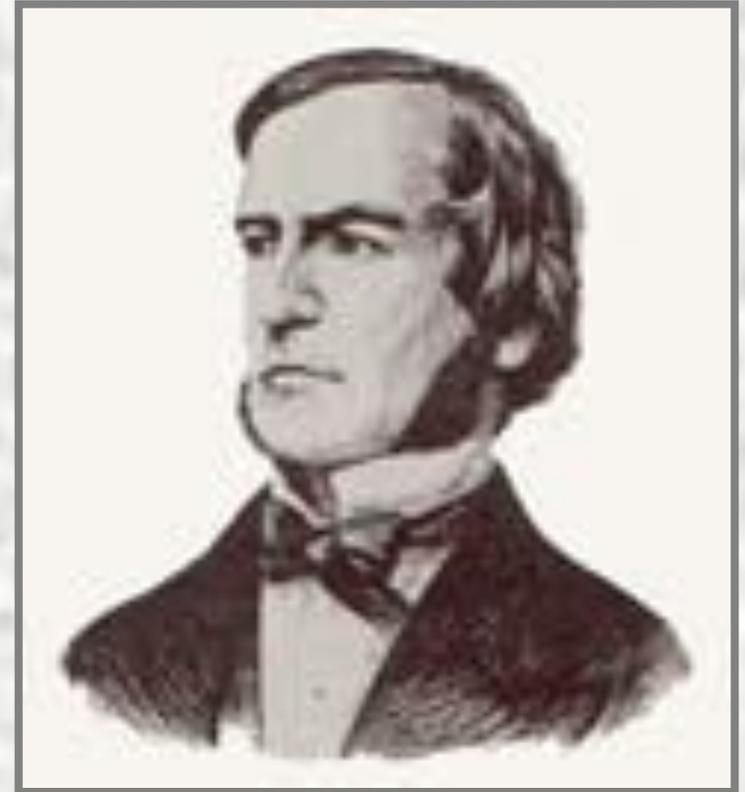


ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Логика –
это наука
о формах
и способах
мышления



Джордж Буль
(1815-1864)
ОСНОВОПОЛОЖНИК
математической логики

Содержание

1. Формы мышления 
2. Алгебра высказываний
3. Логические выражения и таблицы истинности 
4. Алгоритм построения таблиц истинности 
5. Домашнее задание
6. Проверь себя

1. Формы мышления

Основные формы мышления:

1. Понятие
2. Высказывание
3. Умозаключение

1.1. Понятие

Понятие – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта



1.2. Высказывание

Высказывание – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними.

Высказывание является повествовательным предложением.



Какие из предложений являются высказыванием?

1. Назови устройство вывода информации.
2. Париж - столица Франции.
3. Некоторые медведи живут на севере.
4. Чему равно расстояние от Земли до Луны?
5. $2 + 2 = 4$
6. Некоторые дети – ученики.
7. «А» - последняя буква алфавита.



1.3. Умозаключение

Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок) может быть получено новое суждение (заключение).

Посылки – только истинные суждения.

2. Алгебра высказываний

Алгебра высказываний служит для определения истинности или ложности составных высказываний.

Высказывания обозначаются именами **логических переменных** (обозначаются прописными буквами латинского алфавита), которые могут принимать лишь два значения: «истина» (1) и «ложь» (0).

Например:

$$A = 1, B = 0$$

Заполните таблицу в тетради по ходу изложения материала

	Название	Обозначение	Союз в естественном языке	Таблица истинности
Конъюнкция				
Дизъюнкция				
Инверсия				
Импликация				
Эквивалентность				

Логические операции

- 2.1. [Логическое умножение \(конъюнкция\)](#)
- 2.2. [Логическое сложение \(дизъюнкция\)](#)
- 2.3. [Логическое отрицание \(инверсия\)](#)
- 2.4. [Логическое следование \(импликация\)](#)
- 2.5. [Логическое равенство \(эквивалентность\)](#)

2.1. Логическое умножение (конъюнкция)

Объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «и».

Составное высказывание истинно только тогда, когда истинны оба простых высказывания.

Соответствует союзу **И**

Обозначение **&** , **^**

В языках программирования **and**

Таблица истинности

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.2. Логическое сложение (дизъюнкция)

Объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «или».

Составное высказывание истинно только тогда, когда истинно хотя бы одно из двух простых высказывания.

Соответствует союзу **ИЛИ**

Обозначение **V**

В языках программирования **or**

[Таблица истинности](#)

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

2.3. Логическое отрицание (инверсия)

Присоединение частицы «не» к высказыванию.

Инверсия делает истинное высказывание ложным и, наоборот.

Соответствует союзу **НЕ**

Обозначение \bar{A} , $\neg A$

В языках программирования **not**

Таблица истинности

A	\bar{A}
0	1
1	0

2.4. Логическое следование (импликация)

Импликация образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «если..., то...».

Импликация ложна только тогда, когда из истинного первого высказывания (предпосылки) следует ложный вывод (второе высказывание).

Соответствует обороту **Если..., то...**

Обозначение **$A \rightarrow B$**

В языках программирования **if ... then ...**

Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

2.5. Логическое равенство (эквивалентность)

Эквивалентность образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «... тогда и только тогда, когда ...».

Составное высказывание, образованное с помощью логической операции эквивалентности истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны.

Соответствует обороту **тогда и только тогда, когда ...**

Обозначение **$A \equiv B$, $A \sim B$**

Таблица истинности

A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3. Логические выражения и таблицы истинности

Логическое выражение – формула, в которую входят логические переменные и знаки логических операций.

Пример:

$$F = (A \vee B) \& (\bar{A} \vee \bar{B})$$

Порядок выполнения логических операций:

1. Действия в скобках.
2. Инверсия, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность.



Для логического выражения можно построить [таблицу истинности](#), которая определяет его истинность или ложность при всех возможных комбинациях исходных значений простых высказываний.

Найдите значения логических выражений

$F = (0 \vee 0) \vee (1 \vee 1)$	
$F = (1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$	
$F = (0 \& 0) \& (1 \& 0)$	
$F = \neg 1 \& (1 \vee 1) \vee (\neg 0 \& 1)$	
$F = (\neg 1 \vee 1) \& (1 \& \neg 1) \& (\neg 1 \vee 0)$	



4. Построение таблицы ИСТИННОСТИ

1. Определить количество строк в таблице по формуле 2^n , где n – количество логических переменных.
2. Определить количество столбцов таблицы: количество логических переменных + количество логических операций.
3. Построить таблицу истинности, обозначить столбцы, внести всевозможные наборы исходных данных логических переменных.
4. Заполнить таблицу истинности, выполняя базовые логические операции в необходимой последовательности.

Построение таблицы истинности для

$$F = (A \vee B) \& (\bar{A} \vee \bar{B})$$

1. Количество строк таблицы $2^2 = 4$, т.к. в формуле две переменные A и B.
2. Количество столбцов: 2 переменные + 5 логических операций = 7.

A	B	$A \vee B$	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} \vee \bar{B}$	$(A \vee B) \& (\bar{A} \vee \bar{B})$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Равносильные логические выражения

Равносильные логические выражения - это выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, обозначают “=”.

Докажите равносильность выражений: $\overline{A \& B}$ и $\overline{A \vee B}$

Таблица истинности для

$$\overline{A \vee B}$$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

Таблица истинности для

$$\overline{A \& B}$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A \& B}$
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

5. Домашнее задание

1. Даны высказывания:

$A =$ « r делится на 5»

$B =$ « r – нечетное число»

Найти множество значений r , при которых результат

- а) дизъюнкции,
- б) конъюнкции

будет:

- 1) ИСТИННЫМ;
- 2) ЛОЖНЫМ.

Домашнее задание

2. Составьте и запишите истинные сложные высказывания из простых с использованием логических операций:

- 1) Неверно, что $10 > Y > 5$ и $Z < 0$.
- 2) Любое из чисел X, Y, Z положительно.

3. Составьте таблицу истинности для логического выражения:

$$F = (X \ \& \ \neg Y) \ \vee \ Z$$



Проверь себя



- Задание 1
- Задание 2
- Задание 3
- Задание 4
- Задание 5



Задание 1

Расставь соответствующие числа

1. Логика
2. Высказывание
3. Алгебра логики
4. Логическая константа
5. Дизъюнкция
6. Инверсия
7. Конъюнкция
8. Импликация
9. Эквивалентность

$A \rightarrow B$

Логическое сложение

Наука о формах и способах мышления

Логическое отрицание

ИСТИНА и ЛОЖЬ

$A \leftrightarrow B$

&

Наука об операциях над высказываниями

Повествовательное

предложение, в котором что-либо утверждается или отрицается



Задание 2

Даны высказывания:

$$A = \{ 2 \cdot 2 = 4 \}$$

$$B = \{ 2 + 2 = 5 \}$$

Определите истинность высказываний:

1. A
2. $\neg B$
3. $A \& B$
4. B
5. $\neg A$
6. $A \vee B$



Задание 3

Заполните таблицу истинности для выражения:

$$X \vee Y \& \neg Z$$

X	Y	Z	$\neg Z$	$Y \& \neg Z$	$X \vee Y \& \neg Z$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			



Задание 4

Заполните пустые ячейки таблицы истинности

A	B	$\neg B$	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg B \& \neg(A \vee B)$
		1	0		
0		0		0	0
1		1		0	
1		0	1		0



Задание 5

Укажите логическое выражение, соответствующее высказыванию: «В субботу я поеду на дачу и, если будет жарко, то я пойду купаться».

A = «Я поеду на дачу»

B = «Будет жарко»

C = «Я пойду купаться»

1. $F = A \vee (B \rightarrow C)$

2. $F = (A \vee B) \rightarrow C$

3. $F = (A \& B) \rightarrow C$

4. $F = A \& (B \rightarrow C)$

