

# Лекция № 1

Абсолютно твердое тело. Элементы статики. Основные понятия. Сила. Момент силы относительно точки и относительно оси. Параллельный перенос сил. Аксиомы статики. Связи и их реакции.

***Статикой*** называется раздел механики, в котором излагается общее учение о силах и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил.

Под ***равновесием*** понимается состояние покоя по отношению к другим материальным телам.

Практически при инженерных расчетах абсолютным считают равновесие по отношению к Земле или телам, жестко связанным с Землей.

***Абсолютно твердое тело*** – тело, расстояние между любыми двумя точками которого всегда постоянно.

Условия равновесия, получаемые для абсолютно твердых тел, могут применяться не только мало деформируемым, но и к любым изменяемым телам. Таким образом область практических приложений статики твердого тела оказывается довольно широкой.

***Сила*** – количественная мера механического взаимодействия материальных тел.

Сила является векторной величиной. Ее действие на тело определяется:

- модулем (численной величиной),
- направлением силы,
- точкой приложения.

Единица измерения силы – ***1 ньютон (1Н)***.

Графически сила, как и всякий вектор, изображается направленным отрезком (со стрелкой).

Прямая, вдоль которой направлена сила, называется ***линией действия силы***.

Совокупность сил, действующих на какое-нибудь твердых сил, – ***система сил***.

***Свободное тело*** – тело, не скрепленное с другими телами, которому можно сообщить любое перемещение в пространстве.

Если одну систему сил, действующих на свободное твердое тело, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело, то такие две системы сил называются ***эквивалентными***.

Система сил, под действием которой свободное твердое тело ***может*** находиться в покое, называется ***уравновешенной*** или ***эквивалентной нулю***.

***Равнодействующая сила*** – это сила, которая заменяет действие системы сил на твердое тело.

Сила, равная равнодействующей по модулю, прямо противоположная ей по направлению и действующая вдоль той же прямой, называется ***уравновешивающей силой***.

Силы, действующие на твердое тело, можно разделить на внешние и внутренние.

**Внешними силами** называют силы, действующие на частицы данного тела со стороны других материальных тел.

**Внутренними силами** называют силы, с которыми частицы данного тела действуют друг на друга.

Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной его точке, называется **сосредоточенной**.

Силы, действующие на все точки данного объема или данной части поверхности, называются **распределенными**.

## Момент силы относительно точки.

**Момент силы относительно центра  $O$**  представляет собой векторное произведение  $\vec{M}_O = [\vec{r} \times \vec{F}]$ .

Модуль этого вектора  $M_O(F) = F \cdot r \cdot \sin \alpha = F \cdot h$ ,

где  $h$  – плечо силы относительно центра  $O$ , равное длине перпендикуляра, опущенного из центра на линию действия силы,  $r$  – радиус-вектор точки приложения силы.

Размерность –  $H \cdot m$ .

Вектор  $M_O(F)$  действует перпендикулярно плоскости, проходящей через линию действия силы и центр  $O$ .

***Свободное тело*** – тело, не скрепленное с другими телами, которому можно сообщить любое перемещение в пространстве.

Если одну систему сил, действующих на свободное твердое тело, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело, то такие две системы сил называются ***эквивалентными***.

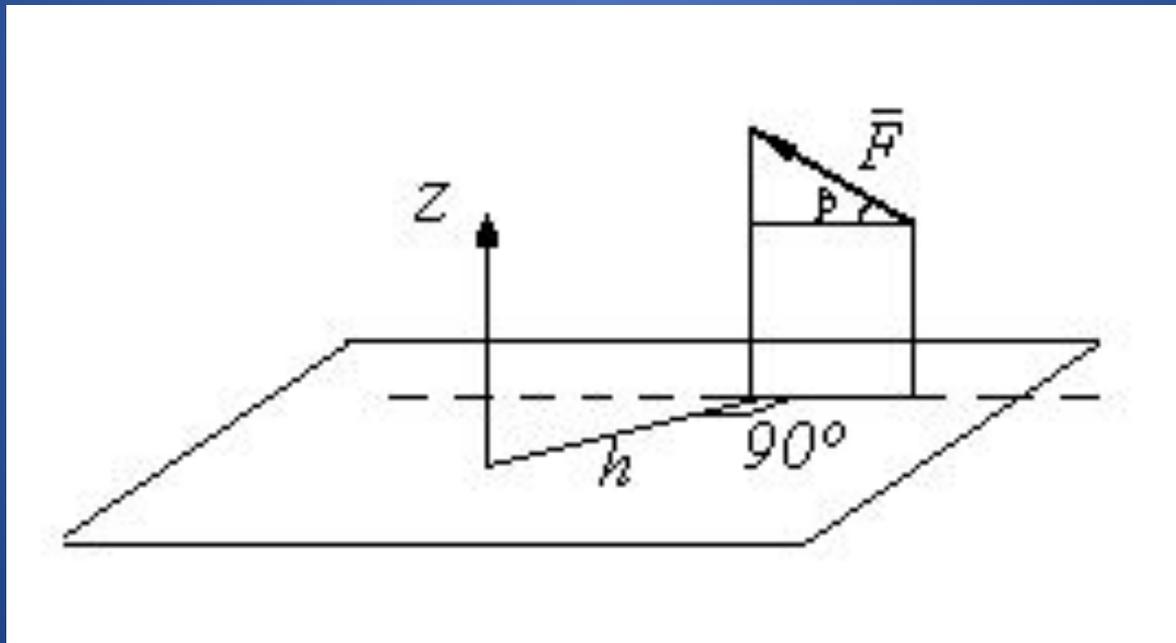
Система сил, под действием которой свободное твердое тело ***может*** находиться в покое, называется ***уравновешенной*** или ***эквивалентной нулю***.

***Равнодействующая сила*** – это сила, которая заменяет действие системы сил на твердое тело.

Сила, равная равнодействующей по модулю, прямо противоположная ей по направлению и действующая вдоль той же прямой, называется ***уравновешивающей силой***.

## Момент силы относительно оси.

**Момент силы относительно оси** - скалярная величина. Для определения момента относительно оси следует спроектировать силу  $F$  на плоскость, перпендикулярную оси, и умножить эту проекцию на плечо, проведенное из точки пересечения оси с плоскостью.



Момент силы относительно оси равен  $M_z(F) = F \cdot \cos \beta \cdot h$  .

Момент силы относительно оси равен нулю в двух случаях:

- сила параллельна оси ( $\cos \beta = \cos 90^\circ = 0$ ),
- линия действия силы пересекает ось ( $h = 0$ ).

*Правило знаков:*

Момент считается положительным, если , глядя с конца оси, наблюдатель видит вращение против хода часовой стрелки.

*Силу можно переносить по линии действия.*

*Параллельный перенос силы с сохранением первоначальных условий равновесия возможен лишь с добавлением к системе момента данной силы относительно точки переноса.*

Произвольная система сил на плоскости может быть приведена к общей точке  $O$  приложения посредством параллельного переноса всех сил системы с добавлением соответствующих моментов. Общая точка приложения всех сил называется *центром приведения*.

Равнодействующая всех сил называется *главным вектором*. Сумма образовавшихся при параллельном переносе моментов составляет суммарный момент  $M$ , который называют *главным моментом*.

# Условия равновесия произвольной системы сил

Для равновесия системы сил, приложенных к твердому телу, в общем случае необходимо и достаточно, чтобы главный вектор этой системы и ее главный момент относительно произвольно выбранного центра равнялись нулю :

Две векторных равенства равносильны шести алгебраическим равенствам:

$$\sum F_{ix} = 0 \quad \sum F_{iy} = 0 \quad \sum F_{iz} = 0$$
$$\sum m_x(F_i) = 0 \quad \sum m_y(F_i) = 0 \quad \sum m_z(F_i) = 0$$

(Сумма проекций всех сил на каждую из трех произвольно выбранных координатных осей равна нулю и сумма их моментов относительно каждой из этих осей также равна нулю).

## Условия равновесия произвольной плоской системы

**сил:**  $\sum F_{ix} = 0$

$$\sum F_{iy} = 0$$

$$\sum M_0(F_i) = 0$$

, где точка 0 – некоторая произвольная точка приведения системы, относительно которой ведется подсчет моментов.

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$\sum M_A(F_i) = 0$$

$$\sum M_B(F_i) = 0$$

, где А и В – некоторые произвольные точки на плоскости, причем ось х не должна быть перпендикулярна отрезку, соединяющему точки А и В.

$$\sum M_A(F_i) = 0$$

$$\sum M_B(F_i) = 0$$

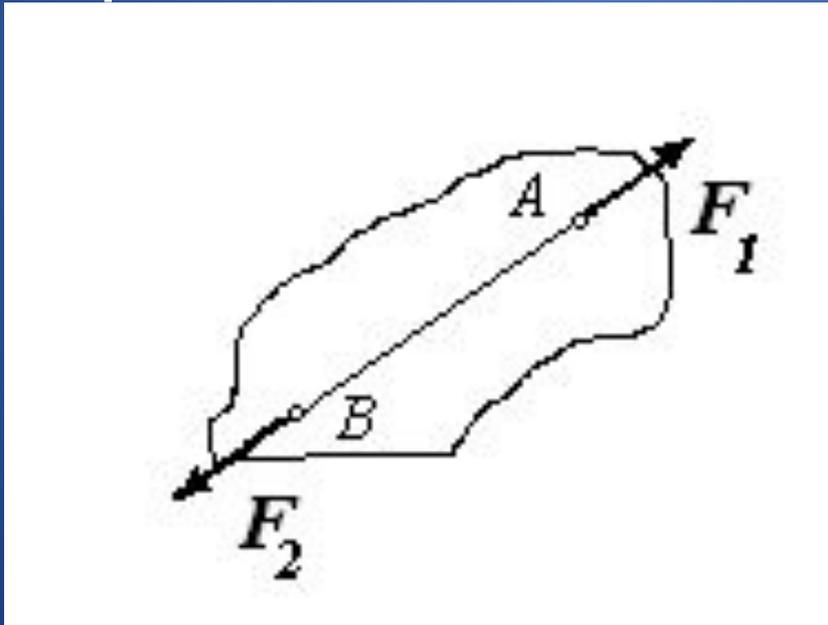
$$\sum M_C(F_i) = 0$$

, где А, В, С – произвольные точки на плоскости, но не лежащие на одной прямой.

## Аксиомы статики.

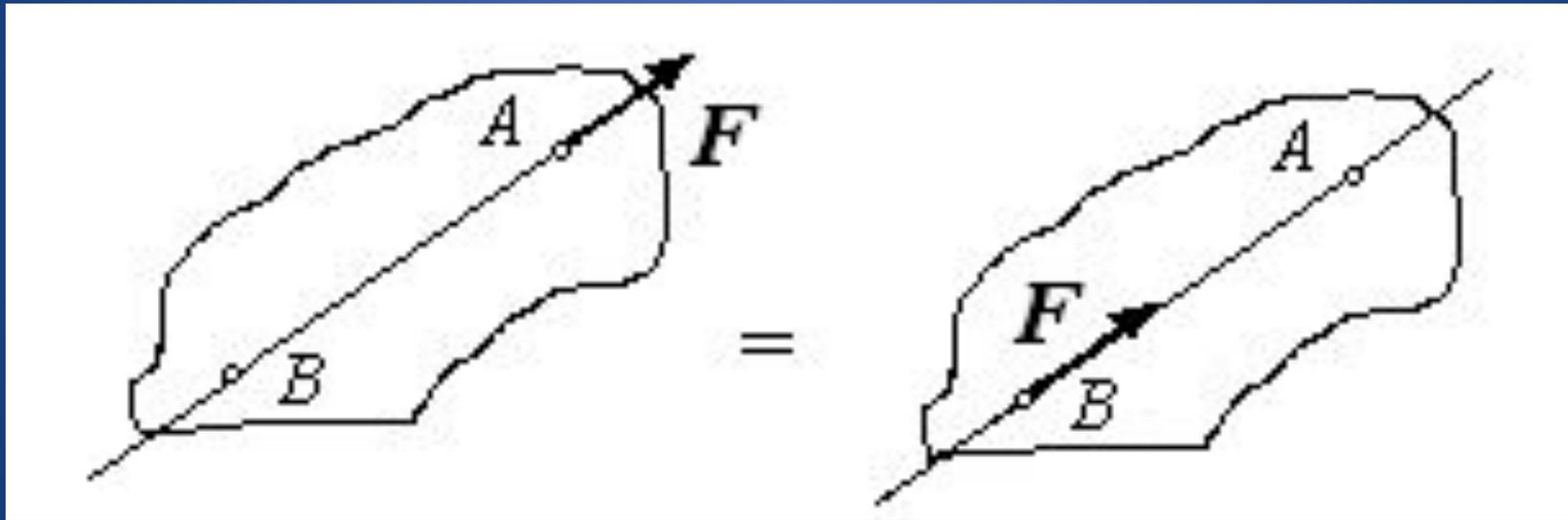
**Аксиома 1.** Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы, то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю ( $F_1 = F_2$ ) и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны.

Свободное тело, на которое действует только одна сила, находиться в равновесии не может.



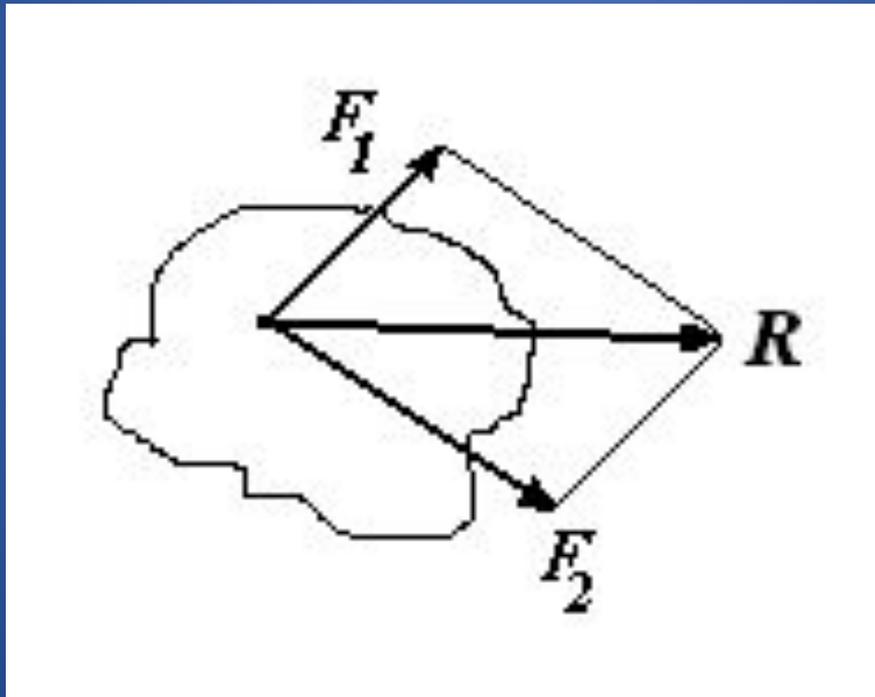
**Аксиома 2. Действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или от нее отнять уравновешенную систему сил.**

**Следствие из 1-й и 2-й аксиом. Действие силы на абсолютно твердое тело не изменится, если перенести точку приложения силы вдоль ее линии действия в любую другую точку тела.**

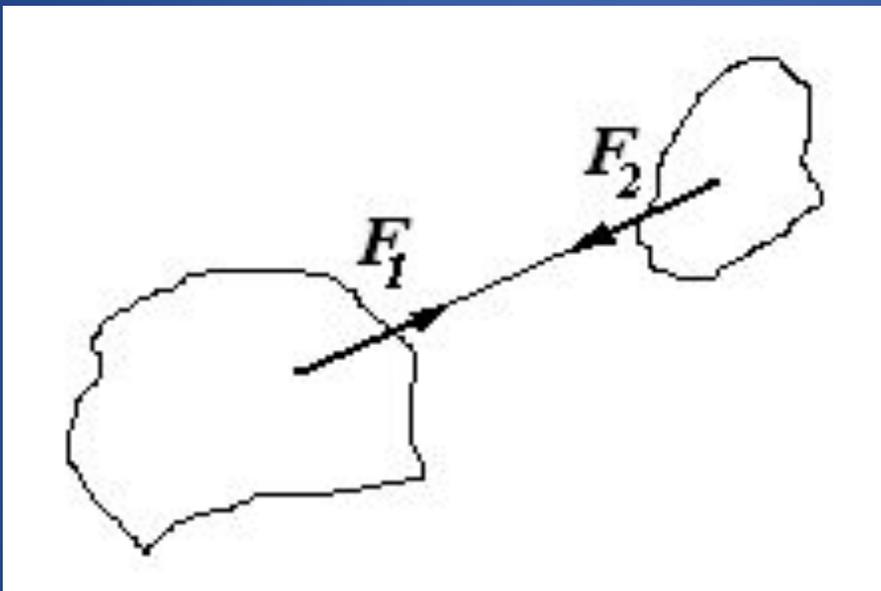


**Вектор, изображающий силу  $F$ , можно считать приложенным в любой точке на линии действия силы. Такой вектор называется **скользящим**.**

**Аксиома 3 (Аксиома параллелограмма сил). Две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и изображаемую диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах.**



**Аксиома 4. При воздействии одного материального тела на другое имеет место такое же по величине, но противоположное по направлению противодействие.**



$$F_1 = -F_2$$

**Силы  $F_1$  и  $F_2$  не образуют уравновешенной системы сил, так как приложены к разным телам.**

*Аксиома 5 (принцип отвердевания). Равновесие изменяемого (деформируемого) тела, находящегося под действием данной системы сил, не нарушится, если тело считать отвердевшим (абсолютно твердым).*

Это метод при инженерных расчетах позволяет при составлении уравнений равновесия рассматривать любое изменяемое тело (ремень, трос, цепь и т. п.) или любую изменяемую конструкцию как абсолютно жесткие и применять к ним методы статики твердого тела. Если полученных таким путем уравнений для решения задачи оказывается недостаточно, то дополнительно составляют уравнения, учитывающие или условия равновесия отдельных частей конструкции, или их деформации (задачи, требующие учета деформаций, решаются в курсе сопротивления материалов).

***Свободным телом*** называется тело, не скрепленное с другими телами, которое может совершать из данного положения любые перемещения в пространстве.

***Несвободным телом*** называется тело, перемещению которого в пространстве препятствуют какие-нибудь другие, скрепленные или соприкасающиеся с ним тела.

***Связь*** – все, что ограничивает перемещение данного тела в пространстве.

Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тем или иным перемещениям, называется ***силой реакции связи***.

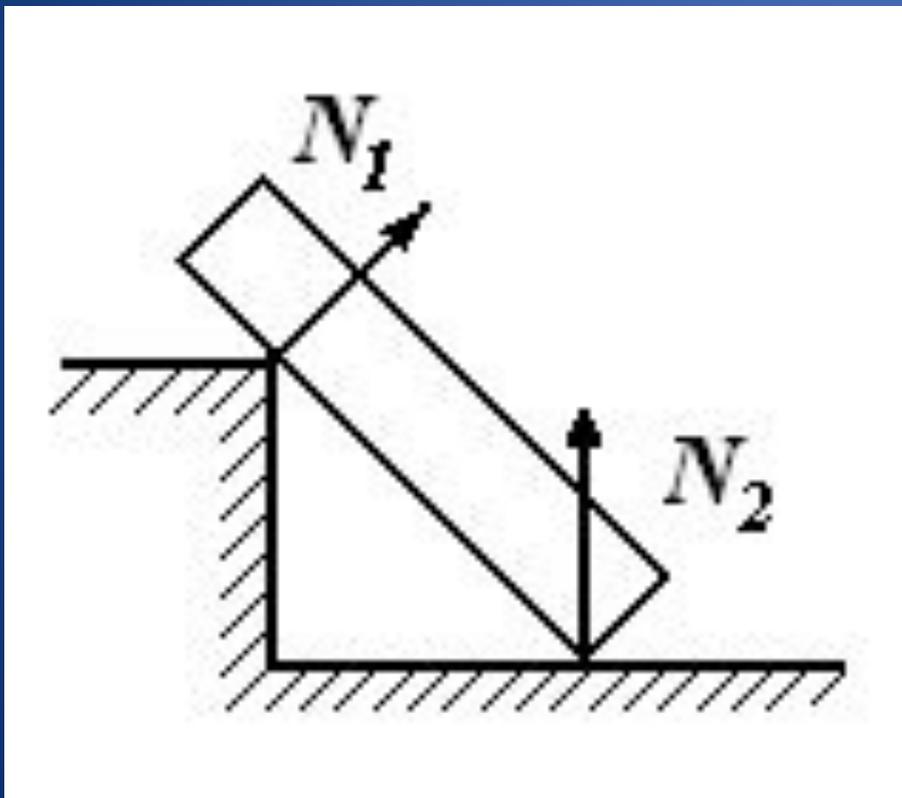
Силы, не являющиеся реакциями связей (такие, например, как сила тяжести), - ***активные силы***.

Направлена реакция связи в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.

## Основные виды связей.

### 1. Свободная опора .

Тело опирается о гладкую называется поверхность (трением о которую данного тела можно в первом приближении пренебречь).



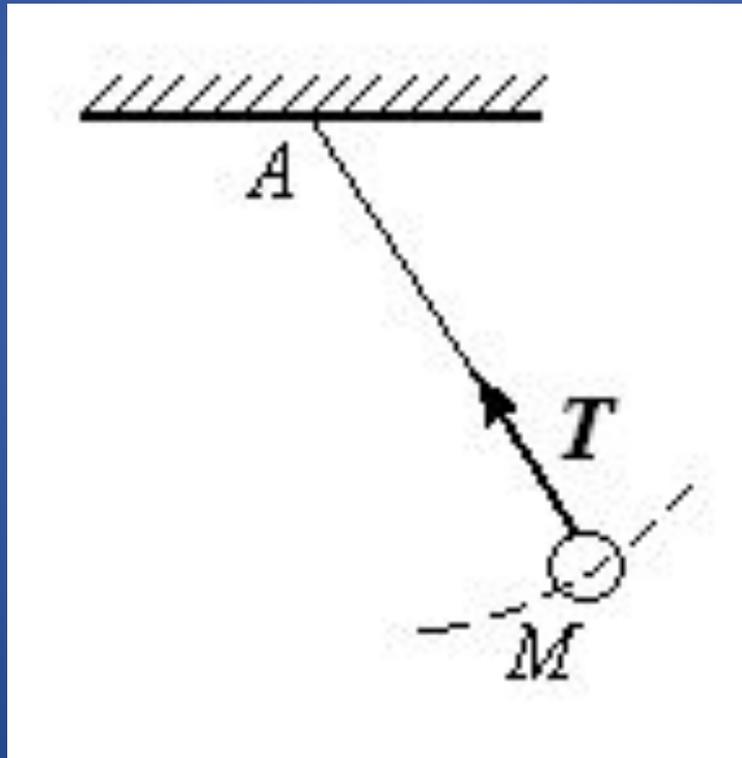
Такая поверхность не дает телу перемещаться только по направлению общего перпендикуляра (нормали) к поверхностям соприкасающихся тел в точке их касания.

Реакция  $N$  свободной опоры направлена по общей нормали к поверхностям соприкосновения тел в точке их касания и приложена в этой точке.

## 2. Нить.

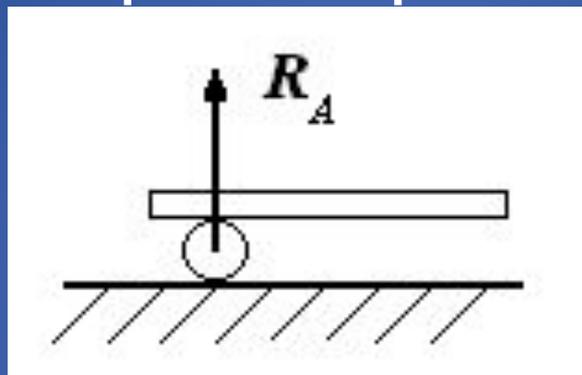
Связь, осуществленная в виде гибкой нерастяжимой нити, не дает телу  $M$  удаляться от точки подвеса нити по направлению  $AM$ .

Реакция  $T$  натянутой нити направлена вдоль нити к точке ее подвеса.

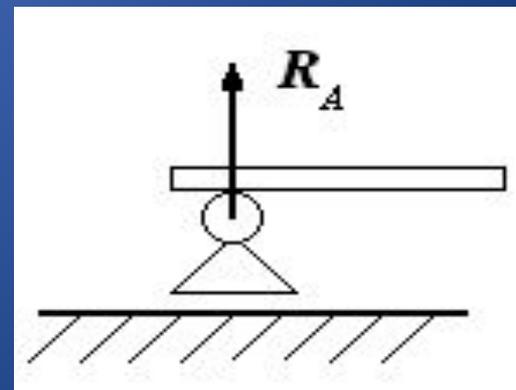
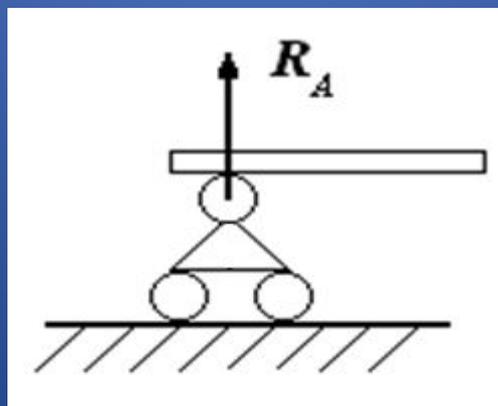
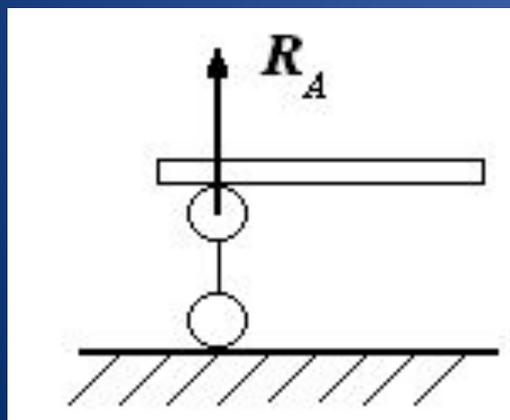


### 3. Подвижный шарнир.

Опираие тел на подвижный шарнир весьма распространено в условиях задач механики. Реакция  $R_A$  подвижного шарнира перпендикулярна к опорной поверхности.



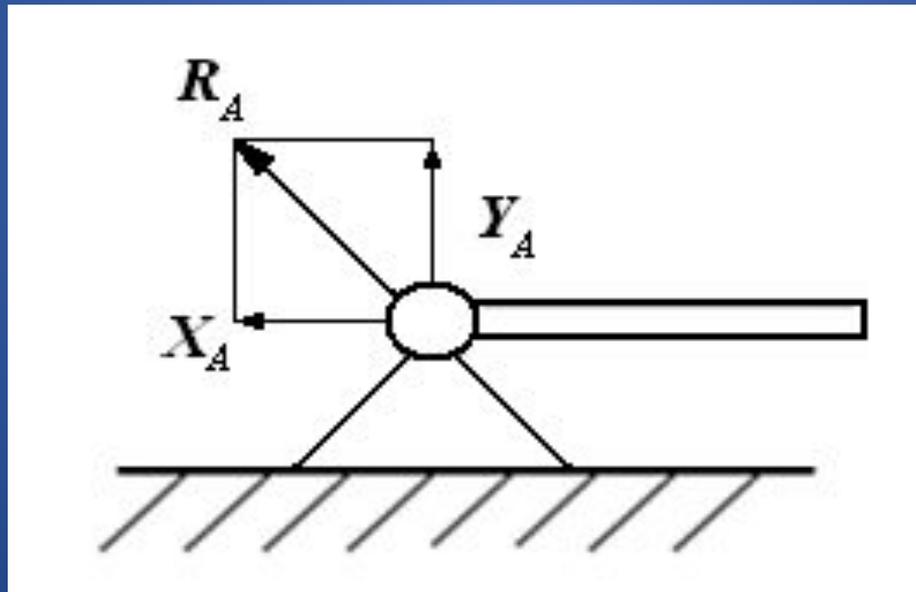
Возможны другие обозначения:



#### ***4. Неподвижный шарнир.***

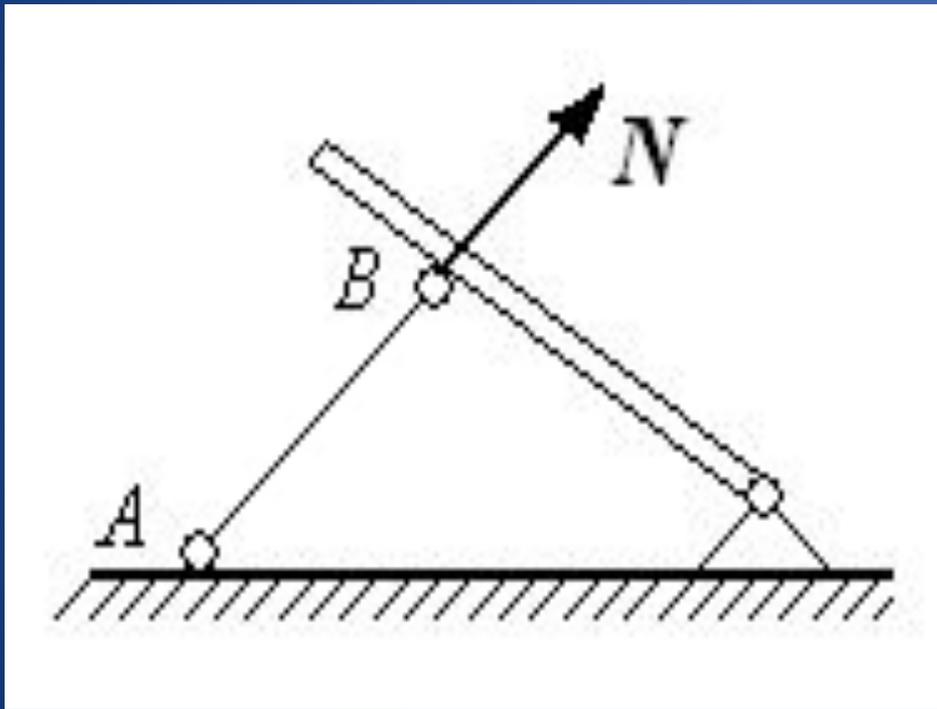
Этот вид связи обеспечивает свободное вращение тела в месте его закрепления, но запрещает перемещения в вертикальном и горизонтальном направлениях для плоской системы сил.

Возникающую в таком шарнире реакцию удобно представлять в виде проекций силы на оси координат.



## 5. Стержень.

Стержень АВ закреплен на концах шарнирами. Весом стержня по сравнению с воспринимаемой им нагрузкой можно пренебречь. Стержень работает только на растяжение или сжатие.

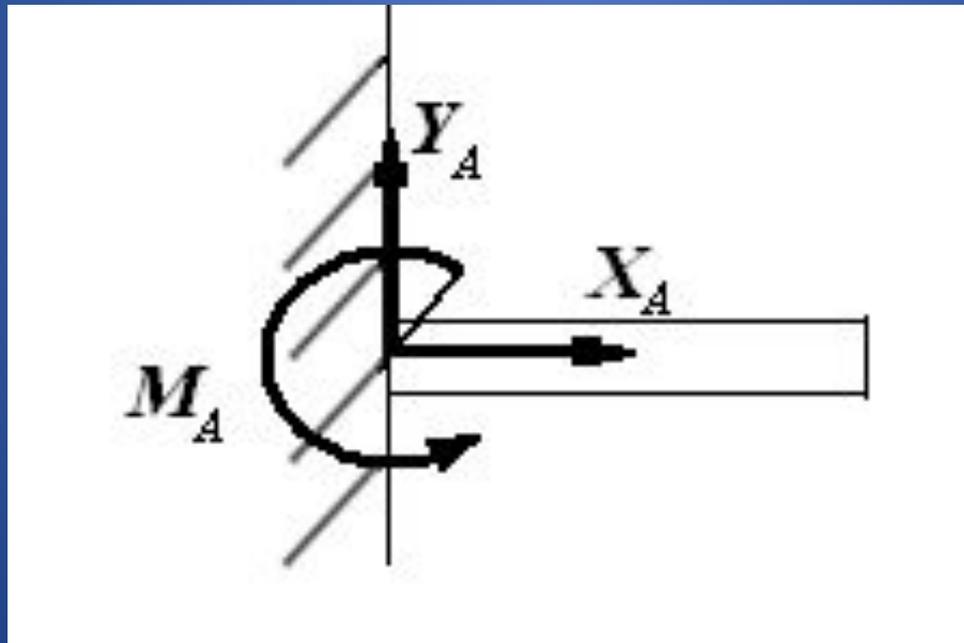


Реакция  $R$  стержня направлена вдоль оси стержня.

## 6. Заделка (жесткая заделка, защемление).

Этот вид связи можно представить как тело, замурованное одним концом в стену, или как стержень, приваренный к неподвижной жесткой плите.

В заделке возникает в случае нагружения плоской системой сил вертикальная и горизонтальная реактивные силы и момент.



## ***Аксиома связей.***

Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями связей.

