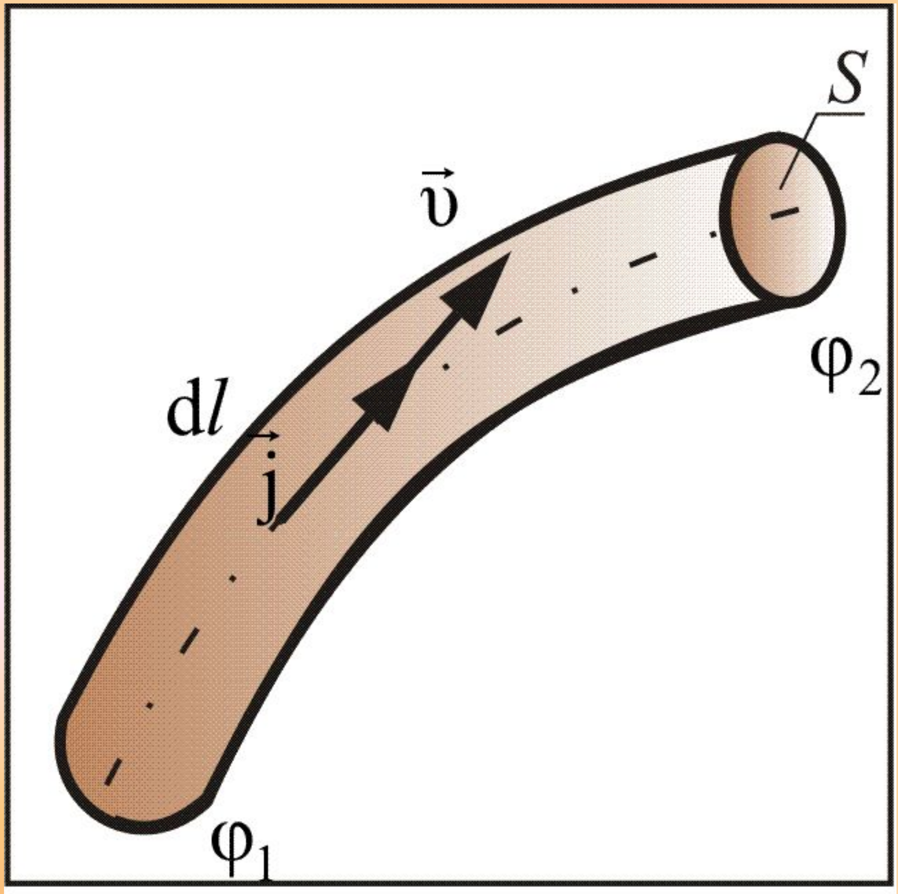
*Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (**суперпозиция**) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:*

$$\boxed{\vec{B} = \sum \vec{B}_i .}$$

1.3. Магнитное поле движущегося заряда

Электрический ток – ***упорядоченное движение зарядов***, а ***магнитное поле порождается движущимися зарядами.***

Под *свободным* движением заряда понимается его движение с постоянной скоростью



Индукция магнитного поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью $\vec{\upsilon}$:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{\upsilon}, \vec{r}]}{r^3}.}$$

В скалярной форме ***индукция магнитного поля одного заряда*** в вакууме определяется по формуле:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q\upsilon \sin(\vec{\upsilon}, \vec{r})}{r^2}.}$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц $\boxed{\upsilon << c}$

1.4. Напряженность магнитного поля

Магнитное поле – *это одна из форм проявления электромагнитного поля*, особенностью которого является то, что ***это поле действует только на движущиеся частицы и тела, обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела.***

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции *поля, созданного одним зарядом в вакууме:*

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\vec{\upsilon}, \vec{r}]}{r^3}}$$

Физический смысл магнитной индукции

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\left|\vec{F}\right|}{qV\sin\alpha}$$

Тл = Н.с / (Кл.м)

***Напряженностью магнитного поля* называют векторную величину $\vec{H}$, характеризующую магнитное поле и определяемую следующим образом:**

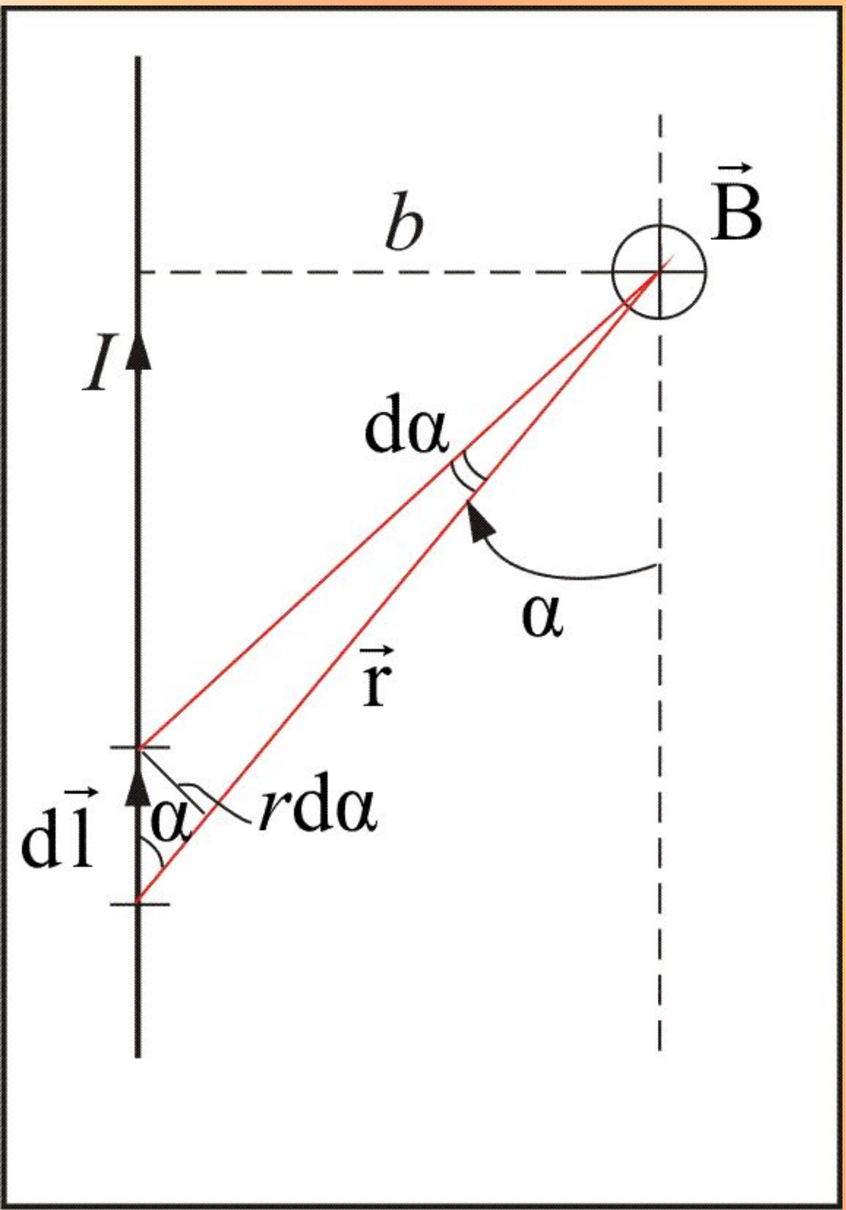
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

Напряженность магнитного поля заряда *q*, движущегося в вакууме равна:

$$\boxed{\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{q[\vec{\upsilon}, \vec{r}]}{r^3}}$$

Закон Био–Савара–Лапласа для $\vec{H}$

1.5. Магнитное поле прямого тока



Рассмотрим магнитное поле прямого тока

Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии b от провода. Из рис. 1.6 видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin\alpha}; \qquad \mathrm{d}l = \frac{r\,\mathrm{d}\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b\,\mathrm{d}\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Подставив найденные значения r и $\mathrm{d}l$ в закон Био–Савара–Лапласа, получим:

$$\boxed{\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ib\,\mathrm{d}\alpha\sin\alpha\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\sin\alpha\,\mathrm{d}\alpha.}$$

Для ***конечного проводника*** угол α изменяется от α_1 до α_2. Тогда:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{b}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha\, \mathrm{d}\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \tag{1.5.1}$$

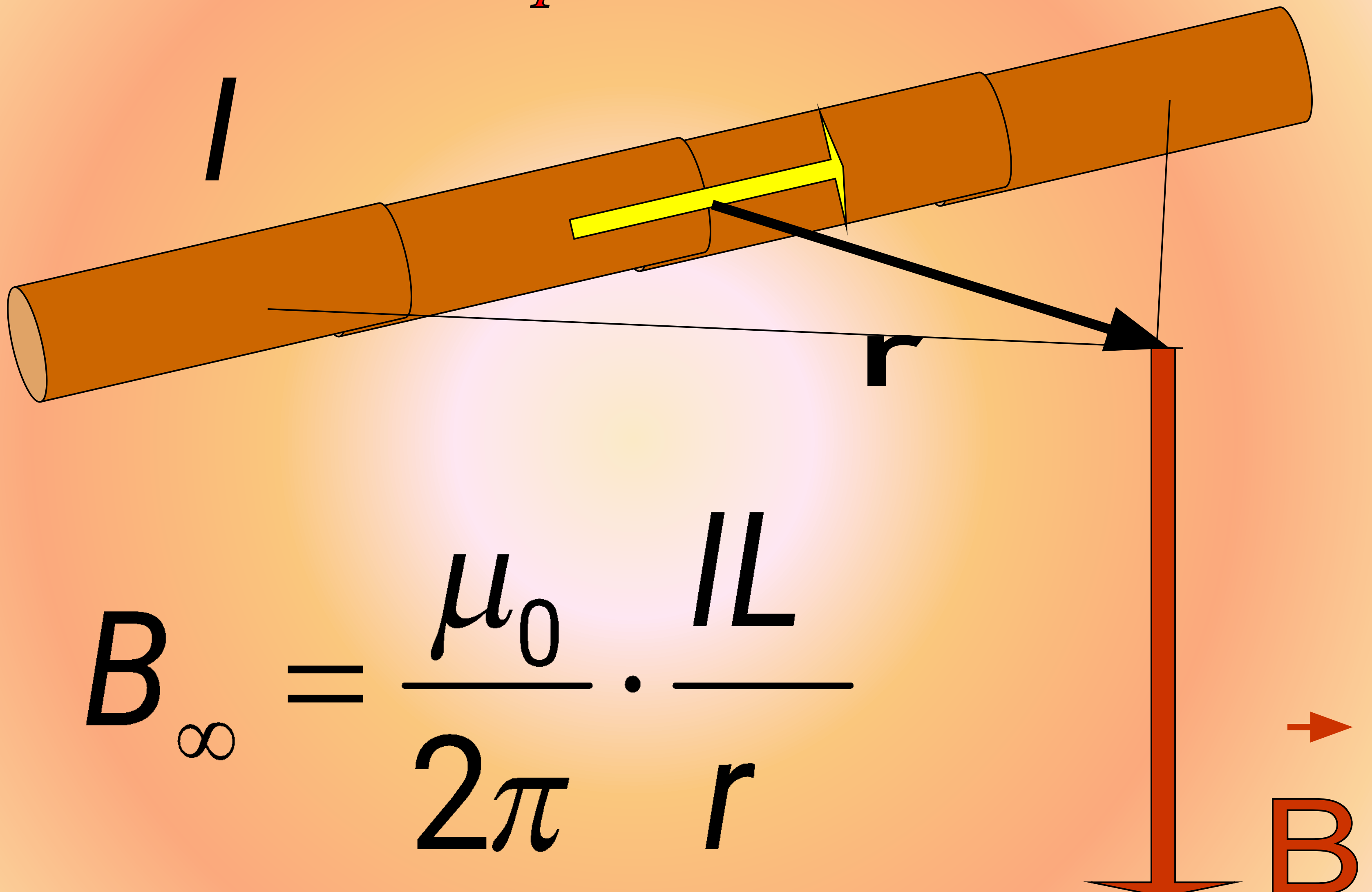
Для ***бесконечно длинного проводника*** $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$, тогда:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

или

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{b}. \tag{1.5.2}$$

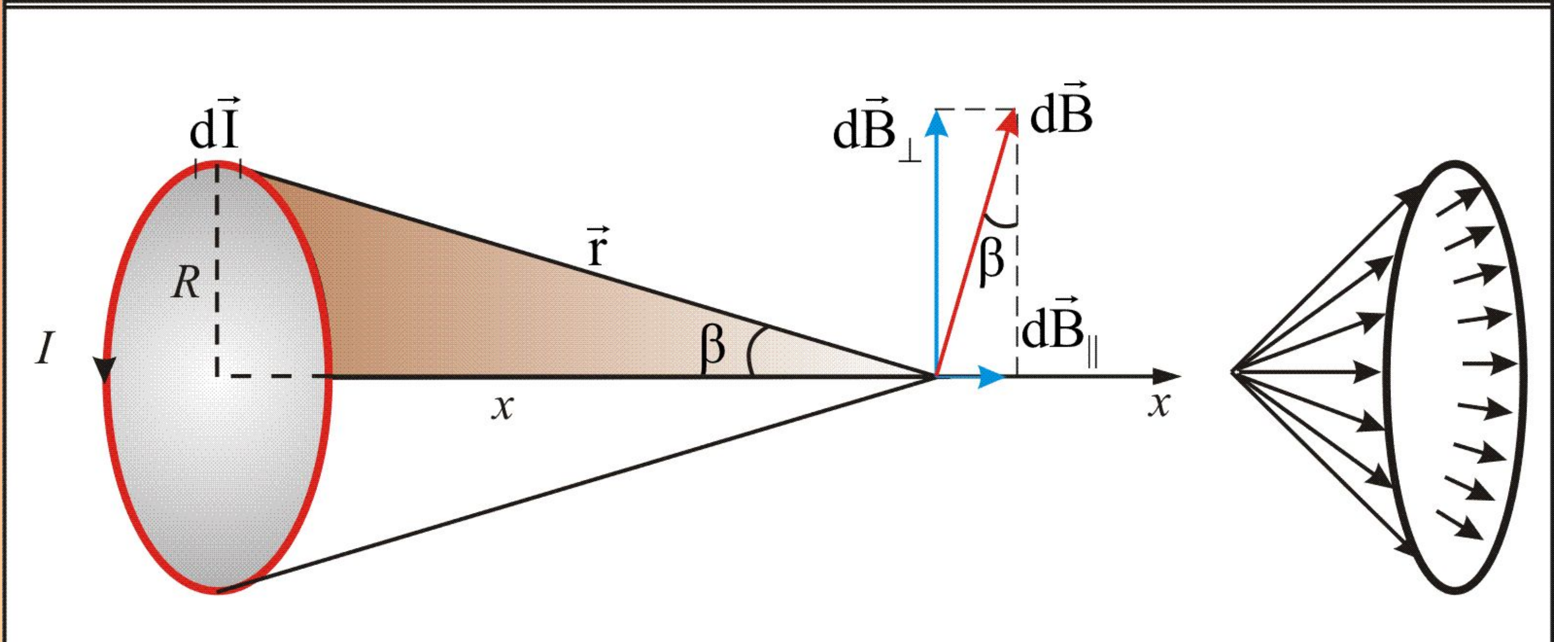
Поле прямого тока



$$B_{\infty} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{IL}{r}$$

1.6. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током *I*, текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса *R*.



$$\boxed{\sin\beta = \frac{R}{r}}$$

$$\boxed{dB_{||} = dB\sin\beta}$$

т.к. угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ α – прямой, то

$\sin\alpha = 1,$

тогда получим:

$$\boxed{dB_{||} = dB\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{r}.}$$

(1.6.1)

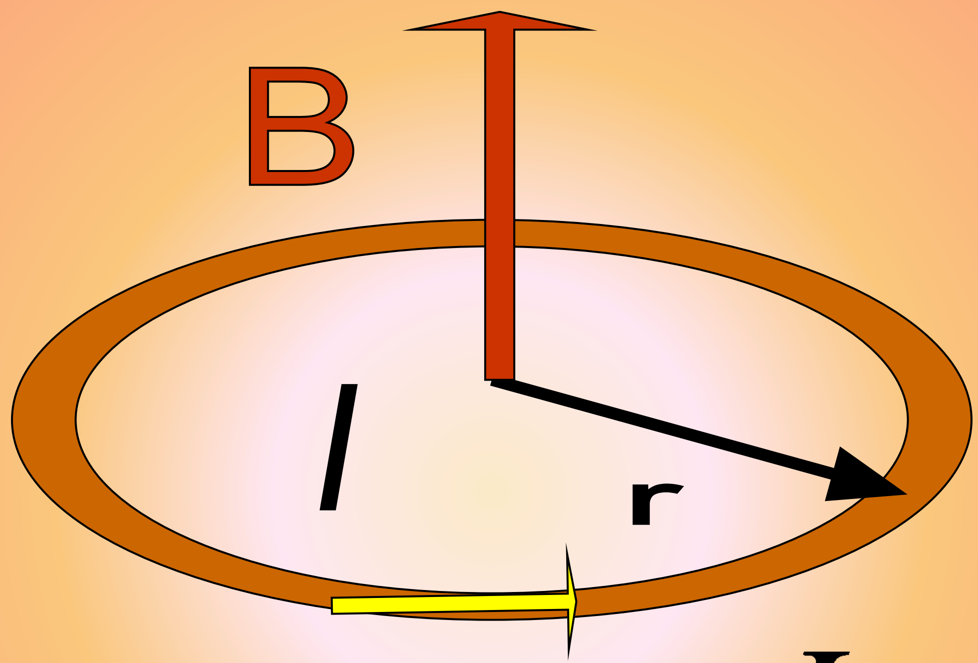
Подставив в (1.6.1) $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ и, проинтегрировав по всему контуру $l = 2\pi R$ получим выражение для нахождения ***магнитной индукции кругового тока***:

$$\boxed{B = \int_0^{2\pi R} \mathrm{d}B_{\parallel} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3}\int_0^{2\pi R} \mathrm{d}l = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}.} \quad (1.6.2)$$

При $x = 0$, получим ***магнитную индукцию в центре кругового тока***:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}} \quad (1.6.3)$$

Поле кругового тока



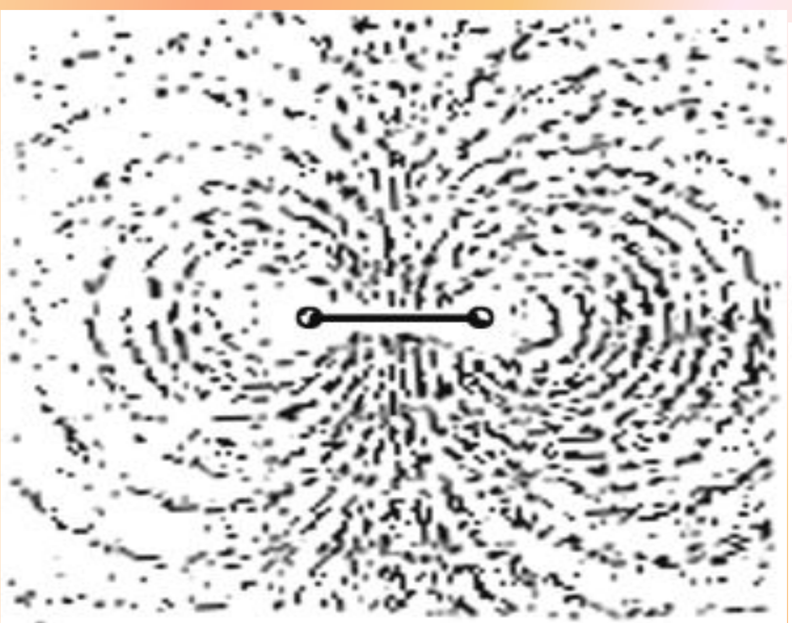
$$B_o = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$$

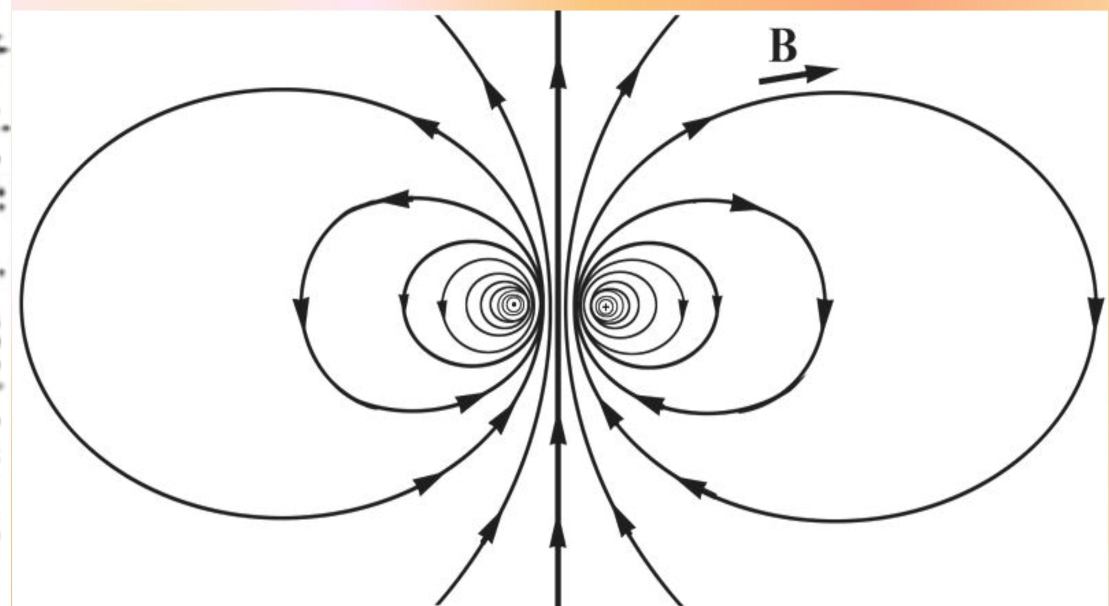
Заметим, что в числителе (1.6.2)

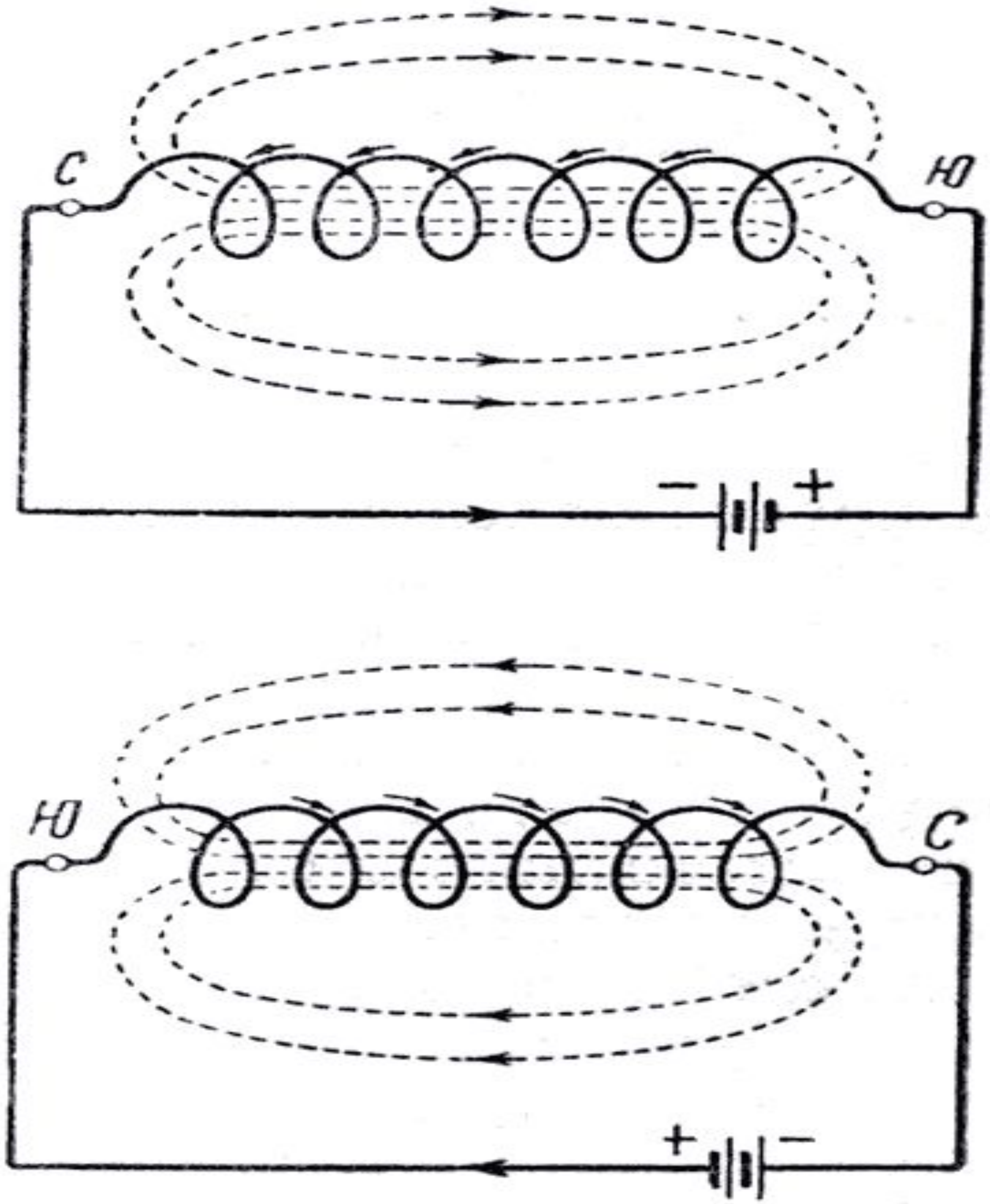
$I\pi R^2 = I\bar{S} = P_m$ – магнитный момент контура. Тогда, на большом расстоянии от контура, при $R << x$, магнитную индукцию можно рассчитать по формуле:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2P_m}{x^3}.} \qquad (1.6.4)$$

Силовые линии магнитного поля кругового тока хорошо видны в опыте с железными опилками (см. рис.).

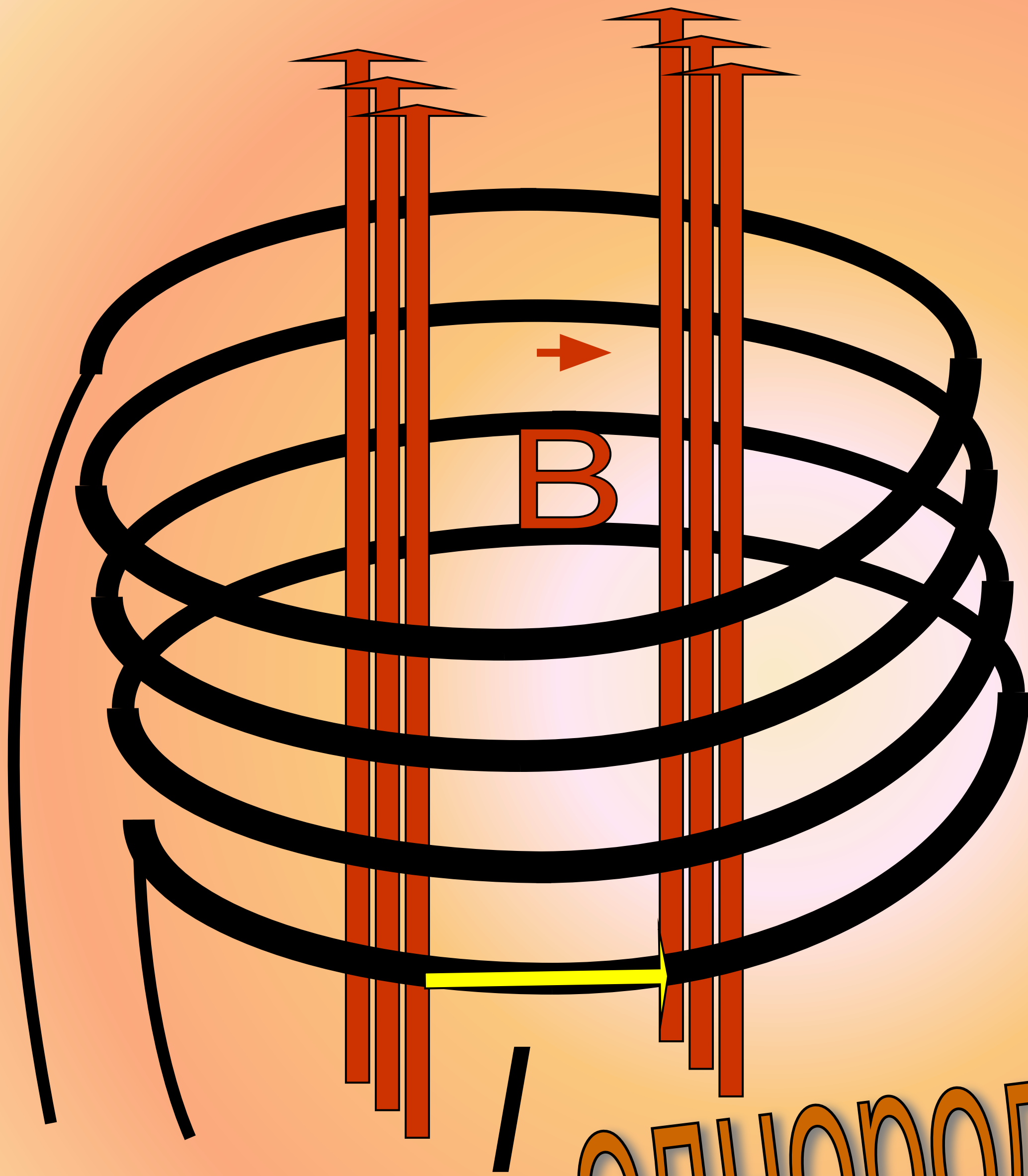






Магнитное поле спирали

Поле соленоида



однородное поле

1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

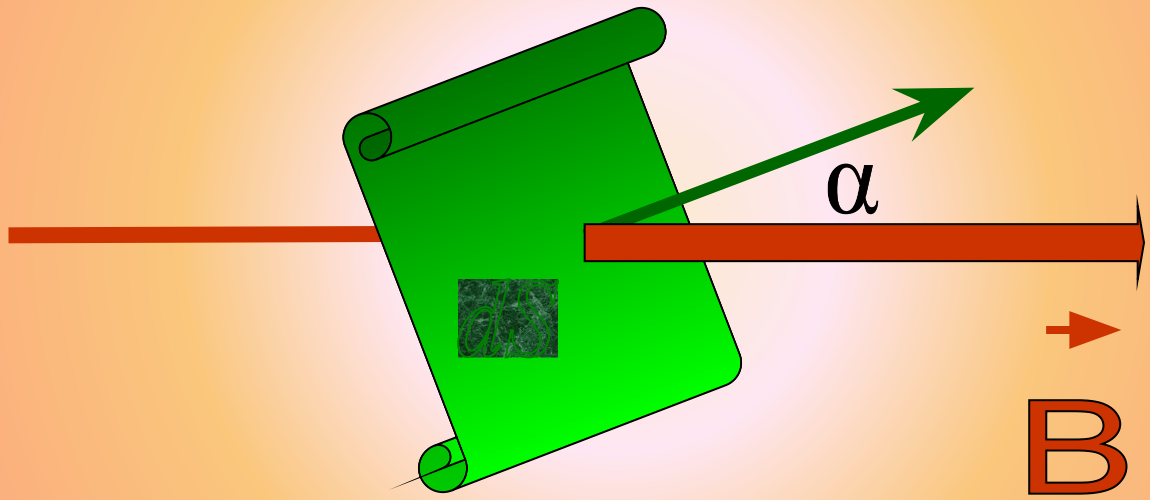
Поток вектора через замкнутую поверхность должен быть равен нулю.

Таким образом:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \qquad (1.7.1)$$

Это теорема Гаусса для Φ_B (в интегральной форме): ***поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.***

Определение потока вектора магнитной индукции



$$d\Phi = BdS\cos\alpha$$

В природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, **на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции**.

Заменив поверхностный интеграл в (1.7.1) объемным, получим:

$$\boxed{\int_V \nabla B \mathrm{d}V = 0} \qquad (1.7.2)$$

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Лапласа.

Магнитное поле обладает тем свойством, что его ***дивергенция*** *всюду равна нулю:*

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \quad \text{или} \quad \nabla\vec{B} = 0. \qquad (1.7.3)$$

Электростатического поля может быть выражено скалярным потенциалом φ, *а* ***магнитное поле – вихревое, или соленоидальное***

Основные уравнения магнитостатики

- Основные уравнения магнитостатики для магнитных полей, созданных постоянными потоками зарядов, записанные в дифференциальной форме, имеют вид

$$\mathrm{div}\mathbf{B} = 0, \qquad \mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}.$$

Первое из этих уравнений говорит, что дивергенция вектора **B** равна нулю.

- Если сравнить его с аналогичным уравнением для электрического поля

$$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

то можно прийти к выводу, что магнитного аналога электрического заряда не существует. Нет зарядов, из которых выходят линии вектора магнитной индукции **B**.

- Возникают магнитные поля в присутствии токов и являются вихревыми полями в области, где есть токи.
- Векторная функция векторного аргумента – ***ротор, взятая от B, пропорциональна плотности тока***

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

- Магнитные линии образуют петли вокруг токов.
- Не имея ни конца, ни начала, линии **B** возвращаются в исходную точку, образуя замкнутые петли.
- В любых, самых сложных случаях линии **B** не исходят из точек.
- Утверждение, что $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$, справедливо всегда.

Сравнив уравнения магнитостатики

$$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}, \quad \mathrm{div}\mathbf{B} = 0$$

с уравнениями электростатики

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = 0, \quad \mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

можно заключить, что ***электрическое поле всегда потенциально, а его источниками являются электрические заряды.***