

# Качественные и количественные методы психологических и педагогических исследований

## Дисциплина включает:

---

- Понятие о генеральной совокупности и выборке
- Стандартизация психодиагностических методов
- Статистические гипотезы
- Понятие о психологическом шкалировании
- Случайное событие
- Случайная величина
- Математический аппарат проверки статистических гипотез

# Генеральная совокупность и выборка. Основные понятия.

---

- Генеральная совокупность – это множество потенциально возможных объектов исследования
- Выборка – некоторая представительная часть генеральной совокупности
- Репрезентативность – соответствие характеристик выборки характеристикам генеральной совокупности

# Генеральная совокупность и выборка.

---

Способы обеспечения свойств генеральной совокупности в выборке:

- Случайная выборка
- Серийная выборка
- Моделирование выборки по свойствам генеральной совокупности

# Стандартизация психодиагностических методов

---

Стандартизация - процедура получения шкалы, позволяющей сравнивать индивидуальный результат по тесту с результатами большой группы испытуемых.

\* Итог стандартизации – тестовые нормы и таблицы пересчета первичных («сырых») данных в стандартные.

# Стандартизация психодиагностических методов

---

генеральной  
совокупности для

данных и проверка

на нормальность  
распределения ( $\chi^2$  Пирсона  
и  $\lambda$  Колмогорова-

Смирнова)

- Нормальное распределение
  - Строим стандартизованную шкалу
- Распределение отличается от нормального
  - Пересмотр формулировок теста
- Пересмотр границ генеральной совокупности и выборки

# Стандартизация психодиагностических методов. Наиболее распространенные шкалы.

- Шкала Z-оценки (Z-показатель)

$$Z = \frac{X - M_x}{\sigma}$$

Номер группы	1	2	3	4	5
Границы группы	от $-\infty$ до $M_x - 2\sigma$	от $M_x - 2\sigma$ до $M_x - \sigma$	от $M_x - \sigma$ до $M_x + \sigma$	от $M_x + \sigma$ до $M_x + 2\sigma$	от $M_x + 2\sigma$ до $+\infty$
Z-показатель	$-\infty \div -2$	$-2 \div -1$	$-1 \div +1$	$+1 \div +2$	$+2 \div \infty$
Процент испытуемых в группе	2.28	13.59	68.26	13.59	2.28
Правая граница в процентилях	2.28	15.87	84.13	97.72	100.00

Исходя из характеристик нормального распределения

# Стандартизация психодиагностических методов. Наиболее распространенные шкалы.

---

- Шкала Z-оценки (Z-показатель)

Недостаток – наличие отрицательных и дробных показателей

- Z-шкалу преобразуют (для удобства) по формуле  $y=az+b$

- $a$  и  $b$  - новые стандартные отклонения и среднее

- T-шкала Мак-Колла ( $a=10$ ,  $b=50$ ).  $T=10z + 50$

- Шкала Векслера. ( $a=15$ ,  $b=100$ ).  $IQ=15z + 100$

- Шкала Амтхауэра ( $a=10$ ,  $b=100$ ).  $IQ=10z + 100$

- Шкала стэнов  $St=2z + 5.5$

- Шкала станайнов



# Стандартизация психодиагностических методов.

---

- станайн 1 присваивается 4% самых худших результатов, станайн 9 - 4% самых лучших
- станайны 2 и 8 присваивают следующим за худшими и лучшими 7% результатов соответственно
- станайны 3 и 7 - следующим за ними 12% результатов
- станайны 4 и 6 - следующим 17% результатов
- станайн 5 присваивается 20% средним результатам группы

# Стандартизация психодиагностических методов.

2	1	Низшая оценка	$Z < -2,25$	1	
	2	Неудовлетворительно	$-2,25 < Z < -1,75$	3	1
3	3	Малоудовлетворительно	$-1,75 < Z < -1,25$	7	2
	4	Удовлетворительно	$-1,25 < Z < -0,75$	12	3
	5	Ниже среднего	$-0,75 < Z < -0,25$	17	4
4	6	Среднее	$-0,25 < Z < 0,25$	20	5
	7	Выше среднего	$0,25 < Z < 0,75$	17	6
	8	Хорошо	$0,75 < Z < 1,25$	12	7
5	9	Очень хорошо	$1,25 < Z < 1,75$	7	8
	10	Отлично	$1,75 < Z < 2,25$	3	9
	11	Высшая оценка	$2,25 < Z$	1	

# Статистические гипотезы

---

**Гипотезой** называется предположение, имеющее вероятностный характер, обладающее неопределенностью в отношении своей истинности.

Принято выделять статистические гипотезы двух основных видов - **нулевую и альтернативную**.

**Нулевая гипотеза**, обозначаемая  $H_0$ , формулируется как гипотеза об отсутствии отличий: о сходстве двух распределений, о равенстве средних арифметических двух выборок и т.п. Нулевой она называется потому, что содержит 0:  $X_1 - X_2 = 0$ , где  $X_1$  и  $X_2$  - значения признаков.

**Альтернативная гипотеза**  $H_1$  противоположна по смыслу нулевой, она утверждает наличие отличий в выборках, в параметрах их распределений.

# Статистические гипотезы

---

Статистическая гипотеза может быть направленной или ненаправленной.

- Ненаправленная гипотеза
  - фиксирует только наличие или отсутствие различий
- Направленная гипотеза
  - наличия или отсутствия различий в определенном направлении

# Статистические гипотезы

---

---



# Статистические гипотезы

---

Статистический критерий - это правило, которое позволяет принимать истинную и отклонять ложную гипотезу с высокой степенью вероятности.

Все статистические критерии делятся на

- Параметрические
  - критерии, в формулу расчета которых входят параметры распределения (чаще всего это среднее арифметическое и стандартное отклонение)
- Непараметрические
  - параметры распределение в формулу расчета не включают, они оперируют только частотами или рангами

# Статистические гипотезы

---

- Применение параметрических и непараметрических критериев:
  - Параметрические
    - при достаточно больших выборках (от 15-20 испытуемых)
    - исследуемое распределение относится к нормальному типу
  - Непараметрические
    - при небольшом количестве испытуемых
    - исследуемое распределение относится к ненормальному типу

# Понятие о психологическом шкалировании

---

---

- Шкалирование — это процесс отображения по заданным правилам эмпирических множеств в формальные

Под **эмпирическим множеством** понимается любая совокупность реальных объектов (людей, животных, явлений, свойств, процессов, событий), которые находятся в определенных отношениях друг с другом и которые можно обозначить каким-либо символом.

Указанные отношения могут быть представлены четырьмя типами (эмпирическими операциями):

- 1) равенство (равно— не равно);
- 2) ранговый порядок (больше — меньше);
- 3) равенство интервалов (больше или меньше на столько-то одинаковых интервалов как единиц измерения);
- 4) равенство отношений (больше или меньше во столько-то раз).



# Понятие о психологическом шкалировании

---

Под **формальным множеством** понимается произвольная совокупность символов (знаков, чисел, меток, слов, геометрических фигур), связанных между собой определенными отношениями, которые соответственно эмпирическим отношениям.

Они описываются четырьмя видами формальных (математических) операций:

- 1) «равно— не равно» ( $=$   $\neq$ );
- 2) «больше — меньше» ( $>$   $<$ );
- 3) «сложение — вычитание» ( $+$   $-$ );
- 4) «умножение — деление» ( $\times$   $:$ ).

# Понятие о психологическом шкалировании

---

- Математическая обработка данных - это оперирование со значениями какого-либо признака, полученными в результате психологического исследования.

Иными словами, математическая обработка данных - это исследование результатов измерения признаков.

- Под измерением признака понимается приписывание объектам или событиям числовых форм в соответствии с определенными правилами.



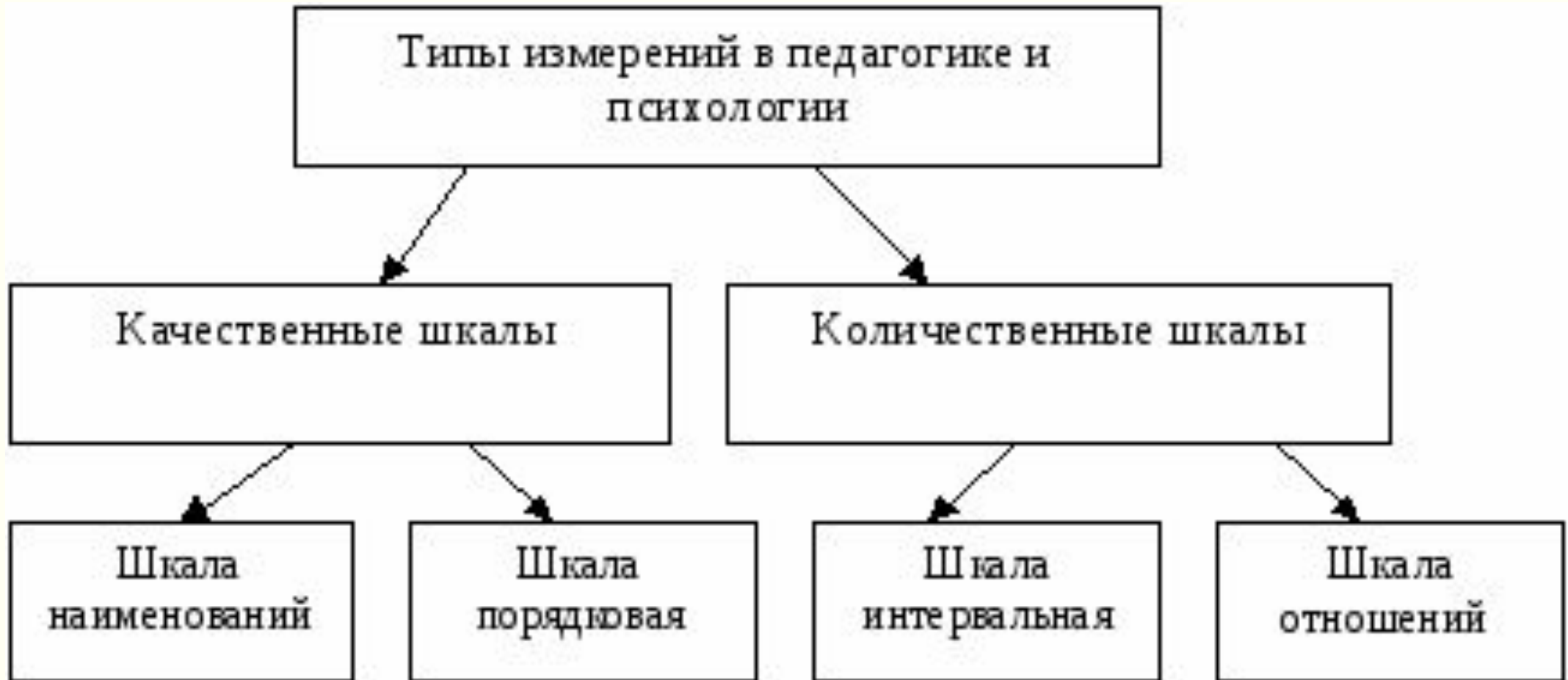
Stanley Smith Stevens

(November 4, 1906 – January 18, 1973)

# Понятие о психологическом шкалировании. Классификация С.Стивенса

---

---



# Понятие о психологическом шкалировании. Классификация С.Стивенса

---

Отношения между элементами эмпирического множества и соответствующие допустимые математические операции (допустимые преобразования) обуславливают *уровень шкалирования* и тип получаемой шкалы (по классификации С.С. Стивенса)

первому, наиболее простому типу отношений ( $= \#$ ) соответствуют наименее информативные шкалы наименований,

второму ( $> <$ ) — шкалы порядка,

третьему ( $+ -$ ) — шкалы интервалов,

четвертому ( $\times \div$ ) — самые информативные шкалы отношений.

# Понятие о психологическом шкалировании. Классификация С.Стивенса

---

- Шкала наименований, она же номинативная или номинальная шкала.
  - наименование не измеряется количественно, оно лишь позволяет отличить один предмет (явление) от другого. **Номинативная шкала** - это способ распределения объектов или явлений по классификационным ячейкам.
  - В простейшем случае номинативная шкала состоит из двух ячеек (“да - нет”), и она называется дихотомической. Более сложный вариант номинативной шкалы - классификация из трех и более ячеек
  - распределив объекты или реакции испытуемых по ячейкам классификации и сосчитав количество наблюдений в каждой из ячеек, то есть частоту встречаемости того или иного признака, мы получаем возможность перейти от наименований к числам.
  - Психологическая основа построения — процессы идентификации и опознания.

**Вывод:** при использовании шкалы наименований единицей измерения является «одно наблюдение».

**Допустимыми преобразованиями на шкале наименований являются любые взаимнооднозначные подстановки**

# Понятие о психологическом шкалировании. Классификация С.Стивенса

---

- шкала рангов (или порядковая шкала)
  - классифицирует объекты по принципу “больше”- “меньше”. Здесь мы группируем объекты в три или более классов, придавая, обычно, объектам с наименее выраженными свойствами наименьшее значение ранга (класса) - 1, с несколько более выраженными свойствами - 2, и так далее по возрастающей.
  - Все психологические методы, основанные на ранжировании, используют шкалу порядка.
  - В порядковой шкале (шкале рангов) единица измерения - 1 класс (ранг). Расстояние между классами нам неизвестно, оно может быть одинаковым, может быть различным.
  - Психологическая основа построения шкалы — процессы различения и предпочтения.

**Вывод: допустимыми на шкале порядка являются любые преобразования, соответствующие монотонно возрастающим или убывающим функциям.**

# Понятие о психологическом шкалировании. Классификация С.Стивенса

---

- Шкалы интервалов (разностей, расстояний, равных интервалов)
  - дают метрическое выражение измеряемых величин, поскольку расстояние между точками на континууме может быть точно задано, то есть может быть определена величина интервала.
  - Шкала указывает «на сколько» один объект отличается от другого.
  - Допустимые преобразования для шкал интервалов ограничены линейной группой -  $y=ax+b$

**Вывод: произвольность выбора начальной точки отсчета, следовательно, отсутствие естественного начала отсчета (абсолютного нуля) является характерной особенностью шкал интервалов.**

**Психологическая основа шкалы — способность к уравниванию сенсорных расстояний.**

# Понятие о психологическом шкалировании. Классификация С.Стивенса

---

---

- Шкалы отношений (равных отношений, пропорциональные шкалы).
  - Классифицирует объекты или субъекты пропорционально степени выраженности измеряемого свойства, то есть предполагает равенство отношения степени выраженности какого-либо психологического свойства двух объектов отношению двух чисел, приписываемых этим объектам для характеристики свойства.
  - Шкала отношений предполагает наличие всех свойств шкал предыдущих уровней и сверх того — наличие естественной точки отсчета, то есть абсолютного (истинного) нуля, что дает дополнительную информацию о соотношении выраженности исследуемых признаков - принципиальная разница между шкалами интервалов и отношений
  - По шкале отношений мы можем представить, во сколько раз свойство одного испытуемого превосходит свойство другого.

**Вывод: шкала отношений используется, в основном, при психофизиологических исследованиях явлений, измеряемых в физических единицах (метры, граммы, секунды и т.д.). Для большинства психологических явлений шкала отношений не применяется (абсолютная глупость)**

**Психологическая основа шкал отношений — способность человека к установлению отношений между ощущениями.**



# Понятие о психологическом шкалировании. Классификация С.Стивенса

---

---

При математической обработке данных в случае необходимости всегда можно перейти к шкале более низкого порядка - от шкалы интервалов, например, к шкале рангов или наименований. В то же время переход к шкале более высокого порядка (от шкалы наименований, к примеру, к шкале рангов) невозможен без дополнительных исследований.

**ВАЖНО ПОМНИТЬ!!!**

# Случайное событие

---

**Случайным событием** называется событие, которое может произойти либо не произойти, либо произойти в той или иной степени.

Численными мерами появления случайного события являются абсолютная частота, относительная частота и вероятность.

**Абсолютная частота** - это просто количество событий, интересующих исследователя. Абсолютную частоту принято обозначать символом  $f_i$

**Относительная частота** - это абсолютная частота, отнесенная к общему количеству событий в некотором опыте.

$$f_{\text{отн}} = \frac{f_i}{N}$$

# Случайное событие

---

- Вероятность - это то значение, к которому стремится относительная частота при бесконечном увеличении числа опытов.

Выражается она в виде положительного числа, большего нуля и меньшего 1 (либо от 0 до 100%), и является понятием идеальным, поскольку на практике количество опытов всегда ограничено.

Вероятность равна 0, если событие абсолютно невероятно, и равна 1 (или 100%) если событие неизбежно.

Вероятность принято обозначать буквой “ $p$ ”

# Случайное событие

---

- События  $A, B, C, \dots$  могут быть совместными и несовместными, зависимыми и независимыми.
  - **Совместными** называются события, которые могут произойти одновременно в одном и том же опыте
  - **Несовместными** будут события, которые одновременно произойти не могут
    - **Полной группой** событий называется множество несовместных событий, одно из которых произойдет обязательно
  - **Зависимыми** называются события, появление одного из которых оказывает влияние на вероятность другого.
  - Если такое влияние отсутствует, то события являются **независимыми**.

# Случайное событие

---

- **Суммой событий** называется событие  $S$ , заключающееся в том, что произойдет или одно, или другое, или третье и т.д. событие, т.е.  $S=A+B+C+\dots$  .
- **Произведением событий** называется событие  $W$ , заключающееся в том, что произойдет и первое, и второе, и третье и т.д. событие:  $W=A \times B \times C \dots$  .

Для сумм и произведений событий выполняются следующие правила:

1. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий  $P(A+B+C+\dots) = P(A)+P(B)+P(C)+\dots P(Z)$ .
2. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий  $P(A \times B \times C \dots \times Z) = P(A) \times P(B) \times P(C) \dots \times P(Z)$ .

## Случайная величина. Распределение случайной величины.

- **Случайной величиной** называется такая переменная величина, которая принимает значения из некоторого множества.

Принято выделять дискретные и непрерывные случайные величины.

- **Дискретная случайная** величина принимает свои значения из множества целых чисел
- **Непрерывная случайная** величина принимает свои значения из множества действительных чисел.

Ряд психологических явлений непрерывен по своей природе.

# Случайная величина. Распределение случайной величины.

---

- Для измерения такие явления разбиваются в числовой оси на равные интервалы.
- Операция разбиения числовой оси на равные интервалы называется **квантованием**, а полученные интервалы - **интервалами квантования**.
- Основной способ описания случайной величины - **построение ее распределения**.

# Случайная величина. Распределение случайной величины.

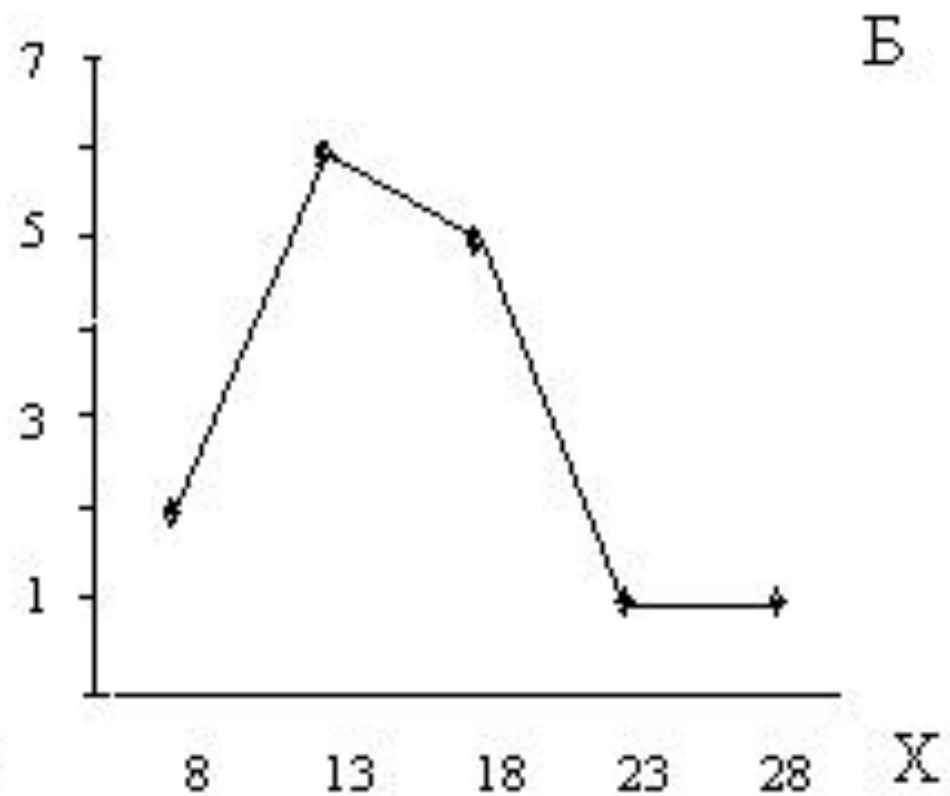
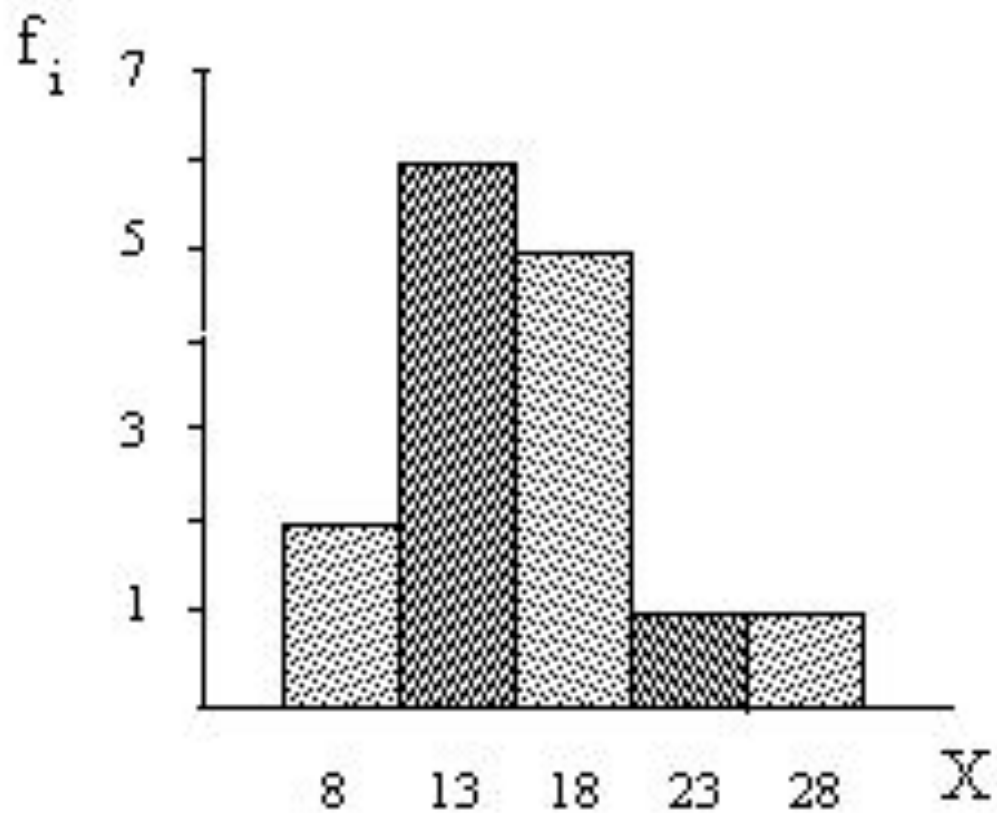
## Способность обобщения учеников 10 класса

Способность обобщения	Вариант А			Вариант Б		
	Интервал квантования	Абсолютная частота	Относительн. частота (%)	Интервал квантования	Абсолютная частота	Относительн. частота (%)
7	[6 - 8]	1	7	[6-10]	2	13
10	[9 - 11]	3	20	[11-15]	6	40
11	[12-14]	4	26	[16-20]	5	33
11	[15-17]	2	13	[21-25]	1	7
12	[18-20]	3	20	[26-30]	1	7
13	[21-23]	0	0			
13	[24-26]	1	7			
14	[27-29]	1	7			
16						
16						
18						
18						
20						
25						
28						



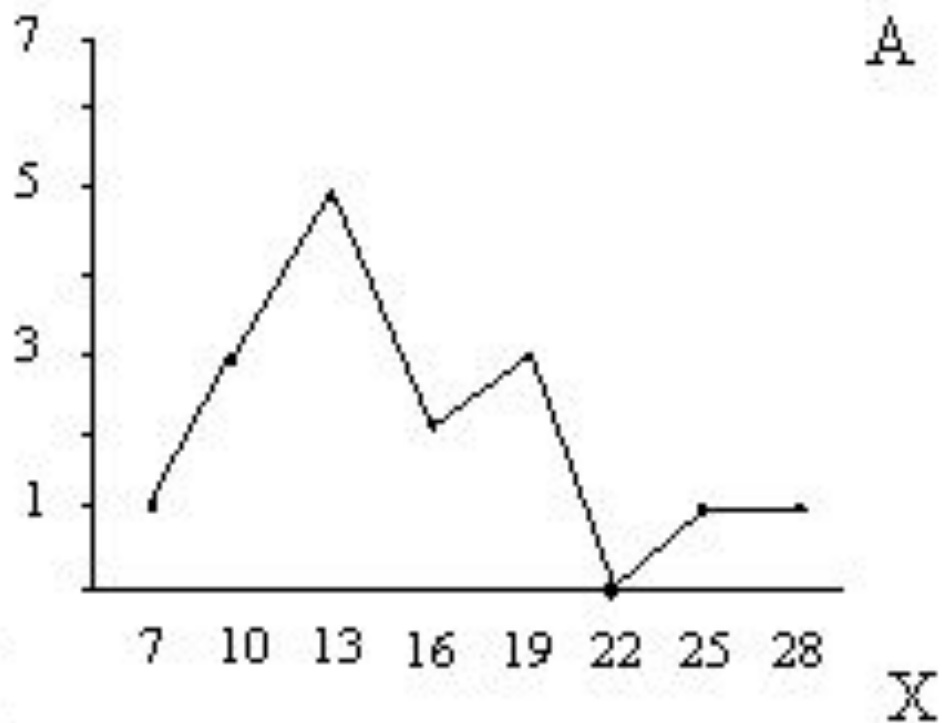
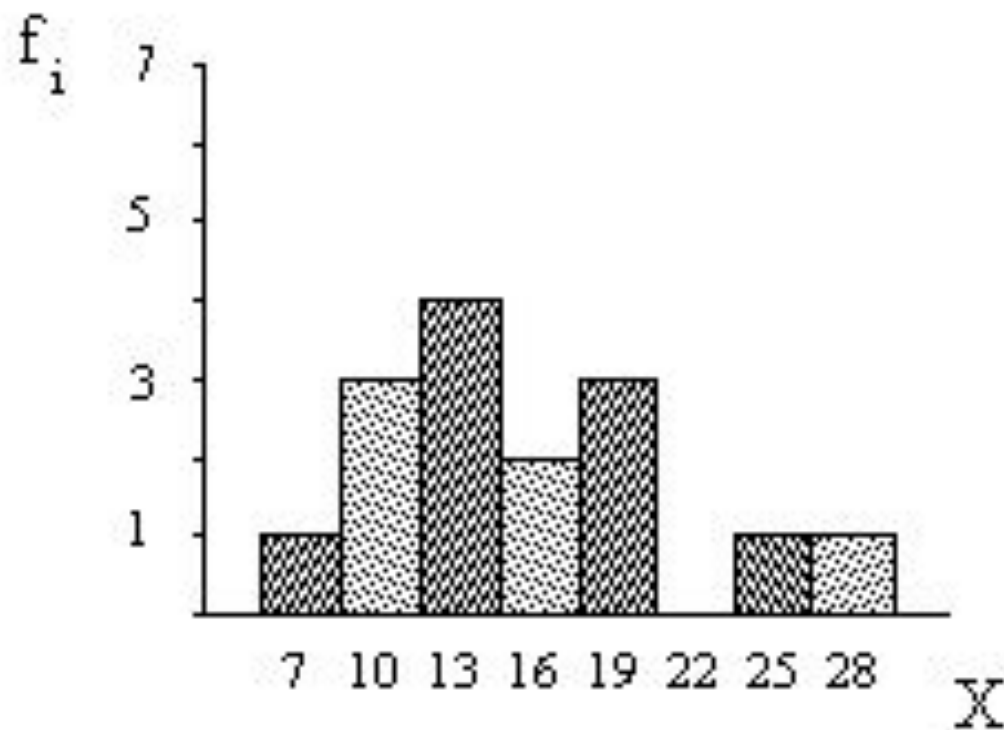
# Случайная величина. Распределение случайной величины.

---



# Случайная величина. Распределение случайной величины.

---



## Случайная величина. Параметры распределения.

---

- Распределение случайной величины характеризуется параметрами распределения, которые объединены в четыре группы характеристик:
  - характеристики положения,
  - характеристики рассеивания,
  - характеристики асимметрии,
  - характеристики эксцесса.

!!! Параметры распределения определяются только для данных, представленных либо в интервальной шкале, либо в шкале отношений.

# Случайная величина. Параметры распределения. Характеристики положения.

---

Рассмотрим моду, медиану и среднее арифметическое значение.

По-другому эти параметры называются **мерами центральной тенденции**.

**Мода ( $M_0$ )** - наиболее часто встречающееся значение; его называют также модальным значением.

Распределение величины может быть *унимодальным* и *полимодальным*

**Среднее арифметическое значение  $M_x$**

$$M_x = \frac{\sum x_i}{N}$$

**Медиана ( $M_e$ )** - это такое значение случайной величины, которое делит упорядоченную (в порядке возрастания или убывания величины) выборку пополам, то есть справа и слева от медианы находится равное количество значений случайной величины.

# Случайная величина. Параметры распределения.

## Характеристики положения.

---

- **Квантили** - это такие значения случайной величины, которые делят распределение на равные части. Есть несколько разновидностей квантилей:
- **Квартили** делят распределение на 4 равных части по 25%, соответственно квартилей три  $Q_1, Q_2, Q_3$ .
- **Квинтили** - их 4 ( $K_1 \dots K_4$ ), они делят распределение на 5 частей по 20% в каждой.
- **Децили**. Девять децилей ( $D_1 \dots D_9$ ) делят распределение на 10 частей по 10%.
- **Процентили** в количестве 99 ( $P_1 \dots P_{99}$ ) делят распределение на 100 частей по 1%.

Процентили нельзя путать с процентными показателями.

Процентные показатели - это первичные показатели, определяющие количество правильно выполненных заданий.

Процентиль - показатель производный, указывающий на долю от общего числа членов группы

# Случайная величина. Параметры распределения. Характеристики рассеивания.

---

- **Размах  $d$**  - это разность между максимальным и минимальным значениями случайной величины:  $d = x_{\max} - x_{\min}$
- **Дисперсия  $\sigma^2$**  (или  $D$ ) характеризует разброс значений случайной величины вокруг среднего арифметического значения

$$\sigma^2 := \frac{\sum (x_i - M_x)^2}{N - 1}$$

$$\sigma^2 := \frac{\sum (x_i)^2 - N \cdot (M_x)^2}{N - 1}$$

- **Среднеквадратическое или стандартное отклонение  $\sigma$**

$$\sigma := \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma := \sqrt{\frac{\sum (x_i - M_x)^2}{N - 1}}$$

# Случайная величина. Параметры распределения. Характеристики рассеивания.

---

- **Коэффициент вариации** размерности не имеет, он служит для сравнения вариативности, то есть изменчивости случайных величин, имеющих различную природу.

Если коэффициент вариации меньше 40%, то он признается низким, то есть изменчивость величины невелика.

$$V := \frac{\sigma}{M_x} \cdot 100 \%$$

# Случайная величина. Параметры распределения. Характеристики асимметрии.

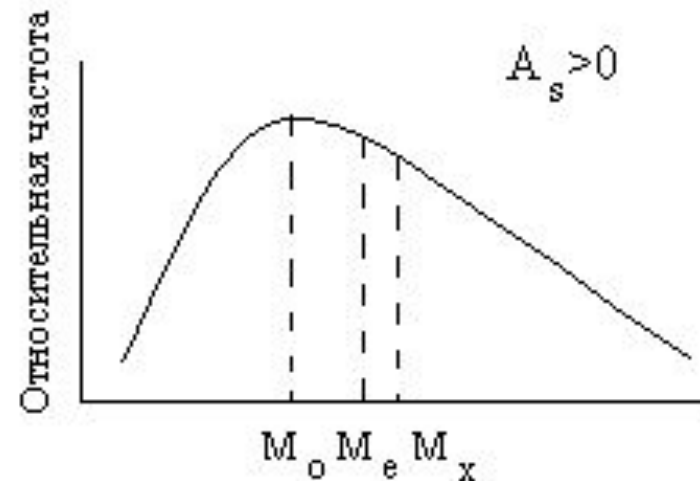
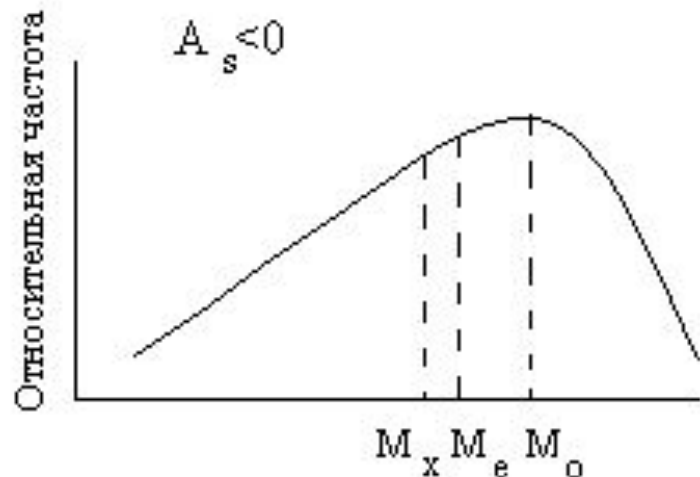
- коэффициент асимметрии  $A_s$

$$A_s = \frac{\sum (x_i - M_x)^3}{N \cdot \sigma^3}$$

- Коэффициент асимметрии изменяется от минус до плюс бесконечности. Асимметрия бывает левосторонняя или положительная, если  $A_s < 0$ , и

ная, если

льше  $> 0$





# Случайная величина. Параметры распределения. Характеристики эксцесса.

---

- Коэффициент эксцесса (или островершинности)

$$E_x := \frac{\sum (x_i - M_x)^4}{N \cdot \sigma^4} - 3$$

- Распределения с острой вершиной будут характеризоваться положительным эксцессом, а сглаженные либо с понижением в центральной части - отрицательным.

# Случайная величина. Нормальное распределение.

---

---

