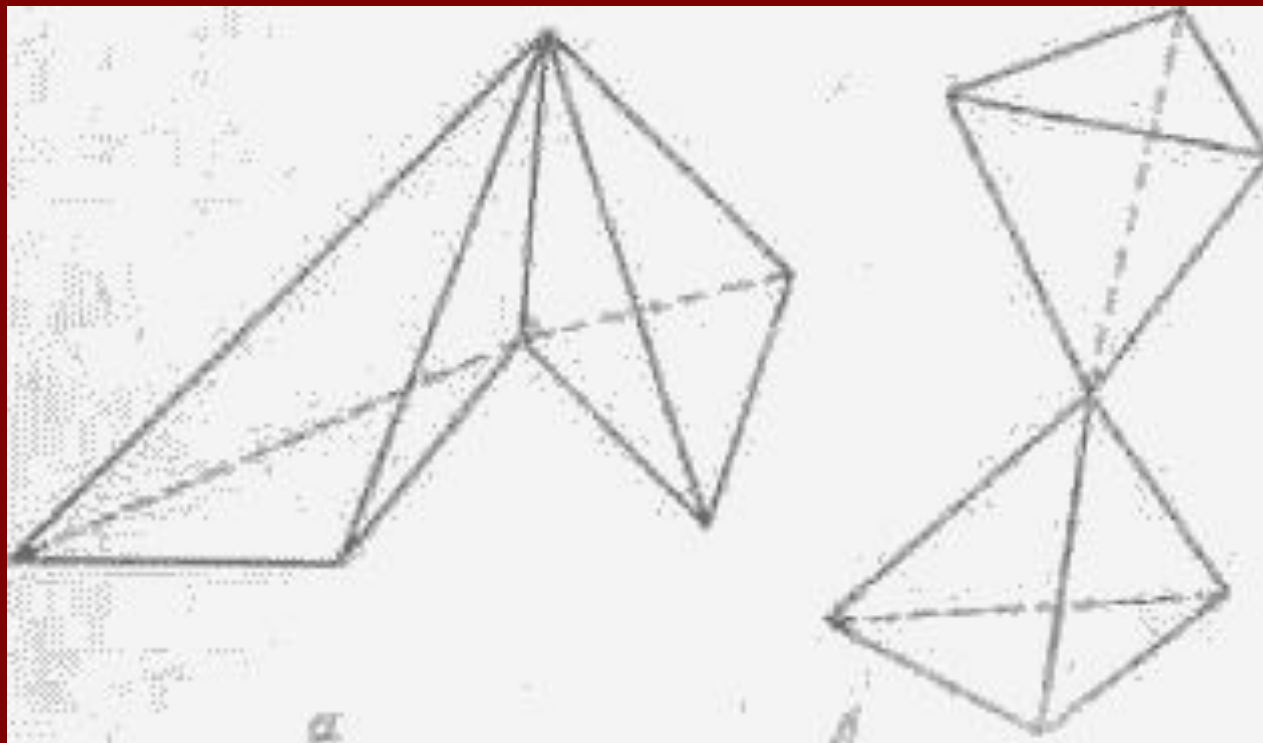
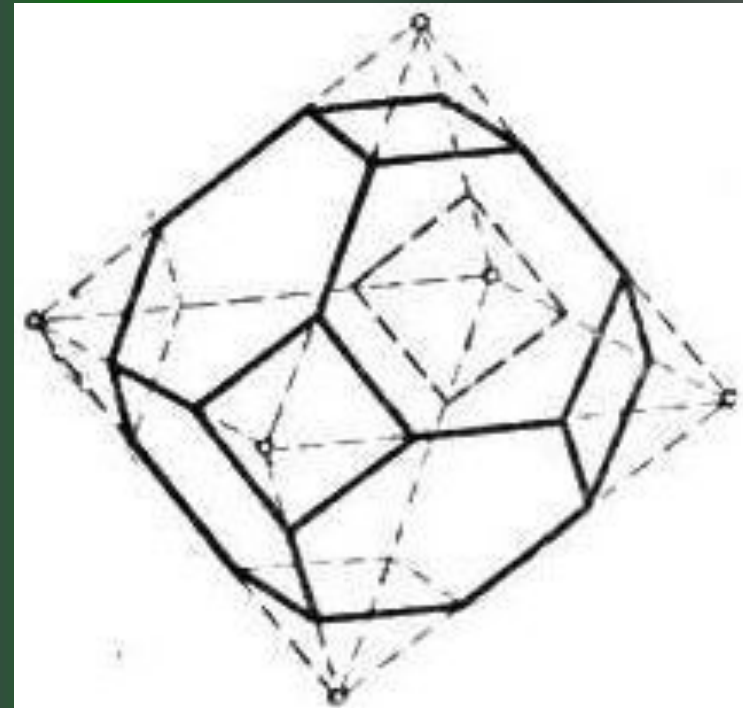


МНОГОГРАННИКИ

ПОНЯТИЕ МНОГОГРАННИКА

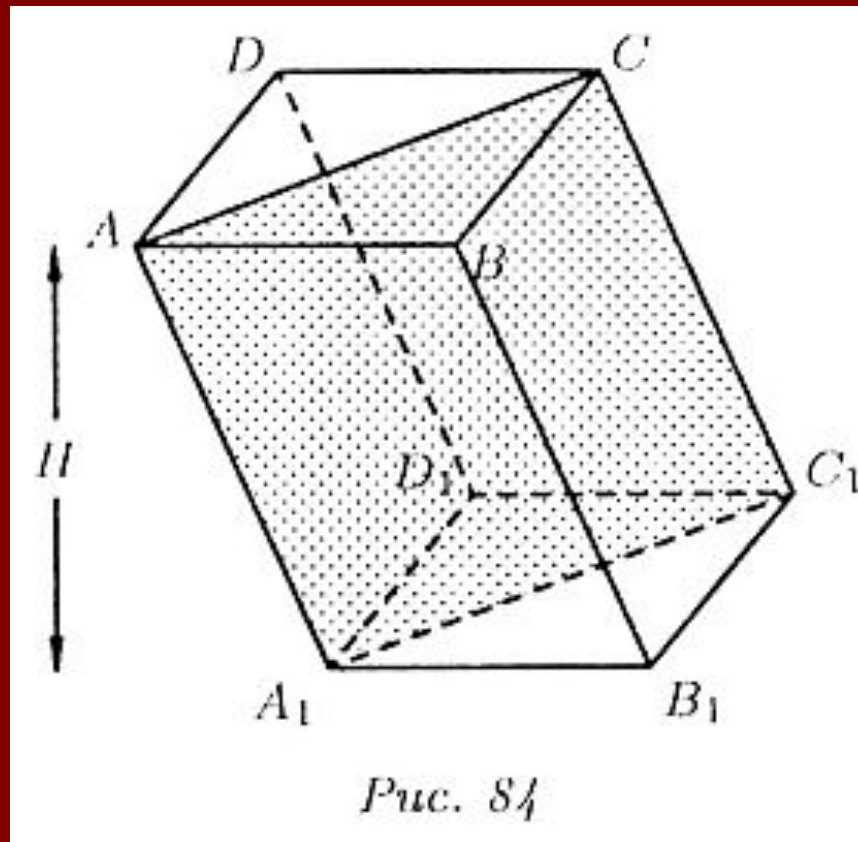


- **Многогранником** называется фигура, состоящая из конечного числа плоских многоугольников (называемых **гранями многогранника**), расположенных в пространстве.

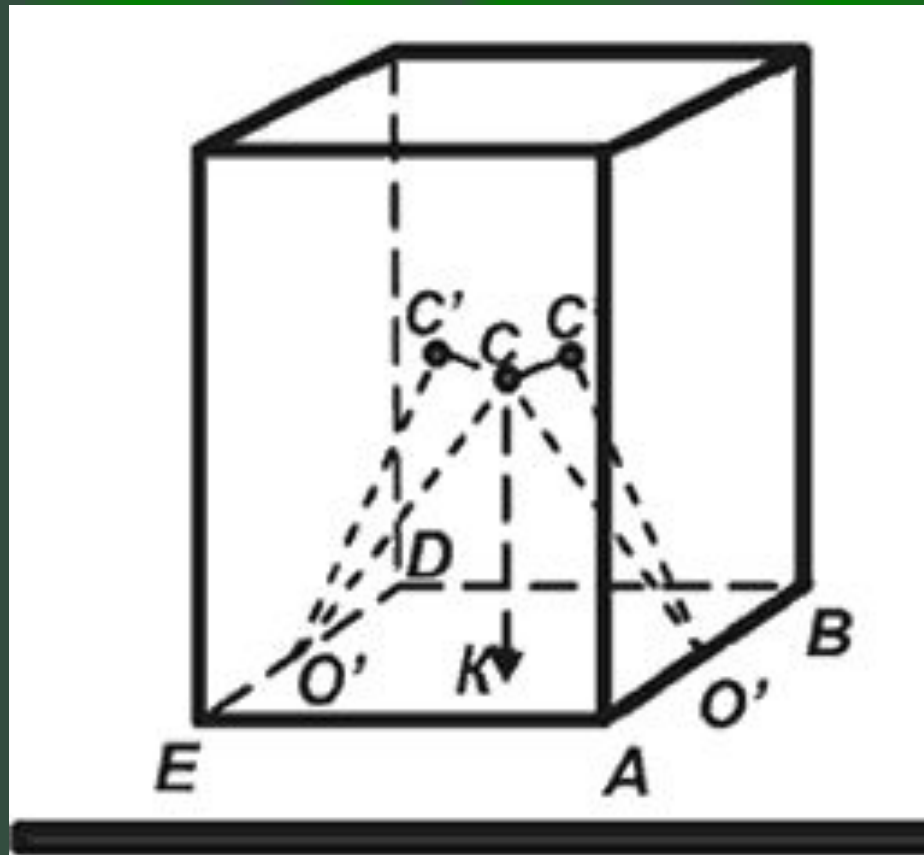


- 1) любая сторона каждой из этих граней является стороной еще одной и только одной грани (называемой **смежной** с первой гранью);
- 2) для любых двух граней A и B можно указать такую цепочку граней a_1, a_2, \dots, a_N , что грань a смежна с гранью a_1 , грань a_1 смежна с a_2 , ..., грань a_N смежна с гранью B ;
- 3) если грани A и B имеют общую вершину M , то выбор граней a_1, a_2, \dots, a_N , о которых говорится в предыдущем пункте, можно осуществить так, чтобы все они имели ту же вершину M .

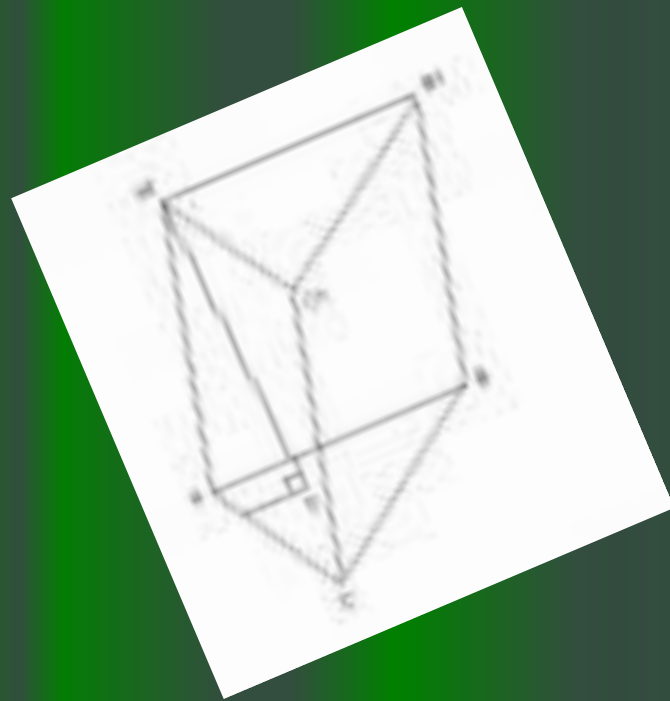
ПРИЗМА И ЕЕ ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ



- Прямая призма, основанием которой служит правильный многоугольник, называется правильной призмой.



- **Теорема.** Площадь боковой поверхности призмы равна произведению периметра ее перпендикулярного сечения и длины бокового ребра.



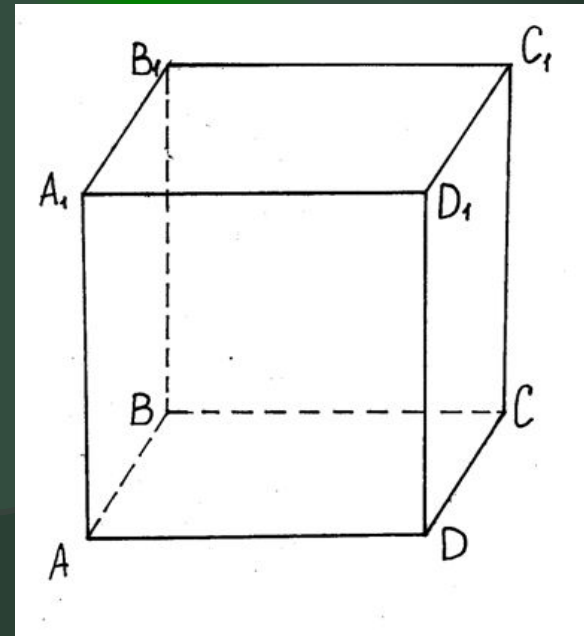
- **Следствие.** Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра ее основания и высоты.
- Действительно, у прямой призмы основание можно рассматривать как перпендикулярное сечение, а боковое ребро есть высота.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД. КУБ.

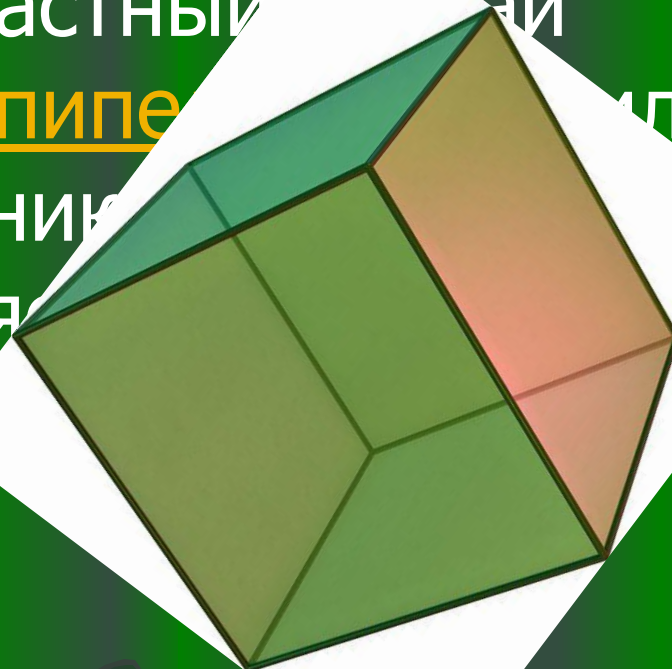


- **Параллелепипед** (от греч. (от греч. παράλλος — параллельный и греч. (от греч. παράλλος — параллельный и греч. ἐπιπέδον — плоскость) — призма (от греч. παράλλος — параллельный и греч. ἐπιπέδον — плоскость) — призма, основанием которой служит параллелограмм).
- В соответствии с определением параллелепипед — это четырёхугольная призма, все грани которой — параллелограммы. Параллелепипеды, как и призмы, могут быть прямыми и

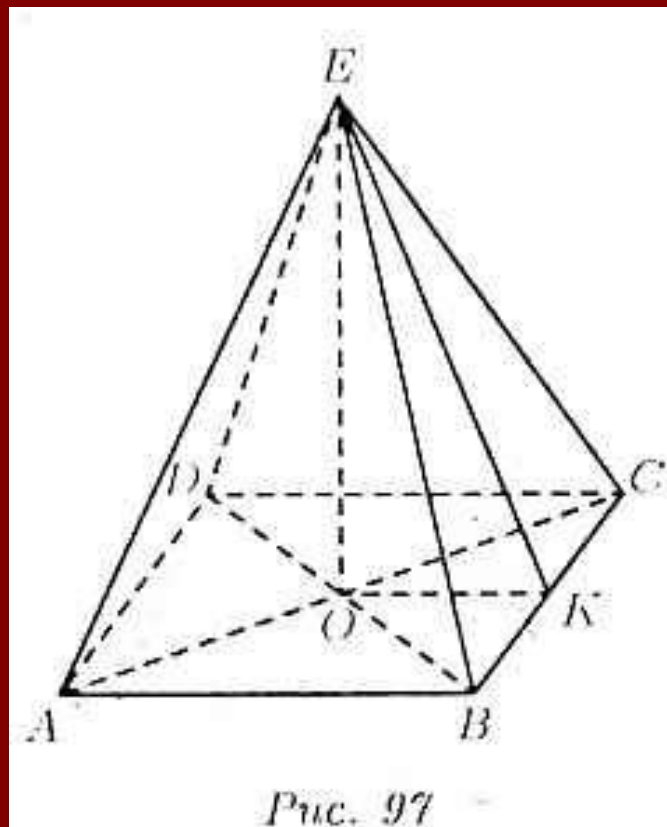
- Из определений следует:
- - у наклонного параллелепипеда все грани - параллелограммы;
- - у прямого параллелепипеда все грани - прямоугольники.
- В любом параллелепипеде
- - противоположные грани равны и параллельны;
- - диагонали пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.
- Грани параллелепипеда, не имеющие общих вершин, называются *противолежащими*.



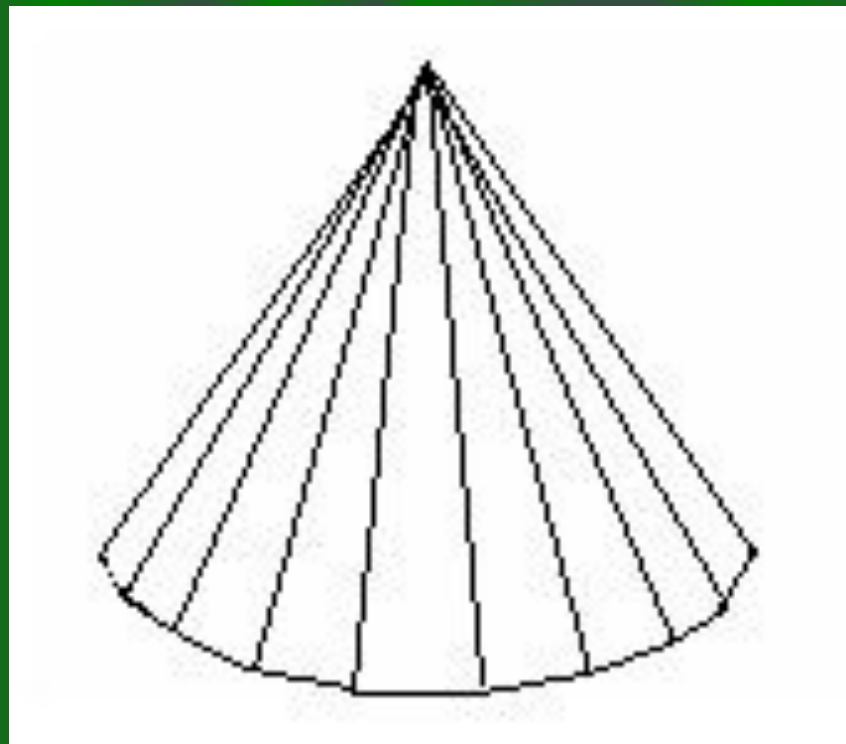
- **Куб** или **гексаэдр** — правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат — правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Частный случай параллелепипеда и правильный многогранник, который представляет собой частный случай призмы.



ПИРАМИДА И ЕЕ ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ



- Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему пирамиды.

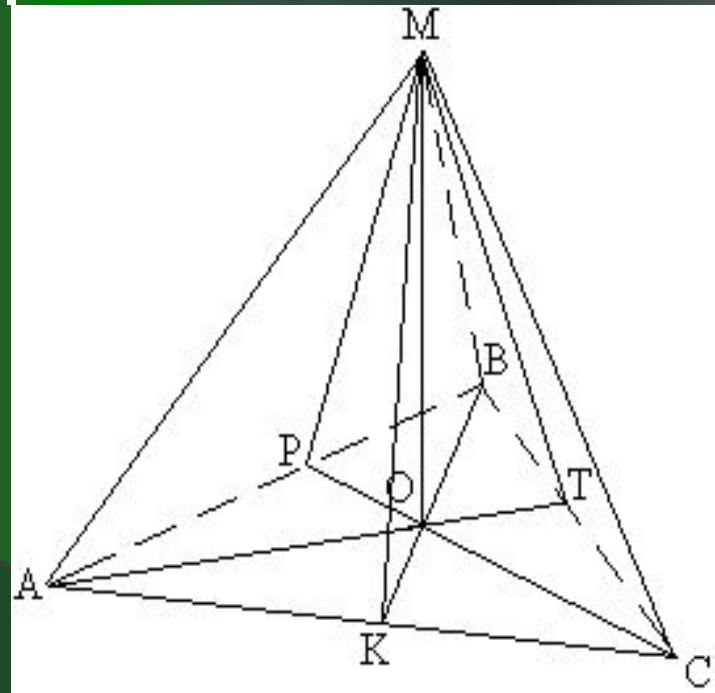


- **Пирамида называется правильной,** если в её основании лежит правильный многоугольник, а высота, опущенная из вершины пирамиды на основание, пересекает его в центре этого многоугольника (иначе говоря, вершина пирамиды проектируется в центр основания).

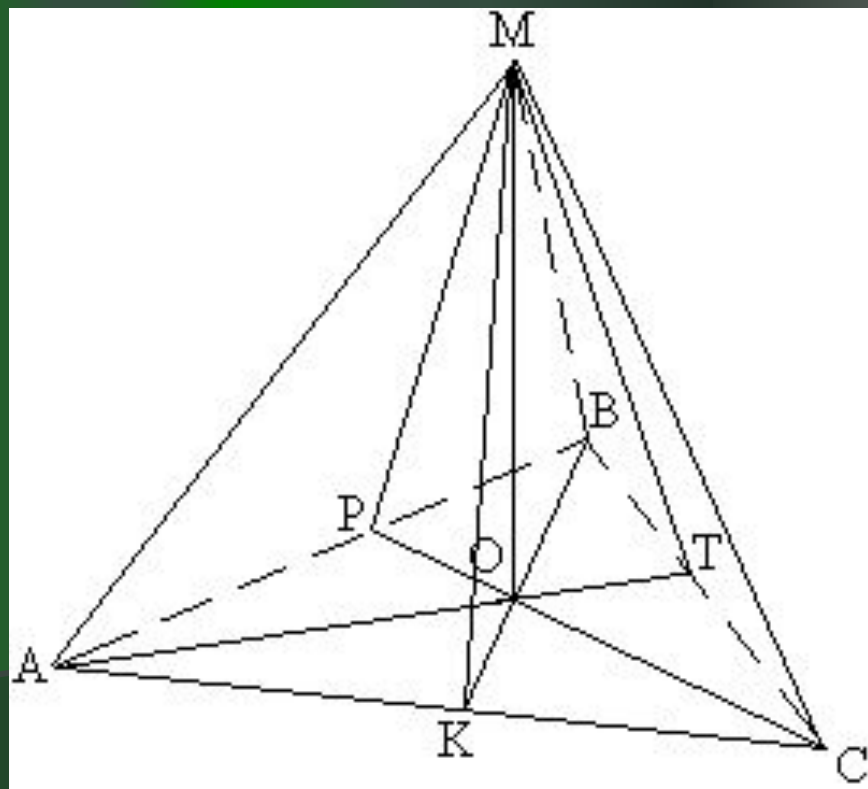
СВОЙСТВА

- **Свойство 1** В правильной n -угольной пирамиде все боковые ребра равны между собой.

Из равенства ребер следует и равенство боковых граней. Треугольники ABM , BCM и ACM равны по трем сторонам.



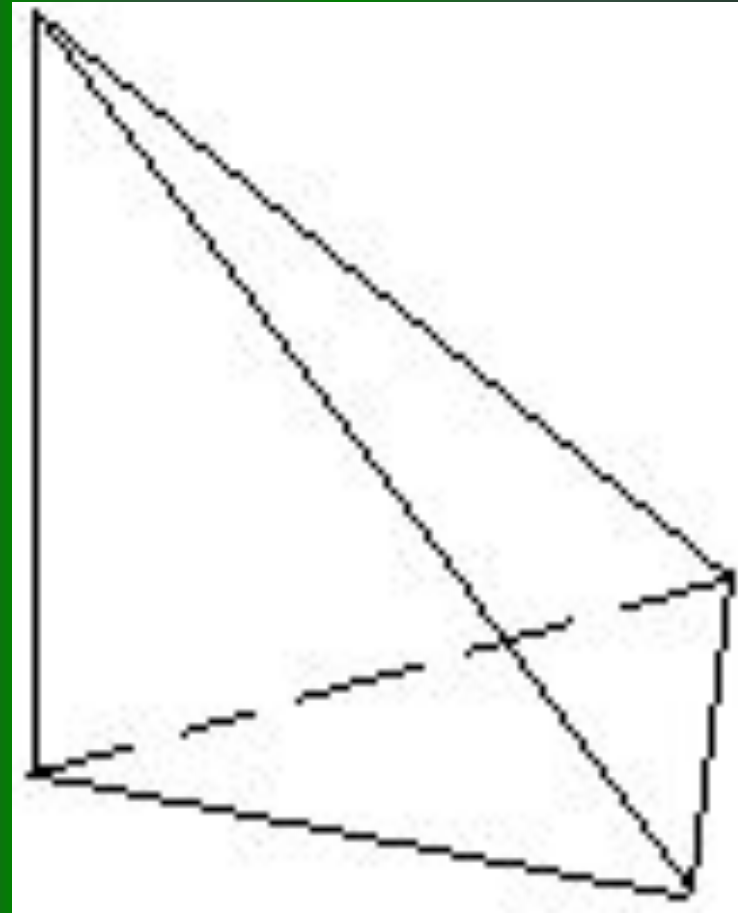
- **Свойство 2** Все боковые грани правильной n -угольной пирамиды суть равные равнобедренные треугольники, поэтому все плоские углы при вершине равны, все плоские углы при основании равны. Из равенства прямоугольных треугольников OPM , OTM и OKM ($OT=OP=OK$ как радиусы вписанной окружности; MO - общая) следует равенство всех двугранных углов при основании пирамиды $\angle POPM = \angle OTM = \angle OKM$



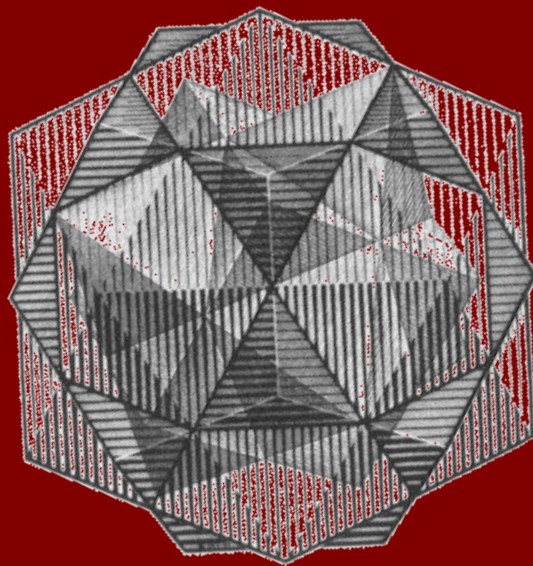
- **Свойство 3** В правильной n -угольной пирамиде все двугранные углы при основании равны.

Нужно отметить случай, когда одно из боковых ребер пирамиды перпендикулярно основанию. Такая пирамида называется **прямоугольной**.

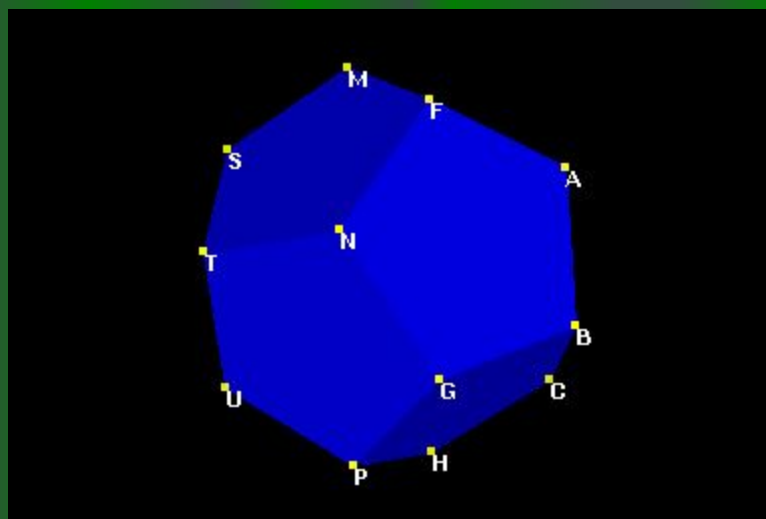
- **Апофема** - высота боковой грани пирамиды, проведенная из вершины на ребро основания.

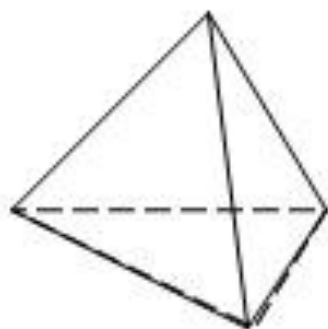


ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

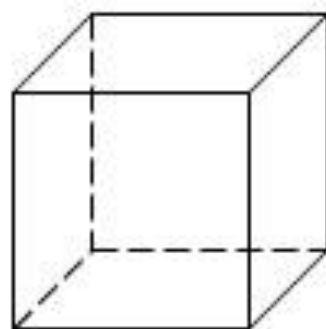


- Правильным многогранником называется такой выпуклый многогранник, все грани которого являются одинаковыми правильными многоугольниками и все двугранные углы попарно равны

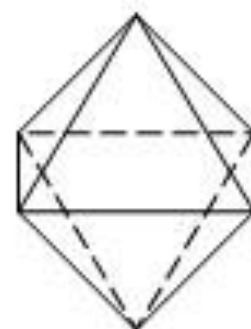




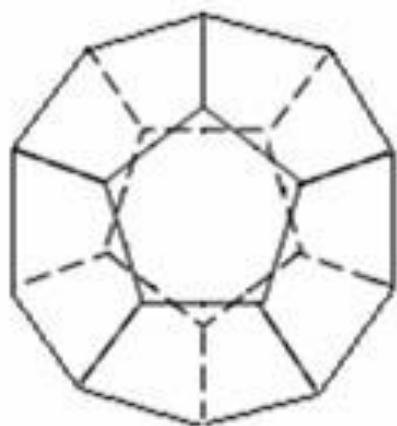
тетраэдр



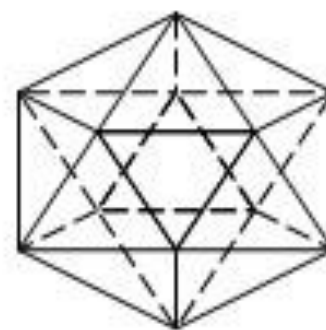
куб



октаэдр

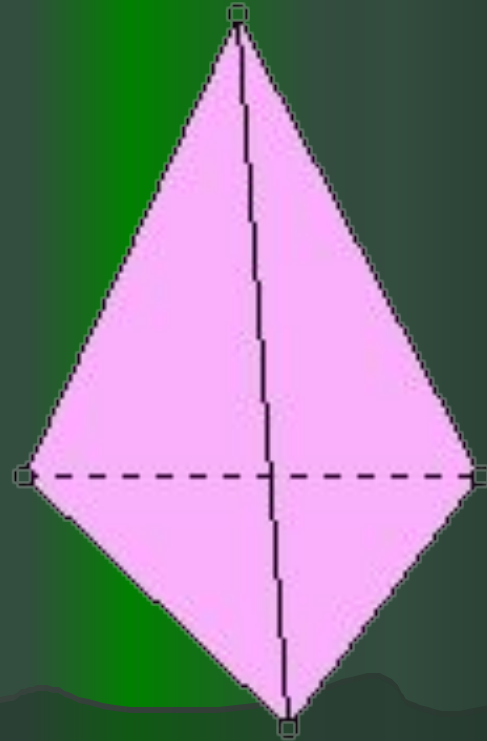


додикаэдр

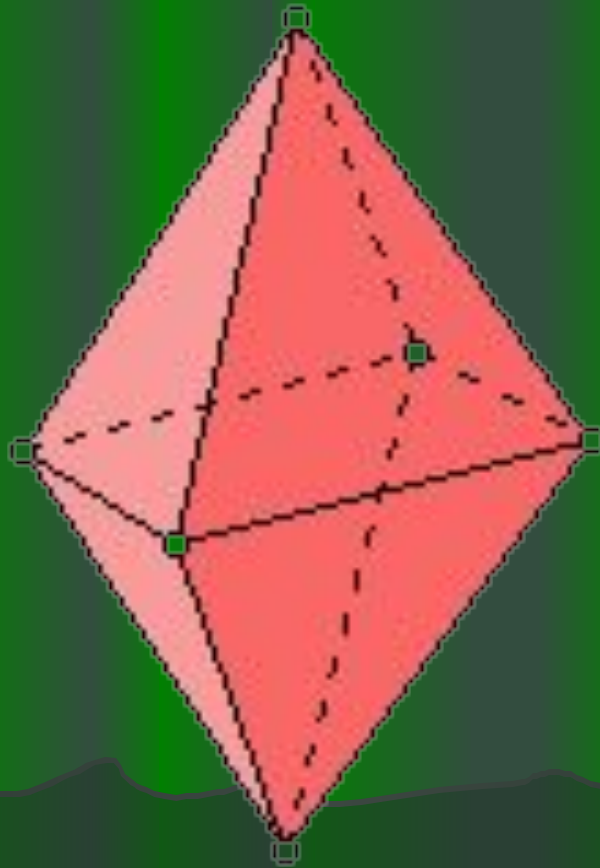


икосаэдр

- **Правильный тетраэдр** составлен из четырех равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трех треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 180° .



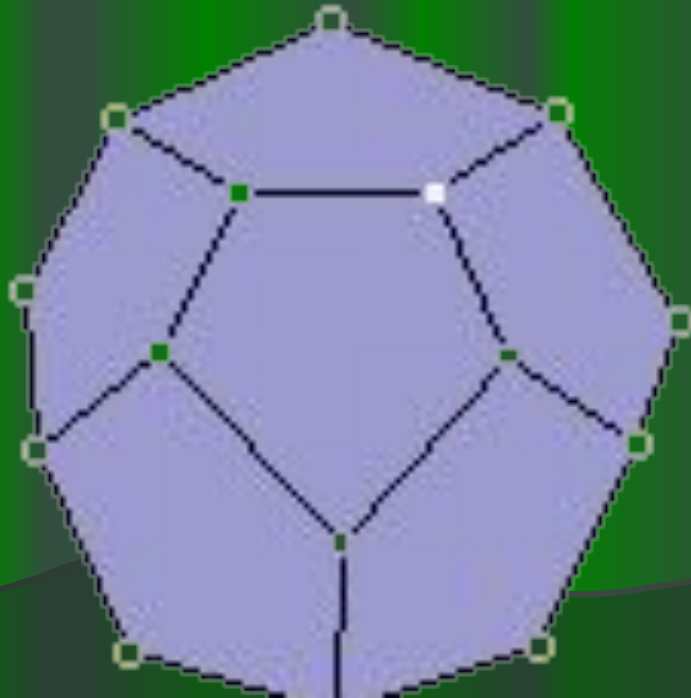
- **Правильный октаэдр** составлен из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырех треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 240° .



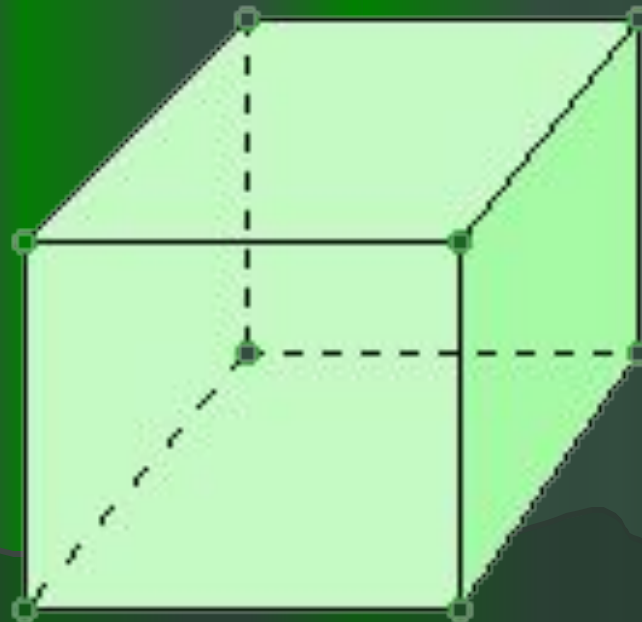
- **Правильный икосаэдр** составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 270° .



- **Правильный додекаэдр** составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324° .



- **Куб** составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трех квадратов. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 270° .



- Других видов правильных многогранников, кроме перечисленных пяти, нет.

