Презентации по математике

для специальности «Нефтегазовое дело»

Составил старший преподаватель кафедры «Математики и информатики»:

Кузнецова
Ольга
Владимировна
(1 корпус, 17 каб.)

Содержание дисциплины на 1 семестр

тема	Количество часов
1. Элементы элементарной математики	1
2. Комплексные числа	0,5
3. Линейная алгебра	Самост. Изуч.
4. Векторная алгебра	4
5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	0,5
6. Контрольная работа №1	
7. Экзамен	

Информационные источники

- Список литературы:

1. Шипачев В.С. «Высшей математики» - М.: «Высшая школа», 2003.
2. Шипачев В.С «Задачник по высшей математике» - М.: «Высшая школа», 2003
3. М.Я. Выгодский «Справочник по высшей математике» - М.: «Высшая школа», 2000.
4. Гусак А.А. Справочное пособие к решению задач « - Минск, НТООО «ТетраСистемс», 2001г.
5. «Высшая математика для экономистов» под. ред. Профессора Кремера Н.Ш. – «Юнити» Москва 2000 г.
6. Зимина О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. «Решебник. Высшая математика.» - М. Физматлит 2001г.

Информационные источники

- Список литературы (электронный формат)

1. А.Б. Соболев, А.Ф. Рыбалко Математика: Курс лекций для технических вузов. 1 и 2 части.
2. Ларин Александр Александрович "Курс высшей математики. Часть1."
3. Д. Т. Письменный Конспект лекций по высшей математике: полный курс.
4. Математика в примерах и задачах. Журбенко Л.Н., Никонова Г. А. и др.
5. Алгебра в таблицах. 7—11 кл. Справочное пособие. Звавич Л. И., Рязановский А.Р.

Studens_tmp (общая папка для хранения метолдических, контрольных материалов для студентов филиала УдГУ в Воткинске) ftp://78.85.20.33

КузнецоваОВ=> Математика для НД => НД1курс

Образовательные ресурсы интернета

1. Поисковая система Нигма – математика, Эл. адрес: http://nigma.ru;
2. Высшая математика – просто и доступно! Эл. адрес: http://www.mathprofi.ru
3. Универсальный калькулятор. Универсальный калькулятор.xls
4. Математический форум Math Help Planet Эл. адрес http://mathhelpplanet.com
5. Интернет-тестирование, тренажеры, методика, аналитика www.**i-exam**.ru

Образовательные ресурсы интернета

1. *Образовательный проект А.Н. Варгина* http://www.ph4s.ru/
2. *Образовательные ресурсы Интернета - Математика.* http://www.alleng.ru/

Программные приложения для математических вычислений

- Mathcad - система компьютерной алгебры (платная) ссылка на эл. ресурс http://www.ptc.com/products/mathcad/
- **Maxima -** свободная система компьютерной алгебры ссылка на эл. ресурс http://maxima.sourceforge.net/ru/, http://sourceforge.net/projects/maxima/files/Maxima-Windows/5.25.0-Windows/maxima-5.25.0.exe/download

Введение в математику

- Для того чтобы успешно решать задачи по высшей математике <u>НЕОБХОДИМО:</u>
- складывать, вычитать, умножать и делить

1. **Вспомнить правила раскрытия скобок:**
 – здесь знаки у слагаемых не меняются
2. $$+(-a+b+c-d)=-a+b+c-d$$
 – а здесь меняются на противоположные.
$$-(-a+b+c-d)=a-b-c+d$$
3. И для умножения:
$$a(b-c)=ab-ac$$
$$-a(b-c)=-ab+ac$$
4. **ДВА МИНУСА ДАЮТ ПЛЮС**, а **ТРИ МИНУСА – ДАЮТ МИНУС**

1. Элементы элементарной математики

- **Вспоминаем, что дроби можно сокращать-** $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ (сократили на 2),
- $\frac{35}{40}=\frac{7}{8}$ (сократили на 5)
-
- $\frac{x}{x^2}=\frac{1}{x}$ (сократили на x).
-

2. Комплексные числа
2.1 ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- <u>Определение.</u> Комплексным числом z называется выражение $z = a + ib$ где a и b – действительные числа,

i – мнимая единица: $i^2 = -1; \quad i = \sqrt{-1}.$

- При этом:

a действительная (a = Re z)

b- мнимая часть (b = Im z).

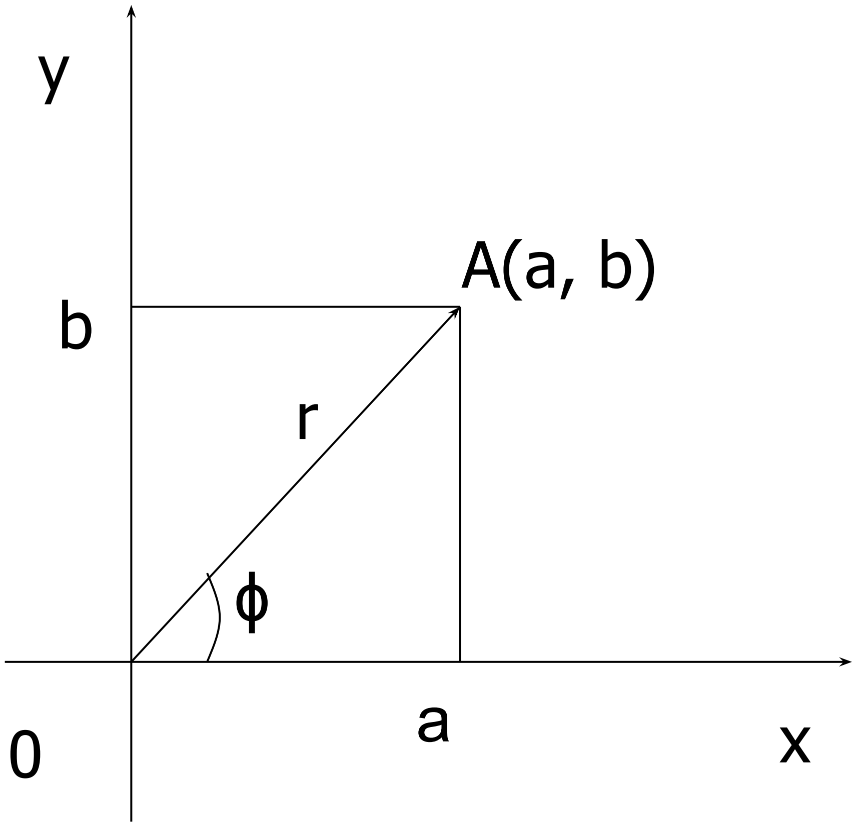
- Определение. Числа $z = a + ib$ и $\bar{z} = a - ib$ называются комплексно – сопряженными.
- Определение. Два комплексных числа $z_1 = a_1 + ib_1$ и $z_2 = a_2 + ib_2$ называются равными, если соответственно равны их действительные и мнимые части:

$$a_1 = a_2; \quad b_1 = b_2;$$

- Определение. Комплексное число равно нулю, если соответственно равны нулю действительная и мнимая части.

$$a = b = 0.$$

2.2 Геометрическое представление комплексного числа



Горизонтальная ось является действительной числовой осью, а вертикальная - мнимой осью.

2.3 Тригонометрическая форма комплексного числа.

- Из геометрических соображений:

$$a = r\cos\varphi; \quad b = r\sin\varphi$$

Тогда комплексное число можно представить в виде:

$$z = a + ib = r\cos\varphi + ir\sin\varphi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

- тригонометрическая форма записи к. ч.

- Величина r - модуль комплексного числа,
  угол наклона ϕ - аргумент комплексного числа.

- Из геометрических соображений:

$$r = |z|; \qquad \varphi = Arg\, z$$

- Для комплексно – сопряженных чисел:

$$r = |a + ib| = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \varphi = Arg\, z = arctg\frac{b}{a};$$

$$|z| = |\bar{z}|; \qquad Arg\, z = -Arg\, \bar{z}.$$

2.4 Действия с комплексными числами.

Основные действия с комплексными числами вытекают из действий с многочленами

- 1) Сложение и вычитание.

$$z = z_1 \pm z_2 = (a_1 + ib_1) \pm (a_2 + ib_2) = (a_1 \pm a_2) + i(b_1 \pm b_2)$$

$$|z| = \sqrt{(a_1 \pm a_2)^2 + (b_1 \pm b_2)^2}$$

- 2) Умножение

$$z = z_1 z_2 = (a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2) = a_1 a_2 + ia_1 b_2 + ib_1 a_2 + i^2 b_1 b_2$$

$$z = z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + b_1 a_2)$$

- В тригонометрической форме:

$$z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) \qquad z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2).$$

$$z = z_1 z_2 = r_1 r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

- В случае комплексно – сопряженных чисел:

$$z\bar{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = |z|^2 = |\bar{z}|^2.$$

- 3) Деление.

$$z = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + i\frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$$

$$z = \frac{(a_1 + ib_1)(a_2 - ib_2)}{(a_2 + ib_2)(a_2 - ib_2)} = \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2) + i(a_2 b_1 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2}$$

- В тригонометрической форме:

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2))$$

- 4) Возведение в степень.

Из операции умножения:

$$z^2 = zz = r^2(\cos 2\varphi + i \sin 2\varphi)$$

В общем случае:

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

где n – целое положительное число.

Это выражение называется формулой Муавра

5) Извлечение корня из комплексного числа

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right)$$

где к=0, 1, 2, …, n-1

Корень n – ой степени из комплексного числа имеет n различных значений.

2.5 Показательная форма комплексного числа

- Уравнение Эйлера:

$$w = e^{x+iy} = e^{x}(\cos y + i \sin y)$$

- Показательная форма к.ч.

$$z = re^{i\varphi}$$

3. Линейная алгебра

- Самостоятельное изучение

3. Векторная алгебра.
3.1 Определения

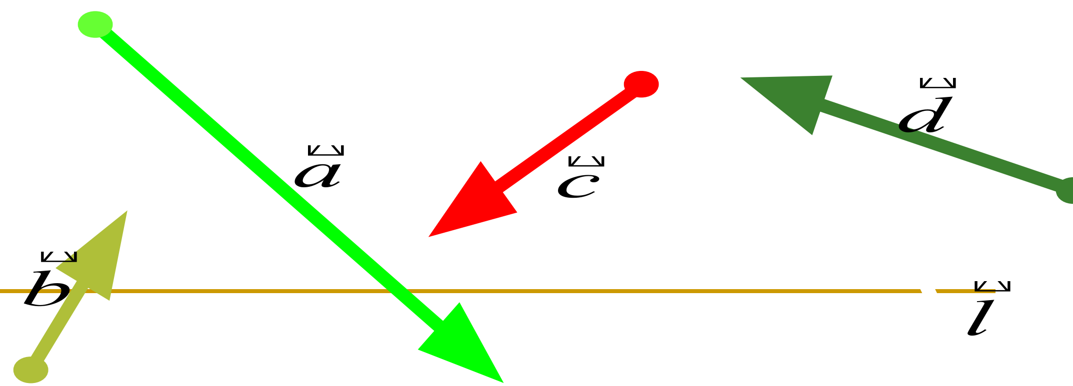
Совокупность всех направленных отрезков, для которых введены операции:

- - сравнения
- - сложения
- - умножения на вещественное число

называется ***множеством векторов***.

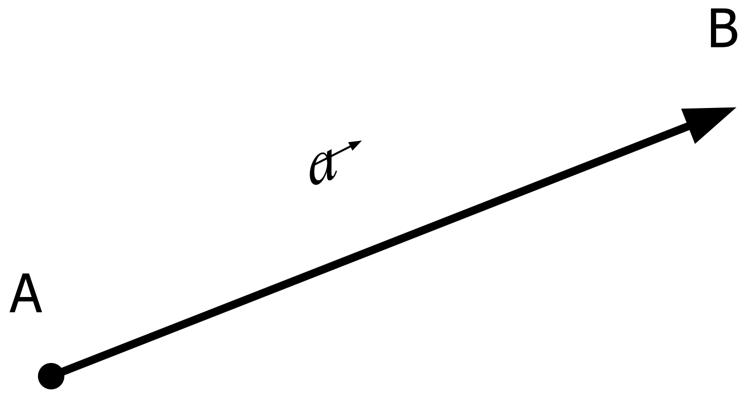
Конкретный элемент этого множества будем называть *вектором* и обозначать символом с верхней стрелкой,

например $\bar{a}$



Определения

Вектор определяется как *направленный отрезок*:



Точка А – *начало вектора*,

В – *конец вектора*.

Записывают: $\overrightarrow{AB}$ или $\vec{a}$

Определения

- Направленный отрезок, начало и конец которого совпадают, называется ***нулевым*** направленным отрезком.

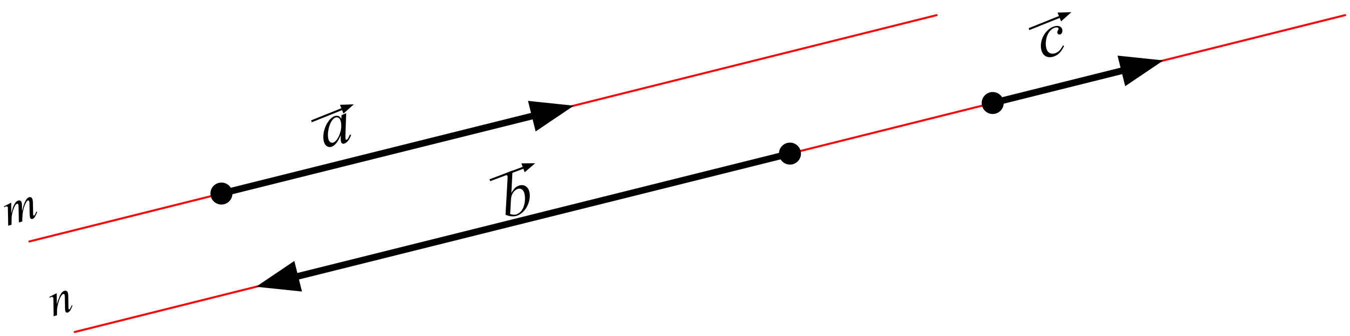
$$\vec{O}$$

A

- **Длиной (модулем)** вектора называется расстояние между началом и концом вектора.

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\vec{a}\right|$$

Два вектора называются *коллинеарными*, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых:



Обозначение коллинеарных векторов: $\vec{a} \parallel \vec{b}$ $\vec{a} \parallel \vec{c}$

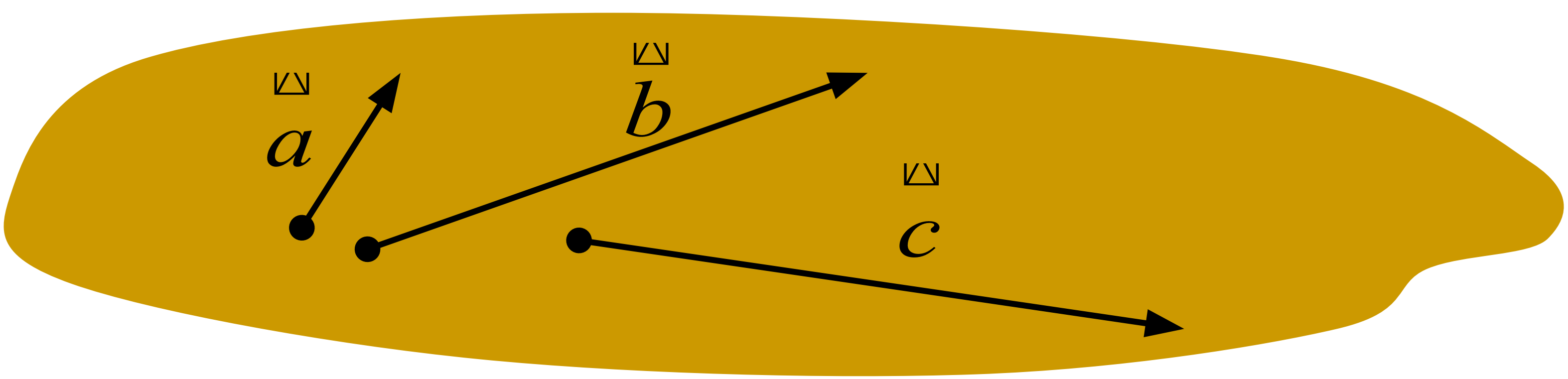
Коллинеарные векторы, в свою очередь, бывают одинаково направленными (или сонаправленными) и противоположно направленными. В нашем случае:

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$ – *сонаправленные* векторы, $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$, $\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{b}$ – *противоположно направленные* векторы.

Определения

- Три вектора, параллельные одной и той же плоскости, называются *компланарными*.

Нулевой вектор считается коллинеарным любому другому вектору. Нулевой вектор считается компланарным любой паре векторов.

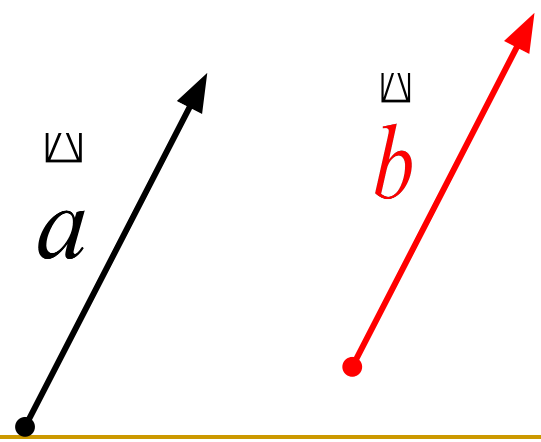


Определения

Два вектора называются *равными*, если:

1) они сонаправлены;

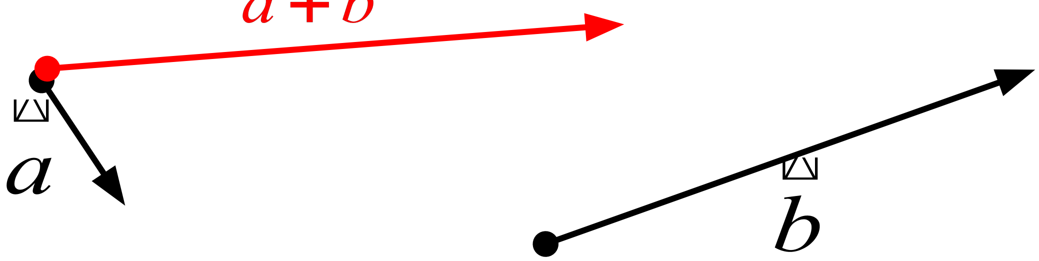
2) их модули равны, т.е. $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b} \text{ è } |\vec{a}| = |\vec{b}|$



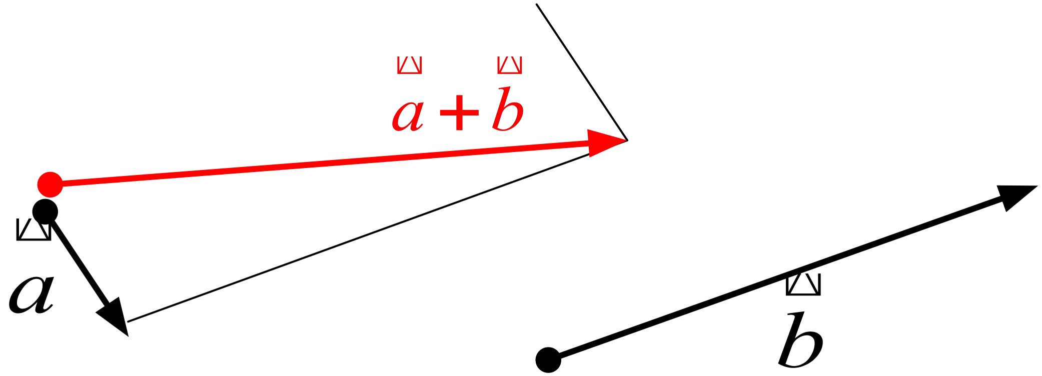
Определения

Векторы можно складывать – в результате получается ***вектор***. При сложении двух векторов применяются правила *треугольника* или *параллелограмма*:

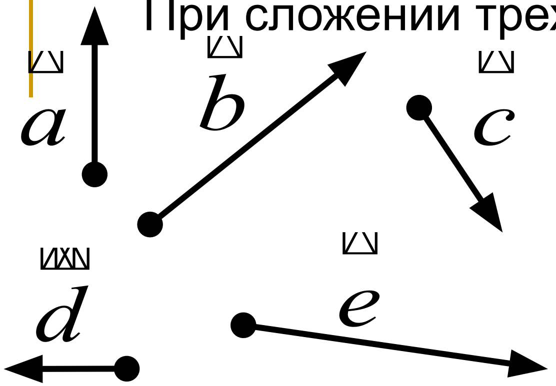
1) При применении правила треугольника один из векторов откладывают от конца другого, $\vec{a}+\vec{b}$:

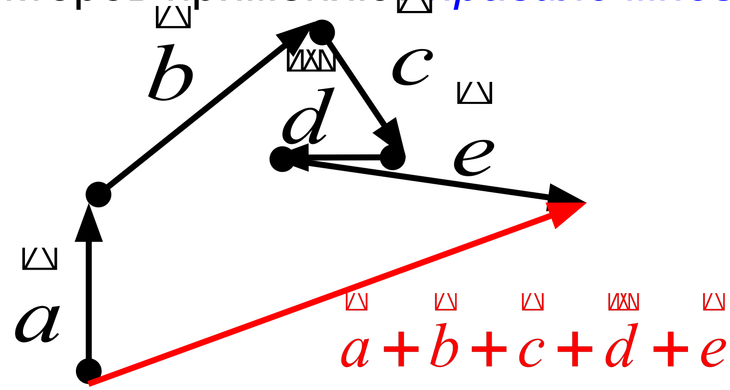


2) При применении правила параллелограмма оба вектора откладывают из общей начальной точки,

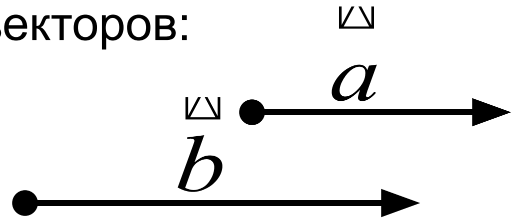


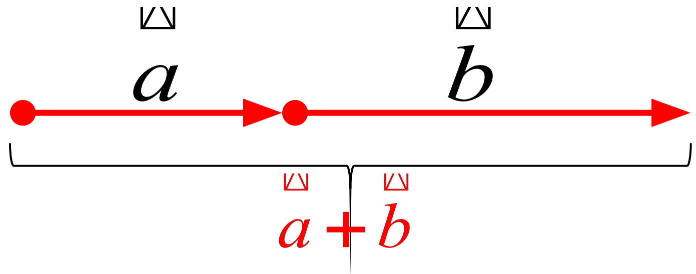
При сложении трех и более векторов применяют *правило многоугольника*:





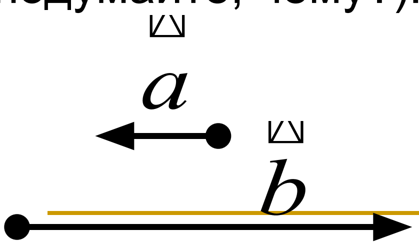
Обратим внимание, что при сложении сонаправленных векторов получается вектор, сонаправленный с данными и его модуль равен сумме модулей слагаемых векторов:

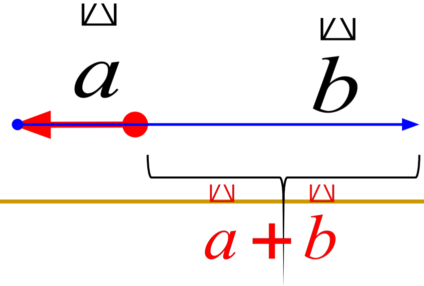




$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$$

При сложении противоположно направленных векторов получается вектор, сонаправленный с вектором, имеющим бóльшую длину и его модуль равен … (подумайте, чему?):





$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{b}\right| - \left|\vec{a}\right|$$

$$\left|\vec{b}\right| > \left|\vec{a}\right|$$

Сложение векторов, как и сложение чисел подчиняется законам:

1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ – переместительный закон сложения;

2) $\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}$ – сочетательный закон сложения;

3) $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$;

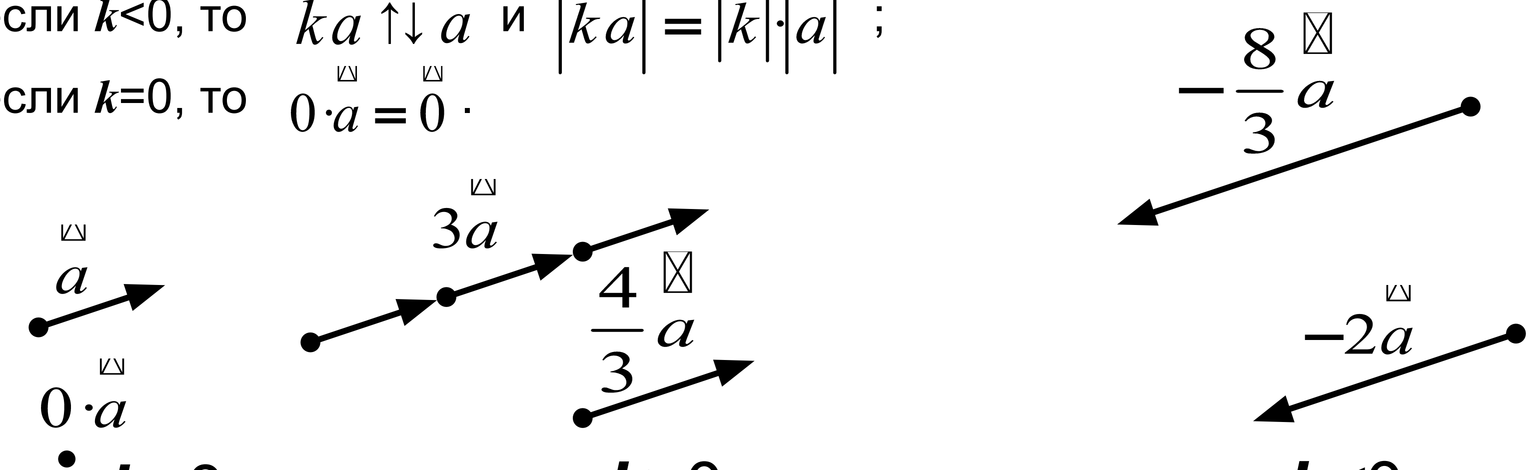
4) $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{0}$.

Следующее действие с векторами – умножение вектора на число k. В результате этого действия получается **вектор**, причем:

1) если $k>0$, то $k\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{a}$ и $\left|k\vec{a}\right|=\left|k\right|\cdot\left|\vec{a}\right|$;

2) если $k<0$, то $k\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$ и $\left|k\vec{a}\right|=\left|k\right|\cdot\left|\vec{a}\right|$;

3) если $k=0$, то $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$.



***k*=0** ***k*>0** ***k*<0**

Линейная зависимость векторов

Определение. Выражение вида

$\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + ... + \lambda_n \vec{a}_n$, где некоторые числа λ_i; $i = [1, n]$

называется *линейной комбинацией* векторов

$\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n$

Линейная зависимость векторов

- Определение. Векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n$ называются *линейно зависимыми*, если существует их нетривиальная линейная комбинация $\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \vec{a}_k$ такая, что $\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \vec{a}_k = \vec{o}$

Определение. Векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ..., \vec{a}_n$ называются *линейно независимыми*, если из условия $\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \vec{a}_k = \vec{o}$ следует тривиальность линейной комбинации $\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \vec{a}_k$

Базис в пространстве векторов

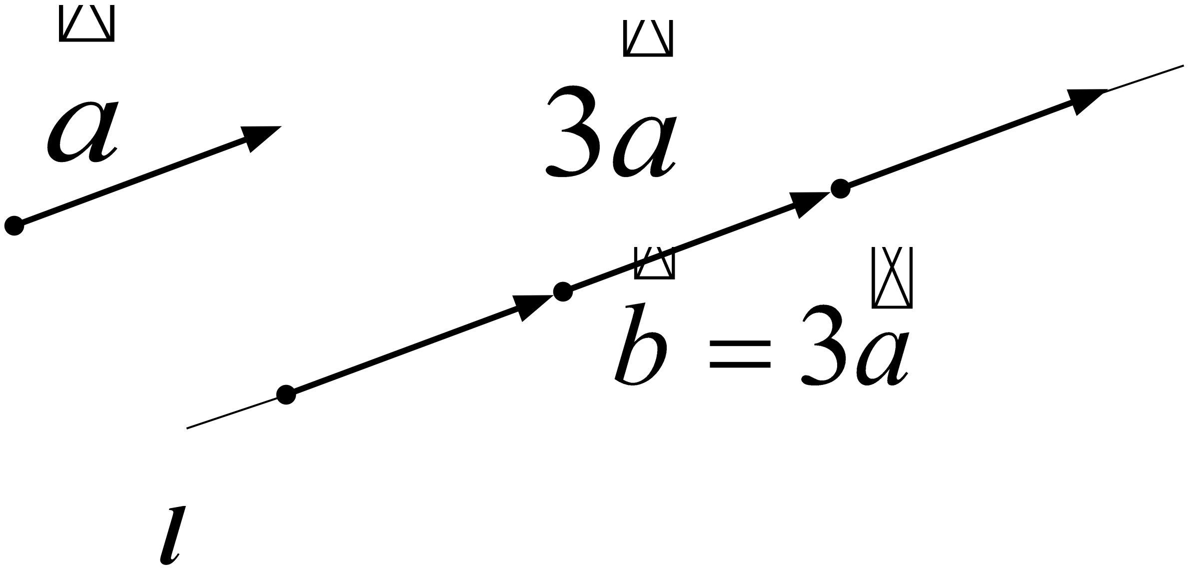
- Определение:

  Базисом в пространстве векторов называется набор линейно независимых векторов

Базис в пространстве векторов

- <u>Определение</u>

Базисом на прямой называется любой ненулевой вектор, принадлежащий этой прямой. m



Базис в пространстве векторов

Определение Базисом на плоскости называется любая упорядоченная пара линейно независимых векторов, принадлежащих этой плоскости.

- Определение Базисом в пространстве называется любая упорядоченная тройка линейно независимых векторов.
- Определение Базис называется ортогональным, если образующие его векторы попарно ортогональны (взаимно перпендикулярны).
- Определение Ортогональный базис называется ортонормированным, если образующие его векторы имеют единичную длину

Координаты вектора:

- **Пусть дан базис $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\}$ тогда любой вектор $\vec{x}$ в пространстве может быть представлен, и притом единственным образом, в виде**

$$\vec{x} = \alpha\,\vec{g}_1 + \beta\,\vec{g}_2 + \gamma\,\vec{g}_3$$

где α, β, γ - некоторые числа (коэффициенты разложения), **которые называют координатами данного вектора в заданном базисе.**

Координаты вектора:

- Для записи вектора $\vec{x} = \alpha \vec{g}_1 + \beta \vec{g}_2 + \gamma \vec{g}_3$ в координатном представлении используются формы:

$$\vec{x}(\alpha;\beta;\gamma) \qquad (\alpha;\beta;\gamma) \qquad \begin{Vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \end{Vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \qquad \begin{Vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{Vmatrix}$$

Операции с векторами в координатном представлении:

- *Сравнение векторов*: **Два вектора и равны тогда и только тогда, когда равны их соответствующие координаты**
- *Сложение векторов* : **При сложении двух векторов их соответствующие координаты складываются.**
- *Умножение вектора на число*: **При умножении вектора на число, на это число умножаются все координаты вектора.**

Условия линейной зависимости и независимости векторов в координатном представлении

- Для того чтобы два вектора

$$\vec{x} = x_1 \vec{g}_1 + x_2 \vec{g}_2 \qquad \vec{y} = y_1 \vec{g}_1 + y_2 \vec{g}_2$$

на плоскости были линейно зависимы, необходимо и достаточно, чтобы их координаты в некотором базисе удовлетворяли условию

$$\det \begin{Vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{Vmatrix} = 0$$

Условия линейной зависимости и независимости векторов в координатном представлении

- Для того чтобы три вектора $\vec{x} = x_1 \vec{g}_1 + x_2 \vec{g}_2 + x_3 \vec{g}_3$ $\vec{y} = y_1 \vec{g}_1 + y_2 \vec{g}_2 + y_3 \vec{g}_3$ $\vec{z} = z_1 \vec{g}_1 + z_2 \vec{g}_2 + z_3 \vec{g}_3$ в пространстве были линейно зависимы, необходимо и достаточно, чтобы их координаты в некотором базисе удовлетворяли условию

$$\det \left\| \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{matrix} \right\| = 0$$

Замечание:

- **Равенства**

$$\det\begin{Vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{Vmatrix} = 0$$

и

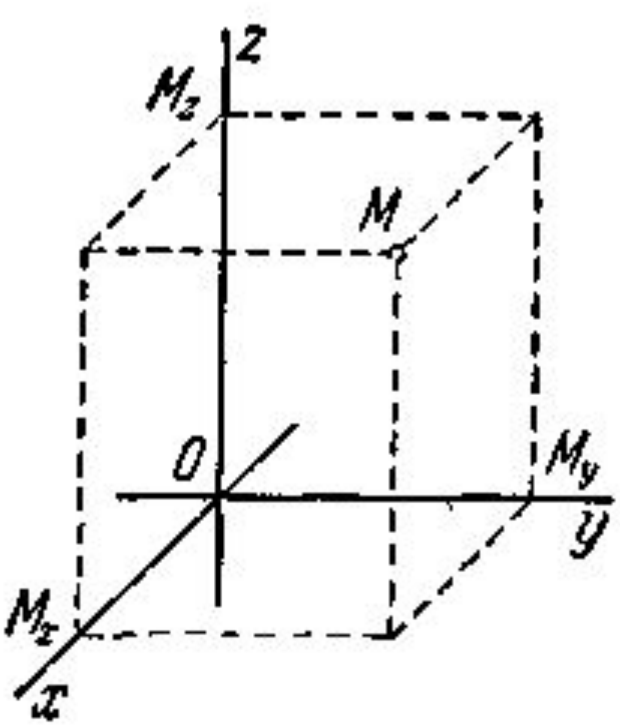
$$\det\begin{Vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{Vmatrix} = 0$$

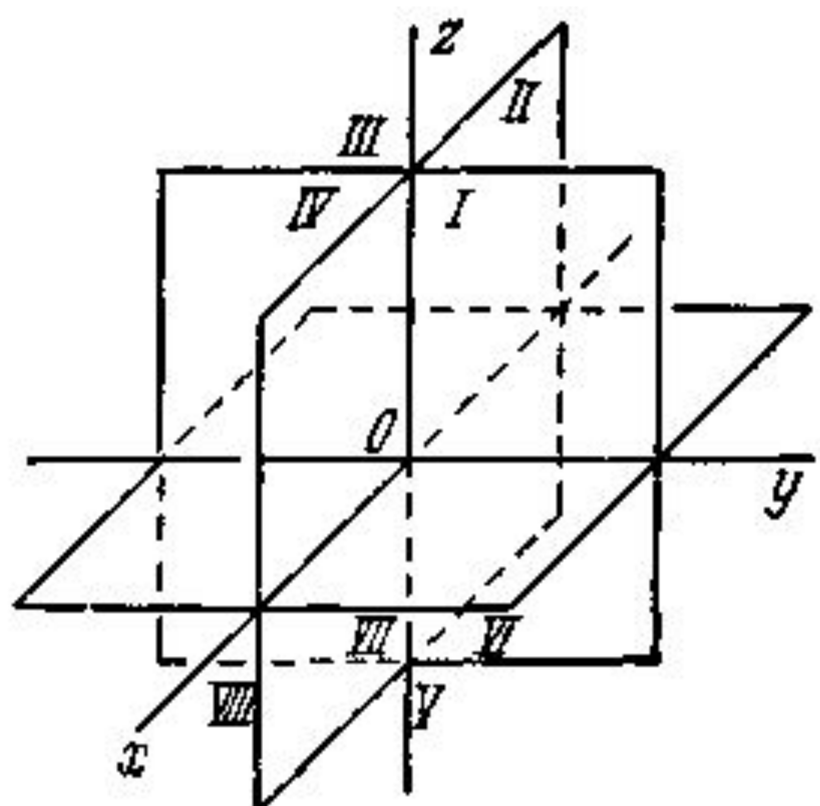
соответственно являются необходимыми и достаточными условиями коллинеарности пары векторов на плоскости и компланарности тройки векторов в пространстве.

Декартова система координат.

- **Определение. Декартовой системой координат** в пространстве называется совокупность точки и базиса. Точка называется **началом координат**. Прямые, проходящие через начало координат называются **осями координат**.
- 1-я ось – ось **абсцисс**
- 2-я ось – ось **ординат**
- 3-я ось – ось **аппликат**
- **Определение.** Декартова система координат, базис которой ортонормирован называется **декартовой прямоугольной системой координат**. Будем обозначать векторы базиса $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Декартовы прямоугольные координаты в пространстве





Основные формулы:

- Если заданы точки $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, то координаты вектора определяются по формуле:

  $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$.

- **Длина вектора в координатах** определяется как расстояние между точками начала и конца вектора. Если заданы две точки в пространстве

  $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, то:

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Основные формулы:

- Если точка M(x, y, z) **делит отрезок AB в соотношении λ/μ**, считая от A, то координаты этой точки определяются как:

$$x = \frac{\mu x_1 + \lambda x_2}{\mu + \lambda}; \quad y = \frac{\mu y_1 + \lambda y_2}{\mu + \lambda}; \quad z = \frac{\mu z_1 + \lambda z_2}{\mu + \lambda}.$$

- В частном случае координаты **середины отрезка** находятся как:

  $x = (x_1 + x_2)/2$; $y = (y_1 + y_2)/2$; $z = (z_1 + z_2)/2$.

Скалярное произведение векторов.

- **<u>Определение.</u> Скалярным произведением** векторов и называется число, равное произведению длин этих сторон на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \, |\vec{b}| \cos\varphi$$

Если рассматривать векторы

$$\vec{a}(x_a, y_a, z_a); \quad \vec{b}(x_b, y_b, z_b)$$

в декартовой прямоугольной системе координат, то

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b;$$

Формула для вычисления угла между векторами:

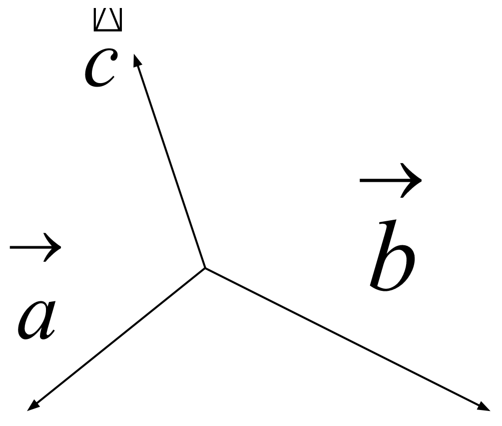
$$\cos\varphi = \frac{x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

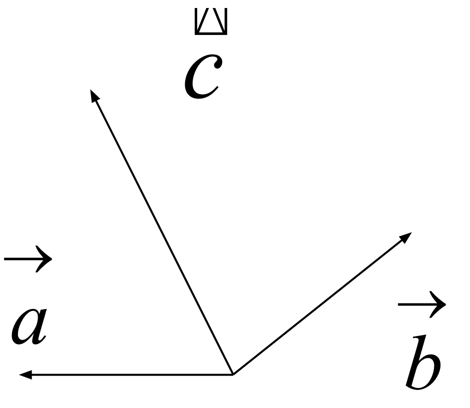
Свойства скалярного произведения векторов

- 1) $\vec{a}\,\vec{a} = |\vec{a}|^2$;
- 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, если $\vec{a} \perp \vec{b}$
  или $\vec{a} = 0$ или $\vec{b} = 0$.
- 3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$;
- 4) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$;
- 5) $(m\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\vec{b} m) = m(\vec{a}\,\vec{b})$; m=const

Векторное произведение векторов.

- Три некомпланарных вектора $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$ взятые в указанном порядке образуют *правую тройку*, если с конца третьего вектора кратчайший поворот от первого вектора ко второму виден совершающимся против часовой стрелки, и *левую* - если по часовой.





- Правая тройка Левая тройка

Векторное произведение векторов.

- **Векторным произведением** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор $\vec{c}$

удовлетворяющий следующим условиям:

1) $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin\varphi$ где φ - угол между векторами

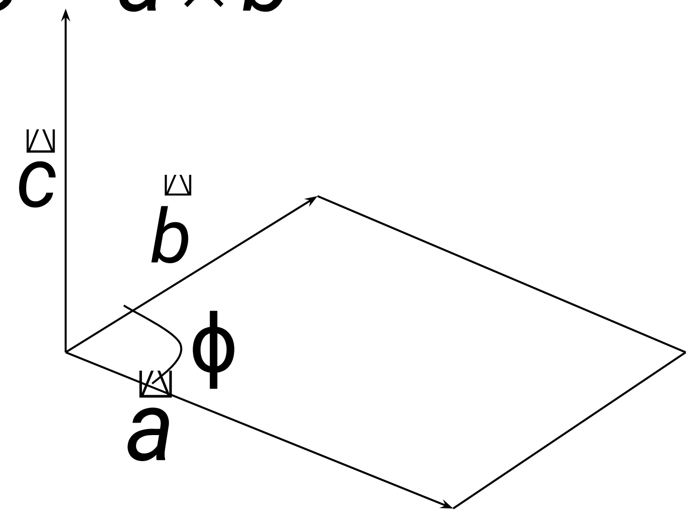
$\sin\varphi \geq 0; \quad 0 \leq \varphi \leq \pi$

2) вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$

3) $\vec{a}$ $\vec{b}$ $\vec{c}$ образуют правую тройку векторов.

Векторное произведение векторов:

- Обозначается: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ или $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$



- Геометрическим смыслом длины векторного произведения векторов является площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ $\vec{b}$

Свойства векторного произведения векторов:

- 1) $\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$;
- 2) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$, если $\vec{a} \parallel \vec{b}$ или $\vec{a} = 0$ или $\vec{b} = 0$;
- 3) $(m\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (m\vec{b}) = m(\vec{a} \times \vec{b})$;
- 4) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$;

Векторное произведение векторов

- Если заданы векторы

$\vec{a}\ (x_a, y_a, z_a)$ и $\vec{b}\ (x_b, y_b, z_b)$

в декартовой прямоугольной системе координат с единичными векторами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, то

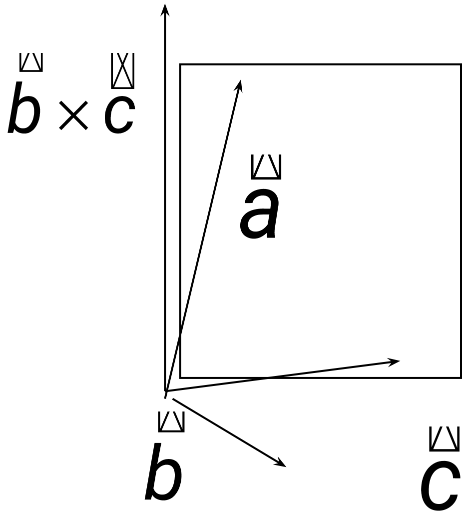
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$$

Смешанное произведение векторов.

- **<u>Определение.</u> Смешанным произведением** векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называется число, равное скалярному произведению вектора $\vec{a}$ на вектор, равный векторному произведению векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$
- Обозначается $\vec{a}\cdot\vec{b}\cdot\vec{c}$ или ($\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$)

Смешанное произведение векторов.

- Смешанное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$ по модулю равно объему параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$



Свойства смешанного произведения векторов.

- 1)Смешанное произведение равно нулю, если:

а) хоть один из векторов равен нулю;

б) два из векторов коллинеарны;

в) векторы компланарны.

- 2) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$
- 3) $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}) = (\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}) = -(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}) = -(\vec{c}, \vec{b}, \vec{a}) = -(\vec{a}, \vec{c}, \vec{b})$
- 4) $(\lambda\vec{a}_1 + \mu\vec{a}_2, \vec{b}, \vec{c}) = \lambda(\vec{a}_1, \vec{b}, \vec{c}) + \mu(\vec{a}_2, \vec{b}, \vec{c})$
- 5) Объем треугольной пирамиды, образованной векторами $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ равен $\frac{1}{6}\left|(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})\right|$

Свойства смешанного произведения векторов:

- 6) Если $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$ то

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

5. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

Математический форум Math Help Planet

Эл. адрес http://mathhelpplanet.com

Произведение вектора на число

Векторы можно не только складывать друг с другом, но и умножать на скаляры. Между выражениями «умножение скаляра на вектор» и «умножение вектора на скаляр» никакой принципиальной разницы нет.

При умножении скаляра на вектор получается вектор. Размерность вектора-произведения равна произведению размерностей скаляра и исходного вектора.

Перемножение скаляра и вектора встречается в физике везде, где фигурируют сами векторы. Например, при движении с постоянной скоростью $\vec{v}$ перемещение тела за время t выражается формулой:

$$\vec{s} = \vec{v}t.$$

Импульс тела определяется как произведение массы на скорость:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Кстати, импульс не обладает собственной единицей измерения. Размерность импульса есть просто произведение размерностей массы и скорости: кг · м/с.

Произведение массы тела на вектор ускорения присутствует в фундаментальном законе механики — втором законе Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

(здесь $\vec{F}$ есть сумма векторов всех сил, приложенных к телу).

Скаляр, умножаемый на вектор, не обязан быть положительным. Например, электрическое поле характеризуется вектором напряжённости $\vec{E}$, который задан в каждой точке поля. Если в данную точку помещён заряд q, то сила, действующая на этот заряд со стороны электрического поля, равна:

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

При этом заряд q может быть как положительным, так и отрицательным.

Произведение вектора на число

- При движении с постоянной скоростью *v* перемещение *s* за время t выражается формулой: $\vec{s} = \vec{v} \cdot t$
- Импульс тела определяется как произведение массы на скорость: $\vec{p} = \vec{v} \cdot m$
- Второй закон Ньютона $\vec{F} = \vec{a} \cdot m$, где F - сумма векторов всех сил, приложенных к телу
- Электрическое поле характеризуется вектором напряжения, который задан в каждой точке поля, если в данную точку помещен заряд q, то сила действующая на этот заряд со стороны электрического поля равна: $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$