



ПІФАГОР

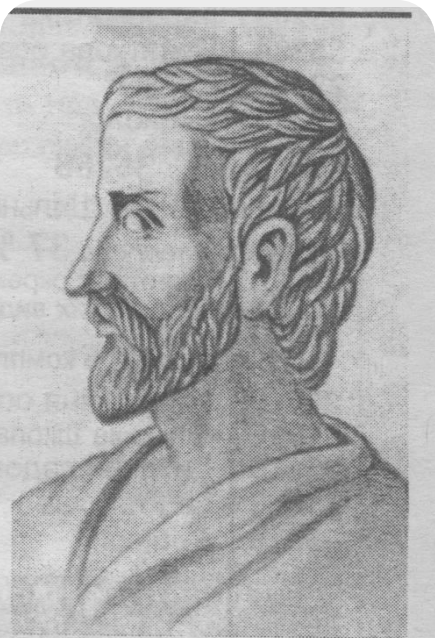
Підготувала:
Алексєєнко Вероніка 10-Б



***Не роби ніколи того, що не
знаєш.***

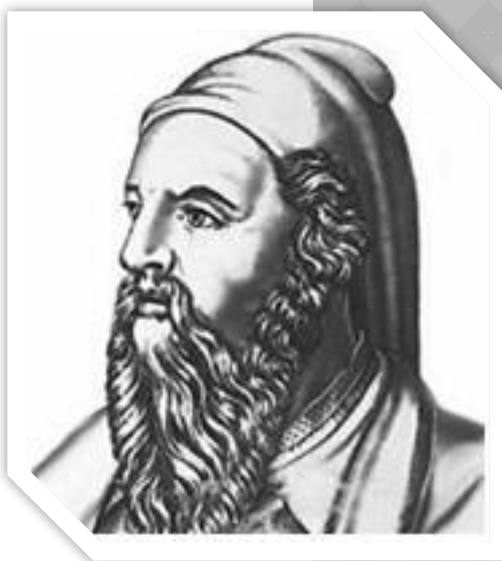
***Але вчись усьому,
що потрібно знати,
і тоді будеш вести
спокійне життя.***

Піфагор



Піфагор

Πιθαγόρας



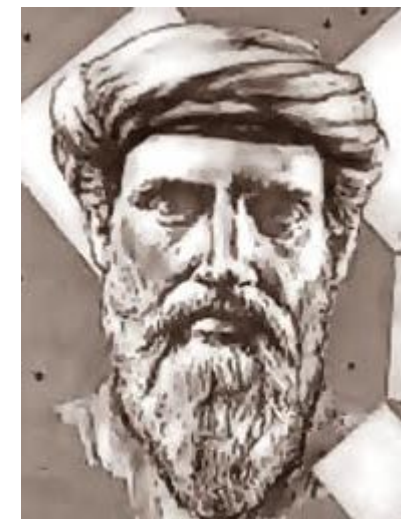
ПІФАГОР

(580 - 500 РР.ДО Н.Е.)

**ДАВНЬОГРЕЦЬКИЙ ФІЛОСОФ,
РЕЛІГІЙНИЙ ТА ПОЛІТИЧНИЙ
ДІЯЧ, ЗАСНОВНИК
ПІФАГОРЕЇЗМУ**



Піфагор



ГЕКАТОМБА

*Во мгле веков пред нашим взором
Блеснула истина. Она,
Как теорема Пифагора,
До наших дней еще верна.*

*Найдя разгадку, мудрый старец
Был благодарен небесам;
Он сто быков велел зажарить
И в жертву принести богам.*



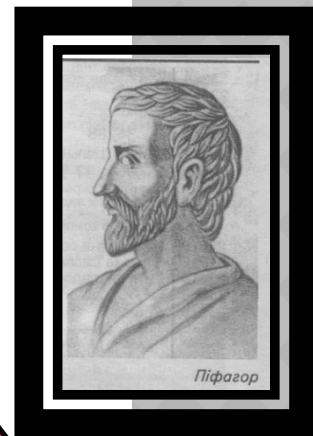
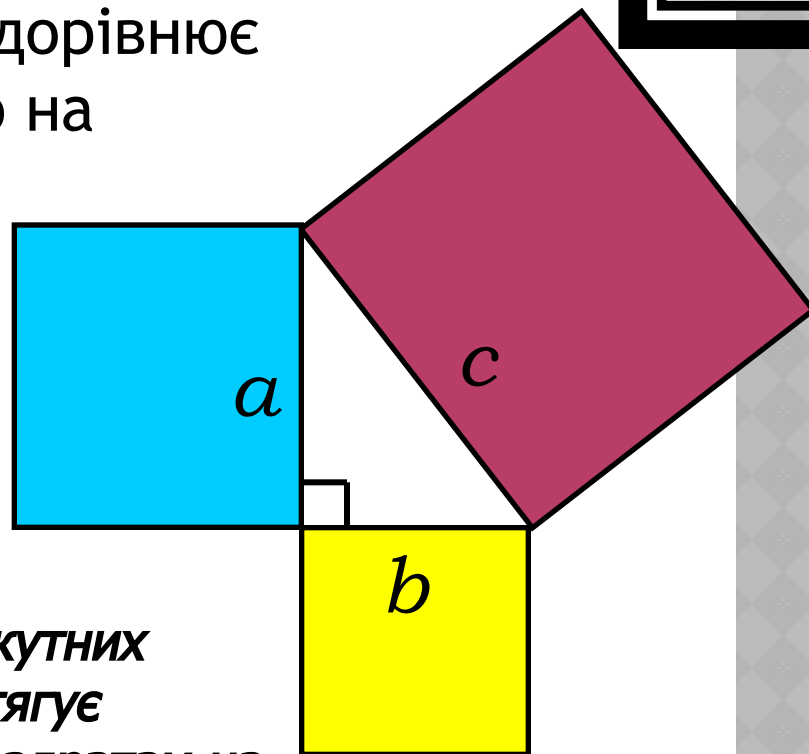
Альберт Шалиссо

ТЕОРЕМА ПІФАГОРА

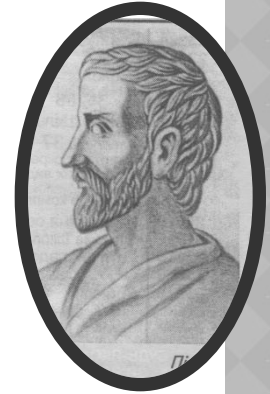
Сума квадратів, побудованих на катетах *прямокутного трикутника*, дорівнює площі квадрата, побудованого на гіпотенузі

$$a^2 + b^2 = c^2$$

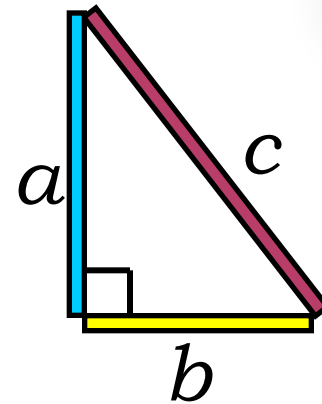
Раніше теорема звучала так «***В прямокутних трикутниках квадрат на стороні, що стягує прямий кут, дорівнює разом узятим квадратам на сторонах, що утворюють прямий кут***»



Теорема Піфагора



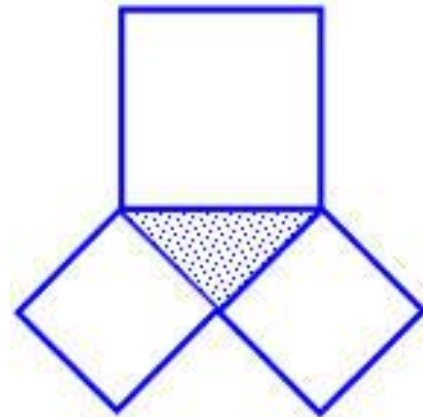
У прямокутному
трикутнику сума
квадратів катетів
дорівнює квадрату
гіпотенузи



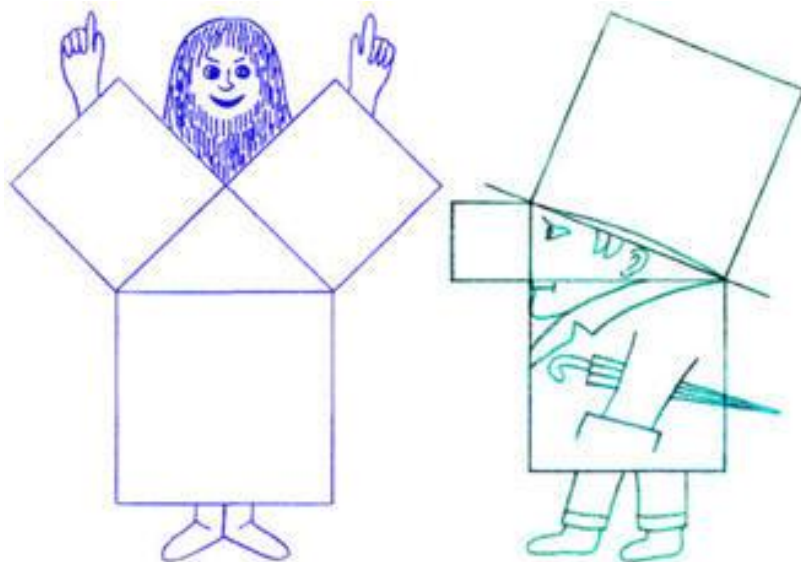
$$a^2 + b^2 = c^2$$

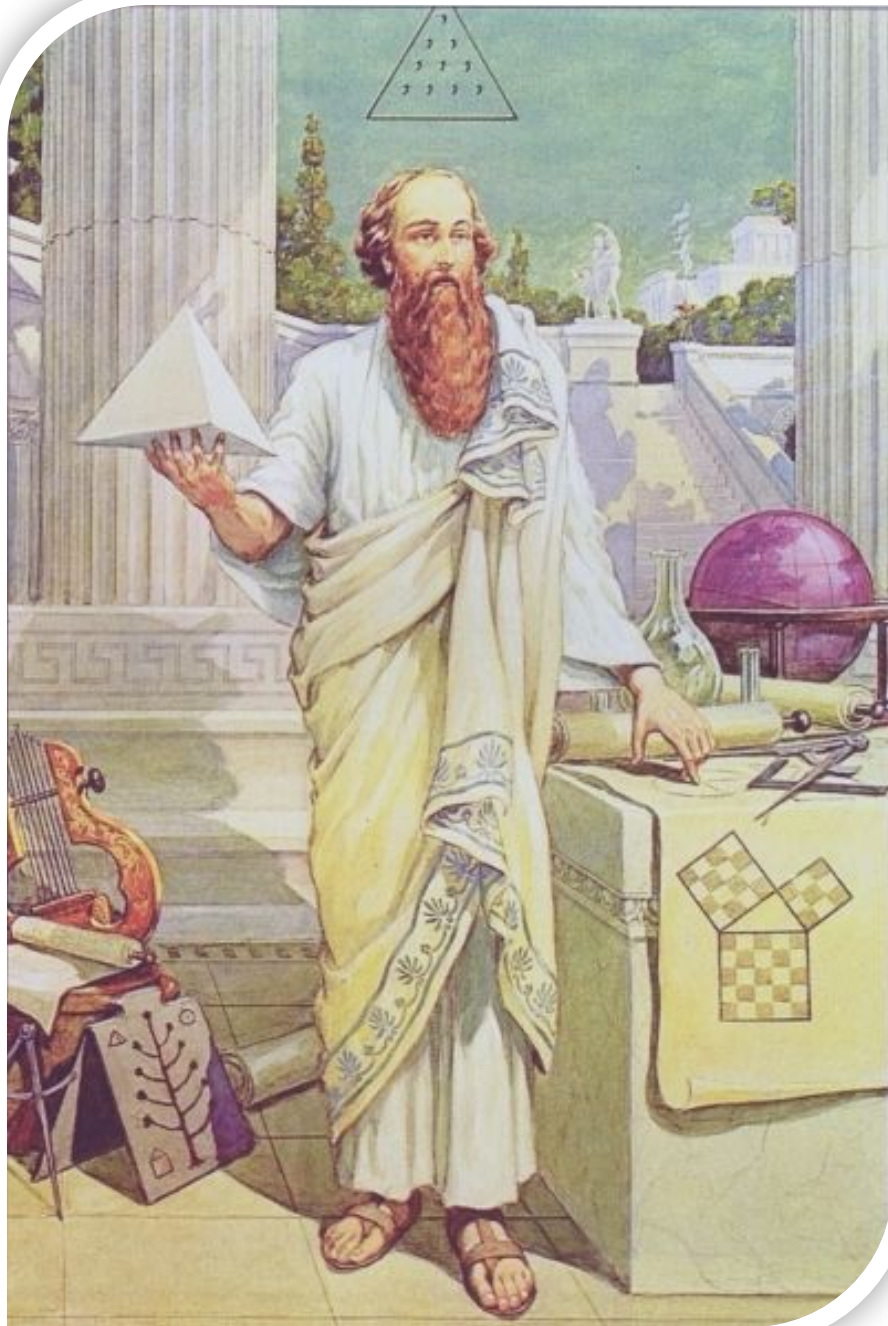
"ПІФАГОРОВІ ШТАНИ НА ВСІ БОКИ РІВНІ".

Такі вірші придумували
учні середніх століть при
вивченні теореми;
малювали шаржі.



Наприклад, такі:

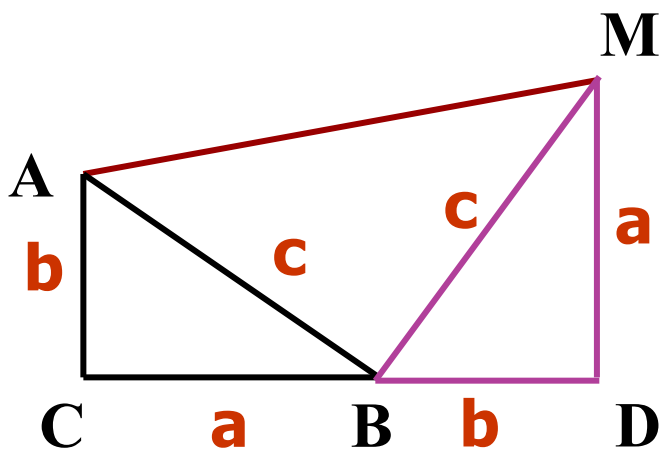




ДОВЕДЕННЯ №1

Дано: тр-к ABC, $\angle C = 90^\circ$,
 $AC = b$, $AB = c$, $BC = a$

Довести: $a^2 + b^2 = c^2$



Доведення:

Добудуємо тр-к до прямокутної трапеції,
так що $BD = b$ и $MD = a$. Тоді тр-
кABC=тр-кBMD (за двома катетами)

$$S_{mp} = \frac{AC + MD}{2} \cdot CD = \frac{b + a}{2} \cdot (a + b)$$

$$S_{mp} = S_1 + S_2 + S_3 \quad S_1 = S_3 = \frac{ab}{2} \quad S_2 = \frac{c^2}{2}$$

$$S_{\partial\partial} = \frac{AC + MD}{2} \cdot CD = \frac{b + a}{2} \cdot (a + b)$$

$$S_{mp} = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\frac{b + a}{2} \cdot (a + b) = \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} + \frac{ab}{2}$$

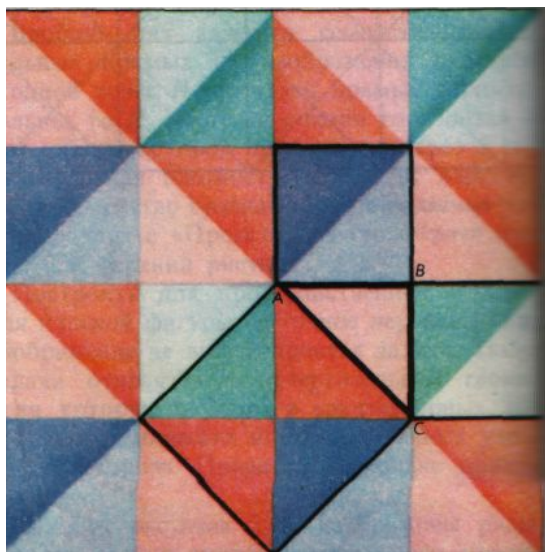
$$(a + b)^2 = 2ab + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

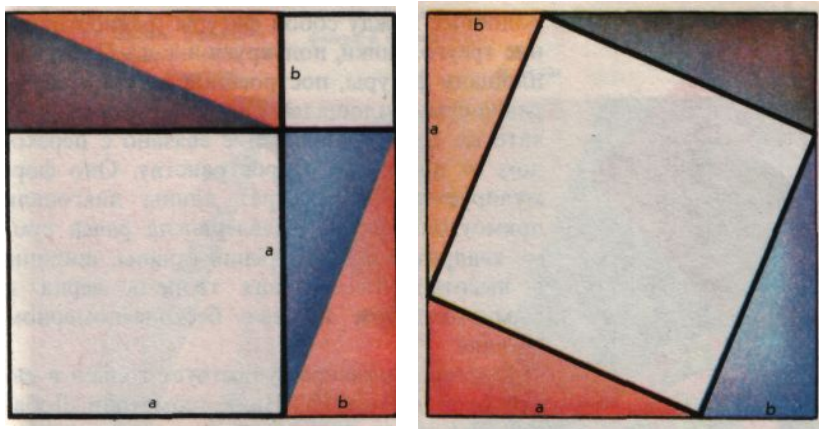
ДОВЕДЕННЯ №2 («ДИВИСЬ»)

Очевидно факт, викладений в теоремі Піфагора був спочатку встановлений для рівнобедреного прямокутного трикутника. Достатньо поглянути на мозаїку, щоб переконатися в справедливості теореми для трикутника ABC.



В квадраті зі стороною $a+b$ зображали чотири прямокутних трикутники з катетами a і b і писали «Дивись». І дійсно, поглянувши на ці малюнки, бачимо, що зліва вільна від трикутників фігура, складається з двох квадратів зі сторонами a і b і відповідно її площа, $a^2 + b^2$, а справа квадрат зі стороною c . Його площа c^2 . Маємо рівність $a^2 + b^2 = c^2$

ДОВЕДЕННЯ №3 (ІНДІЙСЬКЕ ДОВЕДЕННЯ)



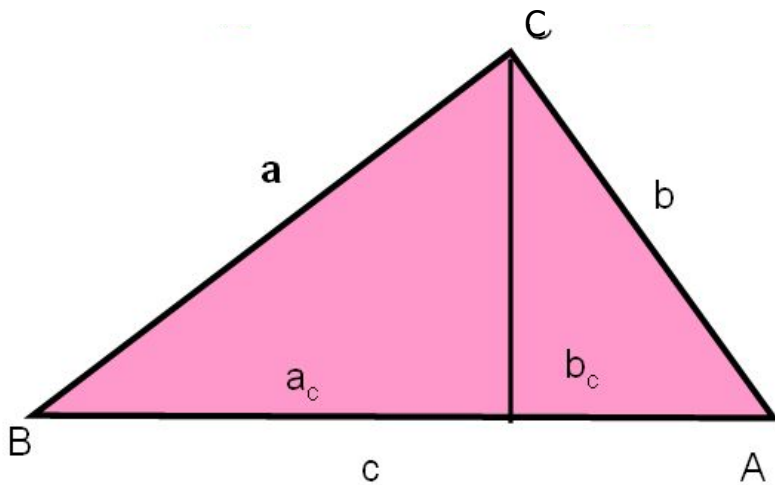
Площа великого квадрата $S_{\text{в. квадрата}} = c^2$

$S_{\text{в. квадрата}} = 4S_{\text{трикутника}} + S_{\text{м. квадрата}}$

$S_{\text{в. квадрата}} = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + (a-b)^2$

$2ab + a^2 - 2ab + b^2 = c^2$ $a^2 + b^2 = c^2$

ДОВЕДЕННЯ №4 (ЗА ДОПОМОГОЮ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ)



$$\cos \angle A = \frac{bc}{b} = \frac{b}{c}$$

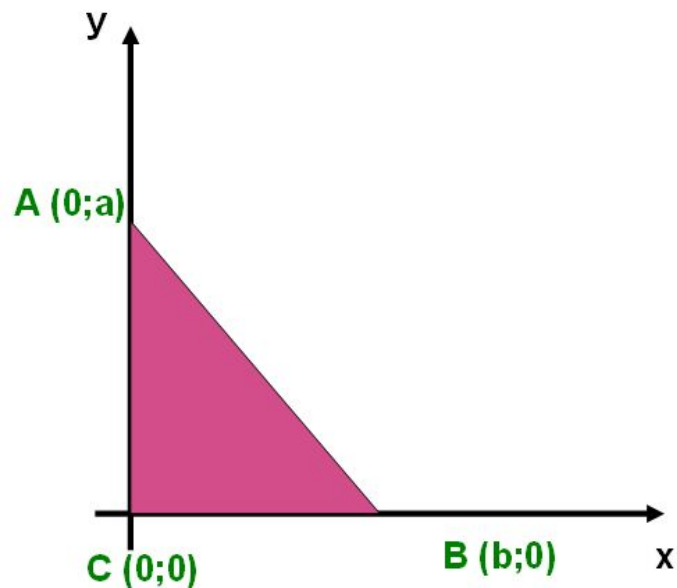
$$\cos \angle B = \frac{ac}{a} = \frac{a}{c}$$

$$b^2 = c \bullet bc; \quad a^2 = a \bullet ac;$$

$$a^2 + b^2 = c(ac + bc) = c^2$$

ДОВЕДЕННЯ №5 (МЕТОДОМ КООРДИНАТ).

Введемо систему координат:
катети трикутника лежать на
осях, початок координат у
вершині прямого кута. Тоді $A(0;a)$, $B(b;0)$, $C(0;0)$.



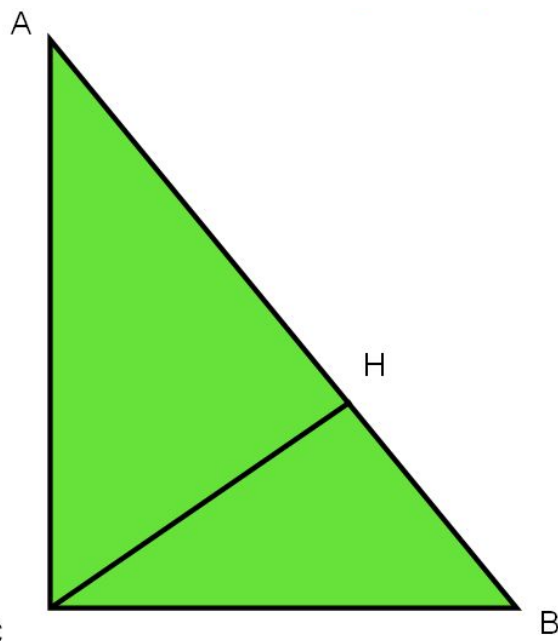
Знайдемо відстані AB , AC , BC :

$$AB^2 = (b - 0)^2 + (0 - a)^2 = b^2 + a^2,$$
$$AC^2 = (0 - 0)^2 + (0 - a)^2 = a^2,$$
$$BC^2 = (b - 0)^2 + (0 - 0)^2 = b^2,$$

звідси

$$\underline{AB^2 = AC^2 + BC^2.}$$

ДОВЕДЕННЯ №6 (ЧЕРЕЗ ПОДІБНІСТЬ ТРИКУТНИКІВ)

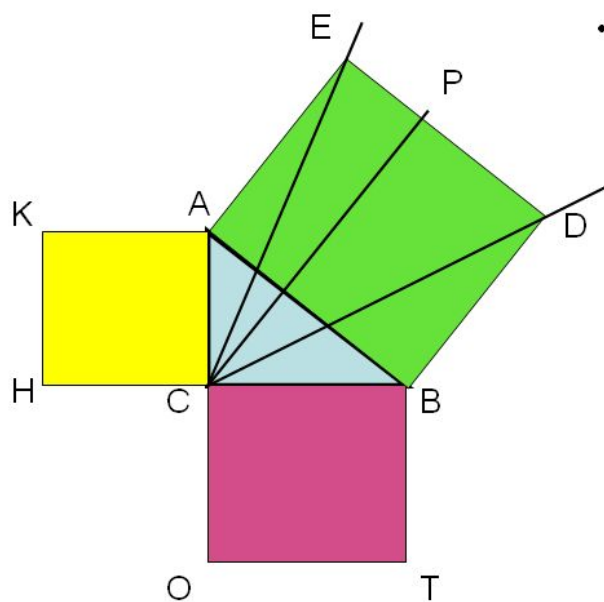


$$\Delta ABC \sim \Delta ACH, \text{ тому } AC/AB = AH/AC, AC^2 = AB \bullet AH$$

$$\Delta ABC \sim \Delta CBH, \text{ тому } BC/AB = BH/BC, BC^2 = AB \bullet BH$$

$$\text{Звідси } \underline{AC^2 + BC^2} = AB (AH + BH) = AB \bullet AB = \underline{AB^2}$$

ДОВЕДЕННЯ №7



- Площа $\triangle AEC$ дорівнює половині площі прямокутника $AERP$, оскільки в них спільна основа AE і рівні висоти. Площа трикутника ABK дорівнює половині площі квадрата $ACHK$ (у них також спільна основа і рівні висоти). Таким чином ми одержали, що квадрат $ACHK$ рівновеликий прямокутнику $AERP$.
- Аналогічно доводимо рівність трикутників CDB і ABT і відповідно рівновеликість квадрата $CBTO$ і прямокутника $MPDB$. На завершення отримуємо, що сума площ квадратів $ACHK$ і $CBTO$ рівна площі квадрата $AEDB$. Якщо позначити катети прямокутного трикутника a і b , а гіпотенузу c , то отримаємо відоме співвідношення між сторонами $a^2 + b^2 = c^2$.

1. Про яке число єгиптяни говорили, що воно має божественну властивість і чому? Число 5, бо його квадрат дорівнює сумі квадратів двох попередніх чисел.
2. У піфагорійців самою страшною клятвою вважалась клятва числом ... Чому? 36: дорівнює сумі перших чотирьох парних і перших чотирьох непарних чисел; сумі кубів трьох перших натуральних чисел.
3. Яке відкриття в школі Піфагора призвело до першої кризи в математиці? Несумісність сторони квадрата і його діагоналі (не кожен відрізок має довжину, що вимірюється цілим числом).
4. Чи можна побудувати прямокутний трикутник, у якого всі сторони є непарними числами? Ні, сума квадратів двох непарних чисел є число парне
5. Які числа називають піфагоровими? Трійки натуральних чисел, що мають властивість $a^2 + b^2 = c^2$.
6. Чи можна з 36 сірників, не ламаючи їх скласти прямокутний трикутник? Можна, $3n + 4n + 5n = 36$.
7. Якось Піфагора запитали: «Скільки учнів навчається у тебе в школі?». Він відповів: «Половина вивчає математику, четверта частина - музику, сьома - мовчить і ще є три жінки» 28 учнів.
8. Є мотузка, поділена вузликami на 12 рівних частин Для чого використовувалася така мотузка в Древньому Єгипті? Для побудови прямих кутів.
9. Що, в перекладі з грецької означають терміни: гіпотенуза, катет? Гіпотенуза - та, що стягує. Катет - перпендикуляр, відвіс.
10. Що піфагорійці називали «віслюковим мостом»? Теорему Піфагора. Вважали, що той, хто її не розуміє, «не пройде через неї» - справжній віслюк! 😊