

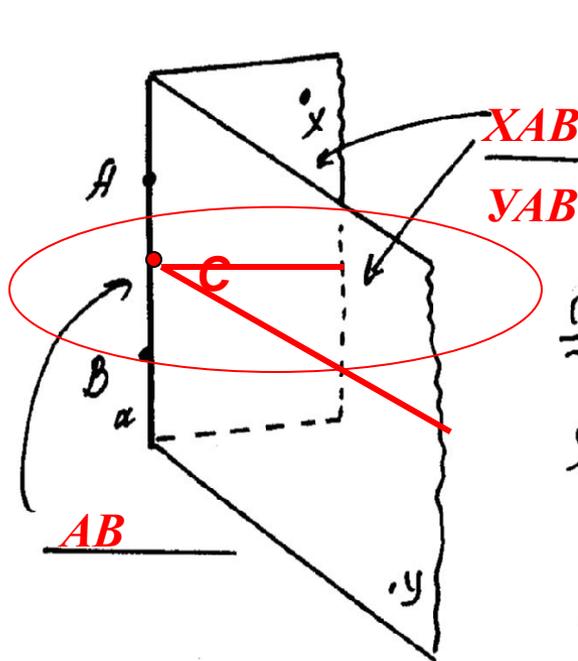
Двугранный угол

Геометрия 10 класс

*

Опр.1 Двугранным углом называется

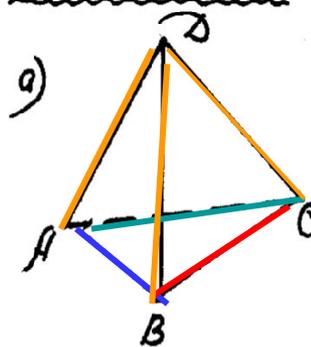
геометрическая фигура, состоящая из двух полуплоскостей с общей границей, не развернутых в одну плоскость



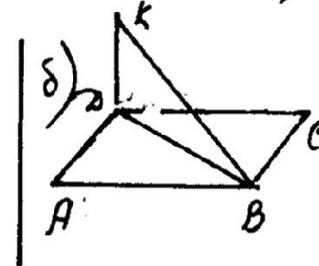
$\angle (X \overline{AB} Y)$ произвольные точки, лежащие на гранях

$\angle (X \underline{a} Y)$

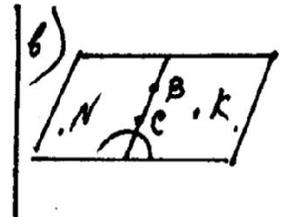
Упражнение №1: Выписать названия двугранных углов



- DABC
- DBCA
- DACB
- CADB
- CDBA
- ADCB



KDBA
KDBC



двугранных углов нет

Рассл. $C \in AB$ (где C - произвольная)

Рассл. d : $C \in d$; $d \perp AB$ (она сущ. _____)

Опр.2 Линейным углом для данного двугранного наз.

1. Сечение двугранного угла плоскостью, перпендикулярной ребру (**ИНОГДА** говорят так)
2. Угол между пересекающимися прямыми, лежащими в гранях и перпендикулярными ребру (**Мы определяем так**)

Линейный угол не зависит от. . **от выбора точки С на ребре** (почему?)

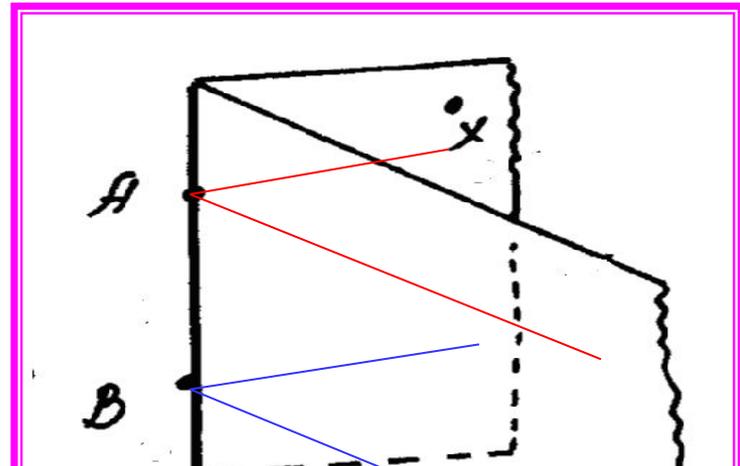
Опр.3 Градусной мерой двугранного угла наз.
..... **градусная мера соответствующего линейного угла**

Способ нахождения (построения) линейного угла

1. Найти (увидеть) ребро и грани двугранного угла
2. **В гранях** найти прямые (направления) **перпендикулярные** ребру
3. (при необходимости) заменить выбранные направления параллельными им лучами (отрезками) с общим началом на ребре двугранного угла

При изображении сохраняется

..... **параллельность и отношение длин параллельных отрезков**

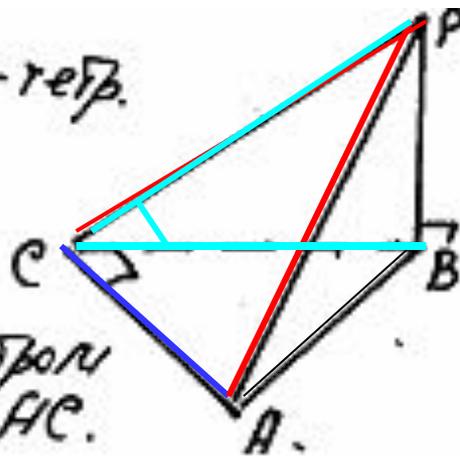


Задача 1 Дано: $PAVC$ -тетр.

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$PB \perp ABC.$$

Указать: лин. \angle для
двугранного с ребром
 AC .



Решение

Ребро AC грани ACP и ACB

1. В грани ACB прямая CB перпендикулярна ребру CA (по условию)

2. В грани ACP прямая CP перпендикулярна ребру CA
(по теореме о трех перпендикулярах)

Значит угол PCB - линейный для двугранного угла с ребром AC

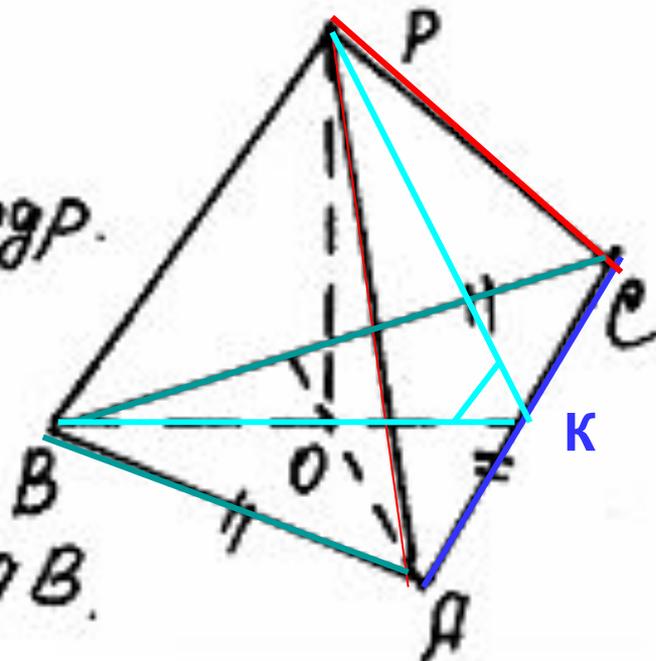
Задача 2. Дано $PAVC$ -тетраэдр.

$\triangle ABC$ - правильный

O - центр $\triangle ABC$.

$PO \perp ABC$.

Указать: лн. \angle для $\angle PCAV$.



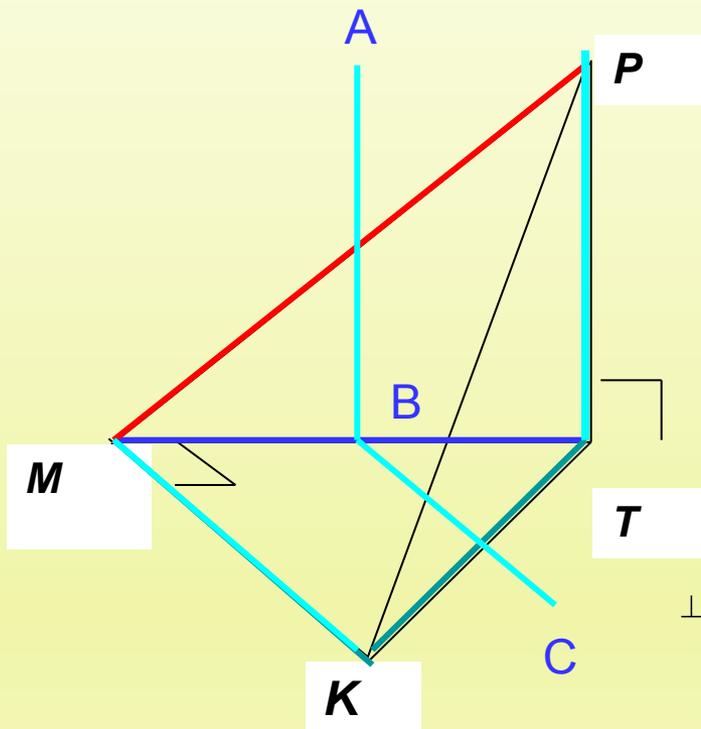
Решение

Ребро AC , грани ACP и ACB

1. (по свойству равностороннего треугольника)

2. (по теореме о трех перпендикулярах)

Значит, угол PKV - линейный для двугранного угла с $PCAV$



№ 1.

Дано:

$KMPR$ – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

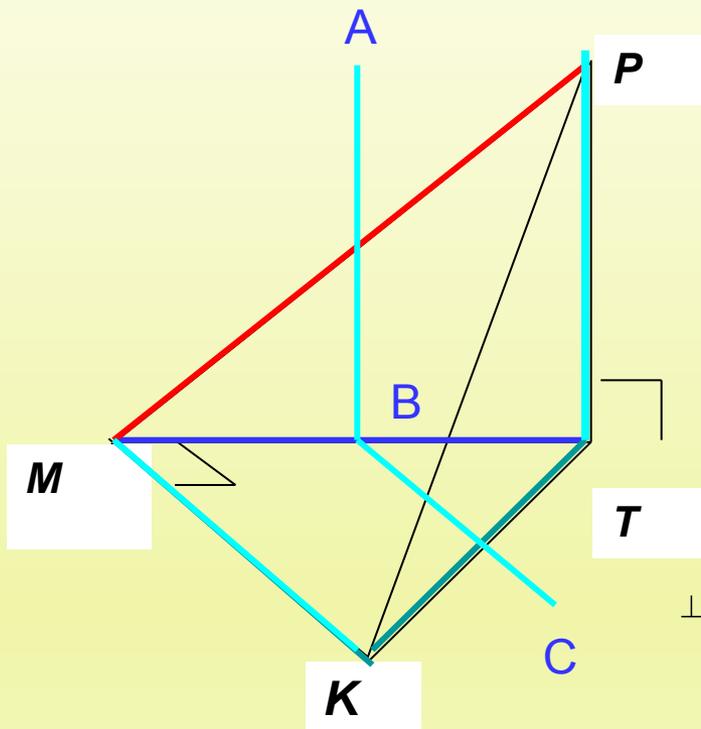
в). $PKTM$

а). Двугранный угол $PTMK$:

(1) ребро MT , грани MTP и MTK

(2) В грани MTP прямая TP перпендикулярна ребру MT
(по определению прямой, перпендикулярной плоскости)

В грани MTK прямая MK перпендикулярна ребру MT
(по условию)



№ 1.

Дано:

$KMPR$ – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

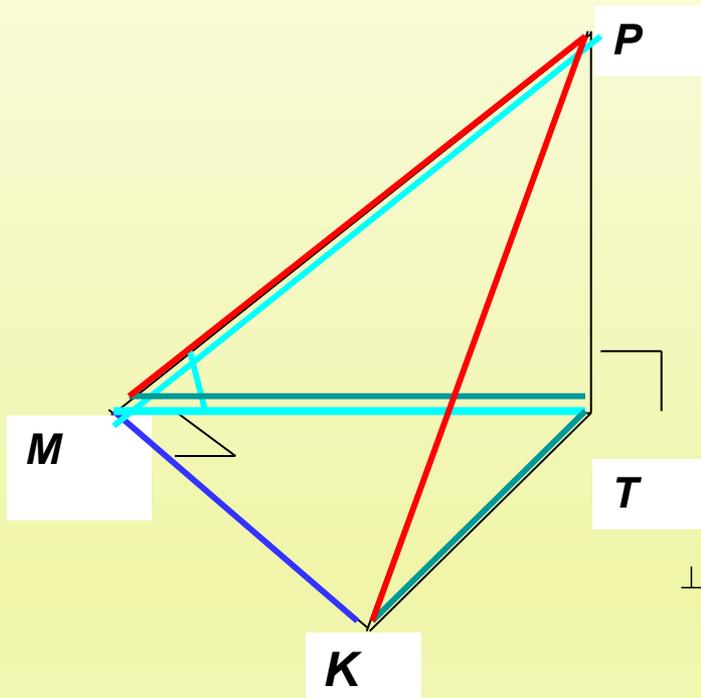
в). $PKTM$

а). Двугранный угол **$PTMK$** :

AB параллельна PT (по построению), а так как PT перпендикулярна ребру MT (по доказанному), то AB перпендикулярна ребру MT (по лемме о связи параллельности и перпендикулярности)

Аналогично BC перпендикулярна ребру MT

Значит, угол ABC – искомый



№ 1.

Дано:

$KMPТ$ – тетраэдр

$\angle TМК = 90^\circ$

$МК = МТ$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

в). $PКТМ$

б). Двугранный угол **PMKT**:

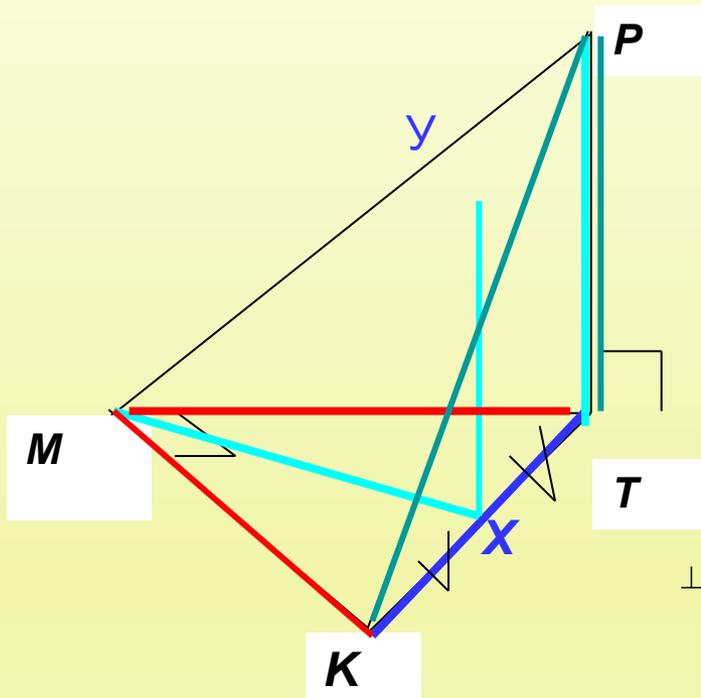
(1) ребро **МК**, грани **МКР** и **МКТ**

(2) В грани **MTK** прямая **MT** перпендикулярна ребру **МК** (по условию)

В грани **МКР** прямая **MP** перпендикулярна ребру **МК**

(по теореме о трех перпендикулярах)

Ответ. Угол **PMT** - линейный для двугранного угла с **PMKT**



№ 1.

Дано:

$KMPR$ – тетраэдр

$\angle MKT = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

в). $PKTM$

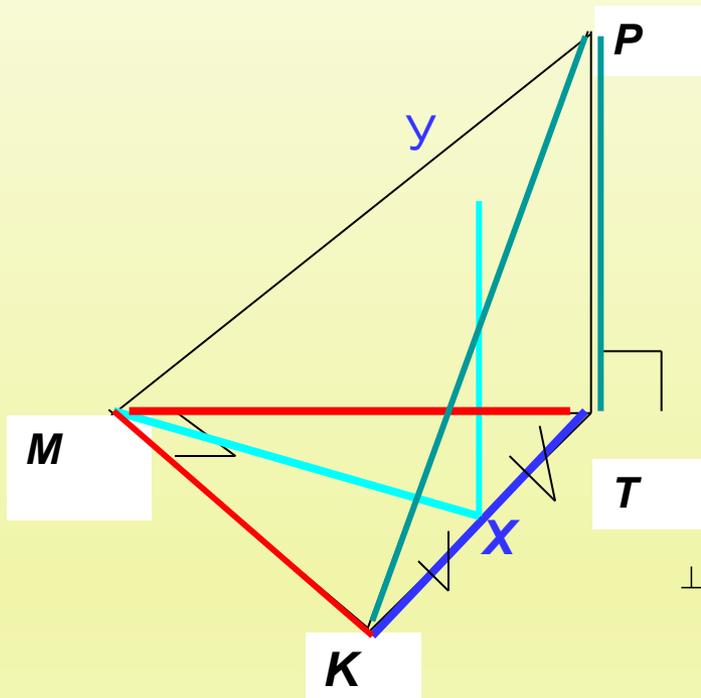
в). Двугранный угол $PTKM$:

(1) ребро TK , грани TKM и TKP

(2) В грани MTK прямая MX , где X – середина KT , перпендикулярна ребру KT (по свойству равнобедренного треугольника)

В грани KPT прямая PT перпендикулярна ребру KT

(по определению прямой перпендикулярной плоскости)



№ 1.

Дано:

$KMPR$ – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PR \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

в). $PKTM$

в). Двугранный угол **РТКМ**:

(3) Построим прямую **UX** параллельно прямой PT , она будет лежать в
плоскости PKT (почему?),

получим, что прямая XU перпендикулярно ребру KT

(по лемме о связи параллельности и перпендикулярности)

Значит, искомый угол **UXM**