

# Перпендикулярность

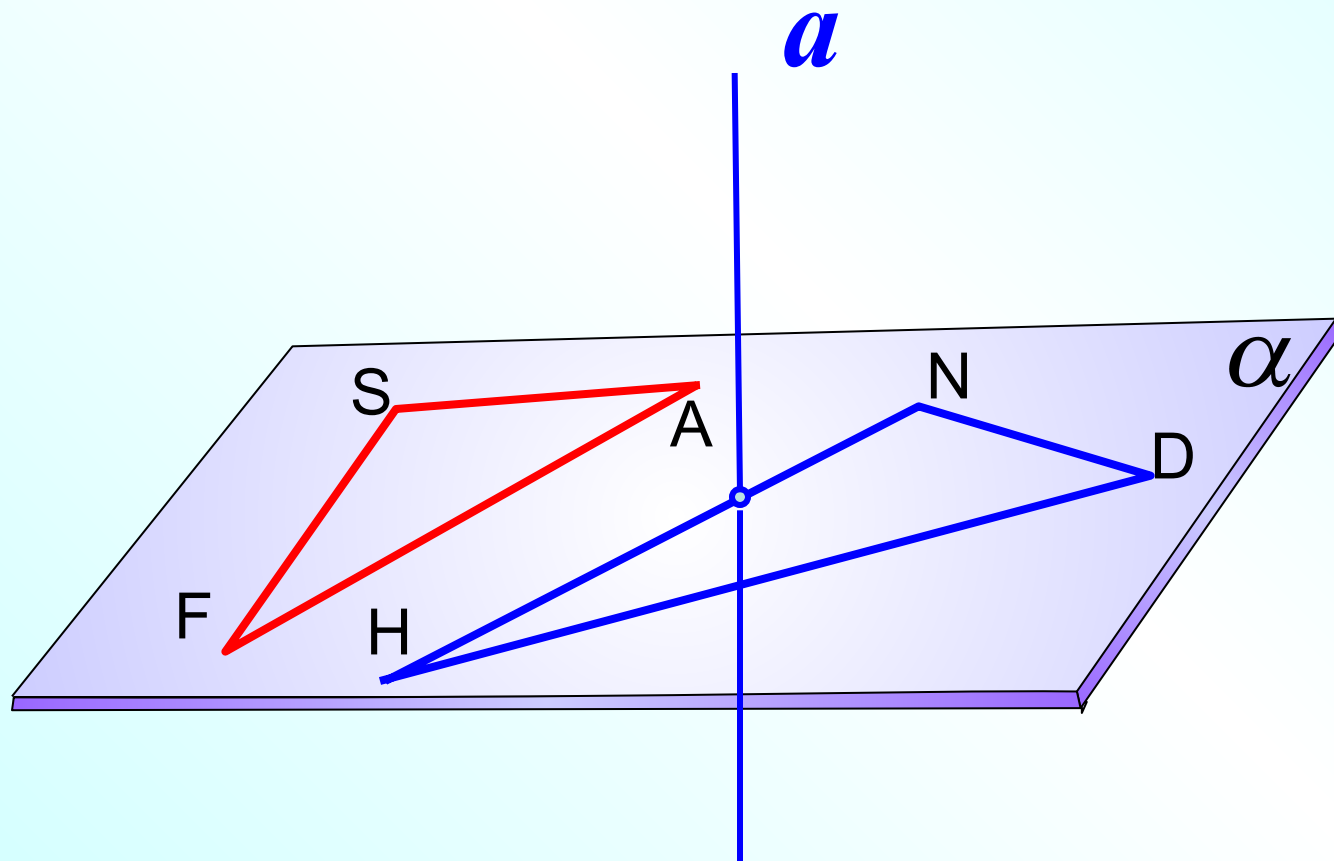
## Геометрия 10

### прямых и плоскостей

Методическая разработка Савченко Е.М. МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Повторение

**Определение.** Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



$$a \perp \alpha$$

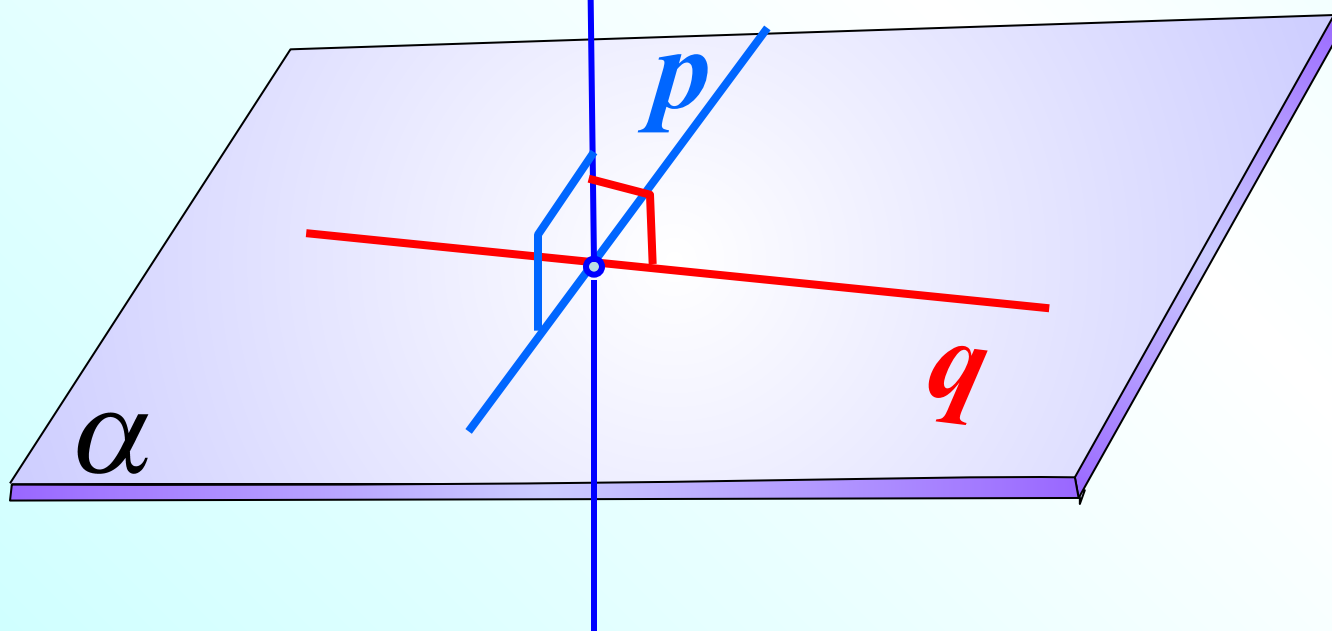
$$a \perp AS, a \perp AF, a \perp FS, a \perp ND, a \perp DH, a \perp HN$$

Повторение

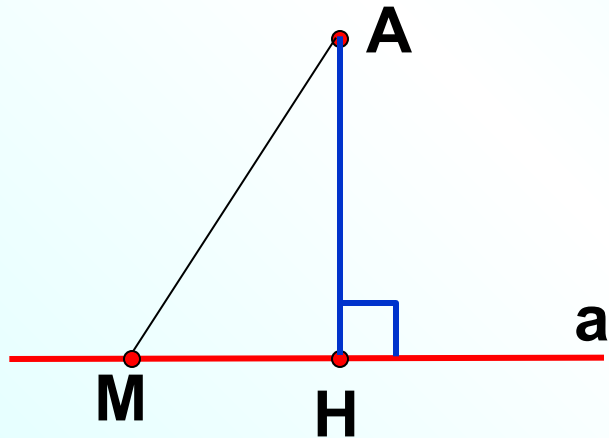
## Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

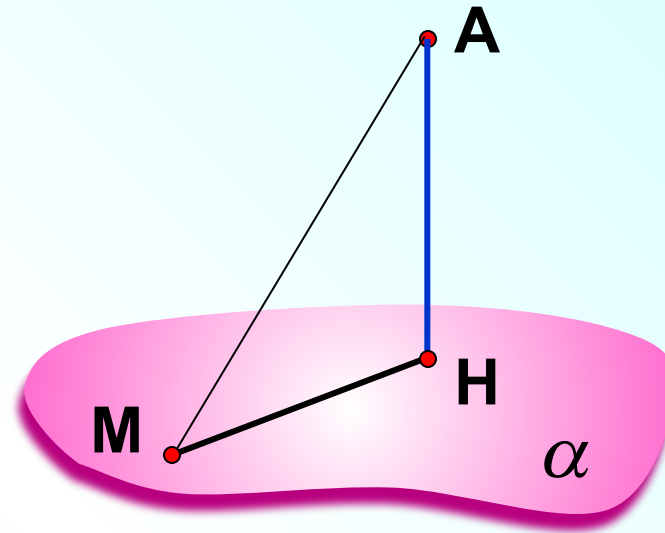
$$\left. \begin{array}{l} p \subset \alpha, a \perp p, \\ q \subset \alpha, a \perp q, \end{array} \right\} a \perp \alpha$$



## Планиметрия



## Стереометрия



Отрезок  $АН$  – перпендикуляр

Точка  $Н$  – основание перпендикуляра

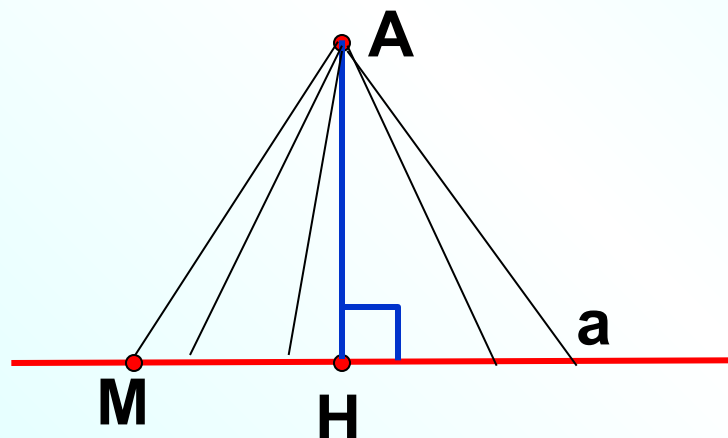
Отрезок  $АМ$  – наклонная

Точка  $М$  – основание наклонной

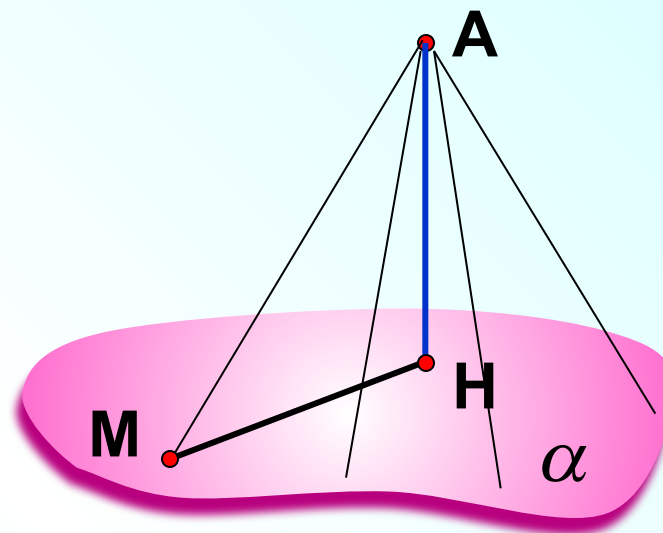
Отрезок  $МН$  – проекция  
наклонной на прямую  $a$

Отрезок  $МН$  – проекция  
наклонной на плоскость  $\alpha$

## Планиметрия



## Стереометрия

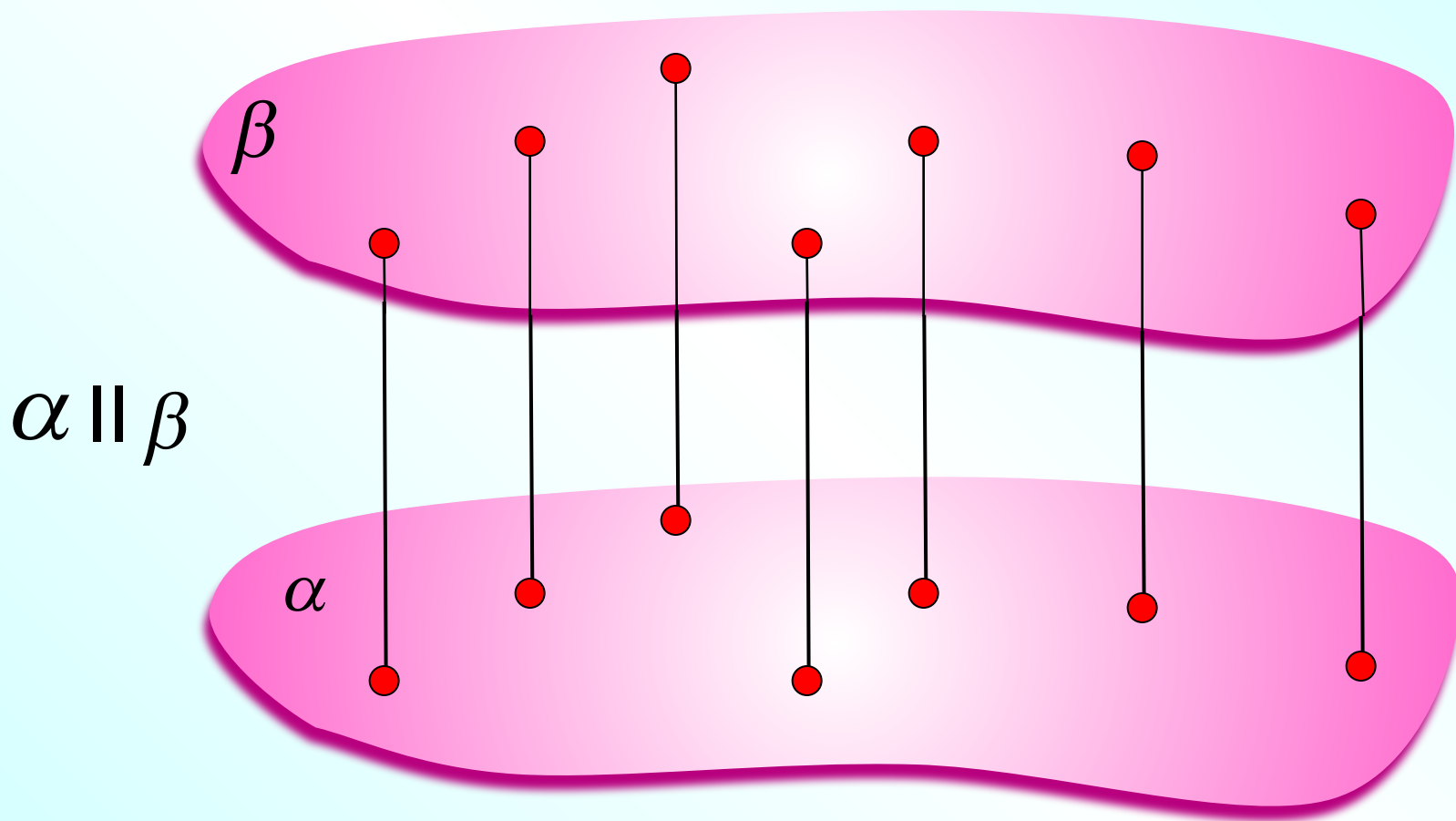


Из всех расстояний от точки  $A$  до различных точек **плоскости**  $\alpha$  наименьшим является длина перпендикуляра.

**Расстояние от точки до прямой – длина перпендикуляра**

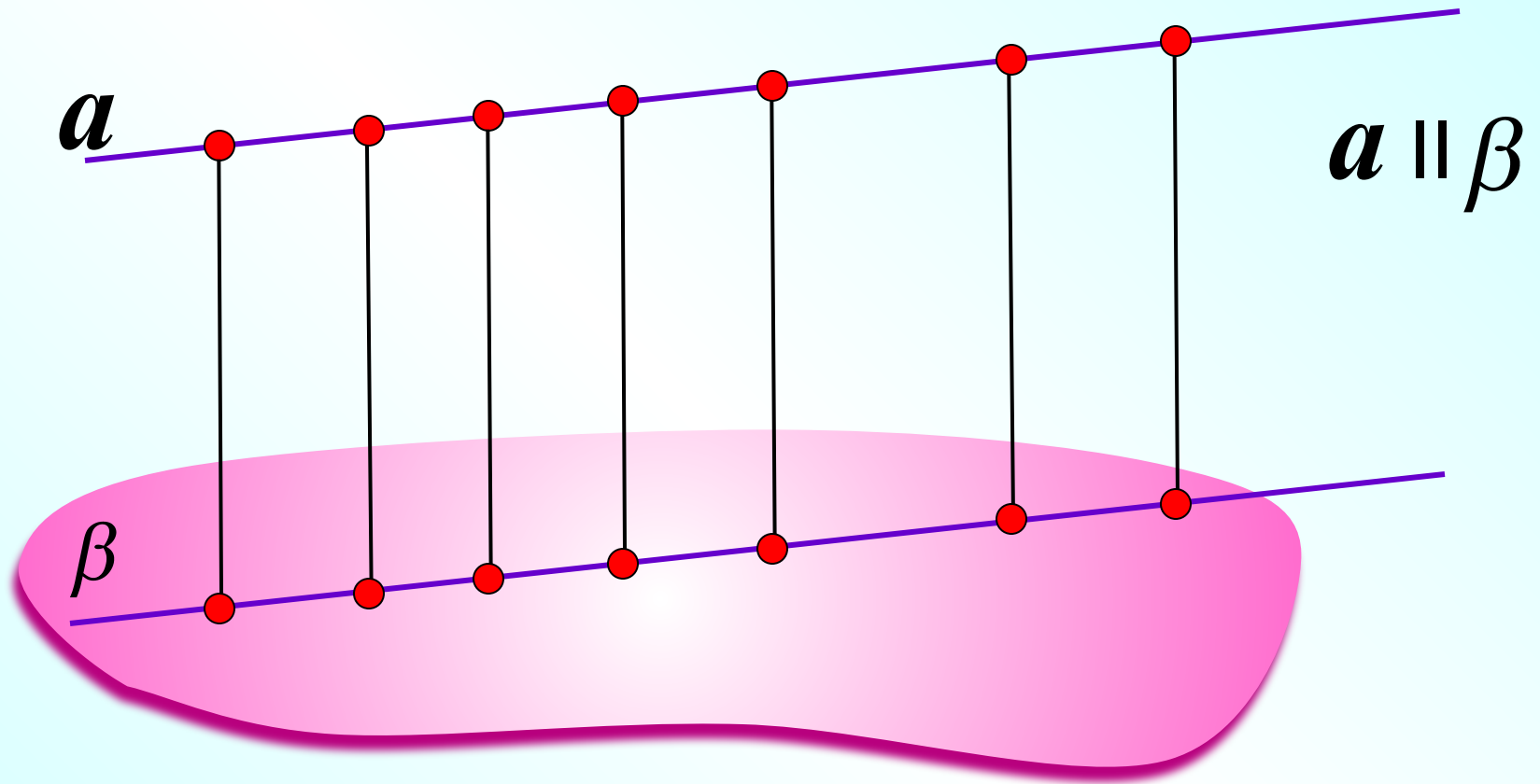
**Расстояние от точки до плоскости – длина перпендикуляра**

Если две плоскости параллельны, то все точки одной плоскости равноудалены от другой плоскости.



Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями.**

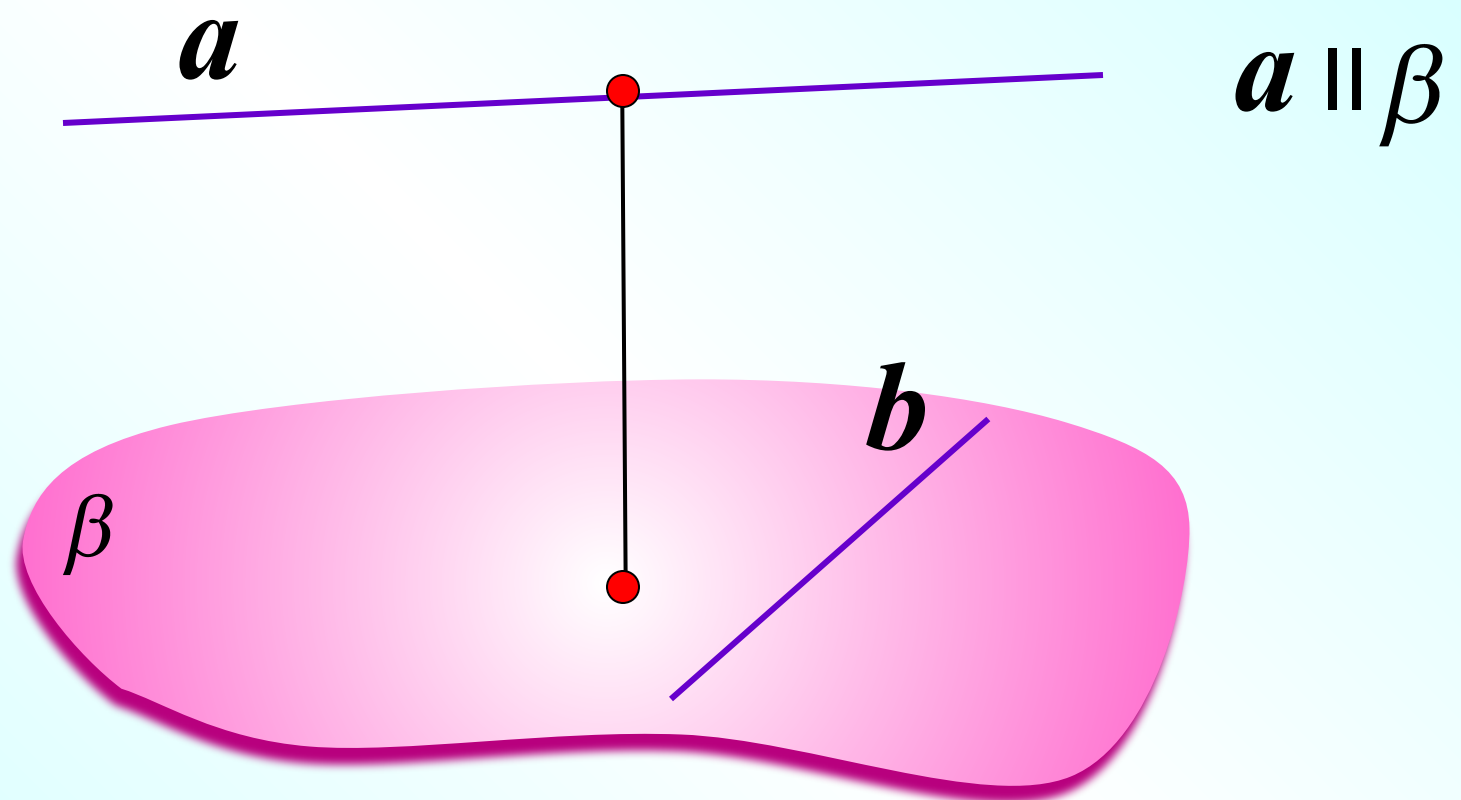
Если прямая параллельна плоскости, то все точки прямой равноудалены от этой плоскости.



Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**.

Если две прямые скрещиваются, то через каждую из них проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.

$a \perp b$

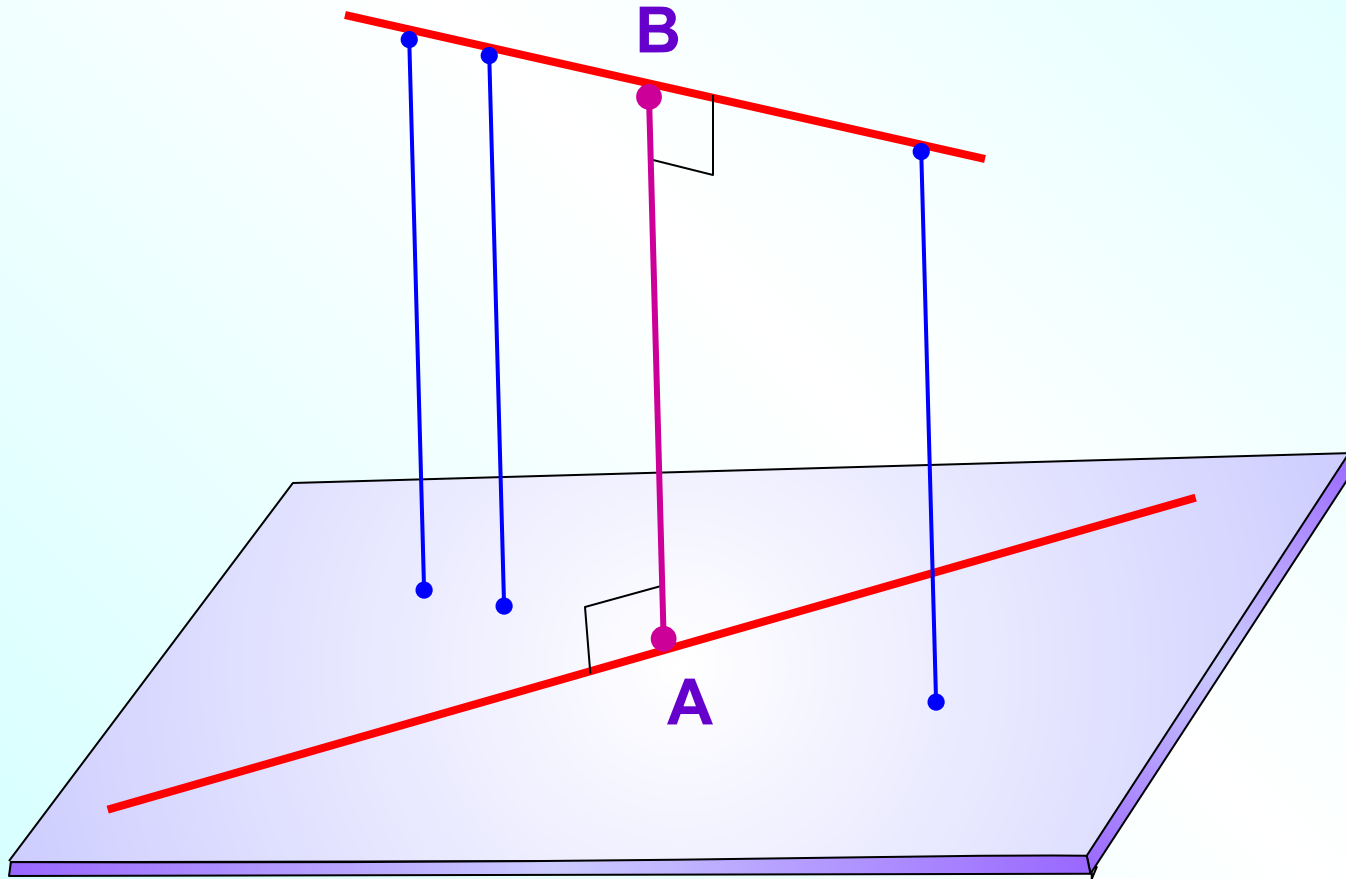


Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми**.



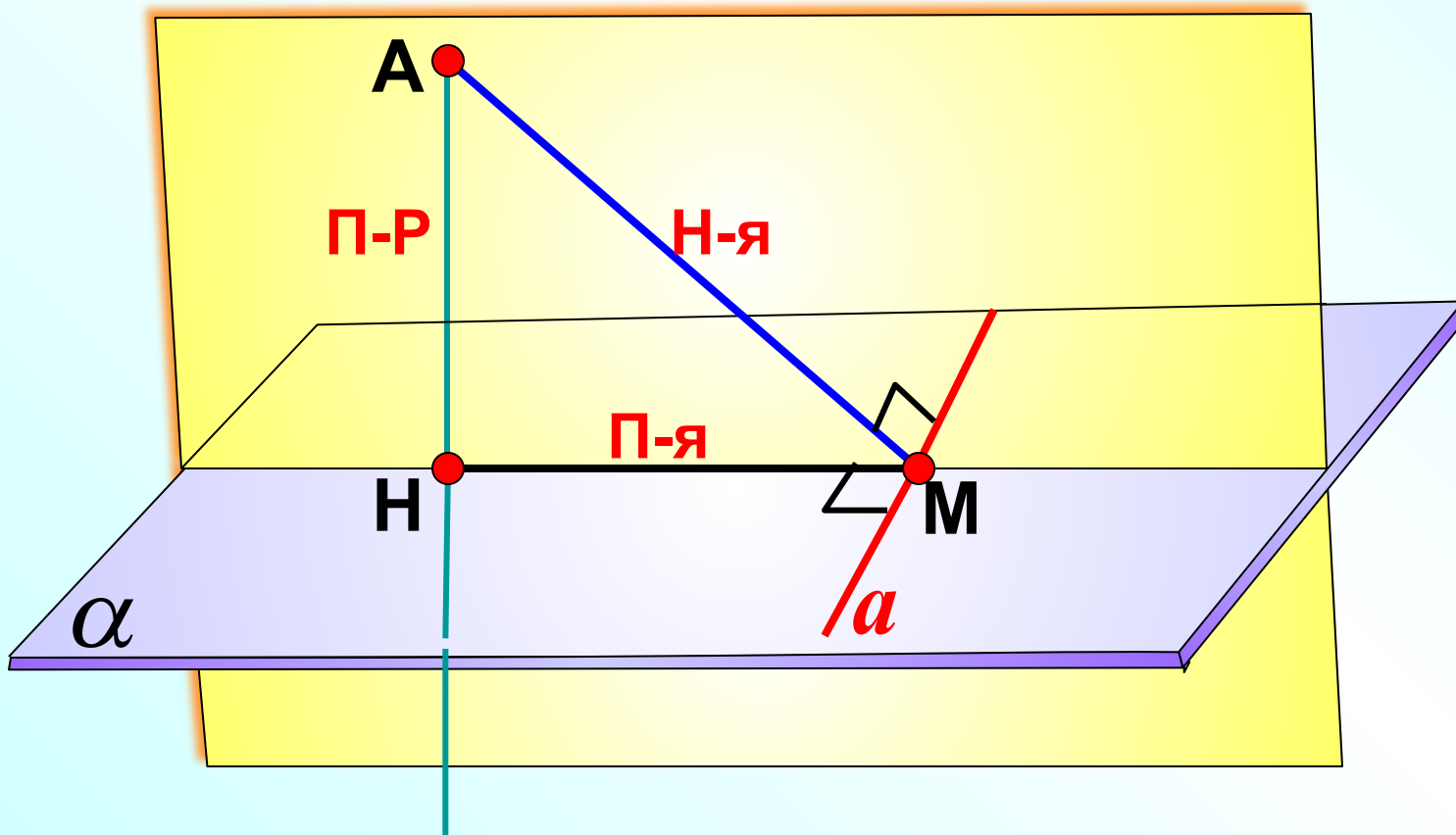
Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми и плоскостью, проходящей через одну из них, равно расстоянию от другой прямой до плоскости.

На рисунке  $AB$  — общий перпендикуляр.



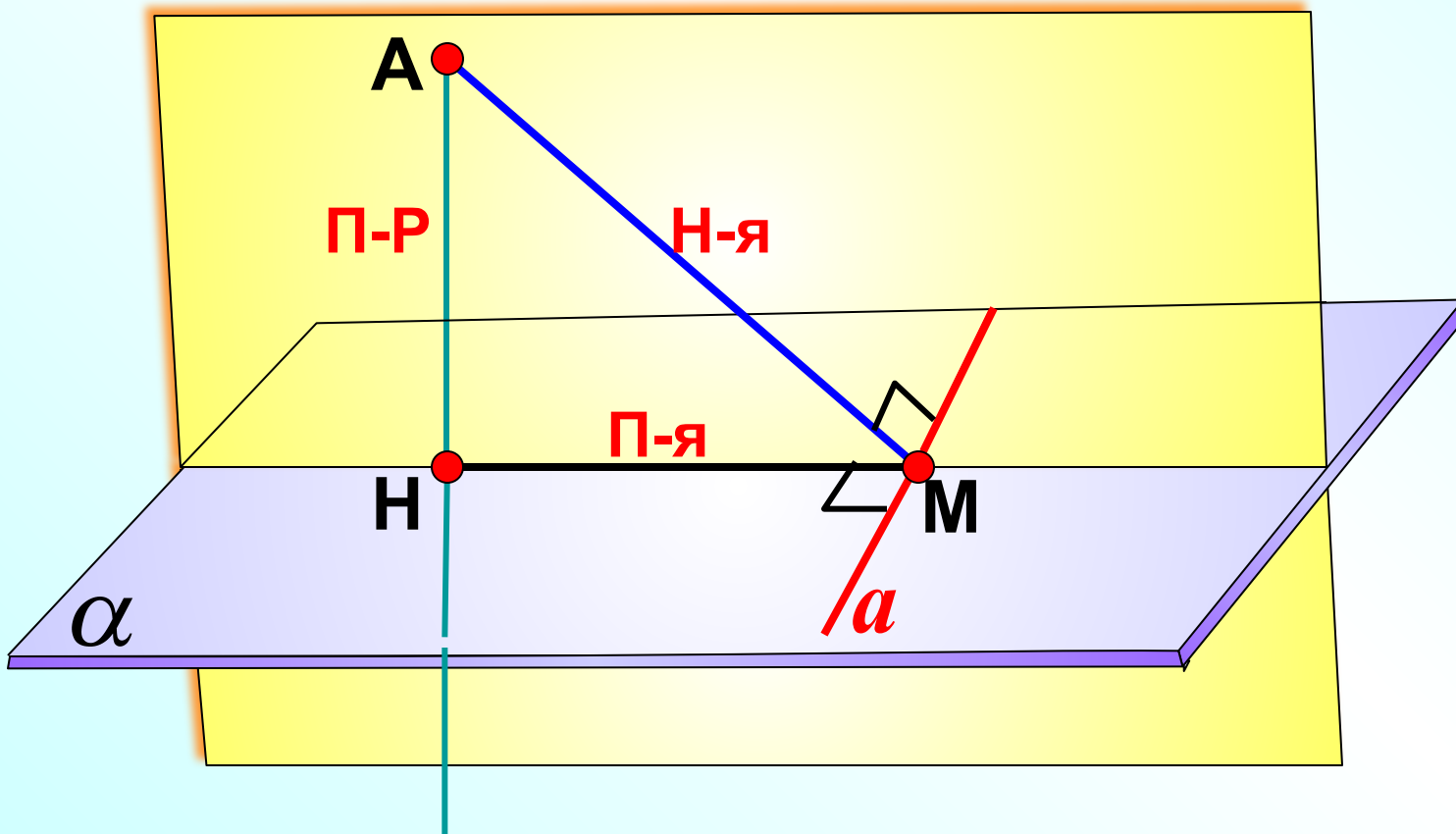
## Теорема о трех перпендикулярах.

Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



## Обратная теорема.

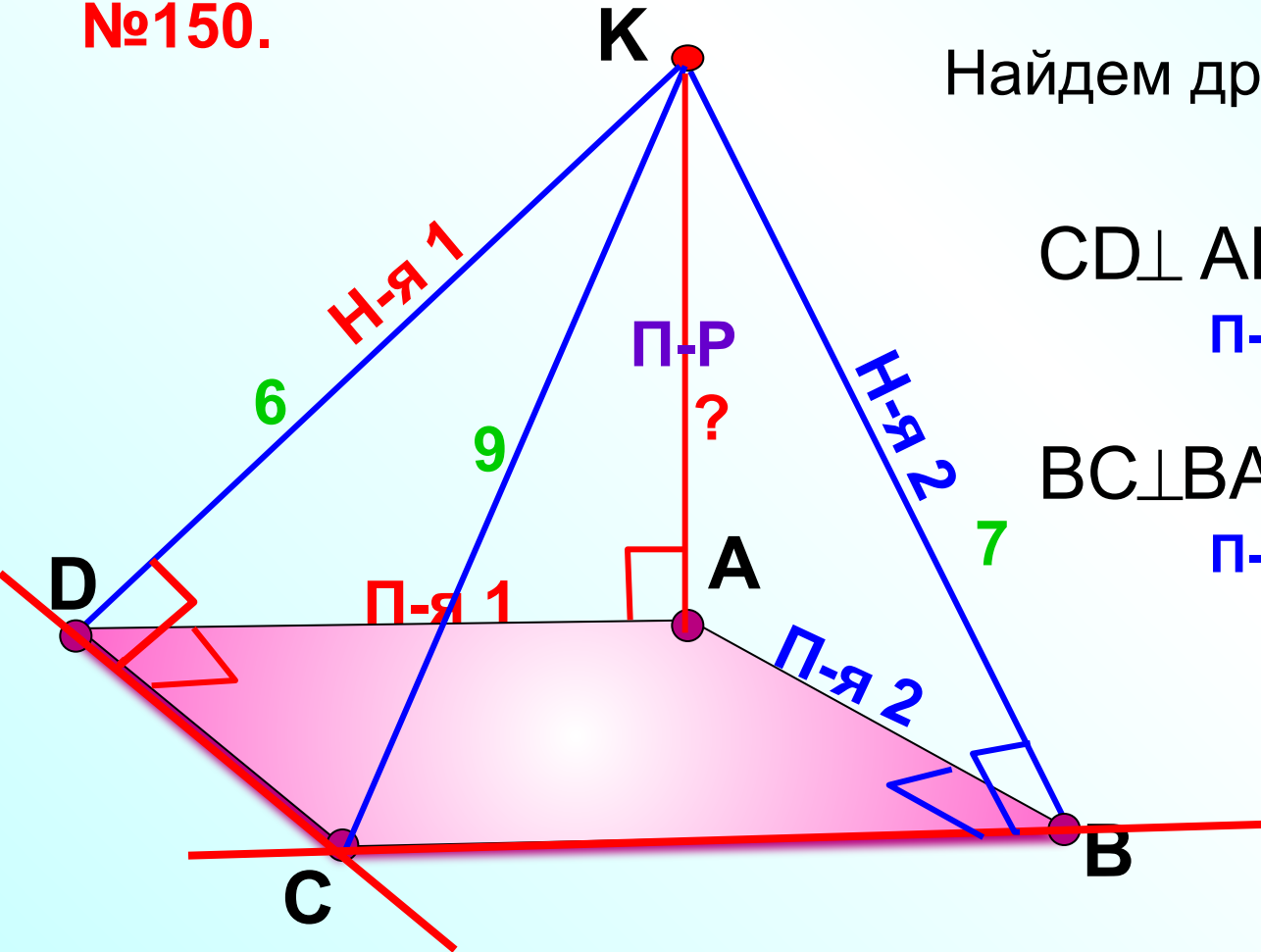
Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.



Через вершину А прямоугольника ABCD проведена прямая АК, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что  $KD = 6$  см,  $KB = 7$  см,  $KC = 9$  см. Найдите:

- а) расстояние от точки К до плоскости прямоугольника ABCD; **КА – искомое расстояние**  
 б) расстояние между прямыми АК и CD. **AD – общий перпендикуляр**  
**AD – искомое расстояние**

**№150.**



Найдем другие прямые углы...

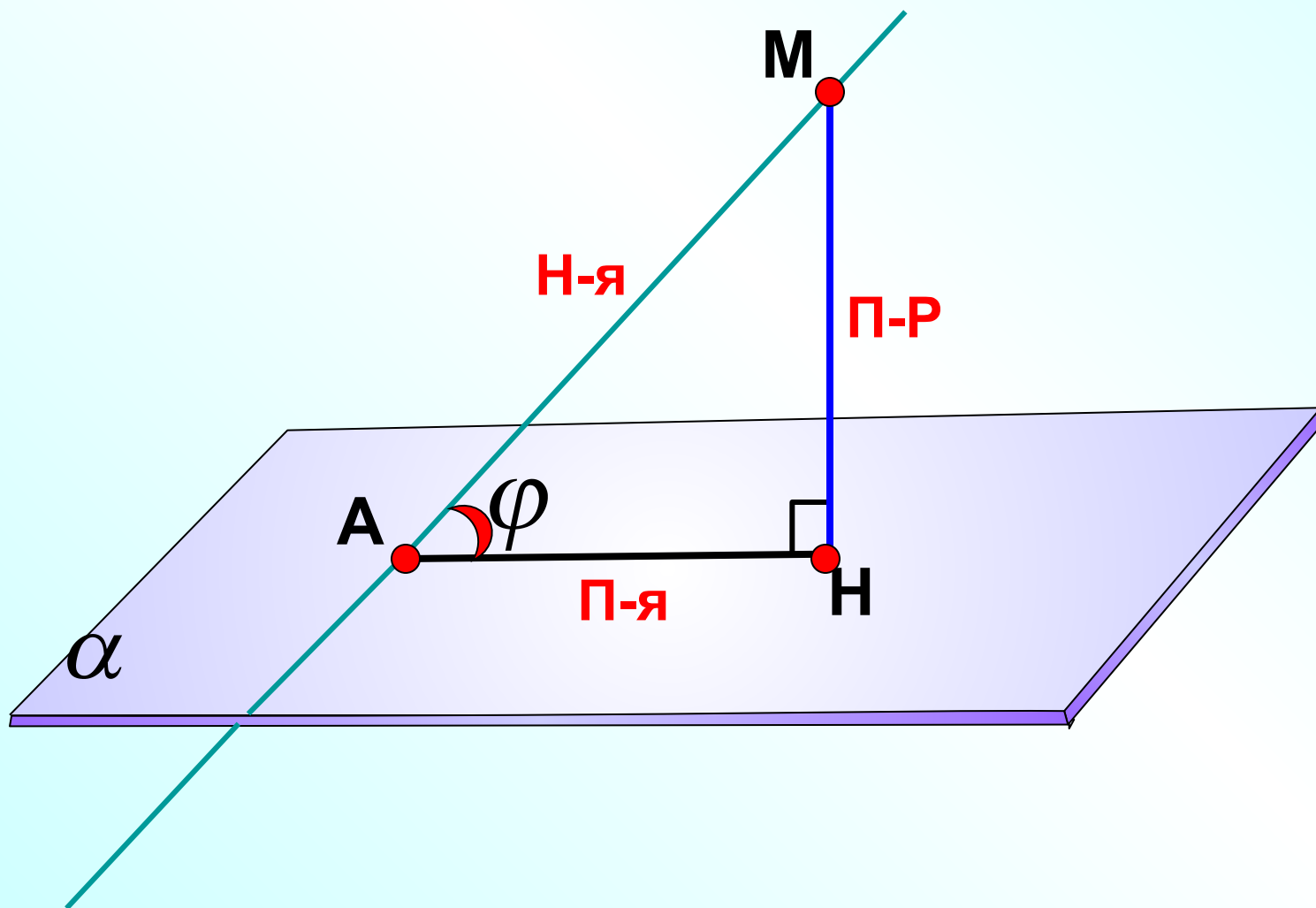
$$CD \perp AD \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad CD \perp DK$$

П-я 1 Н-я 1

$$BC \perp BA \quad \begin{matrix} \text{ТТП} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad BC \perp BK$$

П-я 2 Н-я 2

**Углом между прямой и плоскостью**, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется **угол между прямой и ее проекцией на плоскость**.

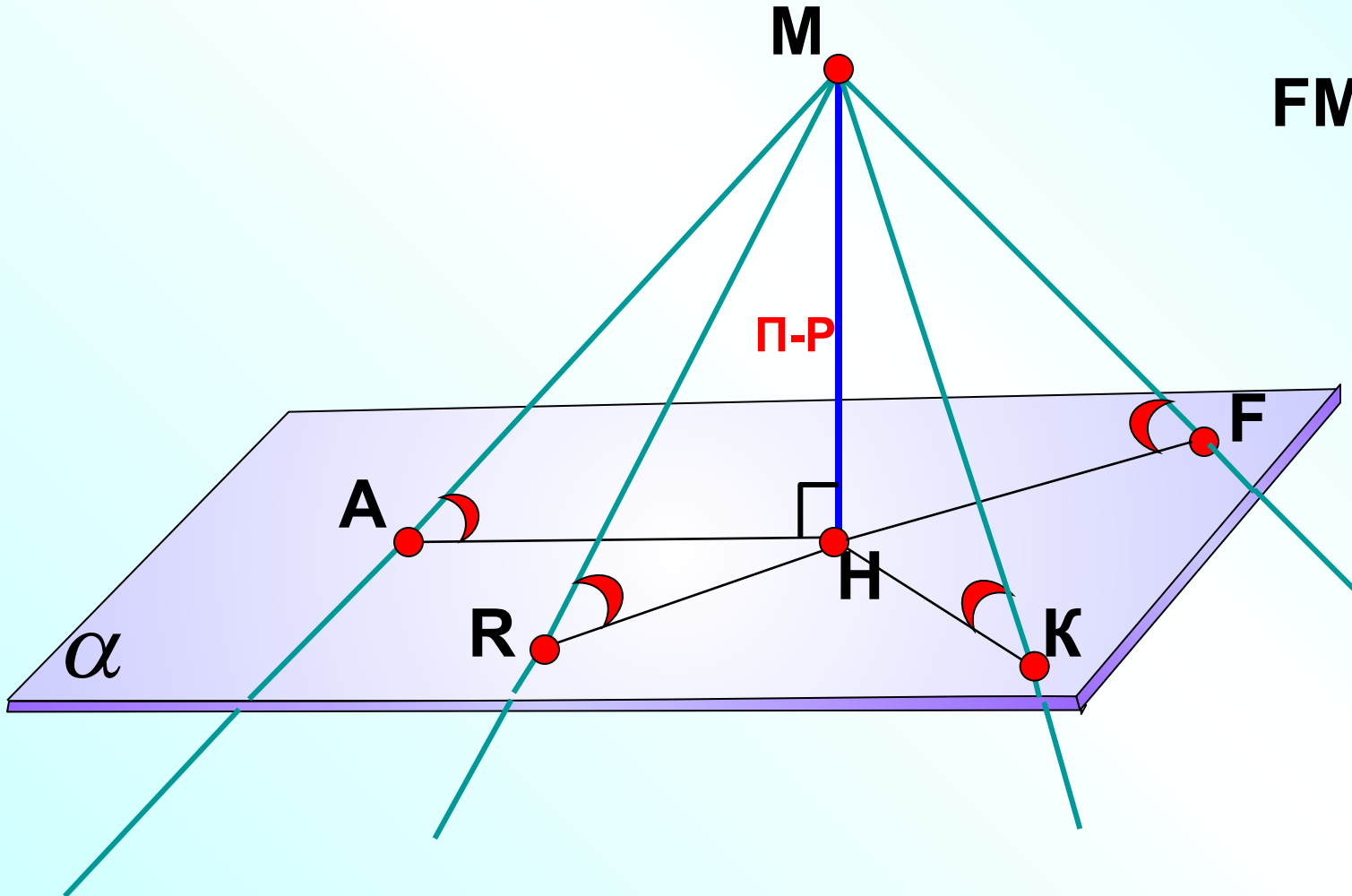


Найти угол между наклонными и плоскостью  
(описать алгоритм построения).

$M \rightarrow H$

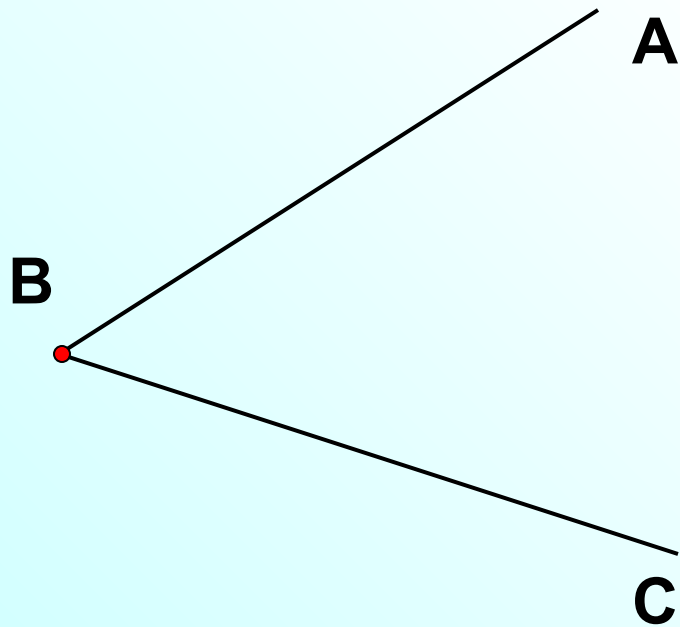
$F \rightarrow H$

$FM \rightarrow FH$

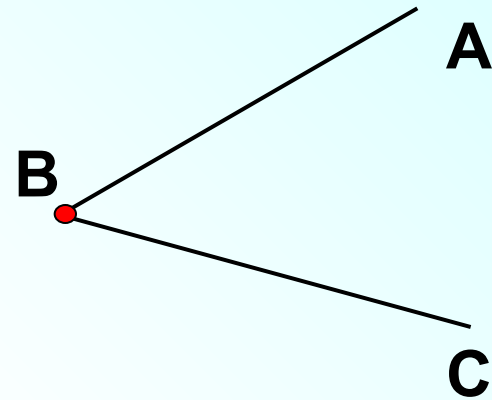


## Планиметрия

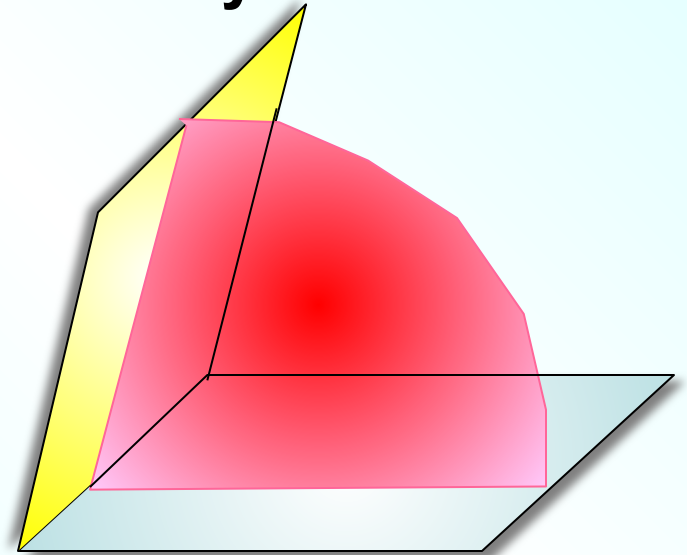
Углом на плоскости мы называем фигуру, образованную двумя лучами, исходящими из одной точки.



## Стереометрия

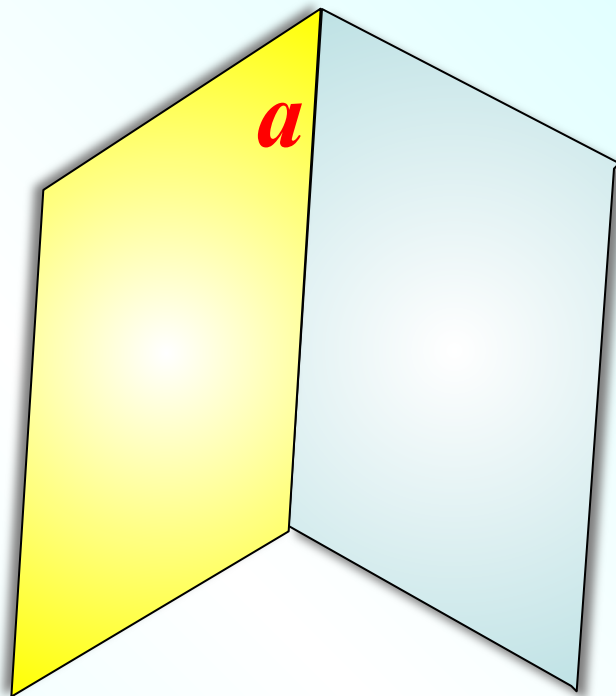


Двугранный угол



Двугранным углом называется фигура, образованная прямой  $a$  и двумя полуплоскостями с общей границей  $a$ , не принадлежащими одной плоскости.

Прямая  $a$  — ребро двугранного угла



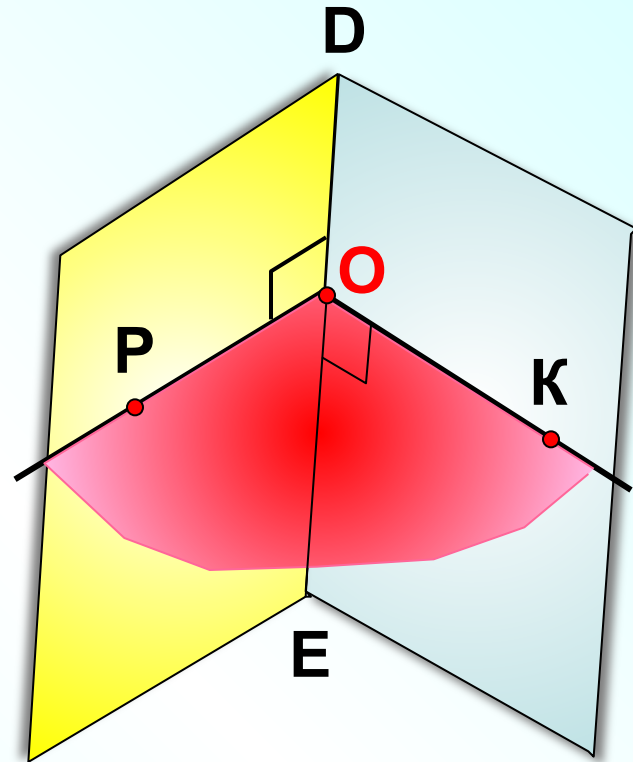
Две полуплоскости — грани двугранного угла



## Алгоритм построения линейного угла.

Угол  $POK$  – линейный угол двугранного угла  $PDEK$ .

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.



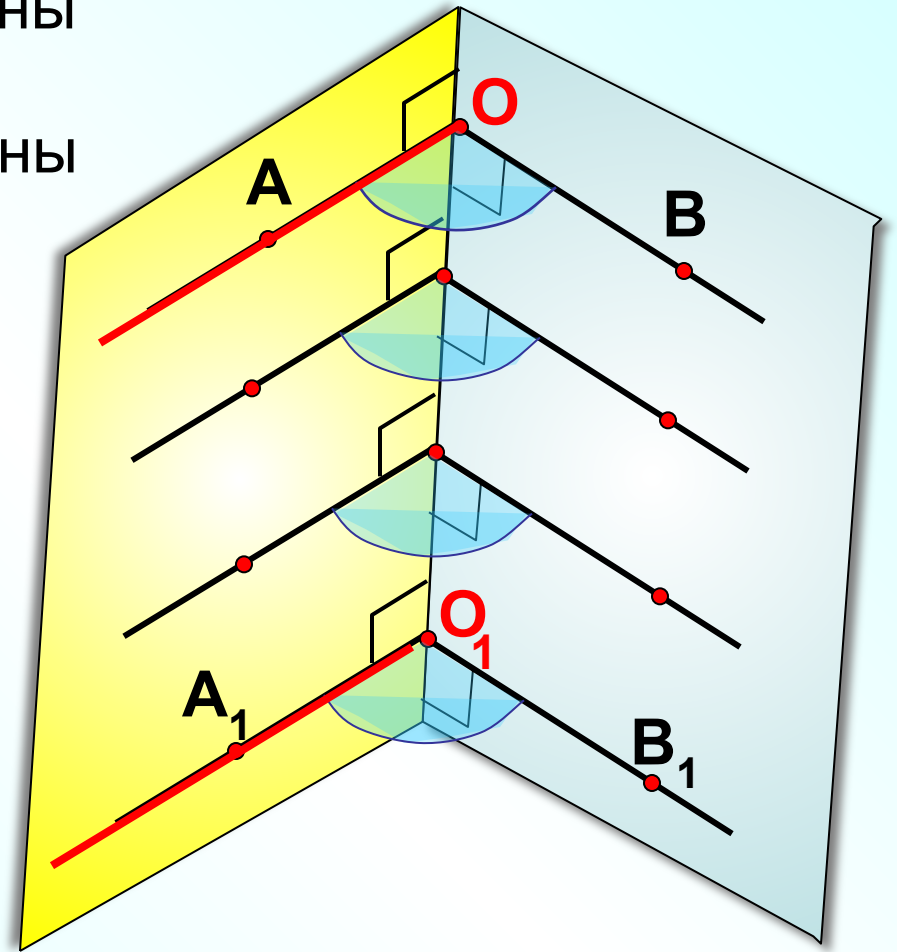
*Плоскость линейного угла  $(POK) \perp DE$*

Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

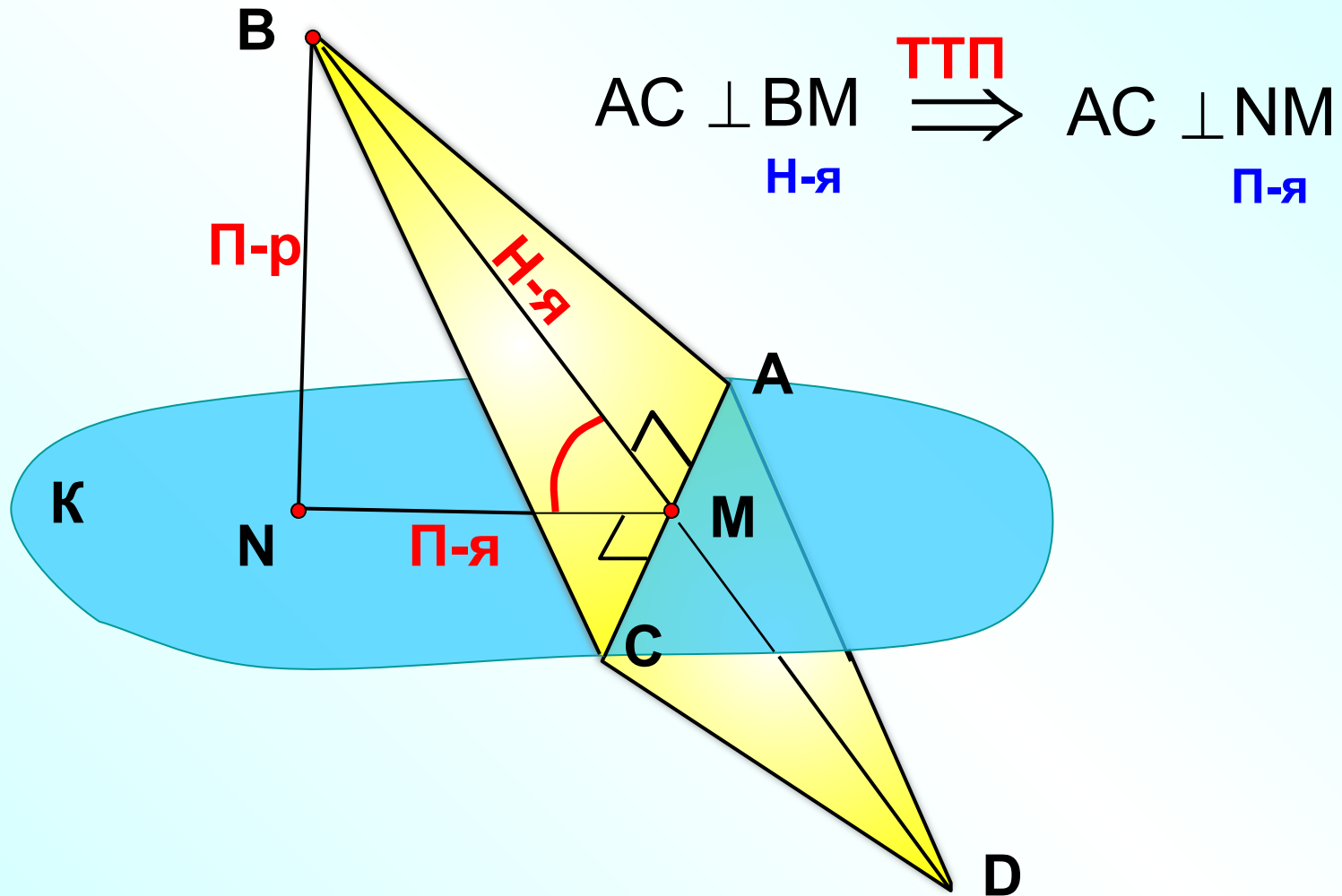
Лучи  $OA$  и  $O_1A_1$  – сонаправлены

Лучи  $OB$  и  $O_1B_1$  – сонаправлены

Углы  $AOB$  и  $A_1O_1B_1$  равны,  
как углы с сонаправленными  
сторонами

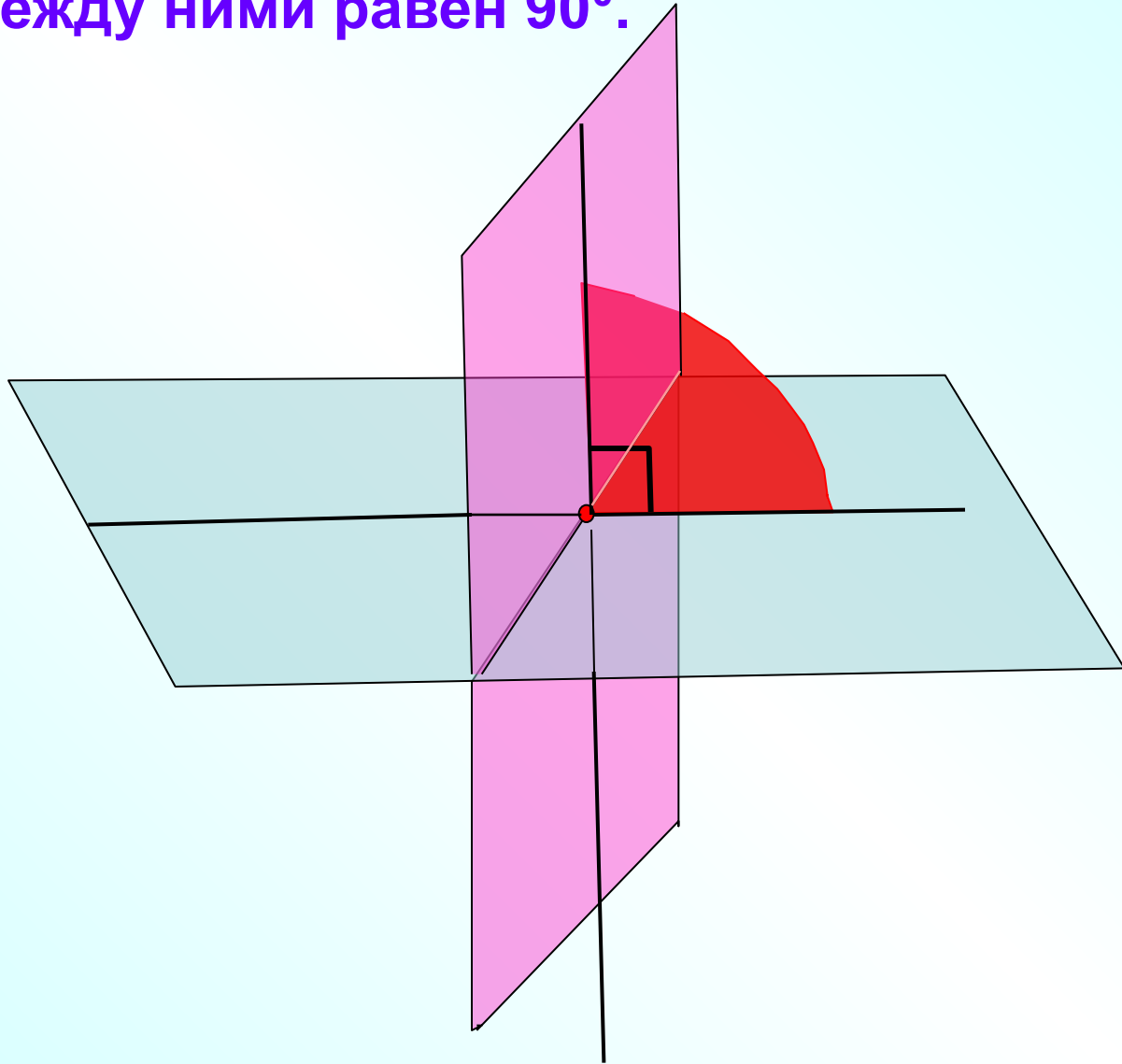


**Повторение.** Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. Четырехугольник ABCD – ромб, AC - диагональ.



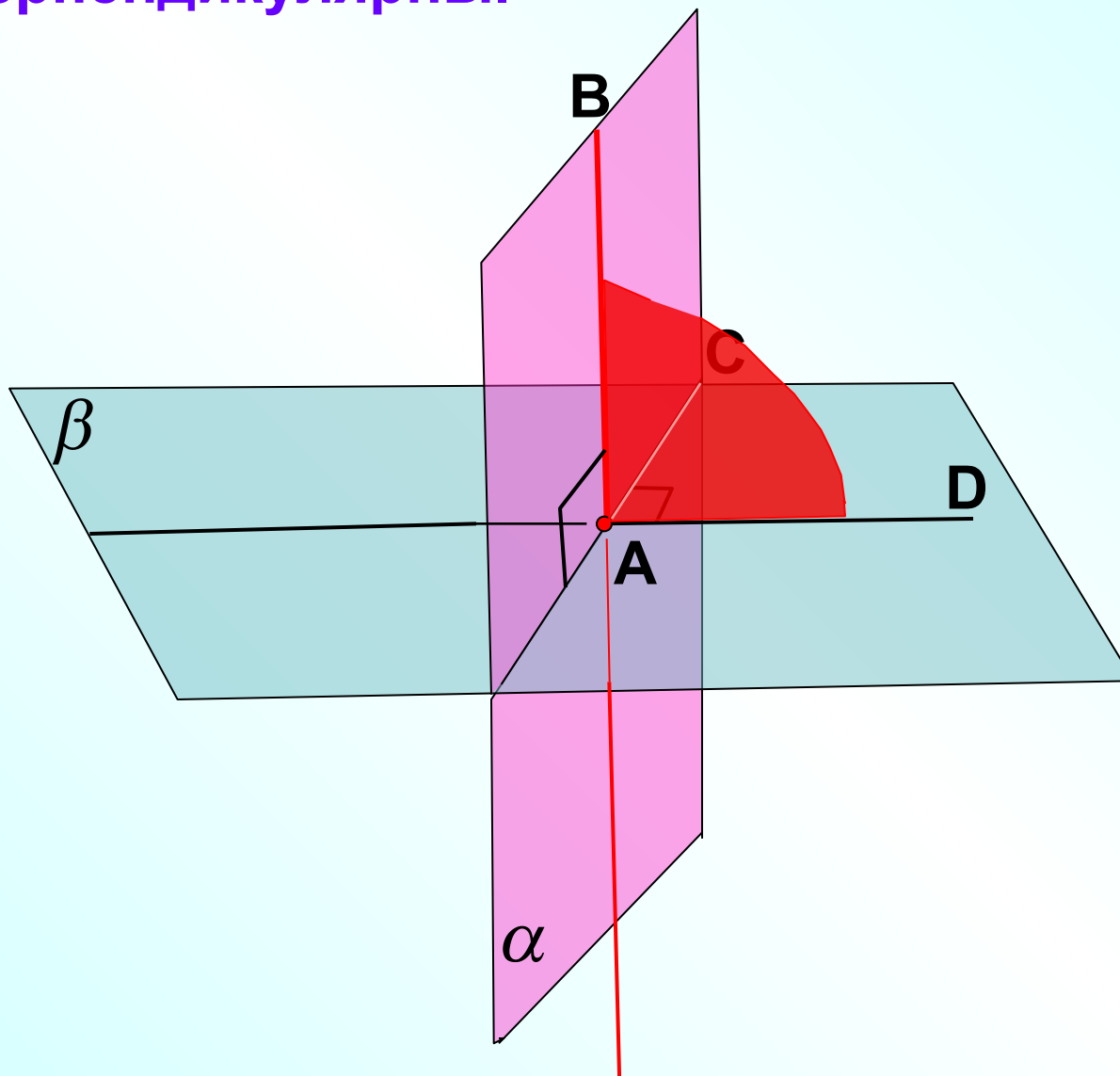
Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен  $90^\circ$ .



## Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.



**Следствие.** Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.

